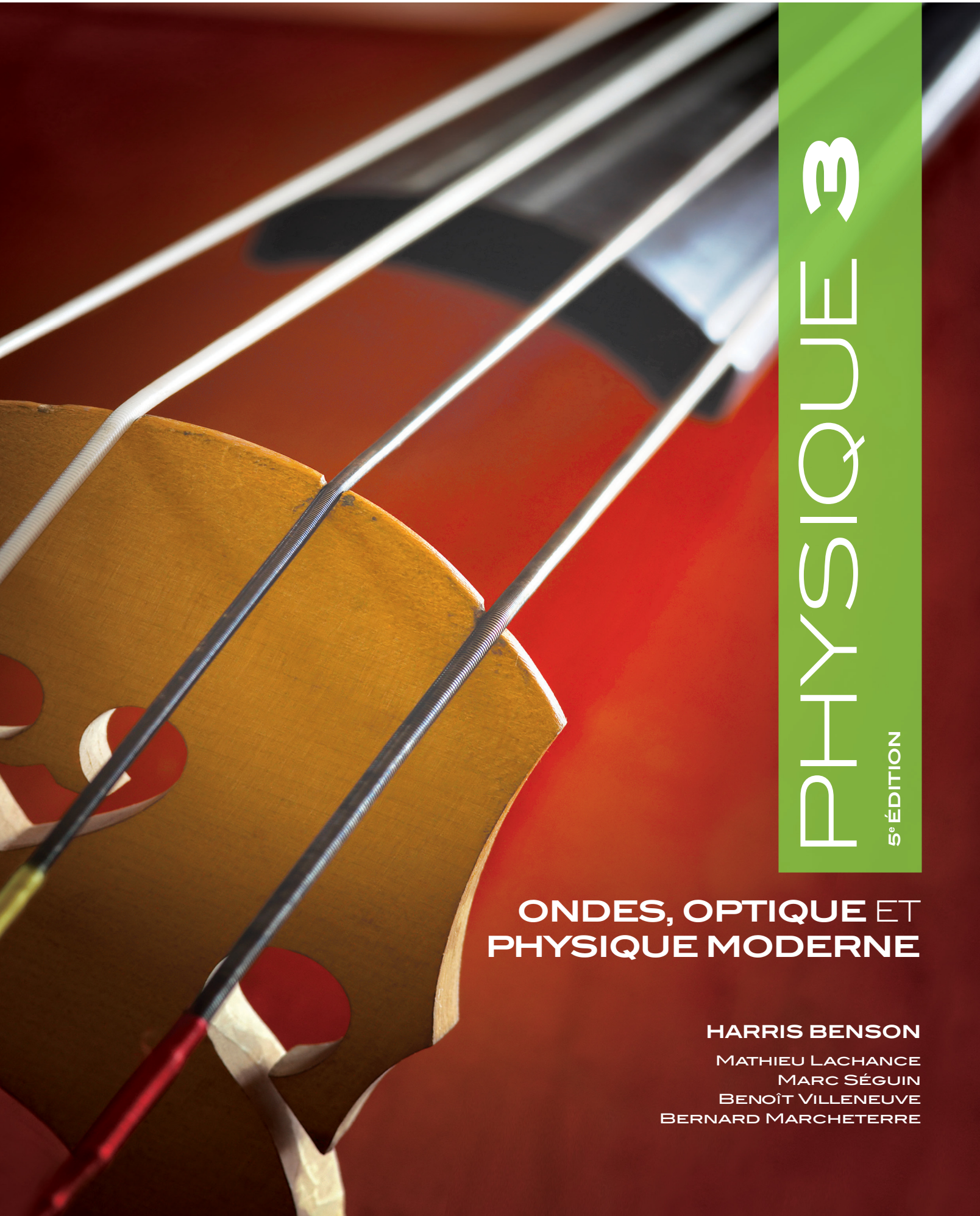
ERPI SCIENCES



PHYSIQUE 3

5e ÉDITION

ONDES, OPTIQUE ET PHYSIQUE MODERNE

HARRIS BENSON
MATHIEU LACHANCE
MARC SÉGUIN
BENOÎT VILLENEUVE
BERNARD MARCHETERRE

Données d'usage fréquent

Terre		
Rayon moyen		$6{,}37 \times 10^6$ m
Masse		$5{,}98 \times 10^{24}$ kg
Distance moyenne au Soleil		$1{,}50 \times 10^{11}$ m
Lune		
Rayon moyen		$1{,}74 \times 10^6$ m
Masse		$7{,}36 \times 10^{22}$ kg
Distance moyenne à la Terre		$3{,}84 \times 10^8$ m
Soleil		
Rayon moyen		$6{,}96 \times 10^8$ m
Masse		$1{,}99 \times 10^{30}$ kg
Accélération de chute libre (g), valeur recommandée		9,806 65 m/s^2
Pression atmosphérique normale		$1{,}013 \times 10^5$ Pa
Masse volumique de l'air (à 0 °C et à 1 atm)		1,293 kg/m^3
Masse volumique de l'eau (entre 0 °C et 20 °C)		1000 kg/m^3
Chaleur spécifique de l'eau		4186 J/(kg·K)
Vitesse du son dans l'air	(à 0 °C)	331,5 m/s
à la pression atmosphérique normale	(à 20 °C)	343,4 m/s

Préfixes des puissances de dix

Puissance	Préfixe	Abréviation	Puissance	Préfixe	Abréviation
10^{-18}	atto	a	10^1	déca	da
10^{-15}	femto	f	10^2	hecto	h
10^{-12}	pico	p	10^3	kilo	k
10^{-9}	nano	n	10^6	méga	M
10^{-6}	micro	µ	10^9	giga	G
10^{-3}	milli	m	10^{12}	téra	T
10^{-2}	centi	c	10^{15}	péta	P
10^{-1}	déci	d	10^{18}	exa	E

Symboles mathématiques

$\propto$	est proportionnel à
$>$ ($<$)	est plus grand (plus petit) que
$\geq$ ($\leq$)	est plus grand (plus petit) ou égal à
$\gg$ ($\ll$)	est beaucoup plus grand (plus petit) que
$\approx$	est approximativement égal à
$\equiv$	est défini comme égal à
Δx	la variation de x
$\sum_{i=1}^{N} x_i$	$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_N$
$\lvert x \rvert$	le module ou la valeur absolue de x
$\Delta x \to 0$	Δx tend vers zéro
$n!$	factorielle n: $n(n-1)(n-2) \ldots 2 \times 1$

Constantes physiques

Nom	Symbole	Valeur approchée	Valeur précise*
Charge élémentaire	e	$1{,}602 \times 10^{-19}$ C	$1{,}602\,176\,565(35) \times 10^{-19}$ C
Constante de Boltzmann	$k = R/N_A$	$1{,}381 \times 10^{-23}$ J/K	$1{,}380\,648\,8(13) \times 10^{-23}$ J/K
Constante de gravitation	G	$6{,}674 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2	$6{,}673\,84(80) \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2
Constante de la loi de Coulomb	k (= $1/4\pi\varepsilon_0$)	$9{,}00 \times 10^{9}$ N·m^2/C^2	$8{,}987\,551\,8 \times 10^{9}$ N·m^2/C^2
Constante de Planck	h	$6{,}626 \times 10^{-34}$ J·s	$6{,}626\,069\,57(29) \times 10^{-34}$ J·s
Constante des gaz parfaits	R	8,314 J/(K·mol)	8,314 4621(75) J/(K·mol)
Masse de l'électron	m_e	$9{,}109 \times 10^{-31}$ kg	$9{,}109\,382\,91(40) \times 10^{-31}$ kg
Masse du proton	m_p	$1{,}673 \times 10^{-27}$ kg	$1{,}672\,621\,777(74) \times 10^{-27}$ kg
Nombre d'Avogadro	N_A	$6{,}022 \times 10^{23}$ mol^{-1}	$6{,}022\,141\,29(27) \times 10^{23}$ mol^{-1}
Perméabilité du vide	μ_0	–	$4\pi \times 10^{-7}$ N/A^2 (exacte)
Permittivité du vide	$\varepsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2)$	$8{,}854 \times 10^{-12}$ C^2/(N·m^2)	$8{,}854\,187\,817 \times 10^{-12}$ C^2/(N·m^2)
Unité de masse atomique	u	$1{,}661 \times 10^{-27}$ kg	$1{,}660\,538\,921(73) \times 10^{-27}$ kg
Vitesse de la lumière dans le vide	c	$3{,}00 \times 10^{8}$ m/s	$2{,}997\,924\,58 \times 10^{8}$ m/s (exacte)

* 2010 CODATA (Committee on Data for Science and Technology), juin 2011. National Institute of Standards and Technology, http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html.

Abréviations des unités courantes

Ampère	A	Kelvin	K
Année	a	Kilocalorie	kcal (Cal)
Ångström	Å	Kilogramme	kg
Atmosphère	atm	Livre	lb
British thermal unit	Btu	Mètre	m
Candela	cd	Minute	min
Coulomb	C	Mole	mol
Degré Celsius	°C	Newton	N
Degré Fahrenheit	°F	Ohm	Ω
Dioptrie	D	Pascal	Pa
Électronvolt	eV	Pied	pi
Farad	F	Pouce	po
Gauss	G	Seconde	s
Gramme	g	Tesla	T
Henry	H	Unité de masse atomique	u
Heure	h	Volt	V
Horse-power	hp	Watt	W
Hertz	Hz	Weber	Wb
Joule	J		

PHYSIQUE 3

5e ÉDITION

ONDES, OPTIQUE ET PHYSIQUE MODERNE

ERPI SCIENCES

PHYSIQUE 3

5e ÉDITION

ONDES, OPTIQUE ET PHYSIQUE MODERNE

HARRIS BENSON
MATHIEU LACHANCE
MARC SÉGUIN
BENOÎT VILLENEUVE
BERNARD MARCHETERRE

PEARSON

Montréal Toronto Boston Columbus Indianapolis New York San Francisco Upper Saddle River
Amsterdam Le Cap Dubaï Londres Madrid Milan Munich Paris
Delhi México São Paulo Sydney Hong-Kong Séoul Singapour Taipei Tōkyō

Développement de produits
Philippe Dubé

Supervision éditoriale
Sylvain Bournival

Traduction
Dominique Amrouni

Révision linguistique
Jean-Pierre Regnault

Correction des épreuves
Line Nadeau

Recherche iconographique et demande de droits
Chantal Bordeleau

Index
Monique Dumont

Direction artistique
Hélène Cousineau

Supervision de la production
Estelle Cuillerier

Conception graphique de l'intérieur
Martin Tremblay

Conception graphique de la couverture
Martin Tremblay

Illustrations techniques
Interscript, Bertrand Lachance, John Bell, Gilles Chabot et Mathieu Lachance

Édition électronique
Interscript inc.

Translation/Adaptation, Copyright © 2016, 5th edition by ERPI.
Original English language title: *University Physics*, Revised Edition, by Harris Benson, Copyright © 1996 Harris Benson, All Rights Reserved.
Published by arrangement with Harris Benson.

Cet ouvrage est une adaptation de la traduction de l'édition révisée de *University Physics*, de Harris Benson. Copyright © 1991, 1996, by Harris Benson.

© ÉDITIONS DU RENOUVEAU PÉDAGOGIQUE INC. (ERPI), 2016
Membre du groupe Pearson Education depuis 1989

1611, boulevard Crémazie Est, 10e étage
Montréal (Québec) H2M 2P2
Canada
Téléphone : 514 334-2690
Télécopieur : 514 334-4720
information@pearsonerpi.com
pearsonerpi.com

Tous droits réservés.
On ne peut reproduire aucun extrait de cette publication sous quelque forme ou par quelque procédé que ce soit — sur machine électronique, mécanique, à photocopier ou à enregistrer, ou autrement — sans avoir obtenu, au préalable, la permission écrite des ÉDITIONS DU RENOUVEAU PÉDAGOGIQUE INC.

Dépôt légal – Bibliothèque et Archives nationales du Québec, 2016
Dépôt légal – Bibliothèque et Archives Canada, 2016

Imprimé au Canada 123456789 SO 18 17 1615
ISBN 978-2-7613-5501-8 20680 ABCD SM9

Avant-propos

Depuis la parution de la première édition québécoise, en 1993, le « Benson » s'est imposé. Aujourd'hui utilisé dans la majorité des cégeps, dans cinq provinces canadiennes et dans plusieurs universités européennes, cet ouvrage est devenu une référence. Il se distingue notamment par la richesse des sujets abordés : parce qu'il dépasse le cadre des cours pour lesquels il est conçu, il constitue un ouvrage tout indiqué pour les projets de fin d'études et peut servir de lecture complémentaire pour les étudiants avancés, voire de première référence à relire en commençant un cours de niveau universitaire.

En devenant une référence, cet ouvrage ne s'est pas pour autant figé dans le temps. Les innovations substantielles de cette cinquième édition le démontrent bien. Bien sûr, il y a du matériel supplémentaire, dont neuf nouvelles sections de chapitre et 29 nouveaux exemples seulement dans le tome 3. Mais nous avons aussi revu l'ensemble du texte principal : les explications les plus importantes ont été améliorées grâce à de nombreuses retouches apportées au texte ; des centaines de nouvelles figures, dont 124 seulement dans le tome 3, illustrent mieux les concepts de base. Cette nouvelle édition tient compte de l'intérêt d'un grand nombre d'étudiants pour les sciences de la vie et de la santé grâce à de nouveaux sujets connexes, de nouveaux passages dans le texte et une centaine de nouveaux exercices et problèmes de fin de chapitre spécialement conçus pour eux.

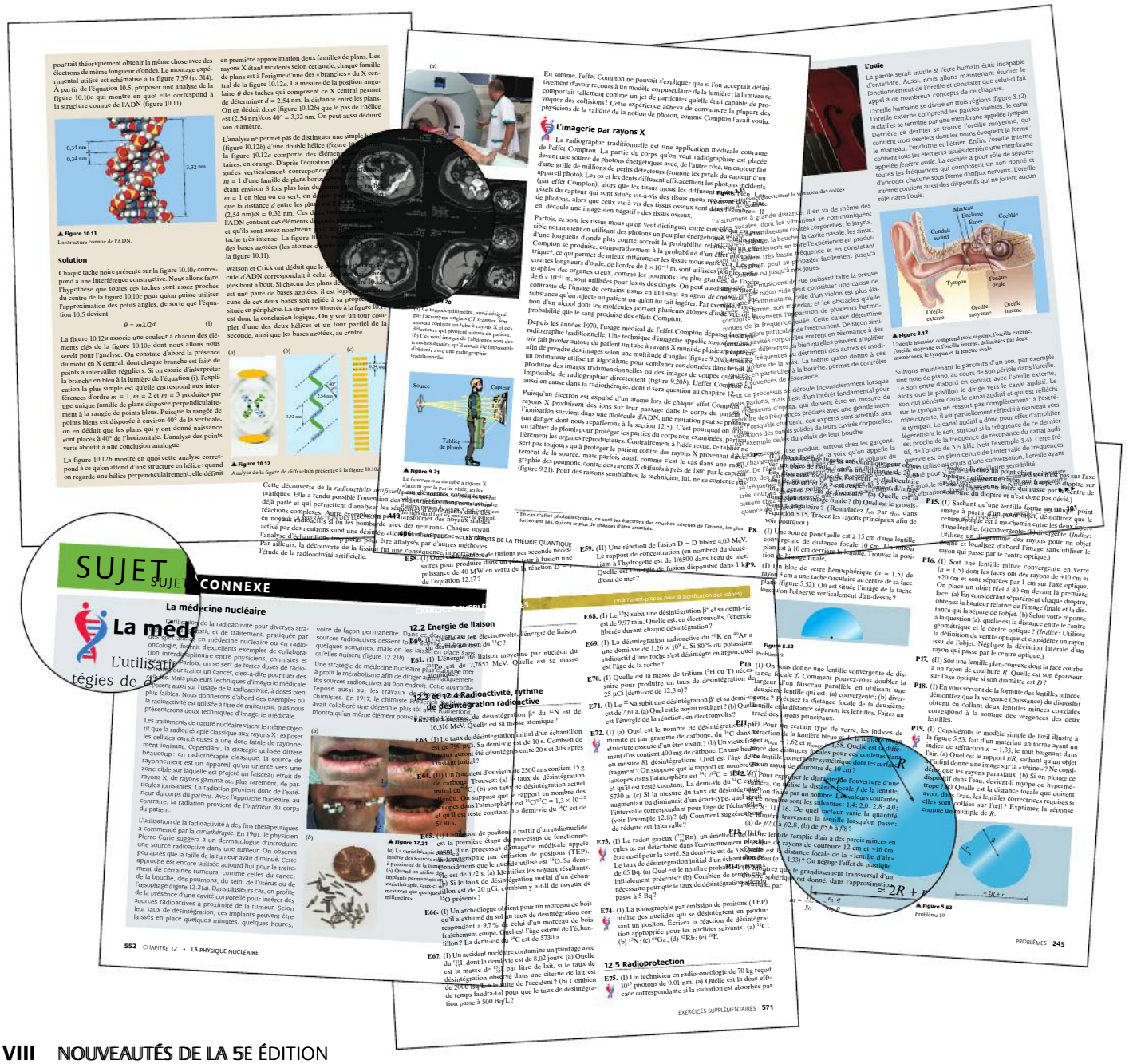
Ayant à cœur de rester au diapason des besoins des étudiants d'aujourd'hui, les auteurs-adaptateurs de la cinquième édition ont innové en plusieurs points, tant sur le plan du contenu que de la facture visuelle. Les pages suivantes présentent en détail ces nouveautés ainsi que l'ensemble des aides pédagogiques de l'ouvrage. Nous espérons que vous aurez du plaisir à les découvrir et nous formulons le vœu que ce manuel participe à l'enrichissement et au succès des étudiants.

Les auteurs-adaptateurs de la 5e édition
Mathieu Lachance, cégep de l'Outaouais
Benoît Villeneuve, cégep Édouard-Montpetit
Marc Séguin, collège de Maisonneuve
Janvier 2015

Nouveautés de la 5e édition

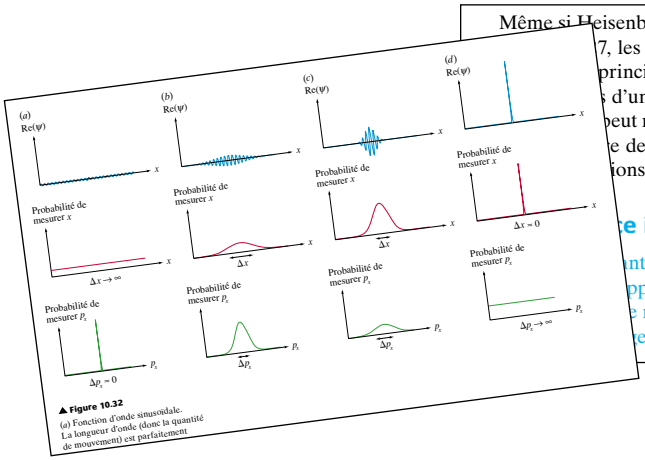
Des applications de la physique aux sciences de la vie

Désormais, plus de 250 applications, le tiers dans chaque tome, mettent en valeur la pertinence et l'importance de la physique dans divers domaines des sciences de la vie et de la santé. Facilement repérables grâce à l'icône, ces applications prennent plusieurs formes : quelques dizaines sont des passages intégrés directement au texte principal ; plus d'une centaine constituent de nouveaux exemples résolus ou de nouveaux exercices à la fin des chapitres ; quelques-unes sont de nouveaux sujets connexes. Celles du tome 3 traitent notamment du fonctionnement des cordes vocales et de l'oreille, des techniques d'échographie, du fonctionnement de la rétine, d'imagerie médicale, de modélisation en chimie organique, de radiothérapie et de radioprotection.



Un texte qui cible les erreurs conceptuelles fréquentes

Comme la recherche en didactique le montre, la plupart des étudiants commencent leurs études en physique avec un esprit encombré de fausses conceptions graves, qu'il s'agisse de leur propre version des lois du mouvement, de leur représentation de l'écoulement du courant électrique dans un fil ou de la nature de la lumière, pour ne nommer que ces cas. Grâce à de nouvelles figures ou de nouveaux exemples bien choisis, les erreurs conceptuelles les plus fréquentes sont confrontées au raisonnement adéquat, ce qui permet aux étudiants de remettre en question leurs conceptions.



▲ **Figure 10.32**
(a) Fonction d'onde sinusoïdale. La longueur d'onde (donc la quantité de mouvement) est parfaitement

Même si Heisenberg est l'auteur de ce raisonnement, il s'agit d'une erreur conceptuelle. 7, les concepts de la mécanique quantique ont été précisés et il est devenu principe d'incertitude n'a rien à voir avec la réductio du paquet d'ondes qui s d'une mesure. Par exemple, tel que nous l'avons pr nté à la section pr peut mesurer x et p_x sur des copies indépendantes du m e de l'un ne perturbe pas celle de l'autre. On obtient qu système, de ions Δx et Δp_x respectent le principe d'incertitude.

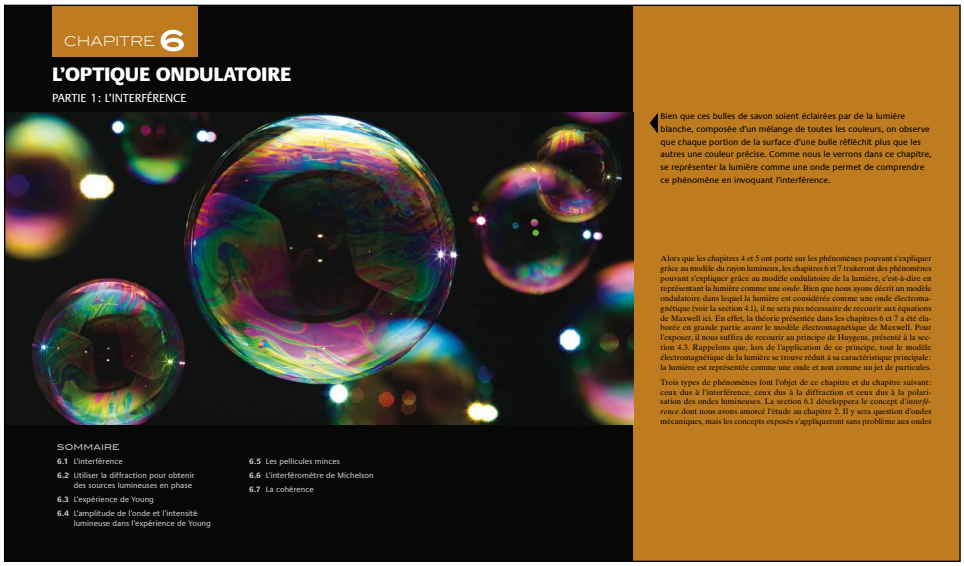
ce imaginée par Heisenberg

nt l'essentiel d'un des raisonnements que suivit Heisenberg pour montrer ppareil de mesure *idéal* ne pourrait déterminer simultanément la position e mouvement d'une particule. L'idée de base est de montrer qu'en mesu- e violemment p_x et vice versa.

d'incertitude. No

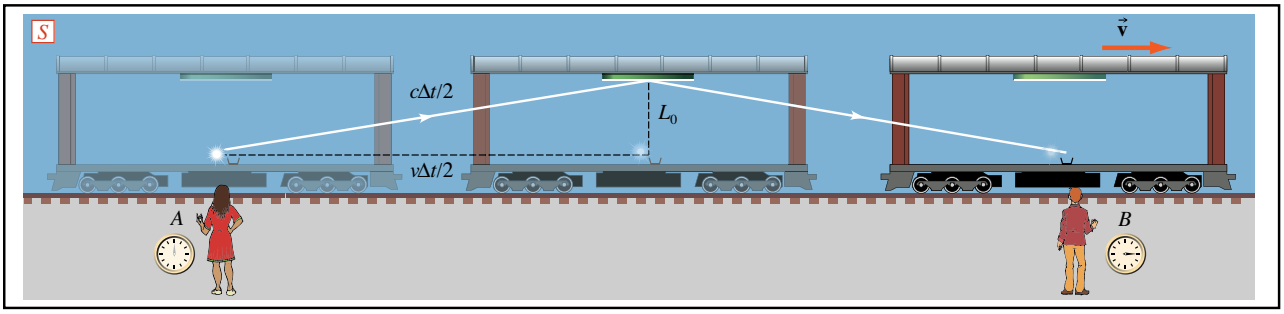
Des pages titres renouvelées

Désormais, une image grand format mettant en scène un concept physique dans un contexte quotidien donne le ton au début de chacun des chapitres. La légende, conçue pour être lue en premier, pique la curiosité du lecteur et fait le pont entre l'image et le texte du chapitre. Le sommaire présente en un coup d'œil le contenu du chapitre.



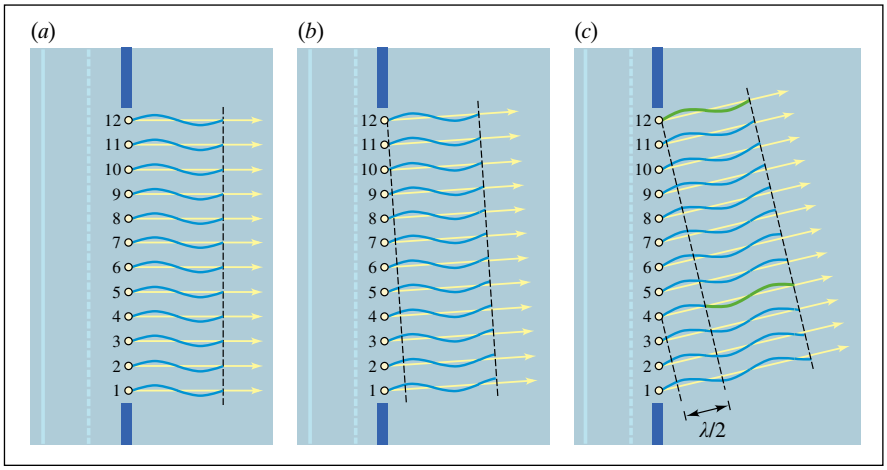
De nouvelles figures illustrant les concepts difficiles

Bien des concepts difficiles à saisir sont désormais rendus plus accessibles grâce à des figures qui permettent de mieux les appréhender. L'utilité de la notion de bras de levier ou le raisonnement géométrique qui conduit à $\delta = d \sin \theta$ dans l'expérience de Young, pour ne nommer que ces deux cas, peuvent maintenant être compris d'un simple coup d'œil. Plusieurs des nouvelles figures de la 5e édition servent cette nouvelle fin.



Des passages clés revus et bonifiés

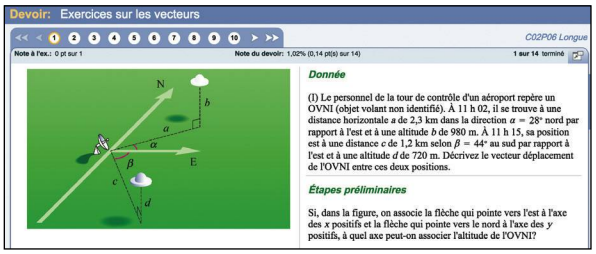
Dans chaque tome, nous avons ciblé des sections susceptibles d'être améliorées sensiblement par rapport à l'édition précédente. Ainsi, dans le tome 3, les conditions d'interférence sont maintenant abordées à la fois dans les chapitres 2 et 6. Le chapitre 4 comporte une nouvelle section sur les ondes électromagnétiques. De plus, la formation d'image et la présentation du concept d'objet virtuel y ont été regroupées dans une nouvelle section. La section 6.5 sur les pellicules minces a été complètement réécrite. L'explication de la diffraction, au chapitre 7, est maintenant abondamment illustrée et repose sur une présentation plus rigoureuse du principe de Huygens. Au chapitre 9, de nouvelles figures montrent mieux l'effet photoélectrique, l'effet Compton et le modèle de Bohr. De même, au chapitre 10, la section sur le principe d'incertitude a été entièrement réécrite et est beaucoup mieux illustrée: on distingue clairement l'indétermination et le concept d'effondrement du paquet d'onde.

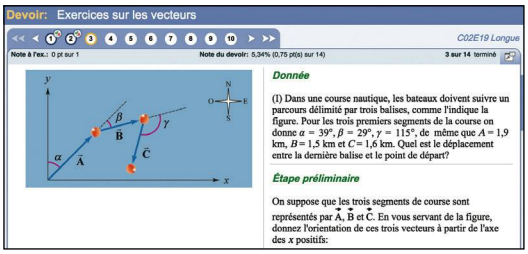


MonLab | xL

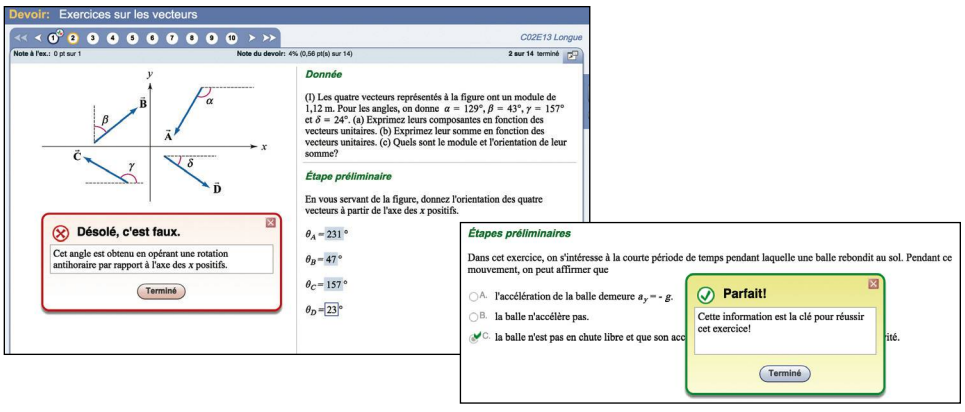
L'ouvrage entre de plain-pied dans le siècle du numérique grâce à MonLab | xL, une plate-forme d'exercices interactifs en ligne. Les étudiants peuvent y faire près d'un millier d'exercices. La version courte de ces exercices se limite à l'énoncé du manuel, alors que la version longue propose des étapes intermédiaires, qui aident à la compréhension. Les étudiants peuvent aussi y répondre à de nombreuses questions conceptuelles.

À chaque exercice, le logiciel génère aléatoirement des valeurs numériques. Lorsqu'un exercice est terminé, MonLab | xL modifie les données numériques de l'énoncé, de sorte que l'étudiant peut reprendre l'exercice et vérifier son degré de compréhension. En groupe, les valeurs que propose MonLab | xL diffèrent d'un étudiant à l'autre. Ainsi, l'enseignant peut utiliser la plate-forme pour concevoir des examens à correction automatique.

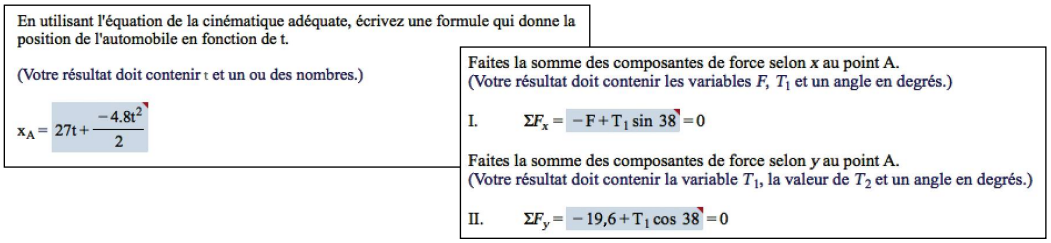




En travaillant avec MonLab | xL, les étudiants obtiennent une rétroaction instantanée, mais qui varie selon la réponse donnée, ce qui favorise leur autonomie.



Dans MonLab | xL, on trouve des questions à choix multiples ou encore des questions pour lesquelles la réponse est un nombre, du texte ou même une équation.



DES OUTILS PÉDAGOGIQUES ÉPROUVÉS

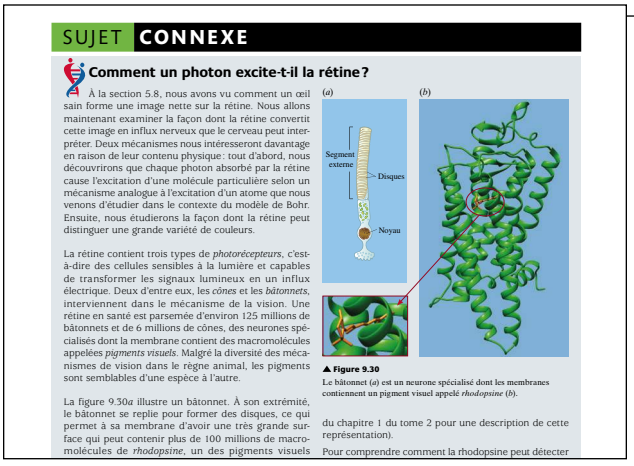
Voici d'autres moyens mis en œuvre pour faciliter la progression de l'étudiant et lui permettre d'assimiler le contenu du cours. Ces moyens ont su faire la force des éditions précédentes.

Deux pistes de lecture

Le *texte de base* est en noir, tandis que le *texte facultatif* est en bleu. Le découpage entre ces deux pistes de lecture permet d'omettre les passages facultatifs sans qu'il y ait rupture dans la continuité du texte de base. De plus, les passages facultatifs ne sont jamais un préalable à la compréhension du texte de base des chapitres suivants. Précisons que le texte en bleu n'est pas forcément plus difficile.

Il s'agit probablement de la plus célèbre des équations de la physique. Einstein lui-même la considérait comme la conséquence la plus importante de la relativité restreinte.

Nous avons dit ci-dessus qu'Einstein avait obtenu l'équation 8.21 à partir d'un raisonnement fondé sur le centre de masse d'un système isolé. Il s'agit d'une seule des nombreuses façons permettant de démontrer l'équation 8.21. Nous allons maintenant en voir les détails. Imaginons une boîte isolée de longueur L (figure 8.35) ayant une source lumineuse P à l'une de ses extrémités et un


SUJET CONNEXE

Comment un photon excite-t-il la rétine ?

À la section 5.8, nous avons vu comment un œil sain forme une image nette sur la rétine. Nous allons maintenant examiner la façon dont la rétine convertit cette image en influx nerveux que le cerveau peut interpréter. Deux mécanismes nous intéresseront davantage en raison de leur contenu physique : tout d'abord, nous découvrirons que chaque photon absorbé par la rétine cause l'excitation d'une molécule particulière selon un mécanisme analogue à l'excitation d'un atome que nous venons d'étudier dans le contexte du modèle de Bohr. Ensuite, nous étudierons la façon dont la rétine peut distinguer une grande variété de couleurs.

La rétine contient trois types de *photorécepteurs*, c'est-à-dire des cellules sensibles à la lumière et capables de transformer les signaux lumineux en un influx électrique. Deux d'entre eux, les *cônes* et les *bâtonnets*, interviennent dans le mécanisme de la vision. Une rétine en santé est parsemée d'environ 125 millions de bâtonnets et de 6 millions de cônes, des neurones spécialisés dont la membrane contient des macromolécules appelées *pigments visuels*. Malgré la diversité des mécanismes de vision dans le règne animal, les pigments sont semblables d'une espèce à l'autre.

La figure 9.30*a* illustre un bâtonnet. À son extrémité, le bâtonnet se replie pour former des disques, ce qui permet à sa membrane d'avoir une très grande surface qui peut contenir plus de 100 millions de macromolécules de *rhodopsine*, un des pigments visuels

▲ **Figure 9.30**
Le bâtonnet (*a*) est un neurone spécialisé dont les membranes contiennent un pigment visuel appelé *rhodopsine* (*b*).

du chapitre 1 du tome 2 pour une description de cette représentation).

Pour comprendre comment la rhodopsine peut détecter

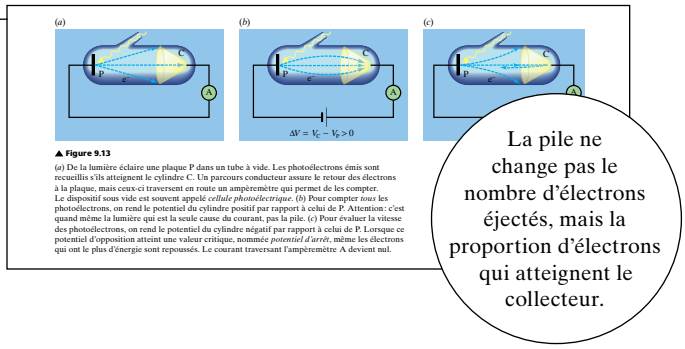
Sujets connexes

Les encadrés « Sujet connexe » portent sur des phénomènes ou des applications remarquables se rapportant au contenu de la section. Chacun ne fait que quelques pages, mais peut jouer le rôle d'une amorce : l'étudiant y apprend souvent l'existence du sujet et dispose après sa lecture de repères solides pour conduire une recherche plus poussée, par exemple sur Internet.

Une nouveauté dans cette 5e édition : plusieurs nouveaux sujets connexes font partie des nouvelles applications de la physique aux sciences de la vie. Ceux du tome 3 portent sur la bioacoustique, l'excitation de la rétine et la médecine nucléaire.

Des explications qualitatives

Nous avons évité de donner à cet ouvrage l'apparence d'une « liste de formules ». Seules les équations fondamentales sont surlignées (en vert) dans le texte, et l'ouvrage fait une place importante à la description qualitative des phénomènes (texte et figures), avant chaque mise en équation. Cette approche signale à l'étudiant que la physique ne saurait se réduire aux mathématiques.

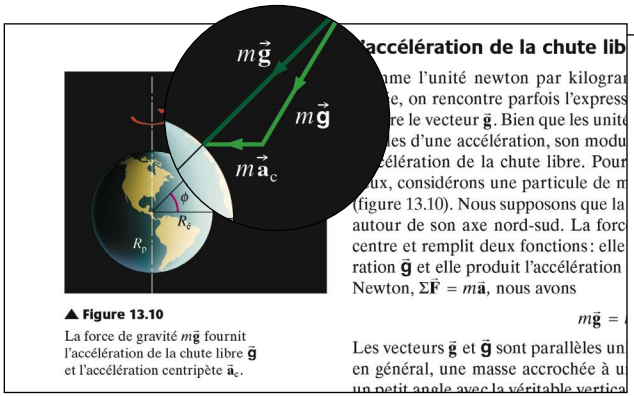


▲ **Figure 9.13**
(*a*) De la lumière éclaire une plaque P dans un tube à vide. Les photoélectrons émis sont recueillis s'ils atteignent le cylindre C. Un parcours conducteur assure le retour des électrons à la plaque, mais ceux-ci traversent en route un ampèremètre qui permet de les compter. Le dispositif sous vide est souvent appelé *cellule photoélectrique*. (*b*) Pour compter *tous* les photoélectrons, on rend le potentiel du cylindre positif par rapport à celui de P. Attention : c'est quand même la lumière qui est la seule cause du courant, pas la pile. (*c*) Pour évaluer la vitesse des photoélectrons, on rend le potentiel du cylindre négatif par rapport à celui de P. Lorsque ce potentiel d'opposition atteint une valeur critique, nommée *potentiel d'arrêt*, même les électrons qui ont le plus d'énergie sont repoussés. Le courant traversant l'ampèremètre A devient nul.

La pile ne change pas le nombre d'électrons éjectés, mais la proportion d'électrons qui atteignent le collecteur.

Une physique en constante évolution

Ce manuel se distingue par le fait qu'on évite d'y présenter les résultats de la physique comme des vérités absolues. Comme toutes les sciences, la physique évolue constamment pour expliquer de nouveaux résultats expérimentaux. Les termes utilisés dans cet ouvrage ont été soigneusement choisis pour projeter l'image d'une physique construite à partir des observations, d'une physique qui évolue.



▲ Figure 13.10
La force de gravité $m\vec{g}$ fournit l'accélération de la chute libre $\vec{g}$ et l'accélération centripète $\vec{a}_c$.

…ccélération de la chute lib

…mme l'unité newton par kilogra…
…e, on rencontre parfois l'express…
…re le vecteur $\vec{g}$. Bien que les unité…
…es d'une accélération, son modu…
…élération de la chute libre. Pour…
…ux, considérons une particule de m…
(figure 13.10). Nous supposons que la…
autour de son axe nord-sud. La forc…
centre et remplit deux fonctions : elle…
ration $\vec{g}$ et elle produit l'accélération…
Newton, $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$, nous avons

$$m\vec{g} = $$

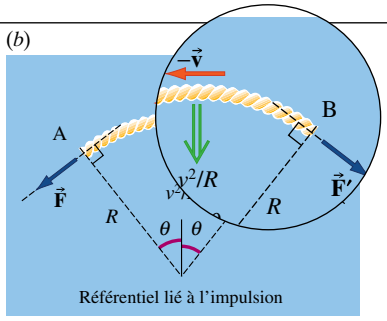
Les vecteurs $\vec{g}$ et $\vec{g}$ sont parallèles un…
en général, une masse accrochée à u…
un petit angle avec la véritable vertica…

Rigueur de la présentation

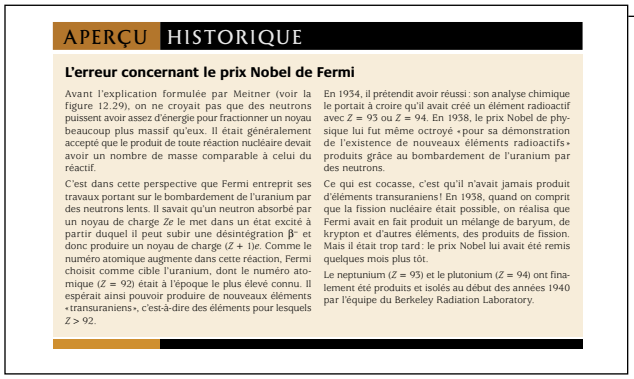
Notre premier objectif a été l'exactitude et la clarté. Nous espérons que le texte ne donne prise à aucune conception erronée. Dans plusieurs sections facultatives, nous nous sommes efforcés de couvrir convenablement des sujets souvent négligés. Une attention particulière a été accordée aux conventions de signes. Une distinction nette a été tracée entre la f.é.m. et la différence de potentiel, des symboles différents ont été attribués à l'accélération gravitationnelle et au champ gravitationnel, etc.

Une présentation unique pour chaque grandeur vectorielle

Les grandeurs physiques principales sont systématiquement associées à une couleur qui leur est propre tout au long de l'ouvrage. Une couleur différente est utilisée pour chaque type de force et pour chaque grandeur en cinématique. Une flèche double est utilisée pour l'accélération afin de la distinguer des forces sur les diagrammes de forces.



…pour déterminé…
…analyse détaillé…
…évoquerons ce …
Considérons un…
également que…
forme de la cor…
sa longueur qu'…
notre référentie…
vers la droite à …
verticale. Le ca…
Pour l'instant, il…


APERÇU HISTORIQUE

L'erreur concernant le prix Nobel de Fermi

Avant l'explication formulée par Meitner (voir la figure 12.29), on ne croyait pas que des neutrons puissent avoir assez d'énergie pour fractionner un noyau beaucoup plus massif qu'eux. Il était généralement accepté que le produit de toute réaction nucléaire devait avoir un nombre de masse comparable à celui du réactif.

C'est dans cette perspective que Fermi entreprit ses travaux portant sur le bombardement de l'uranium par des neutrons lents. Il savait qu'un neutron absorbé par un noyau de charge Ze le met dans un état excité à partir duquel il peut subir une désintégration β^- et donc produire un noyau de charge $(Z + 1)e$. Comme le numéro atomique augmente dans cette réaction, Fermi choisit comme cible l'uranium, dont le numéro atomique ($Z = 92$) était à l'époque le plus élevé connu. Il espérait ainsi pouvoir produire de nouveaux éléments « transuraniens », c'est-à-dire des éléments pour lesquels $Z > 92$.

En 1934, il prétendit avoir réussi : son analyse chimique le portait à croire qu'il avait créé un élément radioactif avec $Z = 93$ ou $Z = 94$. En 1938, le prix Nobel de physique lui fut même octroyé « pour sa démonstration de l'existence de nouveaux éléments radioactifs » produits grâce au bombardement de l'uranium par des neutrons.

Ce qui est cocasse, c'est qu'il n'avait jamais produit d'éléments transuraniens! En 1938, quand on comprit que la fission nucléaire était possible, on réalisa que Fermi avait en fait produit un mélange de baryum, de krypton et d'autres éléments, des produits de fission. Mais il était trop tard : le prix Nobel lui avait été remis quelques mois plus tôt.

Le neptunium ($Z = 93$) et le plutonium ($Z = 94$) ont finalement été produits et isolés au début des années 1940 par l'équipe du Berkeley Radiation Laboratory.

Une dimension historique omniprésente

Cet ouvrage se distingue aussi par son contenu historique, qui a été, autant que possible, intégré à même le texte principal. Les encadrés « Aperçu historique » présentent à l'occasion des exposés plus approfondis sur des sujets d'importance. Présente dans chacun des chapitres, l'information historique participe à notre présentation de la physique en tant qu'ensemble de savoirs construits, en évolution. Elle suggère que les savoirs aujourd'hui acceptés comme valables seront peut-être, eux aussi, remis en question dans le futur.

L'information historique joue un rôle supplémentaire : elle complète la présentation des erreurs conceptuelles fréquentes en montrant comment elles ont jadis été faites et par quel cheminement elles ont été écartées. Elle montre aussi aux étudiants que les choses peuvent demeurer longtemps embrouillées, même pour les plus grands esprits, avant qu'un consensus ne se dégage.

Concision du style

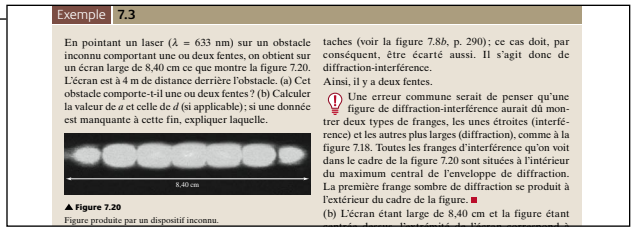
Sans sacrifier la qualité et la précision des explications, nous nous sommes efforcés de rédiger cet ouvrage dans un style simple, clair et concis, aussi bien sur le plan du texte que sur celui des calculs et de la notation mathématique. Les répétitions ont été limitées. Nous avons évité de donner de multiples versions d'une même équation ou de surligner un grand nombre d'équations. L'accent est plutôt mis sur les concepts fondamentaux.

LES AIDES PÉDAGOGIQUES

Nous présentons enfin les diverses rubriques de soutien à l'apprentissage présentes dans les chapitres.

Exemples

Ce manuel comporte de nombreux exemples résolus dont le degré de difficulté correspond autant à celui des problèmes les plus difficiles qu'à celui des exercices. À l'occasion, l'étudiant est averti des pièges ou des difficultés qu'il risque de rencontrer (mauvais départ, racines non physiques, données sans intérêt, difficultés liées à la notation, etc.). Dans les solutions des exemples, l'icône ⓘ signale les passages qui contiennent des conseils importants ou qui soulignent certaines subtilités.



Exemple 7.3

En pointant un laser (λ = 633 nm) sur un obstacle inconnu comportant une ou deux fentes, on obtient sur un écran large de 8,40 cm ce que montre la figure 7.20. L'écran est à 4 m de distance derrière l'obstacle. (a) Cet obstacle comporte-t-il une ou deux fentes ? (b) Calculer la valeur de a et celle de d (si applicable); si une donnée est manquante à cette fin, expliquer laquelle.

▲ **Figure 7.20**
Figure produite par un dispositif inconnu.

taches (voir la figure 7.8*b*, p. 290); ce cas doit, par conséquent, être écarté aussi. Il s'agit donc de diffraction-interférence.
Ainsi, il y a deux fentes.

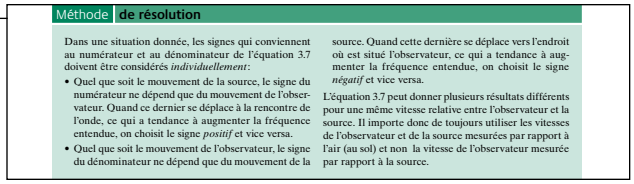
ⓘ Une erreur commune serait de penser qu'une figure de diffraction-interférence aurait dû montrer deux types de franges, les unes étroites (interférence) et les autres plus larges (diffraction), comme à la figure 7.18. Toutes les franges d'interférence qu'on voit dans le cadre de la figure 7.20 sont situées à l'intérieur du maximum central de l'enveloppe de diffraction. La première frange sombre de diffraction se produit à l'extérieur du cadre de la figure. ■

(b) L'écran étant large de 8,40 cm et la figure étant

Une nouveauté dans cette 5e édition : quelques dizaines d'exemples ont été ajoutés à des endroits stratégiques dans les trois tomes, 29 d'entre eux dans les chapitres importants du tome 3.

Méthodes de résolution

Même si nous avons accordé beaucoup d'importance aux aspects conceptuels, l'acquisition de procédures de travail applicables à certains types de situations demeure un objectif important de tout cours de physique. Nous avons donné tout au long du manuel des méthodes de résolution de problèmes suivant une approche par étapes.



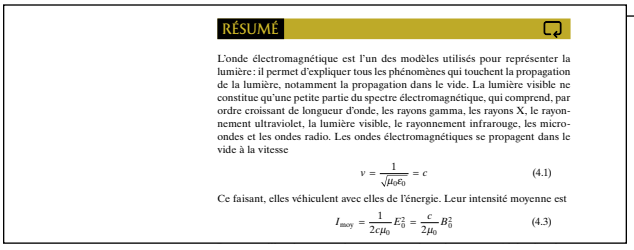
Méthode de résolution

Dans une situation donnée, les signes qui conviennent au numérateur et au dénominateur de l'équation 3.7 doivent être considérés *individuellement* :

- Quel que soit le mouvement de la source, le signe du numérateur ne dépend que du mouvement de l'observateur. Quand ce dernier se déplace à la rencontre de l'onde, ce qui a tendance à augmenter la fréquence entendue, on choisit le signe *positif* et vice versa.
- Quel que soit le mouvement de l'observateur, le signe du dénominateur ne dépend que du mouvement de la source. Quand cette dernière se déplace vers l'endroit où est situé l'observateur, ce qui a tendance à augmenter la fréquence entendue, on choisit le signe *négatif* et vice versa.

L'équation 3.7 peut donner plusieurs résultats différents pour une même vitesse relative entre l'observateur et la source. Il importe donc de toujours utiliser les vitesses de l'observateur et de la source mesurées par rapport à l'air (au sol) et non la vitesse de l'observateur mesurée par rapport à la source.

Une nouveauté dans cette 5e édition : plusieurs encadrés « Méthode de résolution » ont été ajoutés, en particulier quand une technique mathématique difficile était en jeu.



RÉSUMÉ

L'onde électromagnétique est l'un des modèles utilisés pour représenter la lumière : il permet d'expliquer tous les phénomènes qui touchent la propagation de la lumière, notamment la propagation dans le vide. La lumière visible ne constitue qu'une petite partie du spectre électromagnétique, qui comprend, par ordre croissant de longueur d'onde, les rayons gamma, les rayons X, le rayonnement ultraviolet, la lumière visible, le rayonnement infrarouge, les micro-ondes et les ondes radio. Les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide à la vitesse

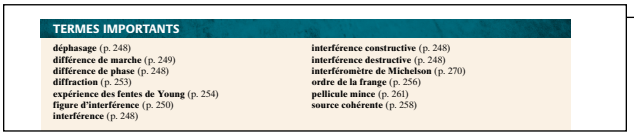
$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = c \qquad (4.1)$$

Ce faisant, elles véhiculent avec elles de l'énergie. Leur intensité moyenne est

$$I_{moy} = \frac{1}{2c\mu_0} E_0^2 = \frac{c}{2\mu_0} B_0^2 \qquad (4.3)$$

Résumé

Le résumé du chapitre rappelle brièvement les notions et principes essentiels et reprend les équations les plus importantes, celles qui sont surlignées en vert dans le chapitre. Ces équations ont la même numérotation dans le résumé et dans le texte, ce qui permet de les retrouver facilement au besoin.

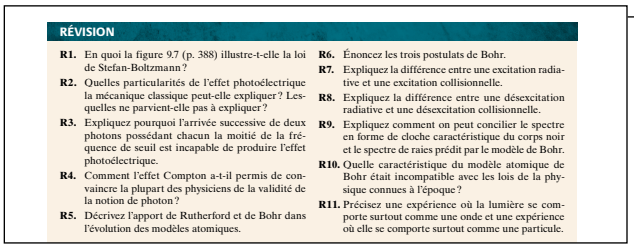


TERMES IMPORTANTS

déphasage (p. 248)
différence de marche (p. 249)
différence de phase (p. 248)
diffraction (p. 253)
expérience des fentes de Young (p. 254)
figure d'interférence (p. 250)
interférence (p. 248)
interférence constructive (p. 248)
interférence destructive (p. 248)
interféromètre de Michelson (p. 270)
ordre de la frange (p. 256)
pellicule mince (p. 261)
source cohérente (p. 258)

Termes importants

Les termes en gras du texte principal sont réunis et présentés alphabétiquement dans une liste placée immédiatement après le résumé du chapitre. Le professeur peut utiliser cette liste pour choisir des termes dont la définition pourrait être demandée à l'étudiant au cours d'un contrôle. Chaque terme important est accompagné d'un renvoi à la page où il est défini dans le chapitre.

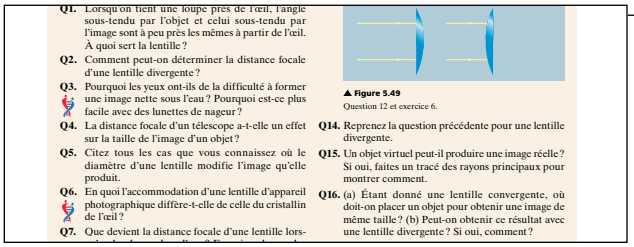


RÉVISION

R1. En quoi la figure 9.7 (p. 388) illustre-t-elle la loi de Stefan-Boltzmann ?
R2. Quelles particularités de l'effet photoélectrique la mécanique classique peut-elle expliquer ? Lesquelles ne parvient-elle pas à expliquer ?
R3. Expliquez pourquoi l'arrivée successive de deux photons possédant chacun la moitié de la fréquence de seuil est incapable de produire l'effet photoélectrique.
R4. Comment l'effet Compton a-t-il permis de convaincre la plupart des physiciens de la validité de la notion de photon ?
R5. Décrivez l'apport de Rutherford et de Bohr dans l'évolution des modèles atomiques.
R6. Énoncez les trois postulats de Bohr.
R7. Expliquez la différence entre une excitation radiative et une excitation collisionnelle.
R8. Expliquez la différence entre une désexcitation radiative et une désexcitation collisionnelle.
R9. Expliquez comment on peut concilier le spectre en forme de cloche caractéristique du corps noir et le spectre de raies prédit par le modèle de Bohr.
R10. Quelle caractéristique du modèle atomique de Bohr était incompatible avec les lois de la physique connues à l'époque ?
R11. Précisez une expérience où la lumière se comporte surtout comme une onde et une expérience où elle se comporte surtout comme une particule.

Révision

Une série de points de révision précède la liste de questions. L'étudiant trouvera les réponses directement dans le chapitre, sans avoir à faire de calculs ou à chercher de l'information complémentaire dans d'autres sources. Les points de révision sont présentés dans l'ordre où ils sont traités dans le chapitre.



Q1. Lorsqu'on tient une loupe près de l'œil, l'angle sous-tendu par l'objet et celui sous-tendu par l'image sont à peu près les mêmes à partir de l'œil. À quoi sert la lentille ?
Q2. Comment peut-on déterminer la distance focale d'une lentille divergente ?
Q3. Pourquoi les yeux ont-ils de la difficulté à former une image nette sous l'eau ? Pourquoi est-ce plus facile avec des lunettes de nageur ?
Q4. La distance focale d'un télescope a-t-elle un effet sur la taille de l'image d'un objet ?
Q5. Citez tous les cas que vous connaissez où le diamètre d'une lentille modifie l'image qu'elle produit.
Q6. En quoi l'accommodation d'une lentille d'appareil photographique diffère-t-elle de celle du cristallin de l'œil ?
Q7. Que devient la distance focale d'une lentille lors-

▲ **Figure 5.49**
Question 12 et exercice 6.

Q14. Reprenez la question précédente pour une lentille divergente.
Q15. Un objet virtuel peut-il produire une image réelle ? Si oui, faites un tracé des rayons principaux pour montrer comment.
Q16. (a) Étant donné une lentille convergente, où doit-on placer un objet pour obtenir une image de même taille ? (b) Peut-on obtenir ce résultat avec une lentille divergente ? Si oui, comment ?

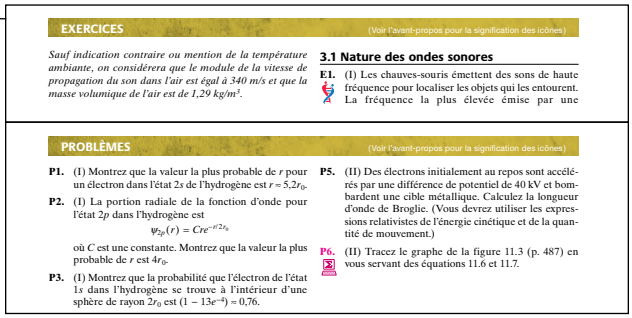
Questions

Les questions traitent des aspects conceptuels de la matière du chapitre : l'étudiant doit en général pouvoir y répondre sans faire de calculs. Nous avons tenu à présenter tout un éventail de niveaux de difficulté, ce qui montre que la physique peut poser autant de défis conceptuels que mathématiques.

Exercices et problèmes

Chaque exercice porte sur une section donnée du chapitre, alors que les problèmes ont une portée plus générale. Pour aider les étudiants et les professeurs dans le choix des exercices et des problèmes, nous leur avons attribué un degré de difficulté (I ou II). Les réponses à tous les exercices et problèmes figurent à la fin du livre.

Les exercices et les problèmes qui mettent en scène une situation pertinente dans une des sciences de la vie sont signalés par l'icône . Ceux qui peuvent être résolus (entièrement ou partiellement) à l'aide d'une calculatrice graphique ou d'un logiciel de calcul symbolique sont signalés par l'icône . Lorsque tout l'exercice (ou le problème) est visé, le numéro de l'exercice est de couleur fuchsia ; s'il s'agit seulement d'une partie de l'exercice, c'est la lettre de la question en cause qui est de cette couleur. Le solutionnaire en ligne donne les lignes de commande qui permettent d'obtenir, avec le logiciel Maple, le résultat recherché.



EXERCICES (Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Sauf indication contraire ou mention de la température ambiante, on considérera que le module de la vitesse de propagation du son dans l'air est égal à 340 m/s et que la masse volumique de l'air est de 1,29 kg/m³.

3.1 Nature des ondes sonores

E1. (I) Les chauves-souris émettent des sons de haute fréquence pour localiser les objets qui les entourent. La fréquence la plus élevée émise par une

PROBLÈMES (Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

P1. (I) Montrez que la valeur la plus probable de r pour un électron dans l'état 2*s* de l'hydrogène est $r = 5{,}2r_0$.
P2. (I) La portion radiale de la fonction d'onde pour l'état 2*p* dans l'hydrogène est

$$\psi_{2p}(r) = Cre^{-r/2r_0}$$

où C est une constante. Montrez que la valeur la plus probable de r est $4r_0$.
P3. (I) Montrez que la probabilité que l'électron de l'état 1*s* dans l'hydrogène se trouve à l'intérieur d'une sphère de rayon $2r_0$ est $(1 - 13e^{-4}) = 0{,}76$.
P5. (II) Des électrons initialement au repos sont accélérés par une différence de potentiel de 40 kV et bombardent une cible métallique. Calculez la longueur d'onde de Broglie. (Vous devrez utiliser les expressions relativistes de l'énergie cinétique et de la quantité de mouvement.)
P6. (II) Tracez le graphe de la figure 11.3 (p. 487) en vous servant des équations 11.6 et 11.7.

Une nouveauté dans cette 5e édition : une centaine d'exercices ou de problèmes ont été ajoutés dans les trois tomes.

Outils Web

Les outils Web des éditions précédentes sont maintenant présents dans la plateforme MonLab | Documents. On peut y trouver les capsules *Clip physique*, c'est-à-dire quelque 300 exercices et problèmes résolus sous forme de courtes capsules vidéo, où on entend un enseignant expliquer la démarche qu'il applique. On y trouve aussi les simulations interactives *Physique animée*.

Remerciements

Remerciements de Harris Benson dans l'édition originale

Une quarantaine de professeurs ont agi à titre de réviseurs et nous ont fait part de leurs remarques et suggestions. Leur contribution a énormément ajouté à la qualité du manuscrit. Tous ont fait preuve d'une grande compréhension des besoins des étudiants, et nous leur sommes infiniment reconnaissant de leur aide et de leurs conseils.

Nous avons eu la chance de pouvoir consulter Stephen G. Brush, historien des sciences de renom, qui nous a fait de nombreuses suggestions concernant les questions d'histoire des sciences ; seules quelques-unes ont pu être abordées. De même, Kenneth W. Ford, physicien et auteur, nous a donné des conseils précieux sur des questions de pédagogie et de physique. Nous lui sommes reconnaissant de l'intérêt qu'il a manifesté envers ce projet et de ses encouragements.

Nous voulons exprimer notre gratitude envers nos collègues pour le soutien qu'ils nous ont apporté. Nous tenons à remercier Luong Nguyen, qui nous a encouragé dès le début. Avec David Stephen et Paul Antaki, il nous a fourni une abondante documentation de référence. Nous avons aussi tiré profit de nos discussions avec Michael Cowan et Jack Burnett.

Enfin, nous devons beaucoup à notre femme, Frances, et à nos enfants, Coleman et Emily. Nous n'aurions jamais pu terminer ce livre sans la patience, l'amour et la tolérance dont ils ont fait preuve pendant des années. À l'avenir, le temps passé avec eux ne sera plus aussi mesuré.

Nous espérons que, grâce à cet ouvrage, les étudiants feront de la physique avec intérêt et plaisir.

Harris Benson, cégep Vanier

Remerciements des adaptateurs de la 5e édition

L'évolution constante de cet ouvrage ne saurait être possible sans les nombreux échanges que nous avons avec les lecteurs, notamment avec les professeurs du réseau collégial québécois. Nous vous invitons à poursuivre cette collaboration enrichissante en nous transmettant vos commentaires, suggestions et trouvailles à l'adresse assistance@pearsonerpi.com. Nous serons heureux de poursuivre ainsi ce travail d'amélioration continue qui nous tient tous à cœur.

Nous tenons à remercier toutes les personnes qui ont contribué, par leurs commentaires et leurs suggestions, à améliorer cet ouvrage. Avec les années, tellement de gens ont contribué à nos travaux qu'il devient impossible de tous les nommer. Chacun d'entre eux mérite néanmoins notre gratitude.

Nous tenons particulièrement à remercier les enseignants et les professeurs qui ont participé au sondage de 2012 ainsi que ceux qui ont pris la peine d'écrire ou de téléphoner depuis. Tous ont ainsi permis de guider les travaux de la cinquième édition. Alexandre April, Martin Charest, Josée Labrie, Ivan L'Heureux, Olivier Tardif-Paradis et Jocelyn Plourde n'en sont que quelques-uns.

Nous voudrions aussi souligner le remarquable soutien de l'équipe des Éditions du Renouveau Pédagogique, en particulier Jean-Pierre Albert et Philippe Dubé qui ont mis ce projet sur les rails, Chantal Bordeleau pour son assistance dans la recherche de photos, Martin Tremblay pour cette superbe nouvelle maquette, Sylvain Bournival, pour son suivi méthodique de l'ensemble du projet, Jean-Pierre Regnault, qui a révisé le manuscrit, et Line Nadeau, qui a corrigé les épreuves.

Mathieu Lachance, qui dirige l'équipe des auteurs-adaptateurs depuis la quatrième édition, tient à remercier Benoît Villeneuve et Marc Séguin pour lui avoir permis de prendre la relève de cet imposant projet. Il remercie particulièrement les personnes sans qui ses nouvelles applications de la physique aux sciences de la vie n'auraient jamais été aussi nombreuses et diversifiées, dont ses collègues Claude Desruisseaux, Luc Fournier, Simon Lespérance et Yves Pelletier. De nombreux spécialistes lui ont fourni du matériel et des idées, en particulier Frédéric Barrette-Pellerin, Karine Deslauriers, Tifanie L'Heureux, Dat Nguyen-Dinh, Pascal Rioux et Angela Scott. Les commentaires des réviseurs, dont les professeurs Mickael Begon, Christian Giguère, Vasek Mezl et Michel Pézolet, ont été précieux. Il remercie aussi Martin Tremblay d'avoir su créer cette géniale icône évoquant à la fois l'ADN et des êtres humains. Enfin, ses pensées les plus importantes vont à sa famille : Eliane, je t'aime et je te remercie de l'appui que tu m'as témoigné pendant ce véritable marathon ; Aubert et Augustine, papa pourra maintenant jouer plus souvent.

Les auteurs-adaptateurs de la 5e édition
Mathieu Lachance, cégep de l'Outaouais
Benoît Villeneuve, cégep Édouard-Montpetit
Marc Séguin, collège de Maisonneuve

Sommaire

CHAPITRE 1
Les oscillations 2

CHAPITRE 2
Les ondes mécaniques 42

CHAPITRE 3
Le son 88

CHAPITRE 4
La lumière, la réflexion et la réfraction 124

CHAPITRE 5
Les lentilles et les instruments optiques 190

CHAPITRE 6
L'optique ondulatoire 246
Partie 1 : l'interférence

CHAPITRE 7
L'optique ondulatoire 286
Partie 2 : la diffraction et la polarisation

CHAPITRE 8
La relativité restreinte 336

CHAPITRE 9
Les débuts de la théorie quantique 382

CHAPITRE 10
La mécanique quantique 440

CHAPITRE 11
Atomes et solides 482

CHAPITRE 12
La physique nucléaire 520

CHAPITRE 13
Les particules élémentaires 574

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1
Les oscillations 2

1.1 L'oscillation harmonique simple 4
1.2 Le système bloc-ressort 8
1.3 L'énergie dans un mouvement harmonique simple. 15
1.4 Les pendules 18
1.5 Les oscillations amorties 21
1.6 Les oscillations forcées et la résonance 24
Sujet connexe Autant en emporte le vent : l'effondrement du pont de Tacoma Narrows 26

CHAPITRE 2
Les ondes mécaniques. 42

2.1 Les caractéristiques des ondes 45
2.2 La vitesse d'une onde dépend du milieu 48
2.3 Les ondes progressives. 50
2.4 Les ondes sinusoïdales progressives 52
2.5 La réflexion et la transmission 57
2.6 La superposition d'ondes 59
2.7 L'interférence d'ondes sinusoïdales 62
2.8 Les ondes stationnaires 65
2.9 Les ondes stationnaires résonantes sur une corde 66
2.10 Les fonctions d'onde sont les solutions d'une équation d'onde . . . 71
2.11 La propagation de l'énergie sur une corde 73
2.12 L'équation d'onde d'une corde 75

CHAPITRE 3
Le son 88

3.1 La nature des ondes sonores 90
3.2 Les ondes sonores stationnaires résonantes 95
Sujet connexe La parole et l'ouïe 100
3.3 L'effet Doppler 103
Méthode de résolution 105
3.4 Les battements 107
3.5 L'intensité du son 109
3.6 Les ondes sonores : notions avancées 112
3.7 Les séries de Fourier 115

CHAPITRE 4
La lumière, la réflexion et la réfraction 124

4.1 Le modèle électromagnétique 126
4.2 Le spectre électromagnétique 133
4.3 Le principe de Huygens 137
Aperçu historique Le principe de Huygens. 140
4.4 La réflexion et la réfraction des ondes 141
4.5 L'optique géométrique 143
4.6 La réflexion et la réfraction en optique géométrique 144
4.7 La réflexion totale interne 149
4.8 Le prisme et la dispersion 152
Aperçu historique L'expérience du prisme de Newton 155
Sujet connexe L'arc-en-ciel. 157
4.9 La formation d'images par réflexion et par réfraction. 159
4.10 Le miroir plan 165
4.11 Les miroirs sphériques 167
4.12 La vitesse de la lumière 176

CHAPITRE 5
Les lentilles et les instruments optiques 190

5.1 Les propriétés des lentilles. 192
5.2 Les dioptres sphériques et la formule des opticiens 198
5.3 Les lentilles minces. 206
Méthode de résolution Système de deux lentilles. 210
5.4 Le grossissement angulaire des instruments optiques 213
5.5 La loupe. 215
5.6 Le microscope composé 218
5.7 Le télescope 221
Aperçu historique L'évolution des télescopes 224
5.8 L'œil. 226
Sujet connexe Les lentilles cornéennes. 236

CHAPITRE 6
L'optique ondulatoire 246
Partie 1 : l'interférence

6.1 L'interférence 248
6.2 Utiliser la diffraction pour obtenir des sources lumineuses en phase 253
6.3 L'expérience de Young. 253
6.4 L'amplitude de l'onde et l'intensité lumineuse dans l'expérience de Young. 258
6.5 Les pellicules minces 260
Méthode de résolution 264
6.6 L'interféromètre de Michelson 270
6.7 La cohérence 272
Aperçu historique Les deux théories de la lumière 274

CHAPITRE 7
L'optique ondulatoire 286
Partie 2 : la diffraction et la polarisation

7.1 La diffraction 288
7.2 La figure de diffraction produite par une fente simple 294
7.3 Le critère de Rayleigh 299
7.4 Les réseaux de diffraction 302
7.5 Les fentes multiples 305
7.6 L'intensité de la figure de diffraction produite par une fente simple 310
7.7 Le pouvoir de résolution d'un réseau 312
7.8 La diffraction des rayons X 313
7.9 La polarisation 315
Sujet connexe L'holographie 322

CHAPITRE 8
La relativité restreinte 336

8.1 L'indétectable éther 338
Aperçu historique L'effondrement du concept d'éther 339
8.2 La covariance 341
8.3 Les deux postulats d'Einstein 343
8.4 Les méthodes de mesure 345
8.5 La relativité de la simultanéité 347
8.6 La dilatation du temps 349
8.7 La contraction des longueurs 354
8.8 L'effet Doppler relativiste 357
8.9 Le « paradoxe » des jumeaux 358
8.10 La transformation de Lorentz 361
8.11 La formulation de la transformation de Lorentz 364
8.12 L'addition relativiste des vitesses 365
8.13 Le « paradoxe » de la perche et de la grange 366
8.14 La quantité de mouvement et l'énergie 367
8.15 La relativité et l'électromagnétisme 372

CHAPITRE 9
Les débuts de la théorie quantique 382

9.1 La spectroscopie 384
9.2 Le rayonnement du corps noir 387
9.3 L'effet photoélectrique 395
9.4 L'effet Compton 403
9.5 Les spectres de raies 407
9.6 Les modèles atomiques classiques 409
9.7 Le modèle de Bohr pour l'atome à un seul électron 412
Sujet connexe Comment un photon excite-t-il la rétine ? 420
9.8 La dualité onde-particule de la lumière 423
9.9 Le principe de correspondance de Bohr 425
Sujet connexe Les lasers 426

CHAPITRE 10
La mécanique quantique 440

10.1 Les ondes de Broglie 442
10.2 La diffraction des électrons 444
10.3 Le paquet d'ondes 450
10.4 L'équation d'onde de Schrödinger 452
10.5 La fonction d'onde 454
10.6 Applications de la mécanique quantique 456
10.7 Le principe d'incertitude de Heisenberg 464
10.8 La réduction du paquet d'ondes 468
10.9 La dualité onde-particule 470
Sujet connexe Les microscopes électroniques 471

CHAPITRE 11
Atomes et solides 482

11.1 Les nombres quantiques de l'atome d'hydrogène 484
11.2 Les fonctions d'onde de l'atome d'hydrogène 486
11.3 Le spin 489
11.4 Les atomes à plusieurs électrons 490
11.5 Les rayons X et les travaux de Moseley sur le numéro atomique 491
11.6 Le principe d'exclusion de Pauli et le tableau périodique 494
11.7 Les moments magnétiques 497
11.8 La théorie des bandes d'énergie dans les solides 499
11.9 Les dispositifs semi-conducteurs 503
Sujet connexe La supraconductivité 508

CHAPITRE 12
La physique nucléaire 520

12.1 La structure du noyau 522
12.2 La force nucléaire, l'énergie de liaison et la stabilité du noyau . . . 527
12.3 La radioactivité 533
12.4 Le rythme de désintégration radioactive 540
12.5 Les dangers des émissions radioactives et la radioprotection 546
12.6 Les réactions nucléaires 550
Sujet connexe La médecine nucléaire 552
12.7 La fission 556
Aperçu historique L'erreur concernant le prix Nobel de Fermi 558
12.8 La fusion 559
Sujet connexe Les réacteurs nucléaires 560

CHAPITRE 13
Les particules élémentaires 574

13.1 L'antimatière 576
13.2 Les forces d'échange 577
13.3 La classification des particules 581
13.4 La symétrie et les lois de conservation 584
13.5 Le groupe SU(3) et les quarks 586
13.6 La couleur 589
13.7 Les théories de jauge 589
13.8 L'interaction électrofaible 592
13.9 Les nouveaux quarks 594
13.10 La chromodynamique quantique 596
13.11 La grande théorie unifiée 597

ANNEXES

A Unités SI 599
B Rappels de mathématiques 600
C Rappels de calcul différentiel et intégral 603
D Tableau périodique des éléments 605
E Table des isotopes les plus abondants 606

Réponses aux exercices et aux problèmes 613

Sources des photographies 625

Index 627

CHAPITRE 1

LES OSCILLATIONS

SOMMAIRE

1.1 L'oscillation harmonique simple

1.2 Le système bloc-ressort

1.3 L'énergie dans un mouvement harmonique simple

1.4 Les pendules

1.5 Les oscillations amorties

1.6 Les oscillations forcées et la résonance

Quand il passe dans un gros nid-de-poule, un autobus oscille de haut en bas sur sa suspension. Si celle-ci est usée ou mal ajustée, l'oscillation dure longtemps et a une amplitude importante, ce qui est désagréable pour les passagers. Dans ce chapitre, nous apprendrons à décrire de telles oscillations.

Un **mouvement périodique** est un mouvement qui se répète à intervalles réguliers. Certains mouvements périodiques sont des mouvements de va-et-vient entre deux positions extrêmes sur une trajectoire donnée. L'oscillation d'un pendule, le mouvement du piston d'un moteur, la vibration de chaque segment d'une corde de guitare ou d'un cône de haut-parleur, de même que les vibrations des atomes dans un solide sont des exemples d'un tel mouvement périodique, que l'on appelle **oscillation**. En général, une oscillation est une fluctuation périodique de la valeur d'une grandeur physique au-dessus et au-dessous d'une certaine valeur d'équilibre, ou valeur centrale.

Dans les *oscillations mécaniques*, comme celles que nous venons de citer, un corps subit un déplacement linéaire ou angulaire par rapport à la position d'équilibre. Les *oscillations non mécaniques* font intervenir la variation de grandeurs telles qu'une différence de potentiel ou une charge dans les circuits électriques, un champ électrique ou magnétique dans les signaux de radio et de télévision. Dans ce chapitre, nous allons limiter notre étude aux oscillations mécaniques, mais les techniques exposées sont valables pour d'autres types de comportement oscillatoire.

Les premières observations quantitatives portant sur les oscillations ont probablement été faites par Galilée. Pour allumer les chandeliers de la cathédrale de Pise, on devait les tirer vers une galerie. Lorsqu'on les lâchait, ils oscillaient pendant un certain temps. Un jour, Galilée mesura la durée des oscillations en utilisant les battements de son pouls en guise de chronomètre et constata avec surprise que la durée des oscillations ne variait pas, même si leur amplitude diminuait. Cette propriété d'**isochronisme** (*iso* = identique, *chronos* = temps) fut à la base des premières horloges à pendule.

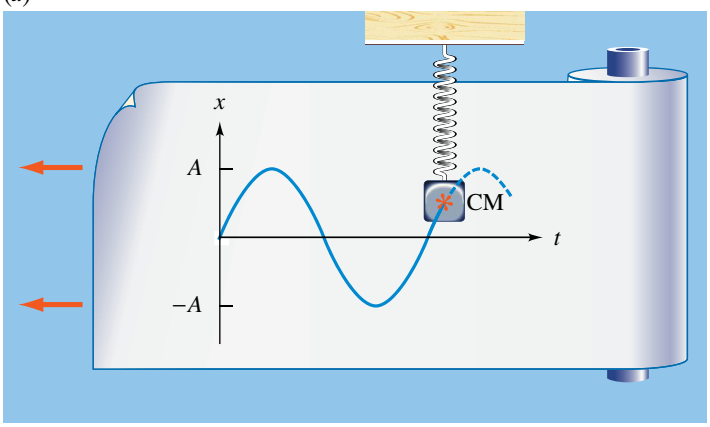
À la section 1.1, nous allons étudier la cinématique d'une *oscillation harmonique simple*, une oscillation qui a lieu sans perte d'énergie. Les sections 1.2 et 1.4 présenteront deux systèmes mécaniques idéaux qui décrivent une telle oscillation.

Nous survolerons les oscillations *amorties* (section 1.5) qui surviennent lorsqu'un frottement ou un autre mécanisme entraîne une diminution d'énergie, de même que les oscillations *forcées* (section 1.6) qui surviennent lorsqu'un agent extérieur influence l'oscillation. En particulier, nous étudierons la réponse d'un système à une force d'entraînement extérieure qui varie sinusoïdalement dans le temps et verrons que, lorsque la fréquence de cette force d'entraînement est proche de la fréquence naturelle d'oscillation du système, l'amplitude de l'oscillation devient maximale, un phénomène qui s'appelle la *résonance*.

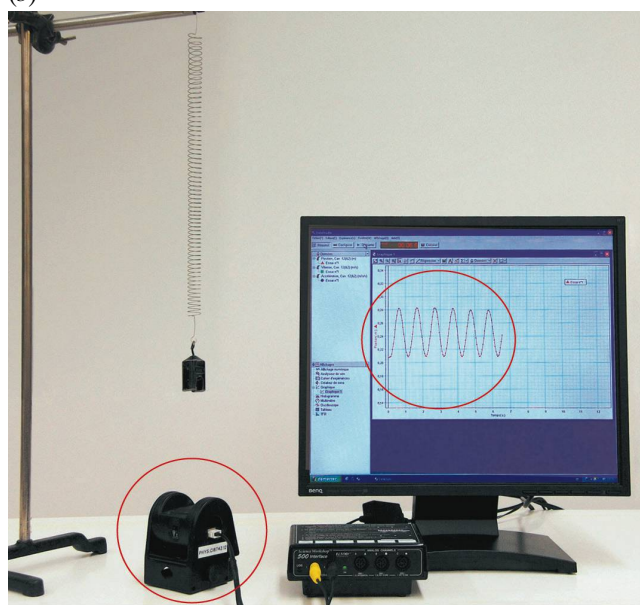
1.1 L'OSCILLATION HARMONIQUE SIMPLE

On peut étudier les oscillations en général en se servant d'un cas d'oscillation mécanique, celle décrite par un **système bloc-ressort**, un montage simple constitué d'un bloc attaché à un ressort idéal. Si on considère le bloc comme une particule, on peut étudier comment sa position x évolue dans le temps par rapport à sa valeur d'équilibre. Pour ce faire, on peut enregistrer le mouvement sur une bande de papier qui se déplace à vitesse constante ou utiliser un capteur de mouvement relié à un logiciel (figure 1.1). Dans le premier cas, la position x correspond à celle du centre de masse et dans le second cas, à celle du dessous du bloc. Dans les deux cas, on obtient une courbe de forme sinusoïdale. En l'absence de frottement, la position x oscille entre les valeurs extrêmes $x = +A$

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 1.1

(*a*) Un bloc oscillant trace une courbe sinusoïdale sur une bande de papier se déplaçant à vitesse constante. (*b*) Un logiciel qui utilise un capteur (voir directement sous le bloc) pour mesurer plusieurs fois par seconde la position du bloc affiche un graphique (voir sur l'écran) ayant lui aussi la forme d'une courbe sinusoïdale.

et $x = -A$, où A est l'**amplitude** de l'oscillation. (Généralement, la valeur choisie pour la position d'équilibre est $x = 0$.) Si on choisit de décrire le mouvement du bloc à partir d'un instant $t = 0$ où le bloc est à la position d'équilibre et où il se déplace dans le sens des x positifs, la position du bloc en fonction du temps est donnée par

$$x(t) = A \sin \omega t$$

où ω, mesurée en radians par seconde, est appelée **fréquence angulaire**, ou *pulsation*. (On ne doit pas utiliser le terme « vitesse angulaire », car ici ω ne correspond pas au mouvement de rotation d'un corps physique.) Un cycle, une oscillation complète, correspond à 2π rad et il s'effectue en une **période**, T. Par conséquent, $2\pi = \omega T$ ou

Fréquence angulaire

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad (1.1)$$

où $f = 1/T$, que l'on appelle la **fréquence**, est mesurée en hertz (Hz). Notons que $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$.

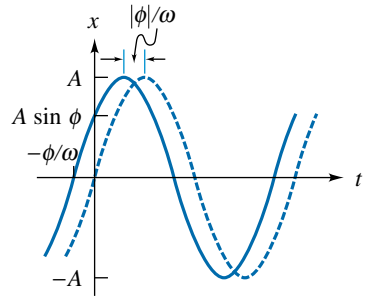
À la figure 1.1*a*, le bloc est en $x = 0$ à $t = 0$, et il se déplace dans le sens des x positifs. En général, ce n'est pas le cas (par exemple à la figure 1.1*b* ou 1.2), et l'on écrit

Oscillation harmonique simple

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \qquad (1.2)$$

Dans cette équation, l'argument $\omega t + \phi$ s'appelle la **phase** ou l'**angle de phase**. Cet argument contient deux termes dont le premier, ωt, croît avec un rythme constant quand le temps t s'écoule, alors que le second, ϕ, demeure constant. Cet angle ϕ, qui correspond à la valeur de la phase quand $t = 0$, est appelé indifféremment **phase initiale** ou **constante de phase**. Il arrive aussi que le terme *déphasage* soit utilisé pour désigner ϕ même si, comme nous le verrons aux chapitres 2 et 6, le déphasage est plutôt défini comme l'*écart* entre les phases de deux oscillations*. La phase et la constante de phase sont toutes deux mesurées en radians. Les valeurs particulières de A et de ϕ dans une situation donnée sont déterminées par les valeurs de x et de $v_x = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ à un moment particulier, par exemple $t = 0$.

D'après l'équation 1.2, on voit que $x = A \sin \phi$ pour $t = 0$ et que $x = 0$ quand $\sin(\omega t + \phi) = 0$. Autrement dit, $x = 0$ lorsque $\omega t = -\phi$ ou $t = -\phi/\omega$. Comme le montre la figure 1.2, cela signifie que la courbe de $x = A \sin(\omega t + \phi)$ est décalée horizontalement d'une distance $|\phi|/\omega$ par rapport à $x = A \sin \omega t$. Ce décalage peut aussi se voir comme une translation de la fonction $x = A \sin \omega t$ le long de l'axe des t, puisque l'équation 1.2 équivaut à $x = A \sin[\omega(t + \phi/\omega)]$. Ainsi, le décalage est vers la gauche si ϕ est positif et il est vers la droite si ϕ est négatif. Un rappel des translations de fonctions est présenté à l'annexe B.



▲ **Figure 1.2**

La fonction $x = A \sin(\omega t + \phi)$, représentée par la courbe continue, est décalée de ϕ/ω vers la gauche par rapport à $x = A \sin \omega t$ (en pointillé). La position à $t = 0$ est $x = A \sin \phi$.

* En effet, la constante de phase d'*une* oscillation pouvant être interprétée comme le déphasage entre l'oscillation $x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$ et l'oscillation théorique $x(t) = A \sin \omega t$, l'usage du mot « déphasage » pour désigner ϕ est assez répandu.

Un système quelconque dans lequel la variation d'une grandeur physique en fonction du temps est donnée par l'équation 1.2 est appelé *oscillateur harmonique simple*. Dans le cas des oscillations dans les circuits électriques *LC*, la position x peut être remplacée par la valeur d'une charge électrique, d'un courant ou d'une différence de potentiel (voir la section 11.6 du tome 2). Dans le cas des ondes lumineuses ou radio, x est remplacé par les composantes des champs électrique et magnétique. Tout oscillateur harmonique simple, mécanique ou non, a les caractéristiques suivantes :

Propriétés d'un oscillateur harmonique simple

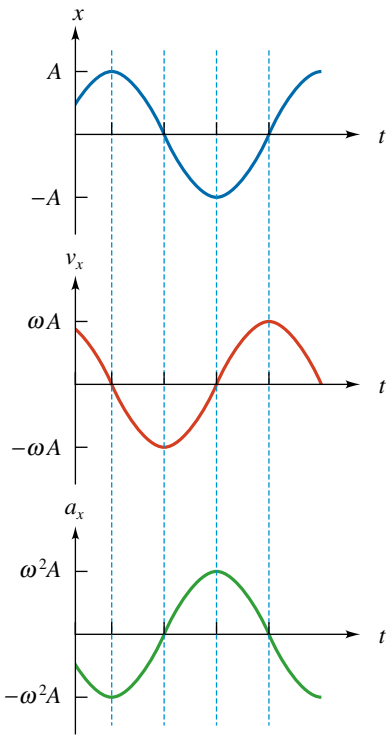
1. L'amplitude A est constante (l'oscillation est *simple*).
2. La fréquence et la période sont indépendantes de l'amplitude : pour un même système, les grandes oscillations ont la même période que les oscillations plus petites (propriété d'*isochronisme*).
3. La dépendance en fonction du temps de la grandeur qui fluctue peut s'exprimer par une fonction sinusoïdale de fréquence unique (l'oscillation est *harmonique*).

Vitesse et accélération

Les dérivées première et seconde de l'équation 1.2, qui correspondent par définition à v_x et à a_x, les composantes selon x de la vitesse et de l'accélération du bloc, s'écrivent

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \phi) \tag{1.3}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) \tag{1.4}$$



▲ **Figure 1.3**

Les variations dans le temps de la position, de la vitesse et de l'accélération pour un mouvement harmonique simple. On note que $a_x = -\omega^2 x$. On note aussi que la vitesse a sa valeur extrême à la position d'équilibre.

Bien que tout mouvement soit parallèle à l'axe des x, il faut distinguer les composantes selon x, qui possèdent un signe, et les modules des vecteurs correspondants, qui sont toujours positifs. Par exemple, $v_x = \pm v$. Pour alléger l'écriture, nous allons utiliser dans le reste de ce chapitre les termes « vitesse » et « accélération » pour désigner leurs composantes selon l'axe des x.

Comme le montre la figure 1.3, qui illustre les équations 1.2 à 1.4, les valeurs extrêmes de la vitesse, $v_x = \pm\omega A$, ont lieu pour $x = 0$, alors que les valeurs extrêmes de l'accélération, $a_x = \pm\omega^2 A$, ont lieu pour $x = \pm A$. Nous reviendrons plus loin sur les causes mécaniques de ces correspondances.

Si l'on compare l'équation 1.4 avec l'équation 1.2, on constate que

Équation différentielle caractérisant les oscillations harmoniques simples

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \tag{1.5a}$$

Cette forme d'*équation différentielle* caractérise tous les types d'oscillations harmoniques simples, qu'elles soient mécaniques ou non. Quand on étudie un nouveau système, il peut arriver qu'on aboutisse à une équation de la forme de l'équation 1.5*a*, ce qui révèle que le système décrira une oscillation harmonique simple. De ce point de vue, l'équation 1.5*a* peut être considérée comme le point de départ de l'analyse. On aurait pu, en résolvant cette équation différentielle, obtenir l'équation 1.2. En effet, celle-ci est une *solution* de l'équation différentielle (vérifiez-le en la substituant). La résolution des équations

différentielles requiert cependant des techniques mathématiques plus avancées que celles que nous avons utilisées.

Le terme **mouvement harmonique simple** s'applique aux exemples mécaniques de l'oscillation harmonique simple. Pour qu'il y ait mouvement harmonique simple, trois conditions doivent être satisfaites. Premièrement, il doit y avoir une position d'équilibre vers laquelle le système a tendance à revenir (au chapitre 8 du tome 1, une telle situation a été appelée un équilibre *stable*). Deuxièmement, l'amplitude doit demeurer rigoureusement constante (ce qui suppose l'absence de perte d'énergie, notamment par frottement). Troisièmement, comme on peut le constater en écrivant l'équation 1.5*a* sous la forme

$$a_x = -\omega^2 x \qquad (1.5b)$$

l'accélération doit être proportionnelle et de sens opposé à la position.

En biologie, de très nombreux systèmes peuvent être modélisés comme des oscillations harmoniques simples. Certains sont des systèmes mécaniques : qu'on pense aux membres qui oscillent lors de la course, aux va-et-vient des valves cardiaques, à la vibration des cils qui recouvrent les voies respiratoires... D'autres phénomènes sont des oscillations non mécaniques, comme la variation quotidienne des taux de plusieurs hormones ou la variation rapide du taux d'activité d'une population de neurones du cortex.

Souvent, les oscillations en question influent les unes sur les autres. Par exemple, on tend à observer un nombre entier exact de battements cardiaques pour chaque cycle du rythme respiratoire, particulièrement pendant l'effort. Ce phénomène porte le nom de *verrouillage de phase*. Bien qu'il n'intervienne pas dans le cas des oscillateurs harmoniques « purs », il peut être modélisé comme une légère perturbation de la fréquence d'un oscillateur harmonique.

Souvent, il importe que l'étude des oscillations biologiques soit quantitative, notamment dans l'optimisation des mouvements sportifs, dans le cadre de laquelle on compare les rapports des différentes fréquences d'oscillation pour favoriser leur synchronisation. Parfois, le lien entre une grandeur physique et l'application qui rend nécessaire sa mesure précise n'est pas des plus apparents. Par exemple, la fréquence d'oscillation de la taille de la pupille en réaction à une exposition à la lumière sert au dépistage de la sclérose en plaques ! Cela montre qu'une bonne maîtrise de la physique est importante dans tous les domaines scientifiques. ●

Exemple 1.1

La position d'une particule en mouvement sur l'axe des x est donnée par

$$x = 0{,}08 \sin(12t + 0{,}3)$$

où x est en mètres et où t est en secondes. (a) Tracer la courbe $x(t)$ représentant cette fonction. (b) Déterminer la position, la vitesse et l'accélération à $t = 0{,}6$ s. (c) Quelle est l'accélération lorsque la position est $x = -0{,}05$ m ?

Solution

(a) En comparant l'équation donnée avec l'équation 1.2, on voit que l'amplitude est $A = 0{,}08$ m et la fréquence angulaire est $\omega = 12$ rad/s. La période est donc $T = 2\pi/\omega = 0{,}524$ s. La constante de phase est de $\phi = +0{,}3$ rad, et donc la courbe sera décalée de $|\phi|/\omega = 0{,}3/12 = 0{,}025$ s *vers la gauche* par rapport à un sinus non décalé (courbe en pointillé) comme le montre la figure 1.4.

Notez qu'il est possible d'évaluer visuellement et rapidement le décalage le long de l'axe des t si l'on remarque que 0,3 rad correspond à environ 5 % d'un cycle de 2π rad, tout comme 0,025 s représente environ 5 % d'un cycle de 0,524 s. Sur la figure 1.4, il est en effet vérifiable que la fonction sinus est décalée d'environ 5 % d'un cycle vers la gauche par rapport à un sinus non décalé. ■

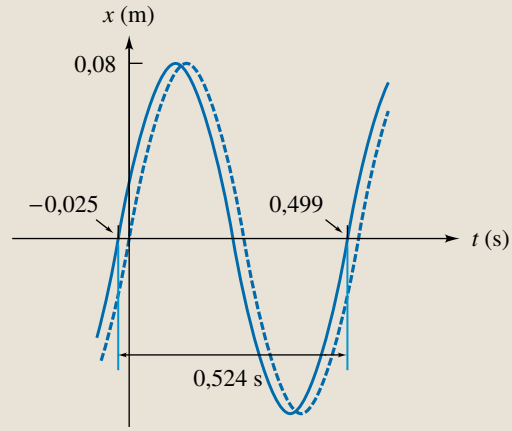
(b) La vitesse et l'accélération à un instant quelconque sont données par

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 0{,}96\cos(12t + 0{,}3)\ \text{m/s} \qquad \text{(i)}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -11{,}5\sin(12t + 03)\ \text{m/s}^2 \qquad \text{(ii)}$$

À $t = 0{,}6$ s, la phase du mouvement est $(12 \times 0{,}6 + 0{,}3) = 7{,}5$ rad. Lorsqu'on utilise cette valeur dans les expressions données, on trouve $x = 0{,}075$ m, $v_x = 0{,}333$ m/s et $a_x = -10{,}8$ m/s^2.

(c) On pourrait procéder en trouvant un instant t où la position est $x = -0{,}05$ m, puis substituer dans l'équation (ii). Mais cela est inutilement long puisque l'équation 1.5*b* donne directement l'accélération en fonction de la position : $a_x = -\omega^2 x = -(12\ \text{rad/s})^2(-0{,}05\ \text{m}) = 7{,}2\ \text{m/s}^2$. ■



▲ **Figure 1.4**

La fonction $x = 0{,}08\sin(12t + 0{,}3)$ (en trait plein) comparée à la fonction $x = 0{,}08\sin(12t)$ (en pointillé).

Exemple 1.2

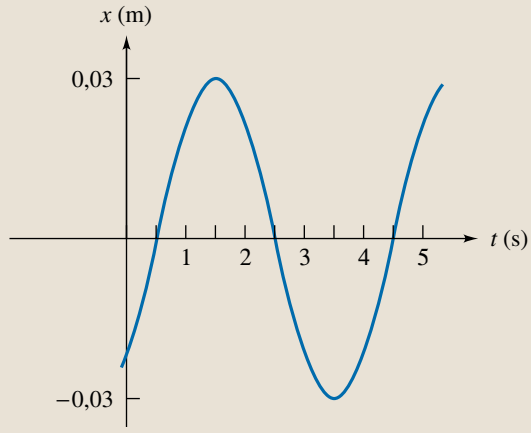
Établir l'expression décrivant la courbe sinusoïdale de la figure 1.5.

Solution

Nous avons besoin de déterminer A, ω et ϕ dans l'équation 1.2. L'examen de la courbe donne directement l'amplitude $A = 0{,}03$ m, la période $T = 4$ s et le décalage $|\phi|/\omega = 0{,}5$ s *vers la droite* par rapport à un sinus non décalé. Ainsi, la fréquence angulaire est $\omega = 2\pi/T = 0{,}5\pi$ rad/s et la constante de phase est $\phi = -0{,}5\omega = -0{,}25\pi$ rad (on a mis le signe moins, car le décalage est vers la droite). L'équation de cette courbe s'écrit

$$x = 0{,}03\sin(0{,}5\pi t - 0{,}25\pi)$$

où x est en mètres et où t est en secondes.



▲ **Figure 1.5**

En présence d'un tracé sinusoïdal, on doit pouvoir déterminer la fonction qui le représente.

1.2 LE SYSTÈME BLOC-RESSORT

Nous allons maintenant appliquer les lois de Newton pour prédire le mouvement décrit par un bloc attaché à l'extrémité d'un ressort de masse négligeable (figure 1.6) et montrer que le mouvement prédit correspond bel et bien au mouvement harmonique simple observé. De plus, cette analyse dynamique permettra de déterminer ce qui influence la fréquence angulaire du mouvement et de montrer que la condition d'isochronisme est vérifiée.

Quand la longueur du ressort diffère de sa longueur naturelle par un écart $\Delta\ell$, le ressort exerce sur le bloc une force de rappel dont le module est donné par la loi de Hooke (équation 5.1), $F_{\text{res}} = k\Delta\ell$. Si on considère le bloc comme une

particule et qu'on choisit l'origine de l'axe des x à la position d'équilibre du bloc, comme à la figure 1.6, alors $\Delta\ell = |x|$, où x est la position du bloc. Puisque les positions $x > 0$ correspondent à un allongement du ressort et $x < 0$, à une compression, la composante selon x de la force du ressort s'exprime

Loi de Hooke en fonction des composantes

$$F_{\text{res}_x} = -kx \tag{1.6}$$

Pour alléger l'écriture, nous allons utiliser dans le reste de ce chapitre le terme « force » et pour désigner cette composante selon l'axe des x. Si x est positif, la force est dans le sens négatif ; si x est négatif, la force est dans le sens positif. Ainsi, la force a toujours tendance à ramener le bloc vers sa position d'équilibre, $x = 0$.

En l'absence de frottement, il n'y a aucune autre force horizontale de sorte que la force résultante agissant sur le bloc correspond à celle donnée par l'équation 1.6. La deuxième loi de Newton ($\Sigma F_x = ma_x$) appliquée au bloc donne donc $F_{\text{res}_x} = ma_x$, c'est-à-dire $-kx = ma_x$, ce qui revient à écrire

$$a_x = -\frac{k}{m}x \tag{1.7}$$

L'accélération prédite est directement proportionnelle et de sens opposé à la position. Si on compare avec l'équation 1.5*b*, on en déduit que les lois de Newton prédisent qu'un système bloc-ressort décrira un mouvement harmonique simple.

De façon équivalente, puisque $a_x = \mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2$, l'équation 1.7 devient

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}x = 0 \tag{1.8}$$

Si on compare avec l'équation 1.5*a*, on en déduit à nouveau que le système décrit un mouvement harmonique simple.

L'une ou l'autre des deux analyses précédentes permet de prédire davantage : si l'on compare l'équation 1.8 à l'équation 1.5*a* ou l'équation 1.7 à l'équation 1.5*b*, on constate que le mouvement harmonique simple du système bloc-ressort est de fréquence angulaire

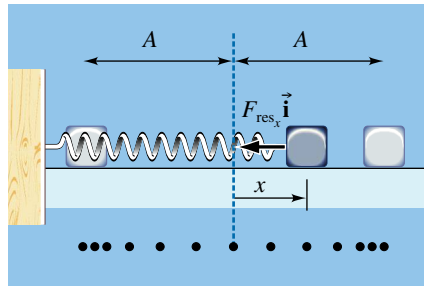
Fréquence angulaire de l'oscillation d'un système bloc-ressort

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1.9}$$

et de période

Période de l'oscillation d'un système bloc-ressort

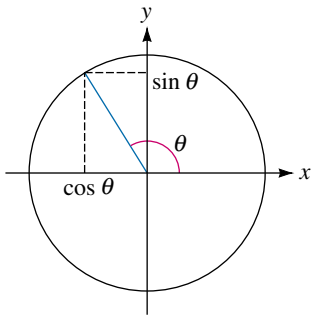
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{1.10}$$



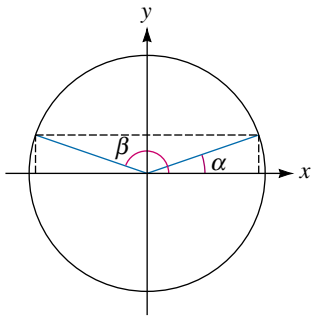
▲ Figure 1.6

Un bloc oscillant à l'extrémité d'un ressort sur une surface horizontale sans frottement. La force de rappel est proportionnelle à la position du bloc par rapport à l'équilibre. Les points noirs représentent la position du bloc à intervalles de temps réguliers tels qu'ils ont été décrits à la figure 1.3 (p. 6). On remarque à nouveau que la vitesse maximale est atteinte quand $x = 0$.

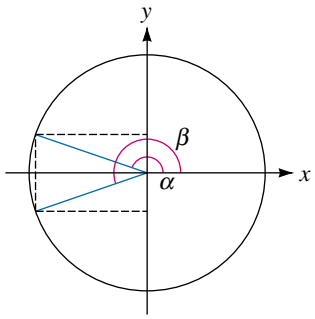
(*a*)



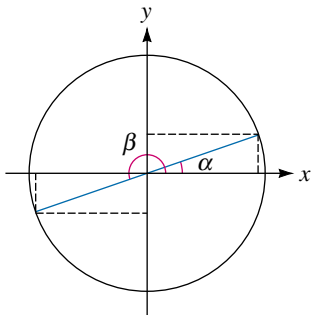
(*b*)



(*c*)



(*d*)



▲ Figure 1.7

(*a*) Les coordonnées x et y du point sur le cercle correspondent respectivement aux valeurs du cosinus et du sinus de l'angle θ, si ce dernier est mesuré dans le sens antihoraire à partir de l'axe des x, tel que représenté. (*b*) Les angles α et β ont la même valeur de sinus. (*c*) Les angles α et β ont la même valeur de cosinus. (*d*) Les angles α et β ont la même valeur de tangente.

Comme le montre l'équation 1.10, l'analyse dynamique prédit que la période est indépendante de l'amplitude, condition d'isochronisme nécessaire pour que le mouvement du système bloc-ressort soit considéré comme un mouvement harmonique simple. Pour une constante de ressort k donnée, la période augmente avec la masse du bloc : un bloc de masse plus grande va osciller plus lentement. Pour un bloc donné, la période diminue au fur et à mesure que k augmente : un ressort plus rigide va produire des oscillations plus rapides.

Rappel mathématique : les solutions multiples des fonctions trigonométriques inverses

Les exemples à la fin de cette section portent sur les notions de cette section et de la précédente. Or, lorsqu'on étudie un mouvement harmonique simple à l'aide des équations 1.2, 1.3 et 1.4, il arrive parfois que l'on doive utiliser les fonctions trigonométriques inverses (arcsin, arccos et arctan) pour isoler une variable. Dans ce cas, la calculatrice nous donne seulement une solution parmi un nombre infini de solutions possibles. Par exemple, si on cherche arcsin(0,5), c'est-à-dire l'angle dont le sinus égale 0,5, la calculatrice donne $\pi/6$ rad (= 0,524 rad). Or, si on se limite aux angles compris entre 0 et 2π, il existe un deuxième angle dont le sinus égale 0,5 : il s'agit de $5\pi/6$ rad.

La façon la plus simple de déterminer les angles qui ont la même valeur de sinus, de cosinus ou de tangente consiste à faire appel au *cercle trigonométrique*. Il s'agit d'un cercle de rayon unitaire qui est centré sur l'origine d'un système d'axes xy. Par définition, les coordonnées x et y d'un point sur ce cercle correspondent respectivement aux valeurs du cosinus et du sinus de l'angle correspondant à la position de ce point mesurée dans le sens antihoraire à partir de l'axe des x positifs (figure 1.7*a*). À la figure 1.7*b*, on a indiqué un angle α dans le premier quadrant. Parmi les angles entre 0 et 2π, il existe un seul autre angle qui possède le même sinus. Cet angle β est celui qui possède la même coordonnée *verticale*. Par symétrie dans le cercle, on voit que $\beta = \pi - \alpha$. Dans l'exemple donné au paragraphe précédent, $\alpha = \pi/6$, et l'autre angle dont le sinus est identique vaut $\beta = \pi - \pi/6 = 5\pi/6$ rad. À la figure 1.7*c*, on a tracé un angle α dans le deuxième quadrant. Parmi les angles entre 0 et 2π, il existe un seul autre angle qui possède le même cosinus. Cet angle β est celui qui possède la même coordonnée *horizontale*. Par symétrie dans le cercle, on voit que $\beta = 2\pi - \alpha$. Étant donné que la tangente d'un angle θ correspond à $\sin\theta/\cos\theta$, la fonction tangente donnera elle aussi la même valeur pour deux angles différents situés entre 0 et 2π. Comme l'illustre la figure 1.7*d*, ces angles qui ont la même valeur de tangente sont séparés par π : si α est l'angle donné par la fonction arctan sur la calculatrice, alors $\beta = \alpha + \pi$ est aussi une solution.

Jusqu'à présent, nous nous sommes limités aux angles situés entre 0 et 2π, mais un angle peut être inférieur à 0 ou supérieur à 2π. Or, deux angles séparés par un multiple entier de 2π (c'est-à-dire par un nombre entier de tours complets) correspondent tous deux à la même coordonnée verticale et à la même coordonnée horizontale sur le cercle trigonométrique et ont donc la même valeur de sinus, de cosinus et de tangente. En conséquence, toute fonction trigonométrique inverse a une infinité de solutions : deux solutions (α et β) situées entre 0 et 2π, ainsi que tous les angles $\alpha \pm n(2\pi)$ et $\beta \pm n(2\pi)$ où n est un nombre naturel.

Si l'utilisation du cercle trigonométrique permet aisément de trouver les différentes solutions possibles des fonctions trigonométriques inverses, c'est l'analyse physique qui permet de choisir *la bonne* solution dans un cas particulier (voir les exemples 1.4 et 1.5).

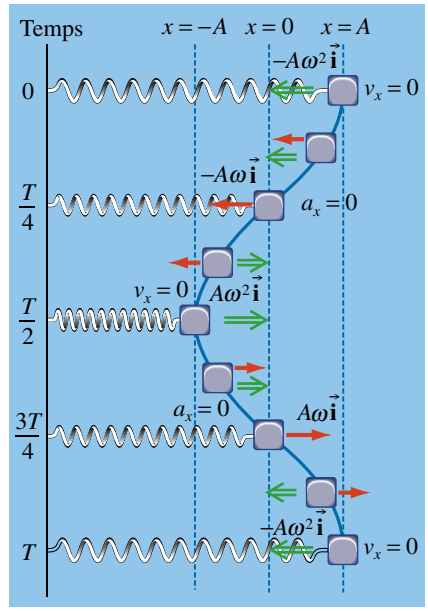
Convention d'écriture pour l'équation du mouvement du système bloc-ressort

Le même mouvement harmonique simple peut être décrit par plusieurs expressions mathématiques équivalentes. Par exemple, si la position d'un bloc est donnée par $x(t) = 5\sin(2t + \pi)$, les expressions $5\sin(2t + 5\pi)$, $-5\sin(2t)$, $5\sin(-2t)$ et $5\cos(2t - \pi/2)$ sont tout à fait équivalentes (voir l'exercice E1). Afin d'uniformiser la présentation, nous allons utiliser la convention suivante pour décrire le mouvement d'un système bloc ressort :

Convention d'écriture pour l'équation du mouvement du système bloc-ressort

À moins d'avis contraire, nous allons choisir de représenter la position en fonction du temps du bloc dans un système bloc-ressort par la fonction $x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$, où $A > 0$, $\omega > 0$ et $0 \leq \phi < 2\pi$. De plus, nous allons considérer qu'un *allongement* du ressort par rapport à la position d'équilibre correspond à une valeur *positive* de x.

La figure 1.8 illustre toutes les conventions ci-dessus dans le cas où ϕ a une valeur quelconque. (Laquelle ?)



▲ Figure 1.8

L'accélération (en vert) et la vitesse (en rouge) d'un bloc oscillant à l'extrémité d'un ressort à intervalles de $T/4$. (Que vaut ϕ sur cette figure ?)

Exemple 1.3

Un bloc de 2 kg est attaché à un ressort pour lequel $k = 200$ N/m (figure 1.6, p. 9). On l'allonge de 5 cm et on le lâche à $t = 0$, après quoi il oscille sans frottement. Trouver : (a) l'équation de la position du bloc en fonction du temps ; (b) sa vitesse lorsque $x = +A/2$; (c) son accélération lorsque $x = +A/2$. (d) Quelle est la force résultante sur le bloc à l'instant $t = \pi/15$ s ?

Solution

(a) Nous avons besoin de déterminer A, ω et ϕ dans l'équation 1.2.

Déterminer A : L'amplitude, qui correspond à l'allongement maximum du ressort, est particulièrement facile à obtenir dans ce cas particulier où il est spécifié qu'on « lâche » le bloc : l'allongement maximum correspond alors à l'allongement initial. Ainsi, $A = 0{,}05$ m. ■

Déterminer ω : D'après l'équation 1.9, la fréquence angulaire est

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ rad/s}$$

Déterminer ϕ : On a déjà déduit qu'à $t = 0$, on a $x = +A$. De plus, comme on « lâche » le bloc, cela signifie qu'à $t = 0$, $v_x = 0$. On a donc, d'après l'équation 1.2 et l'équation 1.3,

$$A = A\sin(0 + \phi)$$
$$0 = 10A\cos(0 + \phi)$$

Puisque $\sin\phi = 1$ et $\cos\phi = 0$, on déduit que $\phi = \pi/2$ rad. Donc,

$$x = 0{,}05\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad \text{(i)}$$

où x est en mètres et t en secondes.

(b) À chacune des périodes de l'oscillation, le bloc passe deux fois à la position $x = +A/2$: une fois en se déplaçant vers la droite et une fois en se déplaçant vers la gauche. On s'attend donc à trouver deux réponses possibles pour v_x : une positive et une négative. Comme le mouvement se fait sans frottement, ces deux vitesses devraient aussi avoir le même module. ■

Aucune équation ne donnant directement la vitesse en fonction de la position, il faut d'abord trouver les phases pour lesquelles $x = +A/2$, en substituant les valeurs dans l'équation (i). On obtient alors $0{,}5 = \sin(10t + \pi/2)$, d'où l'on déduit que $(10t + \pi/2) = \arcsin(0{,}5) = 0{,}524$ rad ou 2,62 rad. (Il nous suffit de déterminer la phase, nous

n'avons pas besoin du temps.) Ensuite, la vitesse est donnée par

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} = 0{,}5\cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= 0{,}5\cos 0{,}524 \quad \text{ou} \quad 0{,}5\cos 2{,}62 \\ &= +0{,}433 \text{ m/s} \quad \text{ou} \quad -0{,}433 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Pour une position donnée, on trouve donc, tel que prévu, deux vitesses de même module et de sens opposés.

(c) L'accélération en $x = A/2$ peut être déterminée à partir de l'équation 1.5*b* :

$$\begin{aligned} a_x &= -\omega^2 x \\ &= -(10 \text{ rad/s})^2[(0{,}05 \text{ m})/2] = -2{,}5 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

On peut aussi procéder en utilisant les résultats obtenus en (b). On a trouvé que les phases où $x = A/2$ sont $10t + \pi/2 = 0{,}524$ rad et $10t + \pi/2 = 2{,}62$ rad. Il suffit de substituer les valeurs dans $a_x = dv_x/dt = -5\sin(10t + \pi/2)$. On obtient alors le même résultat, soit $a_x = -2{,}5$ m/s^2, mais l'utilisation de l'équation 1.5*b* est plus rapide.

(d) Comme il n'y a aucun frottement, la force résultante sur le bloc correspond à la force exercée par le ressort : $\Sigma F_x = F_{\text{res}_x}$. Or, d'après la loi de Hooke (équation 1.6), $F_{\text{res}_x} = -kx = -(200)(0{,}05)\sin(10\pi/15 + \pi/2) = +5$ N. (On aurait aussi pu obtenir a_x à $t = \pi/15$ et, selon la seconde loi de Newton, substituer les valeurs dans $\Sigma F_x = ma_x$.)

Exemple 1.4

Dans le système bloc-ressort de l'exemple précédent, la position du bloc en fonction du temps était

$$x = 0{,}05\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad \text{(i)}$$

Quels sont les trois premiers instants t auxquels le bloc passe par la position $x = -A/2$?

Solution

Mathématiquement, il suffit de substituer la position $x = -A/2$ dans l'équation (i) et d'isoler le temps t. Toutefois, cette *démarche mathématique* donne une infinité de solutions possibles et seule une *analyse physique* permettra de déterminer quels sont les trois bons temps.

Démarche mathématique : Substituer $x = -A/2$ dans l'équation (i) donne, après simplification,

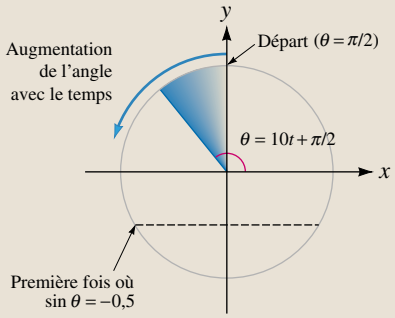
$$\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = -0{,}5$$

Si l'on désigne l'angle de phase $10t + \pi/2$ par le symbole θ, l'équation ci-dessus donne donc $\theta = \arcsin(-0{,}5)$. Cette équation comporte une infinité de solutions :

- La solution donnée par la calculatrice est $-\pi/6$, un angle dans le quatrième quadrant.
- L'angle $7\pi/6$, dans le troisième quadrant, a le même sinus que $-\pi/6$ puisqu'il intercepte un point du cercle trigonométrique qui a la même coordonnée y.
- Tous les angles qui diffèrent de ces deux solutions par un multiple entier de 2π sont aussi des solutions, y compris les angles négatifs. Les solutions sont donc : …, $-5\pi/6$, $-\pi/6$, $7\pi/6$, $11\pi/6$, $19\pi/6$, $23\pi/6$, …

Analyse physique : La phase $\theta = 10t + \pi/2$ est un angle qui dépend du temps. Au moment où le bloc est lâché ($t = 0$), la valeur initiale de cet angle est $\theta = 10(0) + \pi/2 = \pi/2$ et, à mesure que le temps progresse, la valeur de θ *augmente*. Cet angle croissant intercepte donc des points différents sur le cercle trigonométrique et finira par rencontrer pour la première fois un des points dont la coordonnée y (sinus) est $-0{,}5$ (figure 1.9). ■

Le trait bleu sur la figure repassera une infinité de fois vis-à-vis du trait pointillé croisant les points dont le sinus est $-0{,}5$, puisque rien ne limite le nombre de tours qu'il peut faire. Par contre, on peut maintenant déterminer les trois *premières* fois où il rencontre ce pointillé. Parmi les solutions obtenues par la démarche mathématique, les trois *premières* valeurs de θ dont le sinus est $-0{,}5$ sont les trois premières valeurs supérieures à $\pi/2$ (valeur de θ quand $t = 0$), soit $7\pi/6$, $11\pi/6$ et $19\pi/6$. (Notez que le troisième angle correspond à plus d'un tour complet.) En substituant chacun d'eux dans $\theta = 10t + \pi/2$, on obtient donc les trois premiers temps correspondants, soit 0,209 s, 0,419 s et 0,838 s.



▲ **Figure 1.9**
Quand l'angle augmente, son sinus devient $-0{,}5$ deux fois par oscillation. Quelles sont les trois premières de ces fois après $t = 0$?

Exemple 1.5

Dans un système bloc-ressort, $m = 0{,}2$ kg et $k = 5$ N/m. À $t = \pi/10$ s, le ressort est comprimé de 6 cm et la vitesse du bloc est de 40 cm/s vers la gauche. (a) Trouver l'équation de la position du bloc en fonction du temps et tracer la courbe la représentant. (b) Si l'on observe le mouvement qui se poursuit après $t = \pi/10$ s, quel est le premier instant ($> \pi/10$) auquel la v_x est positive et égale à 60 % de sa valeur maximale ?

Solution

(a) Nous avons besoin de déterminer ω, A et ϕ dans l'équation 1.2. D'après l'équation 1.9, la fréquence angulaire est

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5\text{ N/m}}{0{,}2\text{ kg}}} = 5\text{ rad/s}$$

La compression initiale du ressort et la vitesse initiale tels que décrits dans l'énoncé se traduisent par $x = -6$ cm et $v_x = -40$ cm/s à $t = 0$. En substituant ces trois valeurs dans l'équation 1.2 et l'équation 1.3, on trouve

$$-0{,}06 = A\sin\left(\frac{5\pi}{10} + \phi\right) \qquad \text{(i)}$$

$$\frac{-0{,}40}{5} = A\cos\left(\frac{5\pi}{10} + \phi\right) \qquad \text{(ii)}$$

Les équations (i) et (ii) forment un système de deux équations à deux inconnues, A et ϕ. En élevant au carré les deux équations puis en les additionnant, on trouve $A = 0{,}100$ m (rappelons que $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$). Le rapport des équations (i) et (ii) nous permet de trouver ϕ :

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) = 0{,}75 \qquad \text{(iii)}$$

Cela donne $(\pi/2 + \phi) = \arctan 0{,}75$. (On pourrait aussi remplacer $A = 0{,}100$ m soit dans (i), soit dans (ii).)

On obtient deux solutions possibles : $(\pi/2 + \phi) = 0{,}64$ rad ou 3,78 rad. Comme le sinus et le cosinus dans (i) et (ii) sont tous deux négatifs, l'angle approprié est dans le troisième quadrant, et l'on choisit donc $(\pi/2 + \phi) = 3{,}78$ rad. ■

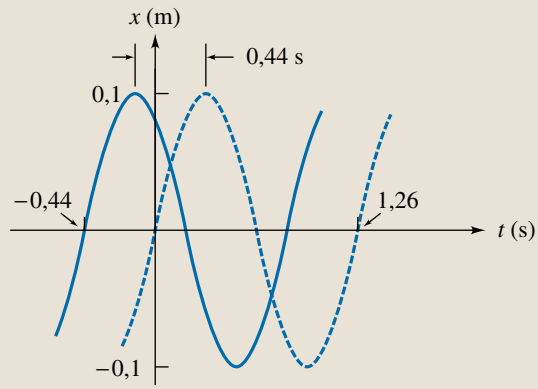
On en déduit $\phi = 2{,}21$ rad. La position en fonction du temps est donnée par

$$x = 0{,}100\sin(5t + 2{,}21) \qquad \text{(iv)}$$

où x est en mètres et t en secondes. Cette fonction est représentée graphiquement à la figure 1.10. La période est $T = 2\pi/\omega = 2\pi/(5\text{ s}) = 1{,}26$ s et le décalage par rapport à un sinus non décalé (en pointillé) est de $|\phi|/\omega = 0{,}44$ s vers la gauche.

(b) La dérivée de (iv) est

$$v_x = 0{,}5\cos(5t + 2{,}21)\text{ m/s} \qquad \text{(v)}$$



▲ **Figure 1.10**

La fonction $x = 0{,}1\sin(5t + 2{,}21)$ (en trait plein) comparée à la fonction $x = 0{,}1\sin(5t)$ (en pointillé).

Cette équation montre que v_x oscille entre −0,5 m/s et +0,5 m/s. Or, on cherche le temps t pour lequel la vitesse a un module égal à 60 % de la valeur maximale de 0,5 m/s et a une composante selon x positive. Mathématiquement, il suffit donc de substituer $v_x = +0{,}3$ m/s dans l'équation (v) et d'isoler t. Toutefois, cette *démarche mathématique* donne une infinité de solutions possibles et seule une *analyse physique* permettra de déterminer quel est le bon temps.

Démarche mathématique : Substituer $v_x = +0{,}3$ m/s dans l'équation (v) donne, après simplification,

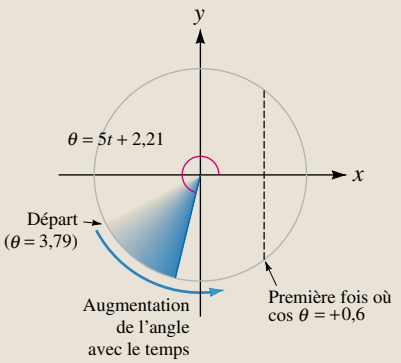
$$0{,}6 = \cos(5t + 2{,}21)$$

Si l'on désigne l'angle de phase $5t + 2{,}21$ par le symbole θ, on obtient $\theta = \arccos 0{,}6$. Cette équation comporte une infinité de solutions :

- La solution donnée par la calculatrice est 0,927 rad, un angle situé dans le premier quadrant.
- L'angle 5,36 rad, situé dans le quatrième quadrant, a le même cosinus puisqu'il intercepte un point du cercle trigonométrique qui a la même coordonnée x.
- Tous les angles qui diffèrent par un multiple entier de 2π sont aussi des solutions, y compris les angles négatifs. Les solutions sont donc : …, −5,36 rad, −0,927 rad, +0,927 rad, 5,36 rad, 7,21 rad, …

Analyse physique : La phase $\theta = 5t + 2{,}21$ augmente avec le temps à partir du moment initial $t = \pi/10$. À $t = \pi/10$, sa valeur initiale est $\theta = 5\left(\frac{\pi}{10}\right) + 2{,}21 = 3{,}79$ rad, un angle situé dans le troisième quadrant. À mesure que le temps progresse après $t = \pi/10$, l'angle θ augmente et intercepte donc des points différents sur le cercle trigonométrique (figure 1.11). Il finira par rencontrer pour la première fois un point dont le cosinus est +0,6.

Le trait bleu sur la figure 1.11 repassera une infinité de fois vis-à-vis du trait pointillé croisant les points dont le cosinus est +0,6, puisque rien ne limite le nombre de tours qu'il peut faire. Par contre, on peut maintenant déterminer la *première* fois où il rencontre ce pointillé. Parmi les solutions mathématiques ci-dessus, celle que nous recherchons est la première qui soit supérieure à 3,79 rad, soit 5,36 rad. En substituant cette valeur dans $\theta = 5t + 2{,}21$, on obtient donc le temps correspondant, soit 0,628 s.

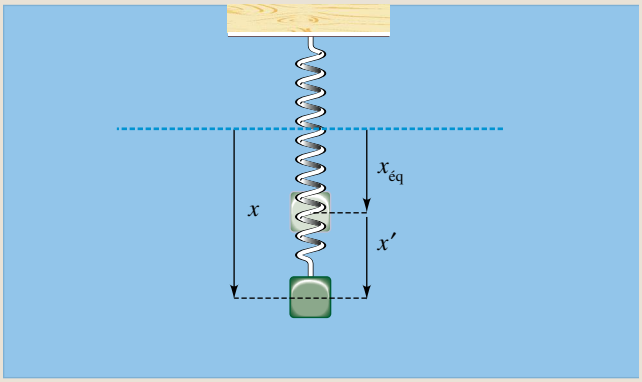


▲ **Figure 1.11**

Quand l'angle augmente, son cosinus devient +0,6 deux fois par oscillation. Quelle est la première de ces fois après $t = \pi/10$?

Exemple 1.6

Montrer qu'un bloc suspendu à un ressort vertical (figure 1.12) effectue un mouvement harmonique simple.



▲ **Figure 1.12**

Un bloc oscillant à l'extrémité d'un ressort vertical effectue un mouvement harmonique simple.

Solution

Analysons la situation à l'aide d'un axe des x positifs vers le bas dont l'origine correspond à la position de l'extrémité du ressort lorsque le bloc n'est pas attaché (figure 1.12). Ainsi, on a encore $\Delta\ell = |x|$ et l'équation 1.6 (loi de Hooke en fonction des composantes) est toujours valable. Toutefois, $x = 0$ ne correspondra plus à la position d'équilibre. ■

Soit $x_{éq}$, la position d'équilibre du bloc lorsqu'il est attaché au ressort : quand le bloc est à cette position, le module de la force exercée par le ressort est alors égal au poids du bloc :

$$mg = kx_{éq}$$

Pour une position x quelconque du bloc, la force résultante sur le bloc est

$$\sum F_x = mg - kx = kx_{éq} - kx = -k(x - x_{éq}) = -kx'$$

où $x' = x - x_{éq}$ est la position du bloc *par rapport à l'équilibre*. La deuxième loi de Newton $\Sigma F_x = ma_x$ devient $-kx' = ma_x$: l'accélération est directement proportionnelle et de sens opposé à la position par rapport à l'équilibre, donc on a bien un mouvement harmonique simple (voir l'équation 1.7).

Exemple 1.7

En chimie organique et en biochimie, entre autres, on utilise la spectroscopie infrarouge pour déterminer à quelle fréquence vibrent les atomes participant à chaque liaison présente dans une molécule inconnue. En comparant avec des fréquences de référence, on peut ainsi contribuer à identifier la molécule. À l'aide d'un modèle simple, trier les liaisons suivantes en ordre croissant de fréquence de vibration : C—Cl, C—H, C—C, C═C et C≡C.

Solution

On modélise chaque liaison simple comme un ressort de constante de rappel k qui relie un atome de carbone, considéré comme immobile, à un autre atome. L'équation 1.9 donne alors la fréquence de vibration de la liaison en fonction de la masse de ce dernier atome. ■

Selon le tableau périodique (annexe D), la masse atomique du chlore (Cl) correspond à 2,87 fois celle du carbone (C), laquelle équivaut à 11,9 fois celle de l'hydrogène (H). Ainsi, selon l'équation 1.9,

$$\omega_{C-H}/\omega_{C-C} = \sqrt{m_C/m_H} = \sqrt{11,9} = 3,45$$

et

$$\omega_{C-Cl}/\omega_{C-C} = \sqrt{m_C/m_{Cl}} = \sqrt{1/2,87} = 0,590$$

Selon notre modèle, les liaisons doubles correspondent à deux ressorts parallèles identiques de constante de rappel k. Il est donc équivalent de les représenter par un unique ressort dont la constante de rappel est $2k$. De même, les liaisons triples sont représentées par un ressort de constante $3k$. On a donc

$$\omega_{C=C}/\omega_{C-C} = \sqrt{2} = 1,41$$

et

$$\omega_{C\equiv C}/\omega_{C-C} = \sqrt{3} = 1,73$$

Dans l'ordre croissant des fréquences, on a donc C—Cl, C—C, C═C, C≡C et C—H. Un modèle plus détaillé devrait tenir compte du fait que les liaisons interatomiques ne sont pas toutes identiques entre elles et que l'atome de carbone que nous avons considéré comme immobile peut vibrer lui aussi, même s'il est attaché à une immense molécule. Malgré la simplicité du modèle que nous avons utilisé et le fait qu'il ignore aussi tous les effets quantiques, on constate que l'ordre obtenu est conforme aux mesures. Étonnamment, même les rapports de fréquences que nous avons calculés sont relativement réalistes. Ce modèle simple est donc utile en chimie et en biochimie. ■

1.3 L'ÉNERGIE DANS UN MOUVEMENT HARMONIQUE SIMPLE

La force exercée par un ressort idéal est conservative, ce qui signifie qu'en l'absence de frottement l'énergie mécanique du système bloc-ressort est constante (voir le chapitre 8 du tome 1). On peut donc examiner le mouvement du bloc du point de vue de la conservation de l'énergie. On peut utiliser l'équation 1.2 pour exprimer l'énergie potentielle du ressort comme étant

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \phi) \qquad (1.11)$$

D'après l'équation 1.3, l'énergie cinétique du bloc est

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}mv_x^2 = \tfrac{1}{2}\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \phi) \qquad (1.12)$$

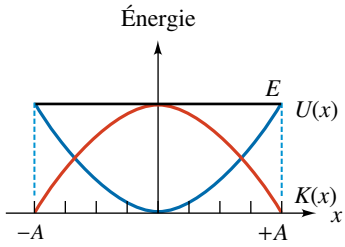
(Ici, v^2 et v_x^2 coïncident, car la vitesse est entièrement selon l'axe des x, ce qui implique que $v_x = \pm v$.) Comme $\omega^2 = k/m$ et $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$, l'énergie mécanique, $E = K + U$, s'écrit

Énergie mécanique d'un système bloc-ressort

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}kA^2 \qquad (1.13)$$

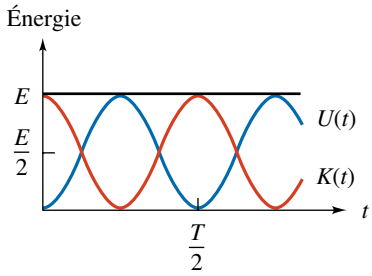
Comme l'amplitude A est constante, cette équation exprime que l'énergie mécanique E d'un oscillateur harmonique simple est constante et proportionnelle au carré de l'amplitude. Le graphique de K et de U en fonction de x est représenté à la figure 1.13. Quand $x = \pm A$, l'énergie cinétique est nulle et l'énergie mécanique est égale à l'énergie potentielle maximale, $E = U_{max} = \frac{1}{2}kA^2$. Ce sont les points extrêmes du mouvement harmonique simple. En $x = 0$, $U = 0$, et l'énergie est purement cinétique, c'est-à-dire $E = K_{max} = \frac{1}{2}m(\omega A)^2$.

La figure 1.14 représente le graphique de K et de U en fonction du temps, pour le cas où $\phi = 0$. Si la position et la vitesse à un instant donné sont connues, l'équation 1.13 permet de déterminer l'énergie mécanique $E = \frac{1}{2}kA^2$. Une fois



▲ Figure 1.13

Les variations de l'énergie cinétique (courbe rouge), de l'énergie potentielle (courbe bleue) et de l'énergie mécanique (trait noir) en fonction de la position.



▲ Figure 1.14

Les variations de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle et de l'énergie mécanique en fonction du temps.

cette énergie connue, l'équation 1.13 permet de relier la position et la vitesse à tout instant.

À la figure 1.13, on voit que le bloc est dans un « puits de potentiel » créé par le ressort (voir le chapitre 8 du tome 1). *Tout mouvement harmonique simple est caractérisé par un puits de potentiel parabolique.* Autrement dit, l'énergie potentielle est proportionnelle au carré de la position mesurée par rapport à l'équilibre.

Si le puits n'est pas parabolique, on utilise souvent l'approximation harmonique simple comme représentation simplifiée. Cela est possible, car la plupart des puits de potentiel, quelle que soit leur forme exacte, ont un « fond » approximativement parabolique. En conséquence, toute oscillation d'amplitude suffisamment faible s'y produisant peut être considérée approximativement comme un mouvement harmonique simple. Cette représentation simple est particulièrement utile pour étudier le comportement des atomes dans les molécules et les cristaux, où ils oscillent avec une faible amplitude par rapport à leur position d'équilibre.

La technique de laboratoire appelée « pinces optiques », importante pour la manipulation de macromolécules biologiques individuelles, utilise un puits de potentiel parabolique dont la position dépend du temps. On focalise un laser sur une petite bille de quelques nanomètres de rayon, ce qui exerce sur elle une force électrique qui l'attire vers l'endroit où le laser est focalisé, exactement comme un ressort tente de ramener un bloc vers sa position d'équilibre. Si on déplace lentement le point visé par le laser, la bille demeure captive du puits de potentiel qui se déplace. Si on attache la bille à une macromolécule, on peut donc, par exemple, étirer cette molécule à la longueur souhaitée. ●

Exemple 1.8

Dans l'exemple 1.3, la position d'un bloc de 2 kg attaché à un ressort, pour lequel $k = 200$ N/m, était donnée par

$$x = 0{,}05 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$$

où x est en mètres et t en secondes. (a) Déterminer K, U et E pour $t = \pi/15$ s. (b) Quel est le module de la vitesse en $x = A/2$? (c) Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $K = U$? Exprimer la réponse en fonction de A et la comparer avec la figure 1.13.

Solution

(a) Puisque $A = 0{,}05$ m, l'énergie mécanique est

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(200)(0{,}05)^2 = 0{,}25 \text{ J}$$

On note qu'elle correspond à l'énergie potentielle maximale (on pourrait aussi l'obtenir grâce à l'énergie cinétique maximale). Puisque l'énergie mécanique est constante, elle vaut $E = 0{,}25$ J à $t = \pi/15$ s comme à tout autre instant.

Les énergies potentielle et cinétique, elles, varient avec le temps. Pour les calculer, on trouve la position et la vitesse à $t = \pi/15$ s, qu'on substitue respectivement dans les équations $U = \frac{1}{2}kx^2$ et $K = \frac{1}{2}mv^2$:

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}(200)\left[0{,}05\sin\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)\right]^2 = 0{,}0625 \text{ J}$$

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}mv_x^2 = \tfrac{1}{2}(2)\left[0{,}5\cos\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)\right]^2 = 0{,}188 \text{ J}$$

Comme il se doit, $E = K + U$.

(b) Sachant que $E = 0{,}25$ J et que $x = A/2 = 0{,}025$ m, on peut isoler le module de la vitesse dans l'équation 1.13 :

$$\tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 = E$$

$$\tfrac{1}{2}(2)v^2 + \tfrac{1}{2}(200)\left(\frac{0{,}05}{2}\right)^2 = 0{,}25$$

d'où l'on tire deux résultats mathématiques : $v = \pm 0{,}433$ m/s. Puisque v est le module de la vitesse, il est positif. Le résultat physique est donc $v = 0{,}433$ m/s.

(c) Puisque $E = K + U$ et $K = U$, on a $U = E/2 = \frac{1}{4}kA^2$. Donc, $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{4}kA^2$, ce qui donne $x = \pm A/\sqrt{2} = \pm 0{,}707\, A$. Ces deux valeurs de x correspondent bien aux deux endroits de la figure 1.13 où les courbes rouge (K) et bleue (U) se croisent.

Exemple 1.9

Utiliser le principe de la conservation de l'énergie mécanique dans un système bloc-ressort pour déterminer A à la question (a) de l'exemple 1.5.

Solution

L'équation 1.13, $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$, est valable à chaque instant t. Or, d'après l'énoncé de l'exemple 1.5, il y a un instant auquel on connaît v et x : à $t = \pi/10$ s, $v = 0{,}4$ m/s et $x = -0{,}06$ m. En substituant dans l'équation 1.13, on a, après simplification des facteurs $\frac{1}{2}$,

$$(0{,}2 \text{ kg})(0{,}4 \text{ m/s})^2 + (5 \text{ N/m})(-0{,}06 \text{ m})^2 = (5 \text{ N/m})A^2$$

qui donne $A = 0{,}100$ m.

Exemple 1.10

(a) Montrer que l'on peut obtenir l'équation différentielle du mouvement harmonique simple (équation 1.5*a*) à partir de l'expression donnant l'énergie mécanique E du système, si on se rappelle que celle-ci est constante dans le temps. (b) Montrer que l'on peut aussi obtenir cette équation si on se rappelle que l'énergie mécanique E est constante dans l'espace (c'est-à-dire lorsque la position du bloc change).

Solution

(a) L'énergie mécanique d'un oscillateur harmonique simple est donnée par l'équation 1.13. Comme cette énergie E est constante dans le temps, cela signifie que $\mathrm{d}E/\mathrm{d}t = 0$, d'où

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = mv_x\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} + kx\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 0$$

(Ici, on a remplacé v^2 par v_x^2 dans l'équation 1.13. Cela est possible puisque le vecteur vitesse est orienté entièrement selon l'axe des x, ce qui implique que $v_x = \pm v$.)

En éliminant le facteur commun $v_x = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$, on obtient

$$m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} + kx = 0 \qquad \text{(i)}$$

Puisque $\mathrm{d}v_x/\mathrm{d}t = \mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2$ et que $k/m = \omega^2$, cette équation est équivalente à l'équation 1.5*a*.

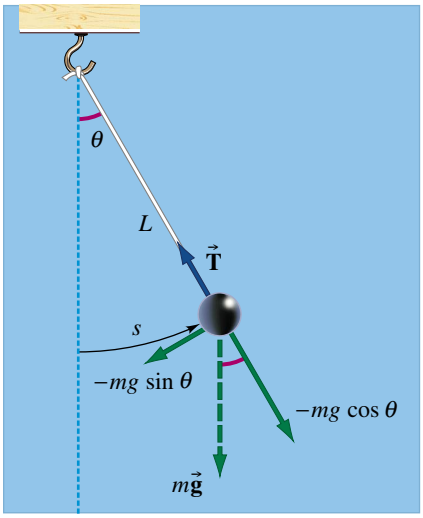
(b) Comme l'énergie E est constante dans l'espace, cela signifie que $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x = 0$. Pour obtenir l'équation 1.5*a* à partir de cette condition, on dérive l'équation 1.13 par rapport à x, ce qui donne d'abord

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = mv_x\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}x} + kx = 0 \qquad \text{(ii)}$$

Ensuite, on utilise la règle de dérivation des fonctions composées $\mathrm{d}v_x/\mathrm{d}x = (\mathrm{d}v_x/\mathrm{d}t)(\mathrm{d}t/\mathrm{d}x) = (\mathrm{d}v_x/\mathrm{d}t)(1/v_x)$. L'équation (ii) devient donc identique à l'équation (i). La suite de la solution est la même.

1.4 LES PENDULES

Le pendule simple



▲ **Figure 1.15**

Un pendule simple. La seule force tangentielle est la composante du poids, soit $-mg \sin \theta$, et elle joue un rôle de rappel. Quand l'oscillation de l'angle θ est de faible amplitude, cette force de rappel est proportionnelle à la position s et le mouvement est donc un mouvement harmonique simple. Attention ! Dans cette figure, $\vec{\mathbf{T}}$ représente la tension dans la corde et n'a aucun lien avec la période d'oscillation.

N'importe quel objet suspendu en un point forme un *pendule*. Quand sa masse est concentrée en un point éloigné du point de suspension, on peut le représenter à l'aide du modèle du **pendule simple**, constitué d'une masse *ponctuelle* suspendue à l'extrémité d'un fil de masse négligeable. La figure 1.15 représente un pendule simple de longueur L et de masse m. La position de la masse mesurée le long de l'arc à partir du point le plus bas est $s = L\theta$, à la condition que l'angle θ, mesuré par rapport à la verticale, soit en radians. Sur la figure, s et θ sont positifs à droite de la verticale et négatifs à gauche. La composante tangentielle de la force résultante sur la masse est la composante tangentielle du poids. La deuxième loi de Newton selon l'axe tangentiel (ici, l'axe des s) s'écrit

$$-mg \sin \theta = m\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$$

Le signe négatif découle de l'orientation de l'axe des s et exprime que la composante de force est dans le sens négatif des s quand s est positif, et vice versa. Comme $s = L\theta$, on a $\mathrm{d}^2 s/\mathrm{d}t^2 = L\,\mathrm{d}^2\theta/\mathrm{d}t^2$ et l'équation précédente devient

$$-mg \sin \theta = mL\frac{\mathrm{d}^2 \theta}{\mathrm{d}t^2}$$

Cette équation montre que plus θ est grand, plus l'accélération angulaire est élevée. Cela ressemble à l'effet d'un ressort obéissant à la loi de Hooke, mais n'y correspond pas tout à fait en raison de la présence du sinus : contrairement à un ressort, il s'agit d'une force de rappel *non linéaire*, car elle n'est pas proportionnelle à la position. Toutefois, si on se limite uniquement à la situation où le pendule effectue une oscillation pour laquelle θ demeure un *petit angle*, on peut écrire $\sin \theta \approx \theta$, où θ est exprimé en radians (voir les rappels de mathématiques de l'annexe B). L'équation devient alors

$$\frac{\mathrm{d}^2 \theta}{\mathrm{d}t^2} + \frac{g}{L}\theta = 0 \qquad (1.14)$$

En comparant cette équation avec l'équation 1.5*a* (équation différentielle du mouvement harmonique simple), on voit que, dans l'approximation des petits angles, un pendule simple effectue un mouvement harmonique simple de fréquence angulaire

Fréquence angulaire d'un pendule simple

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad (1.15a)$$

et de période

Période d'un pendule simple

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (1.15b)$$

Notez que la *fréquence* angulaire ω (constante) donnée par l'équation 1.15*a* ne doit pas être confondue avec la *vitesse* angulaire instantanée du mouvement

de rotation (non constante) pour laquelle nous avons utilisé le même symbole au chapitre 11 du tome 1. Ici, la vitesse angulaire instantanée sera désignée, le cas échéant, par $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$.

L'équation 1.15*b* exprime que la période ne dépend ni de la masse ni de l'amplitude. Le modèle du pendule simple prédit donc la propriété d'isochronisme que Galilée avait estimée à propos des chandeliers de la cathédrale de Pise (voir la p. 4). Notez toutefois que cette prédiction n'est valable que pour des oscillations de petite amplitude, celle-ci ayant un effet sur la période lorsqu'elle est plus grande. Galilée, s'il avait disposé d'un chronomètre moderne, n'aurait sûrement pas formulé une conclusion aussi générale.

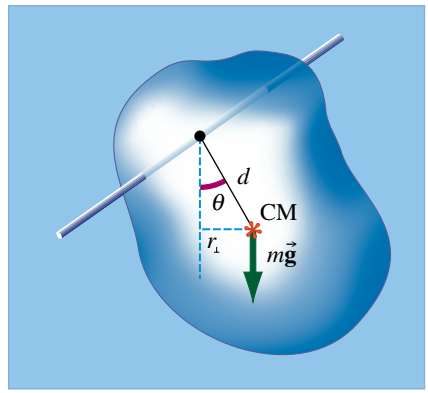
La solution de l'équation 1.14 a la même forme que l'équation 1.2 :

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega t + \phi) \tag{1.16}$$

θ_0 étant l'amplitude angulaire. Bien que cette équation contienne en apparence deux angles, θ est la position angulaire, un paramètre physique, alors que ϕ est la constante de phase, un paramètre mathématique qui dépend des conditions initiales.

Le pendule composé

Considérons maintenant un système qui ne peut pas être modélisé comme un pendule simple, en raison de sa distribution de masse étendue. La figure 1.16 représente un corps rigide pivotant librement autour d'un axe horizontal. Pour qu'il y ait oscillation, l'axe ne passe pas par le centre de masse du corps. Un tel système constitue un **pendule composé** et effectue, comme nous le montrerons, un mouvement harmonique simple pour de petits déplacements angulaires. Votre bras, si vous le « laissez tomber », est un exemple de pendule composé.



▲ **Figure 1.16**
Un pendule composé pivotant autour d'un point autre que son centre de masse. Sur la figure, $r_\perp$ désigne le bras de levier (voir le chapitre 11 du tome 1).

Pour analyser ce système, nous utilisons la deuxième loi de Newton en rotation, $\Sigma\tau = I\alpha$, qui relie l'accélération angulaire $\alpha = \mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t^2$ du pendule avec sa cause, le moment de force résultant qu'il subit (voir les chapitres 11 et 12 du tome 1). Si d est la distance du pivot au centre de masse (CM), le moment de force de rappel qu'engendre le poids est $-r_\perp mg = -mgd \sin\theta$. Puisque le pendule ne subit pas d'autre moment de force, l'équation $\Sigma\tau = I\alpha$ devient

$$-mgd \sin\theta = I \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

où I est le moment d'inertie par rapport à l'axe donné. Le signe négatif du membre de gauche indique que ce moment de force tend à faire tourner le pendule vers les valeurs décroissantes de θ quand θ est positif, et vers les valeurs croissantes quand θ est négatif.

Ici encore, si on se limite uniquement à la situation où l'oscillation a une petite amplitude angulaire, on peut faire l'approximation des petits angles, $\sin\theta \approx \theta$, alors

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \frac{mgd}{I}\theta = 0 \tag{1.17}$$

qui est l'équation différentielle du mouvement harmonique simple. En comparant avec l'équation 1.5*a*, on obtient

Fréquence angulaire d'un pendule composé

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \tag{1.18}$$

et

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \tag{1.19}$$

Si l'on connaît la position du centre de masse et la valeur de d, une mesure de la période nous permet alors de déterminer le moment d'inertie du corps.

Exemple 1.11

La position angulaire θ (en radians) d'un pendule simple est donnée par

$$\theta = 0{,}1\pi \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

où t est en secondes. La masse du pendule vaut 0,4 kg. Déterminer : (a) la longueur du pendule simple ; (b) la vitesse de la masse à $t = 0{,}125$ s.

Solution

(a) On nous donne $\omega = 2\pi = 6{,}28$ rad/s. Comme $\omega^2 = g/L$, on a

$$L = \frac{g}{\omega^2} = \frac{9{,}8 \text{ m/s}^2}{(6{,}28 \text{ rad/s})^2} = 0{,}248 \text{ m}$$

(b) On nous donne l'amplitude $\theta_0 = 0{,}1\pi$ rad et $\phi = \pi/6$ rad. Puisque $s = L\theta$, la composante tangentielle de la vitesse de la masse, $v_t = \mathrm{d}s/\mathrm{d}t$, est

$$\begin{aligned} v_t &= L\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \\ &= (0{,}248)(0{,}1\pi)(2\pi)\cos\left(2\pi(0{,}125) + \frac{\pi}{6}\right) \\ &= 0{,}127 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Puisque $v_t > 0$, la vitesse est donc de 0,127 m/s vers la droite (c'est-à-dire vers les valeurs croissantes de θ). On aurait pu aussi obtenir v_t en multipliant la vitesse angulaire $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$ par le rayon L de la trajectoire.

Exemple 1.12

Une tige homogène de masse m et de longueur L pivote librement autour d'une extrémité. (a) Quelle est la période de ses oscillations ? (b) Quelle est la longueur d'un pendule simple ayant la même période ?

Solution

(a) Le moment d'inertie d'une tige par rapport à une de ses extrémités est $I = \frac{1}{3}mL^2$ (voir le chapitre 11 du tome 1). Le centre de masse d'une tige homogène est situé en son milieu, de sorte que $d = L/2$ dans l'équation 1.19. La période est

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mL^2/3}{mgL/2}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

(b) En comparant l'équation 1.19 avec $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ pour un pendule simple, on voit que la période d'un pendule composé est la même que celle d'un pendule simple « équivalent » de longueur

$$L_{\text{éq}} = \frac{I}{md}$$

Pour la tige homogène,

$$L_{\text{éq}} = \frac{mL^2/3}{mL/2} = \frac{2L}{3}$$

Si l'amplitude angulaire d'un pendule est grande, il n'est plus possible de faire l'approximation des petits angles, $\sin\theta \approx \theta$. Dans ce cas, les oscillations ne sont plus des oscillations harmoniques simples (elles sont non sinusoïdales) et la période augmente au fur et à mesure que l'amplitude angulaire augmente (voir le problème P11).

Dans la pratique, l'amplitude d'un pendule et, par conséquent, sa période diminuent toutes deux avec le temps à cause des pertes liées au frottement. Dans une horloge sur pied, un contrepoids entraîne un mécanisme qui compense ces pertes d'énergie. En maintenant l'amplitude constante, il permet également de donner l'heure avec une plus grande précision.

Le pendule de torsion

Considérons maintenant un corps, comme un disque ou une tige, suspendu à l'extrémité d'un fil (figure 1.17). Lorsqu'on tord d'un angle θ l'extrémité du fil, entre autres par la rotation du corps, le moment de force de rappel τ obéit à la loi de Hooke : $\tau = -\kappa\theta$, où κ est appelée *constante de torsion* et où le signe négatif exprime que le moment de force a tendance à ramener θ vers sa valeur d'équilibre nulle. Si on lâche le fil après l'avoir tordu, le système oscillant est appelé **pendule de torsion**. La deuxième loi de Newton en rotation, $\Sigma\tau = I\alpha$, s'écrit

$$-\kappa\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

qui peut s'écrire aussi sous la forme

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{\kappa}{I}\theta = 0$$

Si l'on compare cette équation à l'équation 1.5*a*, on constate qu'elle est celle d'un mouvement harmonique simple de fréquence angulaire

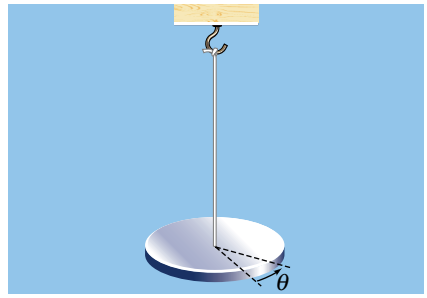
Fréquence angulaire d'un pendule de torsion

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}} \qquad (1.20)$$

et de période

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}} \qquad (1.21)$$

Soulignons que nous n'avons pas utilisé l'approximation des petits angles. Tant que l'on ne dépasse pas la limite d'élasticité du fil au-delà de laquelle la loi de Hooke cesse d'être valable, le pendule de torsion (sans frottement) va effectuer un mouvement harmonique simple.



▲ **Figure 1.17**
Un pendule de torsion. Le moment de force de rappel d'une fibre ou d'un fil tordu est proportionnel à l'angle de torsion. Il s'agit donc d'un mouvement harmonique simple.

Un pendule de torsion conçu pour déceler les manifestations possibles d'une « cinquième force », qui remettrait en question le modèle actuel faisant appel à quatre forces fondamentales et utilisé pour interpréter toutes les interactions qui nous entourent. (*Physics Today*, juillet 1988, p. 21.)

1.5 LES OSCILLATIONS AMORTIES

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que l'oscillateur harmonique *simple*, qui convient pour représenter les situations physiques où les pertes d'énergie sont négligeables. Dans plusieurs situations d'oscillations, les pertes d'énergie sont cependant appréciables. De telles pertes d'énergie peuvent être attribuées à la résistance d'un fluide externe ou aux « frottements internes » dans un système. De tels systèmes sont représentés par un oscillateur *amorti*, dont l'énergie et, par conséquent, l'amplitude décroissent avec le temps.

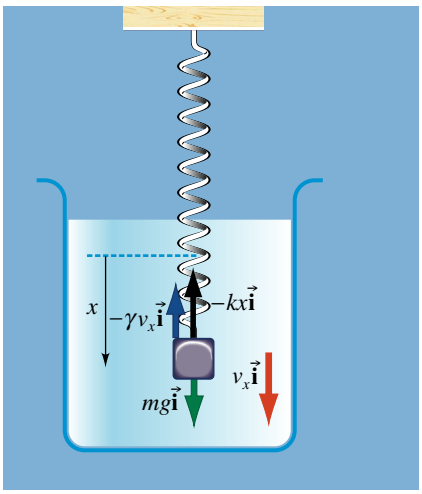
D'un point de vue qualitatif, on peut constater que le comportement du système est différent selon que le frottement est faible ou élevé. Quand le frottement est très faible, comme c'est le cas pour le frottement de l'air sur un pendule qui oscille avec de petits angles, le comportement du système demeure très proche de celui du modèle du mouvement harmonique simple. Seulement, le travail fait par le frottement retire une petite fraction de l'énergie à chaque oscillation. Puisque l'énergie mécanique du système diminue graduellement, l'équation $E = \frac{1}{2}kA^2$ montre que l'amplitude diminue elle aussi constamment. Quand le frottement proportionnel à la vitesse, la décroissance de l'amplitude est une

fonction exponentielle du temps (voir la figure 1.19). On dit d'un tel système qu'il est *sous-amorti* ou qu'il subit un *amortissement sous-critique*.

En revanche, quand le frottement est très intense, on observe que le système n'oscille pas : quand on le lâche, il retourne très lentement à sa position d'équilibre (voir la figure 1.20). C'est ce qui se produirait si on lâchait un pendule dans un liquide visqueux plutôt que dans l'air. On dit d'un tel système qu'il est *sur-amorti* ou qu'il subit un *amortissement surcritique*. Plus le frottement est intense et plus le retour à la position d'équilibre prend du temps. Les pistons hydrauliques des appareils dans un centre de conditionnement physique ou les portes d'une cuisine de restaurant qui se referment toutes seules en ralentissant sont des exemples de systèmes sur-amortis.

Quand on conçoit des amortisseurs de voiture de course, on veut éviter toute oscillation, mais on souhaite aussi que le système revienne le plus rapidement possible à sa position d'équilibre. On utilise donc un *amortissement critique*, c'est-à-dire un frottement *tout juste* assez élevé pour éviter l'oscillation, mais pas davantage. Dans une voiture ordinaire, l'amortissement est légèrement sous-amorti (l'oscillation cesse en un peu plus d'un cycle), ce qui procure davantage de confort qu'un amortissement critique.

Nous avons dit à la section 1.1 qu'un oscillateur mécanique décrivant un mouvement harmonique simple était analogue à un circuit LC dont le courant décrit une oscillation harmonique simple. Quand on ajoute une résistance R au circuit, de façon à obtenir un circuit RLC, les oscillations du courant deviennent amorties. À la section suivante, nous verrons qu'une force externe peut maintenir le mouvement harmonique simple malgré un amortissement mécanique, tout comme une source de f.é.m. peut maintenir les oscillations du courant en présence d'une résistance.



▲ Figure 1.18
Les oscillations d'un bloc sont amorties lorsqu'on le plonge dans un fluide. Dans un système réel, les pertes d'énergie dans le ressort lui-même donnent également lieu à un amortissement.

Nous allons maintenant étudier d'un point de vue quantitatif les trois types d'amortissement que nous venons de présenter. Limitons notre analyse au cas, très représentatif, décrit à la figure 1.18 : celui d'un bloc immergé dans un liquide. Lorsque la vitesse est faible, l'amortissement qu'on observe peut être attribué à une force de résistance $\vec{\mathbf{F}}_R$, exercée par le fluide, et proportionnelle à la vitesse (voir le chapitre 6 du tome 1) :

$$\vec{\mathbf{F}}_R = -\gamma\vec{\mathbf{v}} \qquad (1.22)$$

où γ, mesurée en kilogrammes par seconde, est la *constante d'amortissement*. Si l'on néglige la force de flottaison (poussée d'Archimède) exercée par le fluide (voir le chapitre 14 du tome 1), la deuxième loi de Newton appliquée au bloc s'écrit, après simplification,

$$\sum F_x = -kx - \gamma\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

où x est la position du bloc par rapport à l'équilibre. Ainsi, le poids du bloc n'apparaît pas dans la somme des forces (voir l'exemple 1.6 pour les détails de la simplification ; par souci de simplicité, on a omis le symbole prime utilisé dans cet exemple). Cette équation peut s'écrire sous la forme

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + kx = 0 \qquad (1.23)$$

On constate que l'équation 1.8 est un cas particulier (pour $\gamma = 0$) de l'équation 1.23.

Cette forme d'équation différentielle apparaît dans d'autres oscillations amorties mécaniques ou non mécaniques. Si l'amortissement est assez faible, on s'attend à ce que la masse oscille avec une amplitude diminuant progressivement. Or, l'équation 1.23 prédit bel et bien ce comportement, puisque l'une de ses solutions est

$$x = A_0 e^{-\gamma t/2m} \sin(\omega' t + \phi) \qquad (1.24)$$

où la *fréquence angulaire amortie*, ω', est donnée par

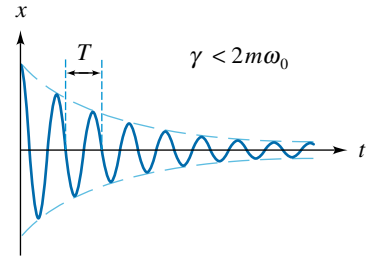
$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2} \qquad (1.25)$$

(On peut vérifier par substitution qu'il s'agit bien d'une solution ; voir le problème P18.) On note que cette solution comporte un facteur exponentiel décroissant qui correspond aux observations d'amplitude décroissante. Quand $\gamma = 0$, ce facteur décroissant disparaît et l'équation 1.24 se réduit au cas d'un mouvement harmonique simple. De plus, l'équation 1.25 prédit que la fréquence angulaire amortie ω' est inférieure à la fréquence angulaire propre $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, mais s'y réduit quand $\gamma = 0$.

La figure 1.19 illustre des oscillations sous-amorties ; dans le cas d'une constante de phase ϕ nulle, l'amplitude diminue selon

(oscillateur sous-amorti) $$A(t) = A_0 e^{-\gamma t/2m} \qquad (1.26)$$

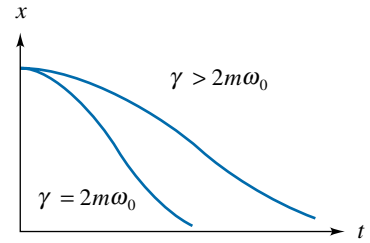
et correspond à l'enveloppe en pointillé de la courbe représentée à la figure 1.19. La période des oscillations amorties est $T' = 2\pi/\omega'$.



▲ **Figure 1.19**
Dans une oscillation sous-amortie, le système oscille avec une amplitude qui décroît exponentiellement.

Voyons maintenant comment on obtient des oscillations sur-amorties. Si on augmente γ jusqu'à ce que $\gamma > 2m\omega_0$, alors l'équation 1.25 comporte une racine carrée d'un nombre négatif, ce qui n'est pas un nombre réel. Pour de telles valeurs de γ, le système n'oscille pas. Le traitement mathématique de cette situation requiert l'usage de fonctions de nombres *imaginaires*, qui dépasse le cadre de cet ouvrage. La solution est toutefois illustrée à la figure 1.20 : tel qu'attendu, le système revient lentement à sa position d'équilibre.

Si $\gamma = 2m\omega_0$, on a $\omega' = 0$ et, là non plus, il n'y a pas d'oscillation. Cette condition d'*amortissement critique* correspond au temps le plus court pour que le système revienne à l'équilibre (figure 1.20).



▲ **Figure 1.20**
En amortissement critique ($\gamma = 2m\omega_0$), le système s'approche plus rapidement de la position d'équilibre. En amortissement surcritique ($\gamma > 2m\omega_0$), le système s'approche lentement de l'équilibre.

Exemple 1.13

Un bloc de 0,5 kg est attaché à un ressort (k = 12,5 N/m). La fréquence angulaire amortie est de 0,2 % inférieure à la fréquence angulaire propre. (a) Quelle est la constante d'amortissement ? (b) Comment varie l'amplitude dans le temps ? (c) Quelle serait la constante d'amortissement critique ?

Solution

(a) La fréquence angulaire propre est $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ = 5 rad/s. La fréquence angulaire amortie est $\omega' = 0{,}998\omega_0 = 4{,}99$ rad/s. D'après l'équation 1.25,

$$\gamma^2 = 4m^2(\omega_0^2 - \omega'^2)$$

Cela nous donne $\gamma = 0{,}316$ kg/s.

(b) D'après l'équation 1.26,

$$A(t) = A_0 e^{-0{,}316t}$$

(c) La constante d'amortissement critique est

$$\gamma = 2m\omega_0 = 5 \text{ kg/s}$$

Cette valeur est nettement plus élevée que la valeur trouvée en (a). L'amortissement est donc sous-critique et l'oscillation se poursuivra pendant de nombreuses périodes avant de devenir imperceptible.

1.6 LES OSCILLATIONS FORCÉES ET LA RÉSONANCE

À la section précédente, nous avons considéré l'amortissement, qui a pour effet de retirer de l'énergie au système oscillant. Mais un tel système peut aussi être sous l'influence d'une force extérieure qui a pour effet de lui fournir de l'énergie.

▲ Figure 1.21

Le bébé peut continuer à se balancer si ses parents le poussent avec la fréquence appropriée.

Pour illustrer le concept, considérons d'abord l'exemple simple où la force externe est constante. C'est ce qui se produit quand un système bloc-ressort horizontal initialement à l'équilibre est subitement mis à la verticale : la force gravitationnelle peut soudainement faire un travail sur le bloc, et celui-ci commence à osciller. Mais une fois que le système oscille, cette force fait un travail nul sur un cycle complet et cesse donc d'apporter de l'énergie au bloc. Pour fournir régulièrement de l'énergie au système, à chaque oscillation, on peut utiliser une *force extérieure périodique*. C'est ce qui se produit quand on pousse, à intervalles réguliers, un bébé assis dans une balançoire (figure 1.21).

Dans les sections précédentes, nous avons vu qu'un système oscillant selon un mouvement harmonique simple se caractérise par une fréquence angulaire ω indépendante de l'amplitude de l'oscillation (voir les équations 1.9, 1.15*a*, 1.18 et 1.20). Cette valeur de ω est la **fréquence angulaire propre** du système, que l'on dénotera dans ce qui suit par ω_0. Mais en présence d'une force extérieure périodique de fréquence ω_e, on constate que la fréquence d'oscillation devient ω_e et non ω_0. En d'autres termes, la force externe *prend complètement le contrôle* du rythme de l'oscillation.

On peut comprendre ce concept en reprenant l'exemple du bébé de la figure 1.21 : si les deux adultes placés de part et d'autre de la balançoire alternent très rapidement leurs poussées dès que le bébé arrive à proximité d'eux, chaque inversion du mouvement de la balançoire se produira plus tôt qu'elle ne l'aurait fait en l'absence de poussées. La force extérieure résultante a une fréquence élevée et le siège va effectivement osciller à cette fréquence élevée. De même, si les deux adultes, à tour de rôle, suivent la balançoire en maintenant leur poussée, ils empêchent le mouvement de s'inverser et forcent le bébé à osciller à basse fréquence. Dans les deux cas, l'amplitude du mouvement est cependant faible comparativement à ce qu'on pourrait obtenir avec un effort comparable si la fréquence était mieux choisie.

L'amplitude du mouvement de la balançoire est maximum si la fréquence des poussées s'approche de la fréquence propre du système. En d'autres termes, si ω_e est très proche de ω_0, la force externe est « synchronisée » avec la fréquence angulaire propre du système et l'amplitude devient très grande. Lorsqu'on se balance soi-même, on ajuste instinctivement la fréquence angulaire de la force que l'on exerce sur les cordes à la fréquence angulaire propre de la balançoire.

On dit d'un système oscillant excité par une force externe dont la fréquence angulaire est voisine de sa fréquence angulaire propre qu'il est en **résonance**. Même des structures de grandes dimensions, comme les tours, les ponts et les avions, peuvent osciller. Si un édifice est soumis par hasard à un mécanisme d'entraînement périodique (comme des bourrasques de vent, un tremblement de terre, etc.) dont la fréquence ω_e est voisine de la fréquence angulaire propre ω_0 de l'édifice, la résonance peut même le faire tomber en morceaux ! L'écroulement du pont de Tacoma dans l'État de Washington est un exemple mémorable d'une telle catastrophe (voir le sujet connexe à la fin de cette section).

Nous avons étudié dans le tome 2 la résonance dans les circuits électriques, qui est un phénomène vital pour l'émission et la réception des signaux de radio et de télévision. Ce phénomène est tout à fait analogue au phénomène de résonance que nous venons d'étudier : la source de f.é.m. alternative maintient l'oscillation du courant malgré les pertes d'énergie dans la résistance, un rôle analogue à celui de la force externe qui maintient le mouvement malgré l'amortissement mécanique. Ainsi, l'amplitude du courant est très grande quand la fréquence ω_e de la source s'approche de la fréquence de résonance ω_0 du circuit.

Les phénomènes qu'on explique par la résonance ne se limitent pas aux oscillations mécaniques ou électriques. En fait, ils sont omniprésents ; ils se manifestent jusque dans les processus atomiques et nucléaires. D'ailleurs, bien des systèmes biologiques ou médicaux peuvent aussi être modélisés comme des oscillateurs forcés, avec ou sans résonance. Par exemple, un cardiostimulateur peut être vu comme une source externe dont la fréquence est ajustable pour rester en résonance ; pour concevoir un respirateur artificiel, on peut estimer qu'il représente la source externe de fréquence ω_e et que les poumons représentent un oscillateur amorti ; etc. ●

Nous allons maintenant étudier les oscillations forcées et la résonance d'un point de vue quantitatif, en nous limitant au cas où la force d'entraînement extérieure varie de façon sinusoïdale avec une fréquence angulaire ω_e. Ainsi, dans le système représenté à la figure 1.18 (p. 22), si on applique une force extérieure agissant le long de l'axe des x et dont l'expression est $F_e \cos \omega_e t$, alors la deuxième loi de Newton appliquée à cet oscillateur forcé donne

$$\sum F_x = -kx - \gamma \frac{dx}{dt} + F_e \cos \omega_e t = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

que l'on peut remanier pour obtenir une équation analogue à l'équation 1.23, soit

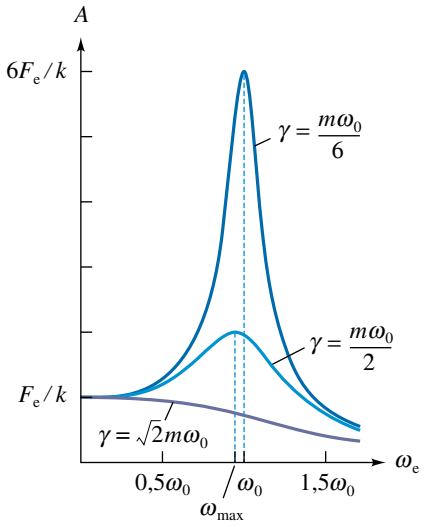
$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx = F_e \cos \omega_e t \qquad (1.27)$$

Lorsqu'on commence à appliquer la force extérieure, le mouvement est tout d'abord apériodique : la solution de l'équation différentielle comporte des termes qualifiés de *transitoires*, dont la valeur diminue avec le temps. Lorsque ces termes transitoires deviennent négligeables, on dit que le système oscille en *régime stationnaire*. À ce stade, l'énergie dissipée par l'amortissement est compensée exactement par l'apport extérieur associé à la force d'entraînement. (En l'absence d'amortissement, on n'obtiendrait jamais de régime stationnaire : la force extérieure injecterait de l'énergie dans le système à chaque oscillation et l'amplitude augmenterait en tendant vers l'infini, ce qui empêcherait le mouvement de devenir parfaitement périodique.) La solution en régime stationnaire de l'équation 1.27 est

$$x = A \sin(\omega_e t + \delta) \qquad (1.28)$$

où δ est l'angle de phase (voir le problème P19). Selon cette solution, l'amplitude A est constante dans le temps et l'oscillation se fait à la fréquence ω_e *de la force d'entraînement extérieure*, tel qu'attendu.

L'équation 1.28 révèle aussi un comportement important : comme la force a une phase $\omega_e t$ alors que les oscillations ont une phase $\omega_e t + \delta$, la force n'est pas synchronisée avec les oscillations (par exemple, les instants où la force est maximale ne coïncident pas avec ceux où la position est maximale). Dans l'éventualité où δ aurait une valeur très petite, la force serait mieux synchronisée aux



▲ Figure 1.22

L'amplitude d'un oscillateur entretenu donne lieu à un phénomène de résonance lorsque la fréquence angulaire de l'agent extérieur varie. Pour un amortissement élevé, le pic correspond à une fréquence angulaire inférieure à la fréquence angulaire propre ω_0 et la courbe de résonance est large. Lorsque l'amortissement est faible, ω_{max} est située tout juste à gauche de ω_0.

oscillations et devrait logiquement produire une amplitude plus importante. En remplaçant l'équation 1.28 dans l'équation 1.27, on obtient finalement (les détails du calcul ne sont pas présentés ici) :

$$A = \frac{F_e/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + (\gamma\omega_e/m)^2}} \qquad (1.29a)$$

$$\delta = \arctan\left(\frac{\omega_0^2 - \omega_e^2}{\gamma\omega_e/m}\right) \qquad (1.29b)$$

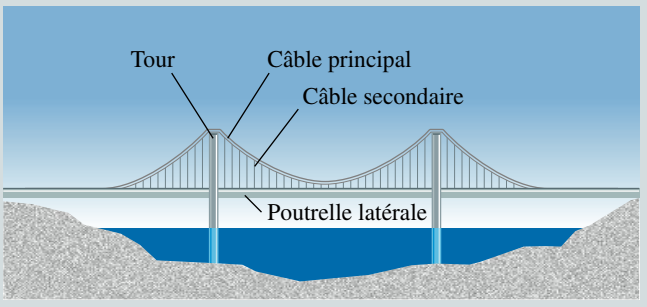
Ces expressions montrent bien que chaque valeur de la fréquence angulaire de la force d'entraînement est caractérisée par sa propre amplitude (figure 1.22). À $\omega_e = 0$, l'amplitude est simplement l'allongement statique $F_e/m\omega_0^2 = F_e/k$. Au fur et à mesure que la fréquence angulaire extérieure ω_e augmente, l'amplitude s'accroît jusqu'à atteindre un maximum à $\omega_e = \omega_{max}$, légèrement au-dessous de ω_0. À des valeurs plus élevées de la fréquence angulaire, l'amplitude décroît à nouveau. Une telle réponse comportant un maximum est appelée *résonance* et ω_{max} est la *fréquence angulaire de résonance*.

Si γ est petit, la courbe de résonance est étroite et le pic est situé près de la fréquence angulaire propre ω_0. Si γ est grand, la résonance est large et le pic est décalé vers les fréquences angulaires plus faibles. La valeur de γ peut devenir si grande qu'il n'y a pas de résonance. À la fréquence angulaire de résonance, la valeur de l'angle de phase δ s'approche de 0, et la force extérieure et la vitesse de la particule ($v_x = dx/dt = A\omega_e \cos(\omega_e t + \delta)$) sont pratiquement en phase. Le transfert de puissance ($P = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}}$) vers l'oscillateur est alors maximal et son amplitude est maximale. Aux fréquences angulaires inférieures ou supérieures à la valeur de résonance, la force et la vitesse ne sont pas en phase, et le transfert de puissance est plus faible, ce qui explique que l'amplitude est, elle aussi, plus faible.

SUJET CONNEXE

Autant en emporte le vent : l'effondrement du pont de Tacoma Narrows

À la fin des années 1930, on construisit aux États-Unis un pont au-dessus du détroit de Tacoma, notamment afin de relier les villes de Seattle et de Tacoma à la base navale de Bremerton. La circulation dans la région n'étant pas très dense, on opta pour un projet peu coûteux (6,5 millions de dollars : une aubaine, même pour l'époque) dont quelques caractéristiques sont énumérées au tableau 1.1 (p. 27). Il s'agissait d'un pont suspendu dont la travée principale mesurait 854 m de longueur (figure 1.23). Cela faisait du pont de Tacoma Narrows le 3e pont suspendu au monde pour la longueur, et de loin le plus étroit comparativement à sa longueur, car il ne comportait que deux voies de circulation (une dans chaque sens). Par souci d'économie, les poutrelles latérales (qui servent de lien entre les câbles de suspension et le tablier du pont) furent réduites au minimum : 2,5 m de hauteur. Avant même



▲ Figure 1.23

Schéma d'un pont suspendu. Deux tours massives supportent les câbles principaux. Les câbles secondaires sont accrochés aux câbles principaux et soutiennent les poutrelles latérales. Le tablier du pont (l'endroit où circulent les véhicules) est soutenu de part et d'autre par les poutrelles latérales (la figure 1.25, p. 28, montre une coupe latérale du tablier). La travée principale est la portion du tablier située entre les deux tours.

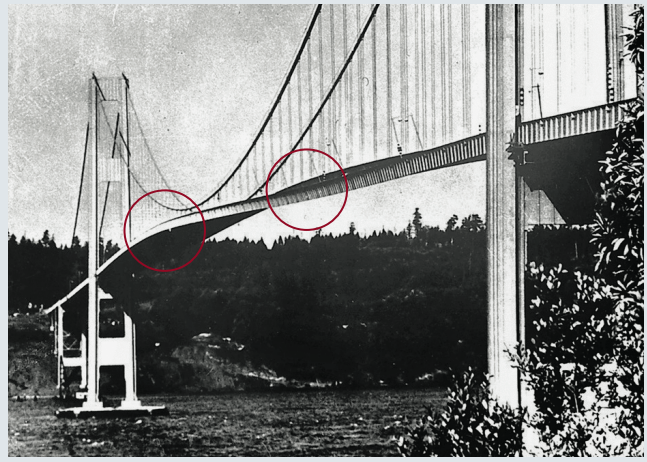
que la construction ne débute, T. L. Condron, un des ingénieurs chargés de la supervision du projet, se rendit compte que l'étroitesse du tablier du pont et des poutrelles latérales se traduirait par une flexibilité extrême, qui pouvait compromettre la stabilité de l'ensemble. Mais il ne réussit pas à convaincre ses supérieurs de faire élargir ou renforcer le tablier du pont ; après tout, les plans avaient été dessinés par Leon Moisseiff, un ingénieur qui avait déjà conçu de nombreux ponts et dont la réputation n'était plus à faire.

Pendant la construction, on se rendit compte que le pont était effectivement très flexible : le moindre vent faisait osciller verticalement la travée principale avec une amplitude facilement perceptible sur une période de 8 s environ. On décida néanmoins que la situation était sans danger, et on ouvrit le pont à la circulation comme prévu en juillet 1940. Les usagers se rendirent rapidement compte des oscillations et donnèrent au pont le surnom de « Galloping Gertie ». Plusieurs disaient en plaisantant que les sensations fortes éprouvées lors de la traversée valaient amplement le prix du péage à l'entrée du pont.

Les concepteurs du pont trouvaient cela moins drôle. Ils essayèrent de stabiliser l'ouvrage par tous les moyens. On rajouta des câbles secondaires supplémentaires en diagonale entre le câble principal et les poutrelles latérales qui soutenaient le tablier – sans grand résultat. Trois mois après l'ouverture du pont, on fixa sur chaque rive des blocs d'ancrage de 50 t, reliés au tablier par des câbles de 4 cm de diamètre. À la première tempête, les câbles cassèrent, mais on les réinstalla quand même trois jours plus tard.

Le 7 novembre 1940, quatre mois après l'inauguration du pont, un vent particulièrement intense (environ 65 km/h) s'engouffra dans le détroit de Tacoma. La travée centrale se mit à osciller avec une amplitude qui dépassait 1 m. On arrêta la circulation. Deux voitures restèrent immobilisées au milieu du pont, incapables de continuer en raison des oscillations. Toutefois, leurs occupants réussirent à rejoindre tant bien que mal les rives (un malheureux chien resté dans une des voitures n'eut pas cette chance). Après quelques heures d'oscillations verticales intenses, l'ancrage d'un des câbles principaux se brisa, ce qui entraîna un déséquilibre entre les deux côtés du pont. C'est alors que la catastrophe se produisit : l'oscillation verticale se transforma en une oscillation de torsion, clairement visible sur la figure 1.24*a*. Le mode d'oscillation de torsion, qui n'avait jamais été observé, était beaucoup plus dommageable pour la structure du pont que l'oscillation verticale habituelle. L'amplitude de l'oscillation atteignit rapidement 8 m, et la travée centrale finit par s'écrouler (figure 1.24*b*).

(*a*)



(*b*)

▲ Figure 1.24

(*a*) Le 7 novembre 1940, le pont de Tacoma se mit à osciller sous l'action du vent. (*b*) Au bout de quelques heures, la travée centrale s'écroula.

▼ Tableau 1.1

Caractéristiques du pont de Tacoma Narrows (1940)

Hauteur des tours	126 m
Longueur de la travée principale	854 m
Hauteur des poutrelles latérales	2,5 m
Largeur du tablier	12 m

C'est une coïncidence malheureuse qui a causé le passage du mode d'oscillation vertical au mode de torsion : la période naturelle de torsion du tablier du pont était d'environ 6 s, ce qui était très proche des 8 s de la période naturelle des oscillations verticales. Si les deux périodes avaient été plus éloignées, comme c'est le cas pour les ponts qui sont proportionnellement plus larges,

►►►

le pont aurait vraisemblablement continué d'osciller verticalement ; il aurait été endommagé, certes, mais il aurait tenu le coup.

Le pont de Tacoma Narrows n'était pas le premier pont suspendu à s'effondrer, quelques ponts s'étant écroulés au XIX^{e} siècle, tant en Amérique qu'en Europe. Mais depuis ces événements, les techniques de construction s'étaient grandement améliorées, et personne ne pensait qu'un pont pouvait encore s'effondrer. La rupture du pont de Tacoma Narrows révéla le danger de construire des ponts suspendus trop flexibles et entraîna l'établissement de normes plus sévères : désormais, il faudrait obligatoirement tester une maquette du pont et du relief avoisinant en soufflerie avant la construction. Après la Deuxième Guerre mondiale, l'avènement des ordinateurs permit de faire des simulations détaillées du comportement d'un objet complexe (comme un pont) dans des conditions extrêmes. En 1950, on construisit un nouveau pont sur le même site, à quatre voies cette fois, avec des poutrelles latérales trois fois plus grosses et une armature croisée rigide sous le tablier. Le nouveau pont de Tacoma Narrows n'a jamais eu de défaillances.

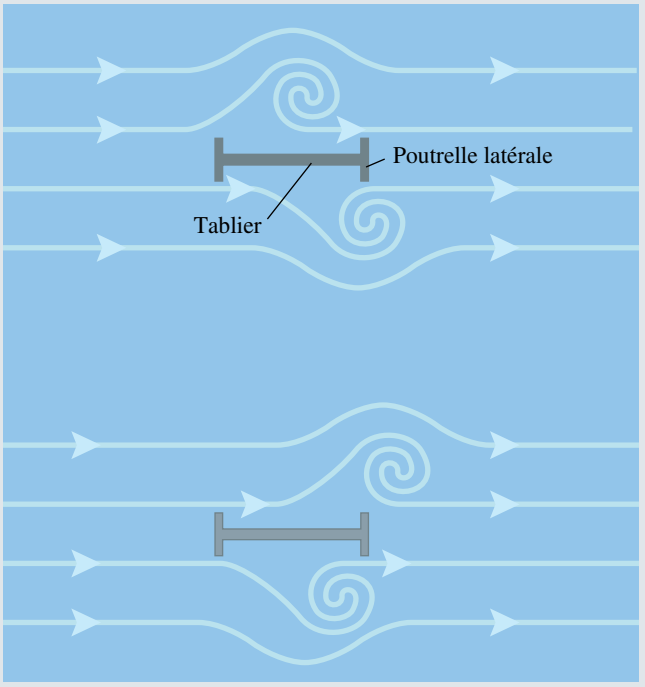
L'effondrement du premier pont de Tacoma Narrows demeure encore aujourd'hui une des catastrophes d'ingénierie les plus célèbres. Cela est certainement dû en partie au fait qu'une équipe d'ingénieurs chargés de régler les problèmes du pont était en train de filmer le jour de l'effondrement. Dans le film, quelques minutes avant la rupture, on voit le professeur F. B. Farquharson en train de courir sur la ligne médiane du tablier du pont, sur le sens de sa longueur, qui correspondait à un nœud de l'oscillation en torsion (voir le chapitre 2) ! Pourtant, malgré le film et les mesures précises qui furent prises pendant l'effondrement, les causes exactes de l'accident font encore l'objet d'un débat. Il semble clair qu'un phénomène quelconque de résonance soit en cause.

Mais, pour qu'un système entre en résonance, il doit y avoir une force variable qui agit sur lui selon la bonne période d'oscillation. Le jour fatidique du 7 novembre 1940, d'où venait cette force ?

La commission d'enquête chargée d'étudier la question proposa trois explications possibles : un vent soufflant par rafales à la période de résonance, la création de tourbillons alternés de part et d'autre du tablier du pont à la période de résonance, ou encore le transfert d'énergie du vent vers le mode fondamental d'oscillation par un processus d'autoexcitation.

L'hypothèse d'un vent soufflant par rafales à la période de résonance a l'avantage d'être la plus simple et la plus facile à comprendre… un rêve de pédagogue ! Depuis 1940, plusieurs livres d'introduction à la physique ont présenté cette hypothèse. Si on suppose que le vent soufflait de manière périodique à la période précise de résonance, la catastrophe de Tacoma Narrows devient une application directe et spectaculaire de la théorie de base de la résonance. Malheureusement, cette explication ne représente pas correctement la réalité. Le vent peut certes souffler par rafales, mais comment croire que des rafales puissent non seulement parvenir précisément à la période de résonance, mais de plus se maintenir à ce rythme exact pendant plusieurs heures ?

L'hypothèse des tourbillons est davantage plausible, bien qu'elle ne soit pas sans faiblesses. Elle est basée sur l'observation de l'écoulement de l'air autour d'un obstacle. Lorsqu'un objet s'oppose à l'écoulement du vent, il se crée souvent *alternativement* de part et d'autre de l'objet des tourbillons d'air (figure 1.25). Dans certaines conditions, on peut visualiser de tels tourbillons en plaçant un crayon en guise d'obstacle dans la fumée qui s'élève d'une chandelle. En raison de ces tourbillons, la pression de l'air diminue et augmente alternativement de chaque côté de l'objet. L'objet subit alors une force oscillante perpendiculaire à la vitesse du vent – ce qui peut expliquer précisément les oscillations verticales du tablier du pont de Tacoma Narrows. On peut observer l'effet de cette force lorsqu'on place une mince feuille de papier dans le jet d'air d'un séchoir à cheveux. Dans certaines conditions, la feuille se met à vibrer perpendiculairement au déplacement de l'air.



▲ Figure 1.25

Lorsque le vent frappe le tablier d'un pont, des tourbillons se forment alternativement de part et d'autre du tablier, ce qui produit une force verticale variable qui oscille à la période d'alternance des tourbillons.

Si l'alternance des tourbillons constitue un mécanisme susceptible de produire une force oscillante, la résonance ne semble malheureusement pas au rendez-vous. En effet, d'après la loi empirique de Strouhal, la période de l'alternance des tourbillons est donnée par la formule $T \approx 5h/v$, où h est la hauteur de l'obstacle et v, la vitesse du vent. Pour le pont de Tacoma Narrows, h = 2,5 m, la hauteur des poutrelles latérales qui soutiennent le tablier. Le jour de l'effondrement, on avait v = 65 km/h = 18 m/s. Ainsi, on obtient la période de Strouhal T = 5(2,5 m)/(18 m/s) = 0,7 s, soit environ 10 fois moins que la période naturelle d'oscillation du tablier, qui est de 8 s.

La différence entre la période de l'alternance des tourbillons et la période naturelle d'oscillation du pont est si grande que certains physiciens sont d'avis que les oscillations du pont de Tacoma Narrows n'ont pas pu être engendrées par un phénomène de résonance. Une autre explication peut être avancée : un objet peut utiliser l'énergie qu'on lui donne pour osciller à sa période naturelle sans être en résonance. Prenons l'exemple d'un instrument à archet, comme le violon. En glissant sur une corde de violon, l'archet accroche la corde pendant une fraction de seconde, ce qui la déplace de sa position d'équilibre et lui donne de l'énergie. La corde glisse, se met à osciller pendant quelques cycles à sa période naturelle (plusieurs centaines d'oscillations par seconde), produisant un son de même période. Une fraction de seconde plus tard, elle est de nouveau accrochée par l'archet, qui lui redonne de l'énergie, et ainsi de suite. Dans l'ensemble, il s'agit d'un processus de glissement adhérent (voir le chapitre 6 du tome 1), où se produit une séquence de type « accroche-glisse-accroche-glisse » qui n'a rien à voir avec la résonance due à une force externe de période appropriée. C'est le même phénomène qui est responsable du son produit par des ongles qui glissent sur un tableau noir, ou encore de l'excitation du mode d'oscillation naturel d'une coupe en cristal sur le rebord de laquelle on fait glisser un doigt mouillé. Il est à noter que, dans un processus de glissement adhérent, la force extérieure qui donne de l'énergie à l'objet n'oscille pas dans le temps, mais que l'objet vibre néanmoins à sa période naturelle d'oscillation.

Selon cette troisième hypothèse, l'effondrement du pont de Tacoma Narrows s'explique par l'autoexcitation : l'amorce de l'oscillation à la période naturelle se fait tout simplement par transfert d'énergie du vent (qu'il y ait des tourbillons ou non) au tablier du pont. Une fois l'oscillation amorcée, la suite de l'explication reprend l'hypothèse des tourbillons alternés, mais avec une différence cruciale : lorsqu'un objet qui oscille déjà de manière appréciable bloque le vent, les tourbillons alternés se forment non pas à la période de Strouhal, mais bien à la période d'oscillation de l'objet. Et si l'objet oscille déjà à sa période naturelle, les tourbillons alternés viendront alimenter cette oscillation et créeront une véritable résonance.

La tragédie de Tacoma ayant été étudiée avec une telle exhaustivité, on pourrait croire que les ingénieurs ont évité par la suite de telles erreurs. Ce n'est pas le cas : le Millenium Bridge, construit à Londres en 1998, était la proie lui aussi d'oscillations importantes ! Même si les oscillations verticales étaient absentes, on n'avait pas prévu que des oscillations *latérales* pourraient se produire. Or, les nombreux piétons qui empruntaient le pont (jusqu'à 2000 personnes à la fois le jour de l'ouverture) avaient tendance à synchroniser leurs pas avec l'oscillation, ce qui en accentuait l'amplitude. Heureusement, en 2001, on a ajouté au pont des amortisseurs qui ont rendu depuis toute oscillation négligeable.

RÉSUMÉ

Dans une oscillation harmonique simple, l'amplitude A est constante et la période T est indépendante de l'amplitude. La variation de la grandeur physique x est donnée par

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \qquad (1.2)$$

où ω est la fréquence angulaire. La fréquence angulaire, la fréquence f et la période T sont reliées par

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad (1.1)$$

La constante de phase ϕ est déterminée par les valeurs de x et de $v_x = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ à un instant donné, par exemple $t = 0$. Pour qu'un système mécanique effectue

un mouvement harmonique simple, la force (ou le moment de force) de rappel qui fait revenir le système à l'équilibre doit obéir à la loi de Hooke. Exprimée en fonction des composantes, cette loi est

$$F_{\text{res}_x} = -kx \tag{1.6}$$

L'énergie mécanique dans un mouvement harmonique simple est constante dans le temps.

Tous les oscillateurs harmoniques simples obéissent à une équation différentielle de la forme

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0 \tag{1.5a}$$

Dans les exemples mécaniques, cette équation est obtenue à partir de la deuxième loi de Newton.

La fréquence angulaire et la période de l'oscillation d'un bloc de masse m attaché à un ressort dont la constante est k sont données par

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{1.9}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{1.10}$$

L'énergie mécanique du système bloc-ressort est

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}kA^2 \tag{1.13}$$

L'énergie d'un oscillateur harmonique simple est proportionnelle au carré de l'amplitude.

Dans l'approximation des petits angles, la fréquence angulaire et la période d'un pendule simple de longueur L sont

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \tag{1.15a}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{1.15b}$$

et la fréquence angulaire d'un pendule composé de masse m et de moment d'inertie I est

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \tag{1.18}$$

où d est la distance entre l'axe de rotation et le centre de masse. La fréquence angulaire d'un pendule de torsion de moment d'inertie I est

$$\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{I}} \tag{1.20}$$

où κ est la constante de torsion.

Quand un système oscillant subit un amortissement sous-critique, son amplitude décroît à chaque oscillation. Si l'amortissement est plus élevé, le système retourne à l'équilibre sans osciller. L'amortissement peut être compensé par une force externe. Il y a résonance lorsqu'un système oscillant est entraîné par une force périodique dont la fréquence est proche de la fréquence propre d'oscillation du système.

TERMES IMPORTANTS

amplitude (p. 5)
angle de phase (p. 5)
constante de phase (p. 5)
fréquence (p. 5)
fréquence angulaire (p. 5)
fréquence angulaire propre (p. 24)
isochronisme (p. 4)
mouvement harmonique simple (p. 7)
mouvement périodique (p. 3)
oscillation (p. 3)
pendule composé (p. 19)
pendule de torsion (p. 21)
pendule simple (p. 18)
période (p. 5)
phase (p. 5)
phase initiale (p. 5)
résonance (p. 24)
système bloc-ressort (p. 4)

RÉVISION

R1. Relatez la découverte de l'isochronisme par Galilée.

R2. Soit le tracé de la fonction $x = A\sin(\omega t + \phi)$. Décrivez l'effet d'une augmentation de (a) A ; (b) ω ; (c) ϕ.

R3. Vrai ou faux ? Lorsque la constante de phase ϕ est positive, le graphique de la fonction $x = A\sin(\omega t + \phi)$ est décalé vers la gauche par rapport à celui de la fonction $x = A\sin \omega t$.

R4. Soit une oscillation harmonique simple d'amplitude A. Dites pour quelle(s) valeur(s) de x (a) le module de la vitesse est maximal ; (b) le module de l'accélération est maximal.

R5. Qu'arrive-t-il à la période d'oscillation d'un système bloc-ressort si (a) on double la masse du bloc ; (b) on double la constante de rappel du ressort ; (c) on double l'amplitude ?

R6. Tracez un au-dessus de l'autre avec un axe horizontal commun les graphiques $x(t)$, $v_x(t)$, $a_x(t)$, $U(t)$ et $K(t)$ pour le mouvement harmonique simple $x = A\sin \omega t$.

R7. Qu'arrive-t-il à l'énergie mécanique d'un système oscillant si on double l'amplitude ?

R8. Sous réserve de quelle approximation peut-on dire qu'un pendule simple oscille selon un mouvement harmonique simple ?

R9. Nommez deux systèmes oscillants mentionnés dans ce chapitre qui décrivent une oscillation s'approchant le plus d'un mouvement harmonique simple.

QUESTIONS

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Q1. Dites si l'un ou l'autre des systèmes suivants effectue un mouvement harmonique simple : (a) un bras ou une jambe se balançant librement ; (b) la balle de tennis qui oscille d'un bout à l'autre du terrain pendant un match ; (c) la tête d'un cycliste qui roule sur un chemin cahoteux.

Q2. Si l'amplitude d'un oscillateur harmonique simple est doublée, quel effet cela a-t-il sur les grandeurs suivantes : (a) la fréquence angulaire ; (b) la constante de phase ; (c) la vitesse maximale ; (d) l'accélération maximale ; (e) l'énergie mécanique ?

Q3. Un système bloc-ressort effectue un mouvement harmonique simple à la fréquence f. Combien de fois par cycle les conditions suivantes se produisent-elles : (a) la vitesse est maximale ; (b) l'accélération est nulle ; (c) l'énergie cinétique est égale à 50 % de l'énergie potentielle ; (d) l'énergie potentielle est égale à l'énergie mécanique ?

Q4. Un pendule simple est suspendu au plafond d'un ascenseur. Quel est l'effet sur sa période lorsque l'accélération de l'ascenseur, considérée comme constante, est (a) orientée vers le haut, (b) orientée vers le bas ?

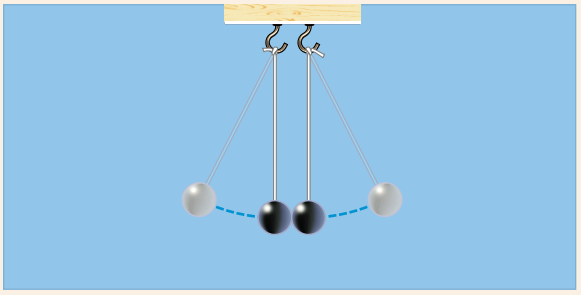
Q5. Un bloc oscille à l'extrémité d'un ressort vertical suspendu au plafond d'un ascenseur. Quel est l'effet sur sa période si l'ascenseur a une accélération constante dirigée (a) vers le haut, (b) vers le bas ?

Q6. Une particule effectue un mouvement harmonique simple de période T. Elle met un temps $T/4$ pour aller de $x = -A$ à $x = 0$. Le temps mis pour aller de $x = -A/2$ à $x = A/2$ lui est-il (a) inférieur, (b) identique, ou (c) supérieur ?

Q7. Un wagonnet non couvert oscille sur une surface horizontale sans frottement à l'extrémité d'un ressort. Quels sont les effets sur l'énergie mécanique et sur la période si on lâche verticalement un bloc

de même masse qui tombe dans le wagonnet (a) lorsque $x = A$; (b) lorsque $x = 0$?

Q8. Deux balles suspendues subissent des collisions élastiques répétées au point le plus bas de leurs oscillations (figure 1.26). Leur mouvement est-il harmonique simple ?



▲ Figure 1.26
Question 8.

Q9. Si l'on vous donne un chronomètre et une règle, comment pouvez-vous évaluer approximativement la masse d'un bras ou d'une jambe ?

Q10. Une particule effectue un mouvement harmonique simple à une dimension d'amplitude A et de période T. Quelle est la valeur moyenne du module de la vitesse (a) sur un quart de cycle entre $x = 0$ et $x = \pm A$; (b) sur une oscillation complète ?

Q11. Même en l'absence de résistance de l'air, une masse oscillant à l'extrémité d'un ressort finit par s'arrêter. Pourquoi en est-il ainsi ?

Q12. Utilisez un raisonnement qualitatif pour montrer qu'un pendule simple ne peut pas effectuer un vrai mouvement harmonique simple. (*Indice* : Considérez la force de rappel correspondant à un grand déplacement angulaire par rapport à la verticale.)

Q13. Pourquoi donne-t-on l'ordre à des soldats qui marchent au pas de rompre leur cadence lorsqu'ils traversent un petit pont ?

Q14. La position d'une particule est donnée par $x = A \cos \omega t$. Quelle est la constante de phase permettant de décrire son mouvement à partir de l'expression générale $x = A \sin(\omega t + \phi)$ utilisée dans ce chapitre ?

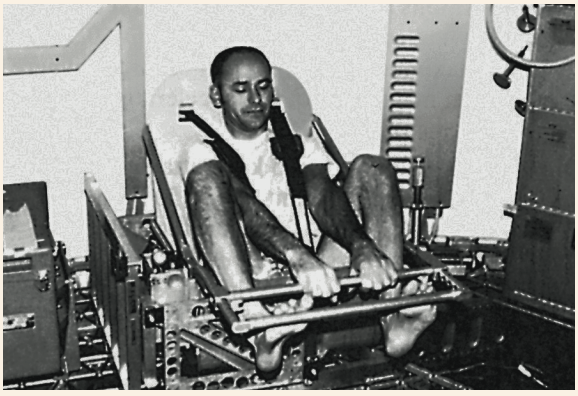
Q15. Un bloc oscille à l'extrémité d'un ressort. On coupe le ressort en deux et on attache le bloc à l'un des ressorts obtenus. La nouvelle période est-elle plus longue ou plus courte ? Expliquez qualitativement votre réponse.

Q16. Il y a mouvement harmonique simple lorsque l'énergie potentielle est proportionnelle au carré de la variable décrivant la position. Une particule qui glisse sans frottement à l'intérieur d'un bol de forme parabolique est-elle en mouvement harmonique simple ?

Q17. Un pendule simple est suspendu au plafond d'un camion. Quel est l'effet sur la période lorsque le camion accélère horizontalement ?

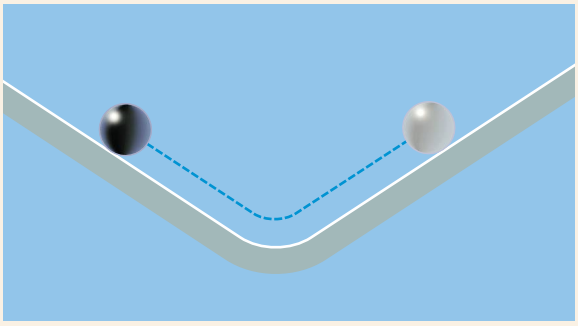
Q18. Discutez qualitativement l'effet de la masse d'un ressort réel sur la période d'un système bloc-ressort.

Q19. La figure 1.27 représente une méthode servant à déterminer la masse d'un astronaute en orbite stationnaire. Quelle est la procédure utilisée ?



▲ Figure 1.27
Question 19.

Q20. Une bille roule vers le bas d'un plan incliné puis remonte sur un autre plan (figure 1.28). On néglige les pertes par frottement. (a) Le mouvement est-il périodique ? (b) Y a-t-il un point d'équilibre stable ? (c) S'agit-il d'un mouvement harmonique simple ?



▲ Figure 1.28
Question 20.

Q21. En marchant, on garde les bras droits, alors qu'en courant, on plie les coudes. Peut-on expliquer pourquoi à l'aide des concepts reliés aux pendules ?

1.1 et 1.2 Oscillation harmonique simple, système bloc-ressort

E1. (I) La position d'une particule est donnée par $x = A\cos(\omega t - \pi/3)$. Parmi les expressions suivantes, lesquelles y sont équivalentes ?

(a) $x = A\cos(\omega t + \pi/3)$

(b) $x = A\cos(\omega t + 5\pi/3)$

(c) $x = A\sin(\omega t + \pi/6)$

(d) $x = A\sin(\omega t - 5\pi/6)$

E2. (I) La position d'un bloc est donnée par $x = 0{,}03\sin(20\pi t + \pi/4)$, où x est en mètres et t en secondes. À quel instant ($t > 0$), (a) la position, (b) la vitesse et (c) l'accélération atteignent-elles pour la première fois une valeur maximale (positive ou négative) ? (d) Tracez les graphes de la position, de la vitesse et de l'accélération du bloc par rapport au temps sur un intervalle équivalent à une période afin de vérifier les réponses obtenues en (a), en (b) et en (c).

E3. MonLab (II) Lorsque deux adultes de masse totale 150 kg entrent dans une automobile de masse 1450 kg, l'automobile s'affaisse de 1 cm. (a) Quelle est la constante de rappel d'un des quatre ressorts de la suspension ? (b) Quelle est la période des oscillations lorsque l'automobile chargée passe sur une bosse ?

E4. (I) La position d'un bloc attaché à un ressort est donnée par $x = 0{,}2\sin(12t + 0{,}2)$, où x est en mètres et t en secondes. Trouvez : (a) l'accélération quand $x = 0{,}08$ m ; (b) le premier instant ($t > 0$) auquel $x = +0{,}1$ m avec $v_x < 0$. (c) Tracez les graphes de la position et de l'accélération du bloc par rapport au temps sur un intervalle équivalent à une période afin de vérifier les réponses obtenues en (a) et en (b).

E5. (I) La condition $|v_x| = 0{,}5A\omega$, où $A\omega$ est le module de la vitesse maximale, se produit quatre fois durant chaque cycle d'une oscillation d'un système bloc-ressort. Déterminez les quatre premiers instants ($t > 0$) sachant que la position à partir du point d'équilibre est $x = 0{,}35\sin(3{,}6t + 1{,}07)$, où x est en mètres et t en secondes.

E6. (I) Soit un bloc attaché à un ressort. On l'écarte de sa position d'équilibre jusqu'à la position $x = +A$ et on le lâche. La période est T. En quels points et à quels instants au cours du premier cycle complet les événements suivants ont-ils lieu : (a) $|v_x| = 0{,}5A\omega$, où $A\omega$ est le module de la vitesse maximale ; (b) $|a_x| = 0{,}5A\omega^2$, où $A\omega^2$ est le module de l'accélération maximale ? Donnez vos réponses en fonction de A et de T.

E7. (II) Un bloc de masse $m = 0{,}5$ kg est attaché à un ressort horizontal dont la constante de rappel est $k = 50$ N/m. À $t = 0{,}1$ s, la position est $x = -0{,}2$ m et la vitesse est $v_x = +0{,}5$ m/s. On suppose que $x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$. (a) Déterminez l'amplitude et la constante de phase. (b) Écrivez l'équation de $x(t)$. (c) À quel instant la condition $x = 0{,}2$ m et $v_x = -0{,}5$ m/s se produit-elle pour la première fois ? (d) À partir de la réponse obtenue en (b), tracez les graphes de la position et de la vitesse du bloc par rapport au temps afin de vérifier la réponse obtenue en (c).

E8. (II) Dans un système bloc-ressort, $m = 0{,}25$ kg et $k = 4$ N/m. À $t = 0{,}15$ s, la vitesse est $v_x = -0{,}174$ m/s, et l'accélération, $a_x = +0{,}877$ m/s^2. Écrivez l'expression de la position en fonction du temps, $x(t)$.

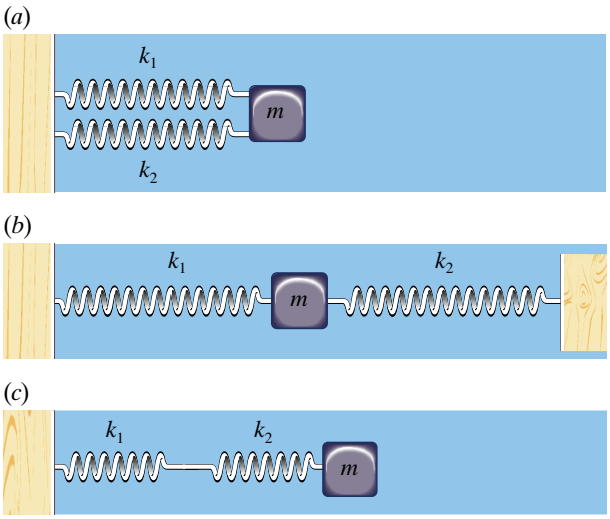
E9. MonLab (II) Un ressort vertical s'allonge de 0,16 m lorsqu'on y attache un bloc de masse $m = 0{,}5$ kg. On tire dessus pour lui donner un allongement supplémentaire de 0,08 m et on le lâche. (a) Écrivez l'équation de la position $x(t)$ à partir de l'équilibre. (b) Trouvez le module de la vitesse et l'accélération lorsque l'allongement du ressort est égal à 0,1 m par rapport à sa position naturelle.

E10. MonLab (II) Avec un bloc de masse m, la fréquence d'un système bloc-ressort est égale à 1,2 Hz. Lorsqu'on y ajoute 50 g, la fréquence tombe à 0,9 Hz. Trouvez m et la constante de rappel du ressort.

E11. (I) Un bloc de masse $m = 30$ g oscille avec une amplitude de 12 cm à l'extrémité d'un ressort horizontal dont la constante de rappel est égale à 1,4 N/m. Quelles sont la vitesse et l'accélération lorsque la position à partir du point d'équilibre est égale à (a) −4 cm ; (b) 8 cm ?

E12. (II) Déterminez la période pour chacune des combinaisons représentées à la figure 1.29. On suppose que chaque bloc glisse sur une surface horizontale sans frottement.

E13. (II) Une particule se déplace à une vitesse de module constant sur un cercle. Le vecteur position de la particule a pour origine le centre du cercle. Montrez que les composantes de ce vecteur position ont les caractéristiques d'une oscillation harmonique simple.



▲ Figure 1.29
Exercice 12.

1.3 Énergie dans un mouvement harmonique simple

E14. MonLab (II) La position d'un bloc de 50 g attaché à un ressort horizontal (k = 32 N/m) est donnée par $x = A\sin(\omega t + \pi/2) = A\cos\omega t$, avec A = 20 cm. Trouvez : (a) l'énergie cinétique et l'énergie potentielle à $t = 0{,}2T$, T étant la période ; (b) l'énergie cinétique et l'énergie potentielle à $x = A/2$; (c) les instants auxquels l'énergie cinétique et l'énergie potentielle sont égales. (d) Superposez le graphe de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle par rapport au temps afin de vérifier la réponse en (c).

E15. (II) La position d'un bloc de masse m = 80 g attaché à un ressort dont la constante de rappel est égale à 60 N/m est donnée par $x = A\sin\omega t$, avec A = 12 cm. Au cours du premier cycle complet, trouvez les valeurs de x et de t auxquelles l'énergie cinétique est égale à la moitié de l'énergie potentielle.

E16. (I) Un atome de masse 10^{-26} kg effectue une oscillation harmonique simple autour de sa position d'équilibre dans un cristal. La fréquence est égale à 10^{12} Hz et l'amplitude à 0,05 nm. Trouvez : (a) le module de la vitesse maximale ; (b) son énergie mécanique ; (c) le module de son accélération maximale ; (d) la constante de rappel correspondante.

E17. MonLab (II) La position d'un bloc attaché à un ressort horizontal dont la constante de rappel est égale à 12 N/m est donnée par $x = 0{,}2\sin(4t + 0{,}771)$, où x est en mètres et t en secondes. Trouvez : (a) la masse du bloc ; (b) l'énergie mécanique ; (c) le premier instant ($t > 0$) auquel l'énergie cinétique est égale à la moitié de l'énergie potentielle ; (d) l'accélération à t = 0,1 s.

E18. (I) Un chariot de masse m est attaché à un ressort horizontal et oscille avec une amplitude A. Au moment précis où $x = A$, on place un bloc de masse $m/2$ sur le chariot. Quel effet cela a-t-il sur les grandeurs suivantes : (a) l'amplitude ; (b) l'énergie mécanique ; (c) la période ; (d) la constante de phase ?

E19. MonLab (II) Un bloc de 50 g est attaché à un ressort vertical dont la constante de rappel est égale à 4 N/m. Le bloc est lâché à la position où l'allongement du ressort est nul. (a) Quel est l'allongement maximal du ressort ? (b) Quel temps faut-il au bloc pour atteindre son point le plus bas ?

E20. (I) Soit un bloc de 60 g attaché à un ressort horizontal. On étire le ressort de 8 cm de sa position d'équilibre et on le lâche à $t = 0$. Sa période est égale à 0,9 s. Déterminez : (a) la position x à 1,2 s ; (b) la vitesse lorsque $x = -5$ cm ; (c) l'accélération lorsque $x = -5$ cm ; (d) l'énergie mécanique.

E21. (I) Montrez que, pour toute valeur donnée de la position x d'un bloc attaché à un ressort, la vitesse est donnée par

$$v_x = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

où ω est la fréquence angulaire, et A, l'amplitude.

1.4 Pendules

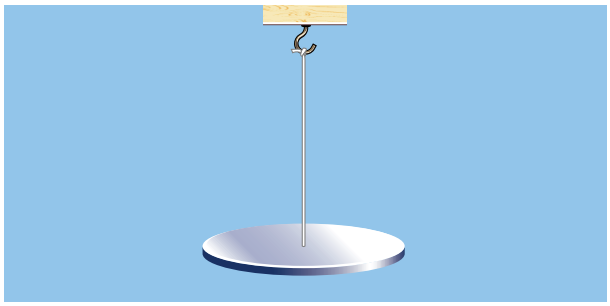
E22. MonLab (II) Un pendule simple est constitué d'une masse de 40 g et d'un fil d'une longueur de 80 cm. À $t = 0$, la position angulaire est θ = 0,15 rad et la vitesse est de 60 cm/s, s'éloignant du centre. Trouvez : (a) l'amplitude angulaire et la constante de phase ; (b) l'énergie mécanique ; (c) la hauteur maximale au-dessus de la position d'équilibre.

E23. (II) Déterminez la période d'oscillation d'une règle de 1 m lorsqu'elle pivote autour d'un axe horizontal passant (a) par une extrémité ; (b) par la marque du 60 cm. Le moment d'inertie d'une tige homogène de masse M et de longueur L par rapport à un axe passant par le centre et perpendiculaire à la tige est $I_{CM} = ML^2/12$. (*Indice* : Vous aurez besoin d'utiliser le théorème des axes parallèles : voir le chapitre 11 du tome 1.)

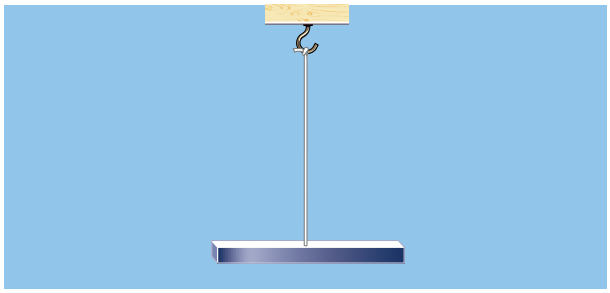
E24. (II) Déterminez la période d'oscillation d'un disque homogène de masse M et de rayon R pivotant autour d'un axe horizontal passant par un point de la circonférence. Le moment d'inertie est $I = 3MR^2/2$.

E25. (I) Soit un fil de constante de torsion $\kappa = 2$ (N·m)/rad. Il retient un disque de rayon R = 5 cm et de masse M = 100 g en son centre (figure 1.30). Quelle est la fréquence des oscillations de torsion ? Le moment d'inertie du disque est $I = \frac{1}{2}MR^2$.

E26. (I) Une tige de longueur L = 50 cm et de masse M = 100 g est suspendue en son milieu par un fil dont la constante de torsion est égale à 2,5 (N·m)/rad (figure 1.31). Quelle est la période des oscillations de torsion ? Le moment d'inertie de la tige est $I = ML^2/12$.



▲ **Figure 1.30**
Exercice 25.



▲ **Figure 1.31**
Exercice 26.

E27. (I) Un pendule simple de longueur 0,4 m est lâché lorsqu'il fait un angle de 20° avec la verticale. Trouvez : (a) sa période ; (b) le module de la vitesse au point le plus bas. (c) Si la masse a une valeur de 50 g, quelle est l'énergie mécanique ?

E28. (II) Une tige suspendue en son centre oscille comme un pendule de torsion avec une période de 0,3 s. Le moment d'inertie de la tige est $I = 0{,}5\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$. La période devient égale à 0,4 s lorsqu'on attache un objet à la tige. Quel est le moment d'inertie de l'objet ?

E29. (I) Une tige suspendue en son milieu oscille comme un pendule de torsion avec une période de 0,9 s. Si l'on utilisait une autre tige ayant le double de sa masse mais la moitié de sa longueur, quelle serait la période des oscillations ? On donne $I = ML^2/12$.

E30. (I) (a) Quelle est la longueur du fil d'un pendule simple dont la période est égale à 2,0 s ? (b) Si l'on emportait le pendule sur la Lune, où le poids d'un objet est égal au sixième de son poids sur la Terre, quelle serait la période des oscillations ?

E31. MonLab (I) La masse de 20 g d'un pendule simple de longueur 0,8 m est lâchée lorsque le fil fait un angle de 30° avec la verticale. Trouvez : (a) la période des oscillations ; (b) la position angulaire $\theta(t)$; (c) l'énergie mécanique ; (d) le module de la vitesse de la masse pour $\theta = 15°$.

E32. (I) Un pendule simple oscille avec une amplitude de 20° et une période de 2 s. Quel temps met-il pour passer d'une position angulaire de –10° à +10° ?

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

1.1 et 1.2 Oscillation harmonique simple, système bloc-ressort

E33. (I) Une particule de 150 g décrit un mouvement harmonique simple. La distance entre les deux extrémités de son mouvement est de 24 cm et la vitesse moyenne sur cet intervalle est de 60 cm/s. Trouvez : (a) sa fréquence angulaire ; (b) le module de la force maximale subie par cette particule ; (c) le module de sa vitesse maximale.

E34. (I) La position d'une particule est donnée par $x = 0{,}25\ \sin(5\pi t + \pi/4)$, où x est en mètres et t en secondes. Trouvez : (a) la période ; (b) l'amplitude ; (c) la constante de phase ; (d) le module de la vitesse maximale ; (e) le module de l'accélération maximale.

E35. (I) La position d'une particule est donnée par $x = 0{,}25\ \sin(5\pi t + \pi/4)$, où x est en mètres et t en secondes. À $t = 0{,}2$ s, trouvez : (a) la position ; (b) la vitesse ; (c) l'accélération.

E36. (I) La position d'une particule est donnée par $x = 0{,}16\ \sin(8t + 5{,}98)$, où x est en mètres et t en secondes. À $t = 0{,}1$ s, déterminez : (a) la position ; (b) la vitesse ; (c) l'accélération.

E37. (I) La fréquence du mouvement harmonique simple d'une particule est de 1,2 Hz et le module de son accélération maximale est de $4\ \text{m/s}^2$. Trouvez : (a) la distance parcourue par la particule pendant un cycle complet ; (b) le module de la vitesse maximale.

E38. (I) La vitesse maximale et l'accélération maximale d'une particule de 0,2 kg ayant un mouvement harmonique simple sont respectivement de 1,25 m/s et de $9\ \text{m/s}^2$. Trouvez : (a) l'amplitude et la fréquence angulaire ; (b) sa vitesse lorsque $x = 0{,}12$ m.

E39. (I) Une particule prend 0,6 s pour parcourir les 24 cm qu'il y a entre les deux extrémités de son mouvement harmonique simple. Trouvez : (a) l'amplitude et la fréquence angulaire ; (b) le module de la vitesse maximale ; (c) le module de l'accélération maximale.

E40. (I) Les modules de la vitesse maximale et de l'accélération maximale d'une particule ayant un mouvement harmonique simple sont respectivement de 15 cm/s et de $90\ \text{cm/s}^2$. Trouvez : (a) la période et (b) l'amplitude de ce mouvement.

E41. (I) Un point de la membrane d'une enceinte acoustique oscille selon un mouvement harmonique simple

avec une fréquence de 50 Hz et une amplitude de 1 mm. Déterminez : (a) le module de la vitesse maximale et (b) le module de l'accélération maximale de ce mouvement.

E42. (I) Le point central d'une corde de guitare oscille avec une fréquence de 440 Hz et une amplitude de 0,8 mm. Déterminez : (a) le module de la vitesse maximale et (b) le module de l'accélération maximale de ce mouvement.

E43. (I) Une particule a un mouvement harmonique simple autour de $x = 0$, et sa période est de 0,4 s. À $t = 0$ s, son accélération est maximale et égale $+28\ \text{m/s}^2$. (a) Trouvez l'amplitude et la constante de phase. (b) Donnez l'expression de sa position en fonction du temps.

E44. (I) La position d'une particule en fonction du temps est donnée par $x = 0{,}08 \sin(5{,}15t)$, où x est en mètres et t en secondes. Déterminez le premier instant ($t > 0$) pour lequel les valeurs suivantes sont maximales et positives : (a) la position ; (b) la vitesse ; (c) l'accélération.

E45. (I) Un système bloc-ressort oscille avec une amplitude de 10 cm et une période de 2,5 s. Quelle serait sa nouvelle période si : (a) on doublait l'amplitude ; (b) on doublait la masse du bloc ; (c) on doublait la constante de rappel du ressort ?

E46. (I) Lorsqu'on attache un objet de 25 g à un ressort vertical, il s'étire de 16 cm. Quelle serait la période d'oscillation d'un objet de 40 g attaché à ce ressort ?

E47. (I) Un système bloc-ressort a un ressort dont la constante de rappel est 2,45 N/m. Il oscille avec une amplitude de 16 cm et le module de sa vitesse maximale est de 56 cm/s. Quelle est la masse du bloc ?

E48. (I) Un bloc de 0,19 kg est attaché à un ressort horizontal ; on comprime le ressort de 22,5 cm puis on le relâche à $t = 0$ s. Le bloc atteint une vitesse nulle pour la première fois à $t = 0{,}35$ s. Trouvez : (a) la constante de rappel du ressort ; (b) le module de sa vitesse maximale ; (c) le module de son accélération maximale.

E49. (I) Un plateau de 0,5 kg étire de 14 cm le ressort vertical d'une balance. Lorsqu'on place un poisson sur ce plateau, le système oscille à une fréquence de 1,048 Hz. Quelle est la masse du poisson ?

E50. (I) Lorsqu'un bloc de 20 g est attaché à un ressort horizontal, le système oscille à 1,4 Hz et la vitesse maximale atteinte par le bloc est de 29 cm/s. Trouvez : (a) l'amplitude ; (b) la constante de rappel du ressort ; (c) la vitesse moyenne du bloc sur un cycle complet.

E51. (II) Une particule ayant un mouvement harmonique simple parcourt une distance totale de 40 cm à chaque cycle complet. L'accélération maximale est de $3{,}6\ \text{m/s}^2$. À $t = 0$, la particule est à sa position maximale positive. (a) Quelle est l'équation de la position en fonction du temps de cette particule ? (b) À quel instant ($t > 0$) la particule passe-t-elle par $x = 0$ pour la première fois ?

E52. (II) Une particule en mouvement harmonique simple passe à $x = 0$ une fois par seconde. À $t = 0$, $x = 0$ et sa vitesse est négative. La distance totale parcourue en un cycle complet est de 60 cm. Quelle est la position en fonction du temps de cette particule ?

E53. (II) À $t = 0$, la position et la vitesse d'une particule ayant un mouvement harmonique simple de fréquence angulaire 6 rad/s sont $x = 0{,}15$ m et $v_x = +1{,}3$ m/s. Déterminez : (a) l'amplitude et (b) la constante de phase de ce mouvement.

E54. (II) Une particule décrit un mouvement harmonique simple. À $t = 0$, cette particule au repos est relâchée à $x = 0{,}34$ m avec une accélération initiale de $-8{,}5\ \text{m/s}^2$. (a) Quelle est l'équation de la position en fonction du temps de cette particule ? (b) Quel est le module de sa vitesse maximale ? (c) Quel est le premier instant pour lequel la vitesse est maximale et positive ($t > 0$) ?

E55. (II) Un bloc attaché à un ressort étiré est relâché à $t = 0$. La période d'oscillation est de 0,61 s. À $t = 0{,}05$ s, $v_x = -96{,}4$ cm/s. Quelle est l'amplitude du mouvement ?

E56. (II) Une particule effectue un mouvement harmonique simple autour de $x = 0$. À un moment donné, $x = 2$ cm, $v_x = -8$ cm/s et $a_x = -40{,}5\ \text{cm/s}^2$. Trouvez : (a) la fréquence angulaire et (b) l'amplitude de ce mouvement.

E57. (II) Déterminez la constante de phase dans l'équation 1.2 pour chacune des situations où les conditions initiales à $t = 0$ sont les suivantes : (a) $x = A$; (b) $x = -A$; (c) $x = 0$, $v_x < 0$; (d) $x = A/2$, $v_x > 0$; (e) $x = A/2$, $v_x < 0$.

E58. (II) Un bloc de 50 g en mouvement à 60 cm/s sur une surface horizontale sans frottement entre en collision avec une plaque de masse négligeable à l'extrémité d'un ressort horizontal de constante de rappel $k = 7{,}5$ N/m (voir la figure 1.32, p. 38). (a) Quelle sera la compression maximale du ressort ? (b) Combien de temps le bloc reste-t-il en contact avec la plaque ?

E59. (II) Un bloc de masse inconnue est attaché à l'extrémité d'un ressort vertical. Lorsqu'on y suspend un second bloc de 50 g, le ressort s'allonge de 38 cm supplémentaires. La période d'oscillation sans le second bloc de 50 g est de 0,8 s. Trouvez : (a) la constante de rappel du ressort ; (b) la masse du premier bloc.

E60. (II) Un objet de 10 g attaché à l'extrémité d'un ressort horizontal (k = 1,25 N/m) comprimé de 5 cm est relâché à t = 0. Écrivez l'équation de la position en fonction du temps.

E61. (II) La position en fonction du temps d'un système bloc-ressort est donnée par $x = 0{,}08 \sin(2\pi t)$, où x est en mètres et t en secondes. Lorsque x = 0,05 m, déterminez : (a) l'accélération et (b) la vitesse du bloc.

E62. (II) Un bloc initialement au repos est attaché à un ressort horizontal comprimé de 15 cm. À t = 0, le bloc est relâché. La vitesse du bloc à x = 0 est de 90 cm/s. Quelle est la position du bloc en fonction du temps ?

E63. (II) Un bloc de 0,32 kg attaché à un ressort (k = 6 N/m) oscille avec une amplitude de 15 cm. À t = 0, x = 0 et $v_x > 0$. (a) Écrivez l'équation de la position en fonction du temps du bloc. (b) Combien de temps prend le bloc pour passer de x = 2 cm à x = 12 cm ?

E64. (I) À l'aide d'un modèle simple, triez les liaisons suivantes en ordre croissant de fréquence de vibration : (a) C═C, C═O, C═N ; (b) L'ordre observé en laboratoire diffère légèrement de celui obtenu en (a). Donnez-en deux explications possibles.

1.3 Énergie dans un mouvement harmonique simple

E65. (I) Un système bloc-ressort a une amplitude de 20 cm et une période de 0,8 s. À un instant donné, l'énergie cinétique est de 0,1 J, et l'énergie potentielle, de 0,3 J. Trouvez (a) la constante de rappel du ressort et (b) la masse du bloc.

E66. (I) Un bloc de 20 g, attaché à un ressort, oscille avec une période de 0,5 s. À un instant donné, x = 4 cm et v_x = −33 cm/s. Utilisez le concept d'énergie pour trouver l'amplitude.

E67. (I) L'énergie mécanique d'un système bloc-ressort est de 0,2 J. La masse du bloc est de 120 g, et la constante de rappel du ressort, de 40 N/m. Trouvez : (a) l'amplitude ; (b) le module de la vitesse maximale ; (c) la position lorsque la vitesse est de 1,3 m/s ; (d) le module de l'accélération maximale.

E68. (I) Un bloc de 80 g, attaché à un ressort, oscille avec une amplitude de 12 cm et une période de 1,2 s. Trouvez : (a) l'énergie mécanique ; (b) le module de la vitesse maximale ; (c) le module de la vitesse lorsque x = 6 cm.

E69. (I) La position d'un bloc de 60 g attaché à un ressort horizontal est $x = 0{,}24 \sin(12t)$, où x est en mètres et t en secondes. (a) Quelle est la vitesse lorsque x = 0,082 m ? (b) Quelle est la position lorsque v_x = +1,5 m/s ? (c) Quelle est l'énergie mécanique du système ?

E70. (I) Un bloc de 80 g oscille avec une période de 0,45 s. L'énergie mécanique du système est de 0,344 J. Trouvez : (a) l'amplitude ; (b) le module de la vitesse maximale ; (c) le module de la vitesse lorsque x = 10 cm.

E71. (I) L'énergie mécanique d'un système bloc-ressort est de 0,18 J, son amplitude de 14 cm et le module de la vitesse maximale de 1,25 m/s. Trouvez : (a) la masse du bloc ; (b) la constante de rappel du ressort ; (c) la fréquence ; (d) la vitesse lorsque x = 7 cm.

E72. (I) L'énergie mécanique d'un système bloc-ressort est de 0,22 J. Le bloc oscille avec une fréquence angulaire de 14,5 rad/s et une amplitude de 15 cm. Trouvez : (a) la masse du bloc ; (b) le module de la vitesse maximale ; (c) l'énergie cinétique lorsque x = 6 cm ; (d) l'énergie potentielle lorsque v_x = 1,2 m/s.

E73. (I) Un bloc de 60 g est attaché à un ressort dont la constante de rappel est de 5 N/m. À un moment donné, x = 6 cm et v_x = −32 cm/s. Trouvez : (a) l'énergie mécanique ; (b) l'amplitude ; (c) le module de la vitesse maximale.

E74. (I) À un instant donné du mouvement d'un système bloc-ressort, x = 4,8 cm, v_x = 22 cm/s et $a_x = -9$ m/s^2. La constante de rappel du ressort est de 36 N/m. Trouvez : (a) la fréquence angulaire ; (b) la masse du bloc ; (c) l'énergie mécanique du système.

E75. (I) Un bloc de 75 g, attaché à un ressort, oscille avec une amplitude de 8 cm. Le module de l'accélération maximale est de 7,7 m/s^2. Trouvez : (a) la période ; (b) l'énergie mécanique.

E76. (II) La position en fonction du temps d'un bloc attaché à un ressort est donnée par $x = 0{,}13 \sin(4{,}7t + 6{,}05)$, où x est en mètres et t en secondes. Quel est le premier instant ($t > 0$) pour lequel (a) la vitesse et (b) l'accélération ont une valeur maximale et positive ?

E77. (II) Un bloc de 60 g est attaché à un ressort (k = 24 N/m). Le ressort est allongé et le bloc est relâché à t = 0. Après 0,05 s, v_x = −0,69 m/s. Trouvez : (a) l'amplitude ; (b) l'énergie mécanique du système.

E78. (II) L'amplitude d'oscillation d'un système bloc-ressort est de 20 cm. Quelle est la position du bloc (a) lorsque la vitesse est à la moitié de sa valeur maximale positive et (b) lorsque l'énergie cinétique et l'énergie potentielle sont égales ?

1.4 Pendules

E79. (I) Un pendule simple de 1,4 m de longueur effectue 8 oscillations complètes en 19 s. Que vaut le module de l'accélération gravitationnelle à l'endroit où se trouve le pendule ?

E80. (I) Quelle est la longueur d'un pendule simple qui passe à sa position d'équilibre une fois par seconde ?

E81. (I) Une feuille métallique de forme irrégulière ayant une masse de 0,32 kg pivote autour d'un axe horizontal situé à 15 cm de son centre de masse. La période est de 0,45 s. Quel est le moment d'inertie de la feuille par rapport à cet axe ?

E82. (I) Une tige homogène de masse M et de longueur $L = 1{,}2$ m oscille autour d'un axe horizontal passant par une extrémité. Quelle est la longueur d'un pendule simple ayant la même période ? Le moment d'inertie de la tige est $I = ML^2/3$.

E83. (II) Un haltère a une tige de longueur $L = 82$ cm de masse négligeable et une petite sphère de masse m à chacune de ses extrémités. Quelle est la période d'oscillation de cet haltère pivotant autour d'un axe horizontal passant par un point situé à $L/4$ du centre ?

E84. MonLab (II) L'amplitude angulaire d'un pendule simple est de 0,35 rad et sa vitesse au point le plus bas est de 0,68 m/s. Déterminez la période d'oscillation de ce pendule.

E85. (II) Un pendule simple a une longueur de 0,7 m et sa vitesse au point le plus bas est de 0,92 m/s. Trouvez : (a) l'amplitude angulaire ; (b) le temps pris pour passer de la position verticale à une position angulaire de 0,2 rad.

E86. (II) Deux pendules simples ont respectivement des longueurs de 81 cm et de 64 cm. Ils sont relâchés à la même position angulaire au même instant. Quel temps s'écoule avant que les deux pendules reviennent à leur position initiale en même temps ?

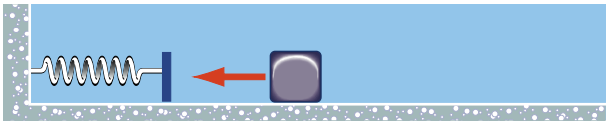
E87. (II) Une règle de 1 m pivote autour d'un point situé à une distance d du centre avec une fréquence de 0,44 Hz. Quelle est la valeur de d ? Le moment d'inertie de la règle par rapport à son centre est $I = ML^2/12$. (*Indice* : Vous aurez besoin d'utiliser le théorème des axes parallèles – voir le chapitre 11 du tome 1 – et vous devrez résoudre une équation du second degré.)

E88. (II) Un disque homogène de masse $M = 1{,}2$ kg et de rayon $R = 20$ cm oscille autour d'un axe horizontal situé à 8 cm du centre. Quelle est la période d'oscillation ? Le moment d'inertie du disque par rapport à son centre est $I = MR^2/2$. (*Indice* : Vous aurez besoin d'utiliser le théorème des axes parallèles – voir le chapitre 11 du tome 1.)

PROBLÈMES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

P1. (I) Un bloc de masse $m = 0{,}5$ kg en mouvement à 2,0 m/s sur une surface horizontale sans frottement entre en collision avec une plaque de masse négligeable à l'extrémité d'un ressort horizontal et reste collé à la plaque ; la constante de rappel du ressort est égale à 32 N/m (figure 1.32). Trouvez l'expression de $x(t)$, c'est-à-dire la position à partir du point de contact initial entre le bloc et le ressort.

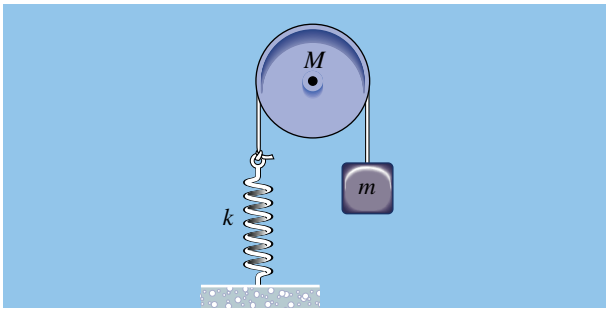


▲ **Figure 1.32**

Exercice 58 et problème 1.

P2. (I) Une pièce de monnaie est posée sur le dessus d'un piston qui effectue un mouvement harmonique simple vertical d'amplitude 10 cm. À quelle fréquence minimale la pièce cesse-t-elle d'être en contact avec le piston ?

P3. (II) Un bloc de masse m est attaché à un ressort vertical par l'intermédiaire d'un fil qui passe sur une poulie ($I = \frac{1}{2}MR^2$) de masse M et de rayon R (figure 1.33). Le fil ne glisse pas. Montrez que la fréquence angulaire des oscillations est donnée par $\omega = \sqrt{2k/(M + 2m)}$. (*Indice* : Utilisez le fait que l'énergie mécanique est constante dans le temps ; voir l'exemple 1.9.)



▲ **Figure 1.33**

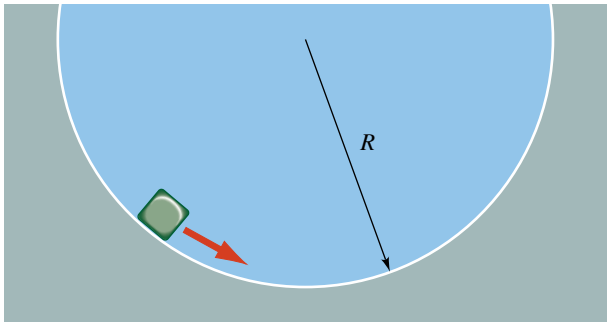
Problème 3.

P4. (II) Un bloc de masse $m = 1$ kg est posé sur un autre bloc de masse $M = 5$ kg qui est attaché à un ressort horizontal ($k = 20$ N/m), tel que représenté à la figure 1.34. Le coefficient de frottement statique entre les blocs est μ_s, et le bloc inférieur glisse sur une surface horizontale sans frottement. L'amplitude des oscillations est $A = 0{,}4$ m. Quelle est la valeur minimale de μ_s pour que le bloc supérieur ne glisse pas par rapport au bloc inférieur ?

▲ **Figure 1.34**

Problème 4.

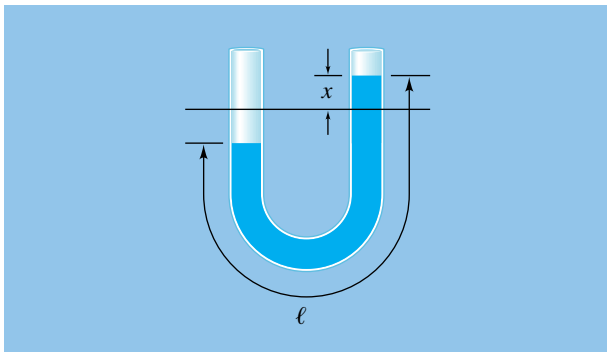
P5. (I) Une petite particule glisse sur une surface sphérique sans frottement de rayon R (figure 1.35). (a) Montrez que le mouvement est un mouvement harmonique simple pour de petits déplacements à partir du point le plus bas. (b) Quelle est la période des oscillations ?



▲ **Figure 1.35**

Problème 5.

P6. (II) Un tube en U est rempli d'eau sur une longueur ℓ (figure 1.36). On fait subir à l'eau un léger déplacement puis on la laisse bouger librement. (a) Montrez que le liquide effectue un mouvement harmonique simple, si on néglige les pertes d'énergie causées par la viscosité. (b) Quelle en est la période des oscillations ?



▲ **Figure 1.36**

Problème 6.

P7. (II) Montrez que la fréquence angulaire de résonance ω_{max} est donnée par

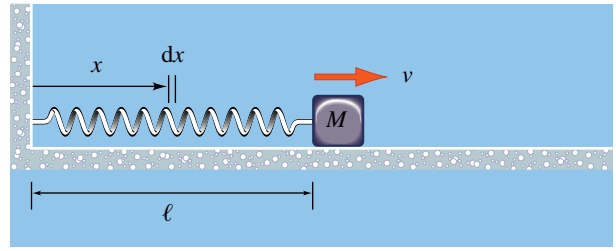
$$\omega_{max} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{2m^2}}$$

(*Indice* : Prenez la dérivée de l'équation 1.29*a*.)

P8. (II) Un bloc de masse volumique ρ_B a une section transversale horizontale d'aire A et une hauteur verticale h. Il flotte sur un fluide de masse volumique ρ_f. On pousse le bloc vers le bas et on le lâche. Si les pertes d'énergie dues à la viscosité sont négligeables, montrez qu'il effectue un mouvement harmonique simple de fréquence angulaire

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho_f g}{\rho_B h}}$$

P9. (II) La figure 1.37 représente un bloc de masse M sur une surface sans frottement, attaché à un ressort horizontal de masse m. (a) Montrez que, lorsque la vitesse du bloc a pour module v, l'énergie cinétique du ressort est égale à $\frac{1}{6}mv^2$. (b) Quelle est la période des oscillations ? (*Indice* : Considérez d'abord l'énergie cinétique d'un élément de longueur dx du ressort. Supposez que la vitesse de cet élément est proportionnelle à la distance à partir de l'extrémité fixe. Toutes les parties du ressort sont en phase. Pour la question (b), utilisez le fait que l'énergie mécanique est constante.)



▲ **Figure 1.37**

Problème 9.

P10. (I) (a) Quelles sont les dimensions de la constante de torsion κ dans l'équation $\tau = -\kappa\theta$? (b) Partant de l'hypothèse que la période d'un pendule de torsion est fonction uniquement du moment d'inertie I et de κ, exprimez la période sous la forme $T = I^x\kappa^y$ et utilisez l'analyse dimensionnelle pour déterminer x et y (voir la section 1.6 du tome 1).

P11. (I) Lorsque l'amplitude angulaire θ_0 (en radians) d'un pendule simple ou d'un pendule composé n'est pas petite, les premiers termes de la formule donnant la période sont

$$T = T_0\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\theta_0}{2} + \frac{9}{64}\sin^4\frac{\theta_0}{2} + \ldots\right)$$

où T_0 est la période du mouvement harmonique simple. On suppose que $T_0 = 1$ s. Utilisez cette équation pour calculer la période aux valeurs suivantes de θ_0 : (a) 15° ; (b) 30° ; (c) 45° ; (d) 60°. (e) Pour quelle valeur de θ_0 le deuxième terme dans la parenthèse est-il égal à 0,01 ? (f) Pour quelle valeur de θ_0 le troisième et dernier terme de la parenthèse est-il égal à 0,01 ?

P12. (I) (a) Écrivez l'expression donnant l'énergie mécanique E d'un système constitué d'un bloc attaché à un ressort vertical (figure 1.12, p. 14). Choisissez la position à laquelle l'allongement est nul comme origine de l'énergie potentielle gravitationnelle et de l'énergie du ressort U_g et U_{res}. (b) Utilisez la condition dE/dt. = 0 pour montrer que les oscillations du système sont des oscillations harmoniques simples.

P13. (II) La figure 1.38 représente un tunnel creusé dans une planète homogène de masse M et de rayon R.

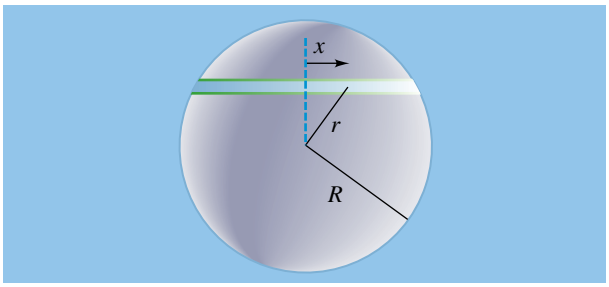
À la distance r du centre, l'attraction gravitationnelle est due uniquement à la masse $M(r)$ contenue dans la sphère de rayon r (voir le chapitre 13 du tome 1). Par conséquent,

$$F = \frac{GmM(r)}{r^2} = \frac{mgr}{R}$$

où $M(r) = Mr^3/R^3$ et $g = GM/R^2$. (a) Montrez que la deuxième loi de Newton relative au mouvement dans le tunnel mène à l'équation différentielle d'un mouvement harmonique simple :

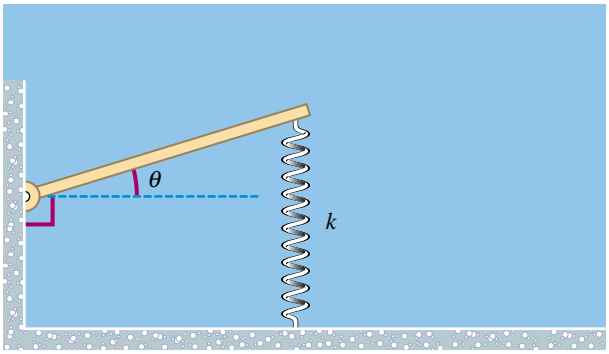
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{R}x = 0$$

(b) Évaluez la période des oscillations pour la Terre, en supposant qu'elle soit homogène, ce qui n'est pas vraiment le cas !



▲ **Figure 1.38**
Problème 13.

P14. (I) Une tige homogène de masse M et de longueur L pivote autour d'un axe vertical situé à une extrémité et elle est fixée à un ressort horizontal dont la constante de rappel est k (figure 1.39). (a) Montrez que, pour de petits déplacements angulaires à partir de la position d'équilibre (indiquée par la ligne pointillée), les oscillations sont harmoniques simples. (b) Quelle est la période des oscillations ? Le moment d'inertie de la tige est $I = ML^2/3$.



▲ **Figure 1.39**
Problème 14.

PROBLÈMES SUPPLÉMENTAIRES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

P15. (I) Un bloc de 600 g oscille à l'extrémité d'un ressort vertical de constante $k = 42{,}0$ N/m. Le fluide dans lequel est plongé le bloc est responsable d'un frottement dont la constante d'amortissement est 0,133 kg/s. (a) Déterminez la période de ce mouvement. (b) De quelle fraction, exprimée en pourcentage, l'amplitude du mouvement diminue-t-elle à chaque oscillation complète ? (c) Pour quelle valeur de la masse ce mouvement passe-t-il en mode critique ?

P16. (I) Un bloc de 500 g oscille à l'extrémité d'un ressort vertical ($k = 10$ N/m). À chaque oscillation complète, l'amplitude du mouvement diminue de 10 %. (a) Déterminez la constante d'amortissement et (b) la fréquence angulaire amortie de ce mouvement.

P17. (II) Montrez que, dans un mouvement harmonique amorti, l'énergie mécanique s'exprime comme :

$$E = E_0 e^{-(\gamma/m)t}$$

où $E_0 = kA_0^2/2$ correspond à l'énergie mécanique initiale. (On pose $\omega' \approx \omega_0$.)

P18. (II) Montrez (a) que l'équation 1.24 est bien une solution de l'équation différentielle décrivant l'oscillateur amorti :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

(b) La solution générale au problème du mouvement harmonique amorti s'exprime comme

$$x = e^{-\gamma t/2m}[a\cos(\omega' t) + b\sin(\omega' t)]$$

Montrez que cette équation est bien une solution de l'équation différentielle et que les paramètres a et b ont une relation avec l'amplitude initiale $x_0(t = 0)$, la vitesse initiale v_{x0} et la fréquence angulaire amortie qui s'exprime de la manière suivante :

$$a = x_0; \qquad b = \frac{v_{x0} + \dfrac{\gamma x_0}{2m}}{\omega'}$$

P19. (II) Montrez que l'équation 1.28 est bien une solution de l'équation différentielle suivante décrivant l'oscillateur forcé :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + kx = F_e\cos\omega_e t$$

P20. (II) Dans un système à oscillations forcées, la résonance observée se mesure par la valeur du facteur de qualité Q. Ce paramètre est défini par le rapport

$$Q = \frac{m\omega_0}{\gamma}$$

Le pic de résonance observé à la figure 1.25 (p. 28) dépend directement de la valeur du facteur de

qualité ; il sera d'autant plus haut et mince que le facteur de qualité est grand. En supposant que la constante d'amortissement est faible et à partir de ω_1 et de ω_2 (les valeurs de fréquence angulaire situées de part et d'autre du maximum pour lesquelles le carré de l'amplitude atteint la moitié de sa valeur maximale), montrez que

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$$

P21. (II) En supposant que $A_0 = 0{,}2$ m et que $\phi = 0$, reprenez l'énoncé de l'exemple 1.13 et superposez les graphes de la position du bloc en fonction du temps lorsque la fréquence angulaire amortie est de 0,2 % inférieure à la fréquence angulaire propre, de 2 % inférieure à la fréquence angulaire propre et, finalement, lorsque la fréquence angulaire amortie correspond à la fréquence angulaire propre. Choisissez un intervalle de temps qui permette d'observer plusieurs cycles d'oscillation.

P22. (II) (a) Tracez le graphe de l'équation 1.29*a* donnant A comme une fonction de ω_e pour plusieurs valeurs de γ afin d'observer le comportement de la figure 1.25 (p. 28). Choisissez une valeur réaliste pour les paramètres m, k et F_e. (b) En modifiant correctement l'échelle et l'intervalle des valeurs de ω_e, vérifiez que la courbe n'atteint jamais son maximum lorsque $\omega_e = \omega_0$ pour une valeur non nulle de γ.

CHAPITRE 2

LES ONDES MÉCANIQUES

SOMMAIRE

2.1 Les caractéristiques des ondes

2.2 La vitesse d'une onde dépend du milieu

2.3 Les ondes progressives

2.4 Les ondes sinusoïdales progressives

2.5 La réflexion et la transmission

2.6 La superposition d'ondes

2.7 L'interférence d'ondes sinusoïdales

2.8 Les ondes stationnaires

2.9 Les ondes stationnaires résonantes sur une corde

2.10 Les fonctions d'onde sont les solutions d'une équation d'onde

2.11 La propagation de l'énergie sur une corde

2.12 L'équation d'onde d'une corde

En s'envolant, un avion émet une puissante onde sonore : les vibrations de ses moteurs se transmettent à l'air environnant et se propagent de proche en proche jusqu'à nos oreilles. Cette onde sonore est un exemple d'onde mécanique dont nous décrirons l'émission et la propagation dans ce chapitre.

Dans le tome 1, nous avons vu qu'une particule qui se déplace véhicule de l'énergie avec elle d'un endroit à un autre. Ainsi, un jet de particules transporte à la fois de l'énergie et de la matière. Dans l'essentiel du tome 3, nous allons nous intéresser aux ondes, des phénomènes qui permettent de transporter de l'énergie d'un endroit à un autre, mais sans transport de matière.

Dans la vie quotidienne, le mot « onde » est le plus souvent utilisé pour désigner les signaux de la radio ou des téléphones cellulaires. Mais les vagues qui voyagent sur l'eau, le son qui se propage dans l'air ou les ondulations qui parcourent une corde tendue sont également des ondes. La lumière visible peut aussi être modélisée comme une onde.

Une **onde** est simplement une perturbation ou une oscillation qui *se propage*. Par exemple, dans une corde tendue, chaque petit segment de corde exerce une tension sur le segment de corde voisin ; ainsi, si on agite un segment de la corde, son mouvement aura un effet sur son voisin immédiat, qui à son tour aura un effet sur le segment suivant, et ainsi de suite. On dit qu'une onde se propage *de proche en proche*.

L'observation de diverses ondes renseigne les physiciens sur la *source* qui a émis l'onde et sur le milieu de propagation qui l'a véhiculée jusqu'à l'observateur. Par exemple, la lumière émise ou absorbée par les substances à l'état gazeux nous permet de nous représenter la structure de leurs atomes et de leurs molécules ; l'observation des ondes sismiques nous permet de modéliser la structure du noyau de la Terre ; l'analyse de la lumière provenant des étoiles nous permet de déduire leur mouvement et leur composition chimique.

Nous étudierons trois types d'ondes. Dans ce chapitre et le suivant, nous nous concentrerons sur les **ondes mécaniques**, dont le son, les vagues ou les ondulations dans une corde sont des exemples. Les tremblements de terre ou les ultrasons utilisés pour observer un fœtus en sont d'autres exemples. La caractéristique commune des ondes mécaniques est que leur propagation est causée par des *forces*. Ces ondes ne peuvent donc se propager qu'à l'intérieur ou à la surface d'un *matériau* (fait de masses pouvant exercer des forces les unes sur les autres) : il n'y a donc pas de son sans air, pas de vagues sans eau, pas d'ondulations dans une corde sans corde. Dans certains cas, comme le son, on ne voit pas ce qui oscille, mais on observe que le son ne peut pas voyager sans air.

Les ondes mécaniques ont besoin d'un milieu matériel pour se propager.

D'autres phénomènes manifestent une propagation de proche en proche, comme la lumière visible, les signaux radio, les rayons ultraviolets ou les micro-ondes des téléphones cellulaires, mais il ne s'agit *pas* d'ondes mécaniques. En effet, bien qu'ils puissent voyager dans un milieu matériel (comme l'air), on observe qu'ils sont aussi capables de se propager dans le vide. Leur propagation ne peut donc pas être due à des forces agissant sur des masses. Plusieurs modèles concurrents ont été proposés pour représenter ces phénomènes, et nous étudierons d'abord, aux chapitres 4 à 7, celui des *ondes électromagnétiques*. Bien qu'imparfait, le modèle de l'onde électromagnétique explique de nombreuses observations et a permis de concevoir de multiples applications technologiques. Alors que les ondes mécaniques se propagent grâce à des forces, les ondes électromagnétiques se propagent grâce à l'induction électromagnétique (voir la section 10.5 du tome 2). En effet, la perturbation ou l'oscillation qui se propage est celle d'un champ électrique et d'un champ magnétique. Nous avons traité des ondes électromagnétiques au chapitre 13 du tome 2 et nous récapitulerons leurs principales caractéristiques au début du chapitre 4.

À partir du chapitre 10, nous étudierons un troisième type d'onde. De fait, on a découvert dans le courant du XX^{e} siècle que les particules élémentaires comme l'électron et le proton peuvent également manifester un comportement similaire à celui qu'aurait une onde. Pour expliquer leurs propriétés ondulatoires, on utilise le modèle de l'*onde de matière*.

Le chapitre 2 porte surtout sur les caractéristiques et la propagation des ondes. Ainsi, la section 2.2 traite de leur vitesse de propagation, les sections 2.3 et 2.4 présentent les fonctions mathématiques qui décrivent une onde, la section 2.5 explique ce qui se produit quand une onde change de milieu et les sections 2.6 à 2.9 abordent plusieurs phénomènes qui surviennent quand des ondes se superposent, c'est-à-dire quand elles voyagent simultanément dans un même milieu. Nous étudierons notamment les vibrations des cordes d'instruments de musique (section 2.9). Les concepts présentés dans ce chapitre s'appliquent à tous les

types d'ondes, mécaniques ou non. Toutefois, nous utiliserons souvent les ondes qui se propagent sur des cordes pour les illustrer. Le chapitre 3 reprendra certains concepts en les illustrant à l'aide d'ondes sonores.

2.1 LES CARACTÉRISTIQUES DES ONDES

Dans cette section, nous allons illustrer les caractéristiques qui définissent une onde, et plus particulièrement une onde mécanique. La définition d'une telle onde peut se formuler de la façon suivante :

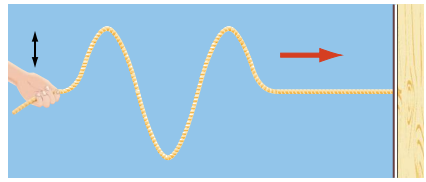
Définition d'une onde mécanique

Une onde est une perturbation ou une oscillation, par rapport à un état d'équilibre, qui se propage en véhiculant avec elle de l'énergie et de la quantité de mouvement, mais sans transport de matière.

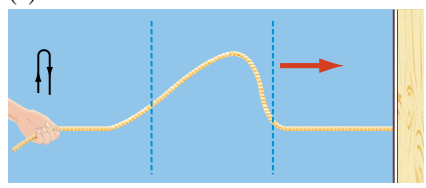
Pour illustrer ce qu'est une perturbation ou une oscillation, considérons les quatre exemples de la figure 2.1. Si l'on perturbe l'extrémité libre d'une corde tendue, c'est-à-dire qu'on la déplace de sa position d'équilibre, une onde se propage le long de la corde. Si l'agitation est périodique, alors on obtient une *onde périodique* (figure 2.1*a*). Si l'agitation est un simple aller-retour, l'onde obtenue est momentanée autant dans l'espace que dans le temps et on la qualifie d'**impulsion** (figure 2.1*b*).

Un phénomène analogue peut se produire non pas dans une corde, mais dans l'air contenu dans un tube. Si on pousse subitement vers la droite un piston dans le tube (figure 2.1*d*), on comprime l'air situé en avant du piston, ce qui provoque un accroissement local de densité et de pression au-dessus des valeurs normales. Sur le plan microscopique, on se représente que les collisions entre les molécules de l'air transmettent cette *compression* le long du tube. Inversement, si l'on tire subitement le piston vers la gauche, on crée une *raréfaction*, c'est-à-dire une région où la densité et la pression sont inférieures à la normale ; cette raréfaction se propage aussi le long du tube. Dans les deux cas, il s'agit d'une impulsion sonore. Si on fait rapidement vibrer le piston de gauche à droite, on crée une succession de compressions et de raréfactions, laquelle forme une onde périodique en se propageant (figure 2.1*c*). Notons qu'une onde peut être *continue* même si elle n'est pas périodique.

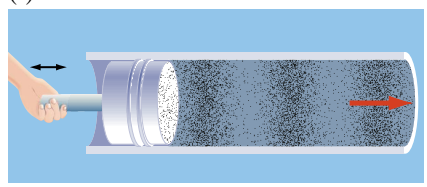
(*a*)



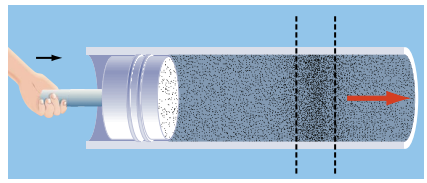
(*b*)



(*c*)



(*d*)



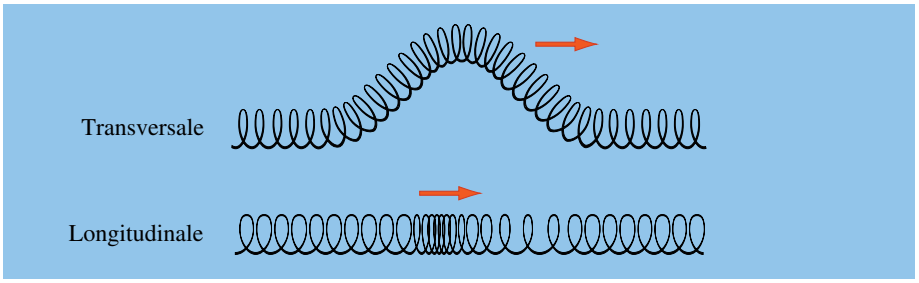
▲ **Figure 2.1**

Une onde périodique (*a*) ou une impulsion (*b*) sur une corde sont des ondes transversales. Elles résultent de mouvements transversaux de la main. Une onde périodique (*c*) ou une impulsion (*d*) dans une colonne d'air sont des ondes longitudinales. Elles sont dues aux mouvements longitudinaux du piston.

Des perturbations différentes selon le milieu de propagation

La figure 2.1 montre deux modes de propagation, c'est-à-dire deux façons de perturber ou de faire osciller les particules du milieu de propagation. Dans une **onde transversale** (figures 2.1*a* et 2.1*b*), le déplacement des particules est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Dans une **onde longitudinale** (figures 2.1*c* et 2.1*d*), le déplacement des particules est parallèle à la vitesse de l'onde.

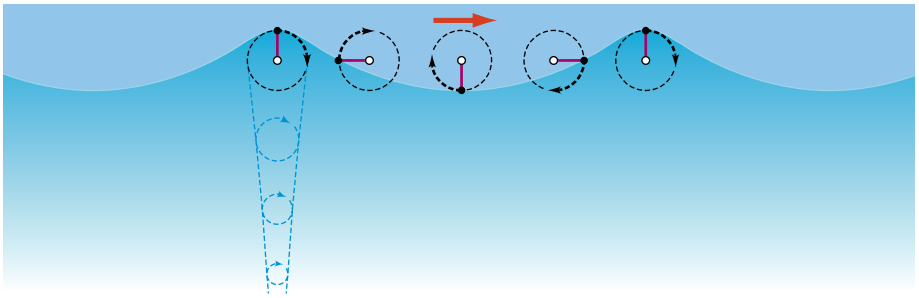
Une onde longitudinale ne pourrait pas se propager dans une corde. De même, une onde transversale ne pourrait pas se propager dans l'air. En général, seuls les milieux de propagation constitués de matériaux rigides peuvent supporter



▶ Figure 2.2
Propagation d'impulsions transversale et longitudinale sur un *Slinky*.

les deux types d'ondes, ce qu'on peut facilement visualiser à l'aide d'un ressort *Slinky* (figure 2.2). Un fluide parfait (non visqueux) n'offre qu'une résistance à la compression et non au cisaillement, de sorte qu'il ne peut véhiculer que des ondes longitudinales. Toutefois, des ondes transversales peuvent se propager *à la surface* d'un liquide. Dans le cas des rides concentriques à la surface d'un étang (figure 2.3), c'est la tension superficielle de l'eau qui fait revenir à l'équilibre les particules de la surface, alors que sur un grand plan d'eau, comme l'océan, c'est la force gravitationnelle. Dans une vague océanique, les molécules d'eau suivent des trajectoires circulaires ou elliptiques (figure 2.4), qu'on peut représenter comme une superposition de déplacements transversaux et de déplacements longitudinaux.

▲ Figure 2.3
Ondulations produites par de petites gouttes tombant dans l'eau.



▶ Figure 2.4
Dans une grande vague océanique, on observe que les particules d'eau décrivent des trajectoires circulaires (ou elliptiques) par rapport à un point fixe tandis que la vague se propage.

Les ondes véhiculent énergie et quantité de mouvement

À la figure 2.1, quand l'onde dans la corde atteint le mur, elle exerce une force sur celui-ci et le fait vibrer. L'onde a donc transporté de l'énergie depuis la main agitant l'extrémité de la corde jusqu'au mur. Il en est de même de l'onde sonore : si elle atteint les oreilles d'un observateur situé à l'autre bout du tube, elle fait vibrer ses tympans. Toutes les ondes, mécaniques ou non, véhiculent de l'énergie : une vague peut soulever une chaloupe, la lumière peut nous réchauffer ou stimuler la rétine de nos yeux, etc.

Au chapitre 9 du tome 1, nous avons vu qu'une particule qui entre en collision avec une autre lui transfère de la quantité de mouvement, mais que la quantité de mouvement totale du système est conservée. Une onde peut produire le même effet : quand une vague atteint une chaloupe et la fait bouger, elle lui transfère de la quantité de mouvement. Cela montre qu'elle en véhicule avec elle. On peut dire la même chose d'une impulsion sonore qui met en mouvement nos tympans, par exemple.

Les ondes ne véhiculent pas de matière

Lorsqu'on observe une brindille ou une feuille à la surface d'un étang au passage d'une vague, on remarque quelque chose de révélateur : l'objet ne se déplace pas avec l'onde, mais il bouge de haut en bas en restant approximativement sur la même verticale (figure 2.3). De même, après le passage de

l'impulsion dans la corde de la figure 2.1, la corde retrouve sa position initiale et ne « suit » pas l'impulsion, tout comme le passage du son dans le tube ne vide pas celui-ci de son air en l'entraînant vers la droite. Contrairement à un jet de particules, qui véhicule lui aussi de l'énergie, une onde ne s'accompagne donc d'*aucun transport de matière*. L'énergie est transmise de proche en proche.

La figure 2.5*a* montre le déplacement d'un petit segment de corde, considéré comme une particule, au passage d'une impulsion transversale. Sur les cinq « photographies », le point noir représente ce *même* segment matériel de la corde. Lorsque le bord avant de l'impulsion l'atteint, la particule se déplace perpendiculairement à la corde, mais elle conserve la même position x le long de la corde. Son déplacement atteint un maximum au passage du pic de l'impulsion, puis elle revient à sa position d'équilibre une fois que l'impulsion est passée. Comme le montre la figure 2.5*b*, les segments de corde parcourus par le bord avant de l'impulsion se déplacent vers le haut, tandis que ceux parcourus par le bord arrière se déplacent vers le bas. Aucun ne « suit » l'onde.

Dans une onde longitudinale, la situation est analogue : même si les oscillations des particules du milieu se font parallèlement à la direction de l'onde, ces particules ne font que subir de petits déplacements autour d'une position d'équilibre, alors que l'onde elle-même peut parcourir une grande distance. Lorsque les molécules d'air d'une région donnée parcourent une grande distance, elles produisent un *vent*, et non une onde sonore !

Les fonctions d'onde

À la figure 2.5, on voit que chaque segment de corde, considéré comme une particule, a la coordonnée $y = 0$ en l'absence d'onde et qu'il a sa propre position x le long de la corde. Quand une onde se propage dans la corde, on peut décrire quantitativement la perturbation qu'elle crée par une **fonction d'onde** où y est la variable dépendante. Cette fonction doit avoir deux variables indépendantes : elle mesure la perturbation d'une particule du milieu (ou d'un segment extrêmement court) en fonction du *temps* t et aussi en fonction de la *position* d'équilibre x où cette particule ou ce segment est situé le long du milieu. Elle a donc la forme

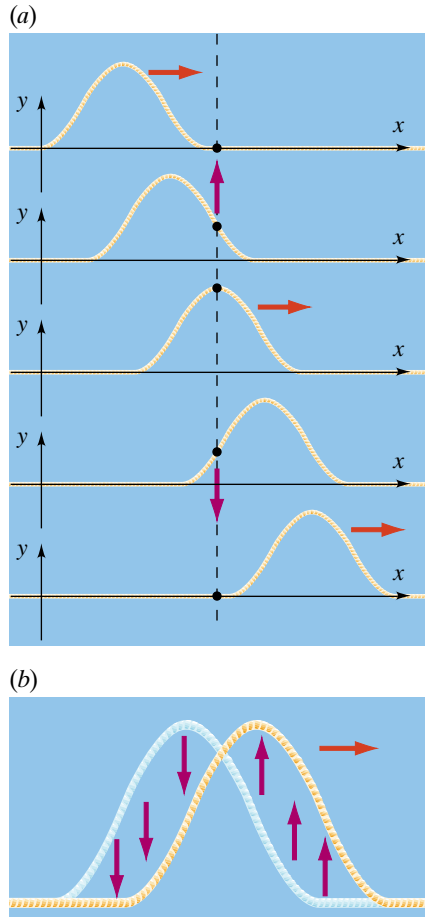
$$y = f(x, t) \qquad \text{(i)}$$

Dans le cas de la figure 2.5, la variable y représente le déplacement vertical de la corde. Dans le cas d'une onde sonore, cette variable peut correspondre à la variation de pression qui survient au passage de l'onde. L'équation (i) représente une fonction d'onde *scalaire*. Dans certaines ondes, la variable dépendante est plutôt un vecteur. On écrit alors

$$\vec{\mathbf{y}} = f(x, t) \qquad \text{(ii)}$$

En pratique, chaque composante de l'équation (ii) a la forme de l'équation (i). Par exemple, à la figure 2.5, le déplacement de la corde pourrait aussi avoir une composante selon z. Une onde dans une corde est donc techniquement décrite par une fonction d'onde *vectorielle*, dont nous nous contenterons d'écrire une composante. Les ondes électromagnétiques, que nous étudierons au chapitre 4, fournissent un autre exemple de fonction d'onde vectorielle : la variable $\vec{\mathbf{y}}$ est alors un vecteur champ électrique ou champ magnétique.

En terminant, soulignons que l'équation (i) ou (ii) doit être appelée une *fonction* d'onde, et non pas une *équation* d'onde. L'équation d'onde, qui est tout autre chose, sera étudiée à la section 2.10.



▲ Figure 2.5

(*a*) Au passage d'une impulsion transversale, une particule donnée de la corde est soumise uniquement à des déplacements transversaux. Comme le montrent ces cinq « photographies » prises à des temps légèrement différents, la particule représentée par le point noir demeure vis-à-vis de la même position x sur l'axe gradué. Le milieu (la corde) ne « suit » donc pas l'onde. (*b*) Sur le bord avant d'une impulsion, les particules de la corde se déplacent vers le haut, alors que sur le bord arrière, elles se déplacent vers le bas.

2.2 LA VITESSE D'UNE ONDE DÉPEND DU MILIEU

Quel que soit le matériau dans lequel l'onde se propage, l'expérience montre que ce sont presque exclusivement les propriétés de ce milieu de propagation qui déterminent la vitesse des ondes qui s'y propagent, la source de ces ondes ayant généralement peu ou pas d'influence sur cette vitesse* de propagation. Par exemple, qu'un haut-parleur émette des sons aigus ou graves, ou des sons forts ou faibles, on reçoit les sons dans l'ordre où ils ont été émis, ce qui montre bien qu'ils voyagent tous à la même vitesse constante. De même, la façon dont on agite l'extrémité d'une corde ne change pas la vitesse des impulsions le long de la corde, car celles-ci ne se « dépassent » jamais l'une l'autre. Même pour les ondes comme les vagues, dont la fréquence a un léger effet sur la vitesse de propagation, c'est avant tout le milieu qui détermine cette vitesse.

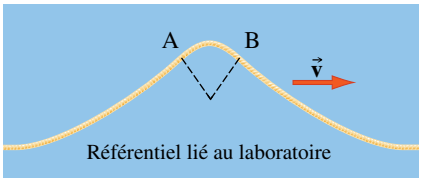
La vitesse de l'onde diffère selon le mode de propagation. Par exemple, les ondes acoustiques transversales et longitudinales dans un solide ne se propagent pas à la même vitesse. Dans les deux cas, cette vitesse dépend néanmoins du milieu.

Comme la propagation de toute onde mécanique est assurée par l'élasticité du milieu matériel de propagation (c'est-à-dire par les forces internes qu'exercent les unes sur les autres les masses qui composent le milieu), on devrait pouvoir prévoir la vitesse à laquelle une onde voyage en appliquant les lois de Newton pour déterminer l'effet de ces forces. Nous allons maintenant présenter cette analyse détaillée dans le cas d'ondes qui se propagent dans une corde, puis nous évoquerons ce qu'on obtiendrait dans d'autres milieux de propagation.

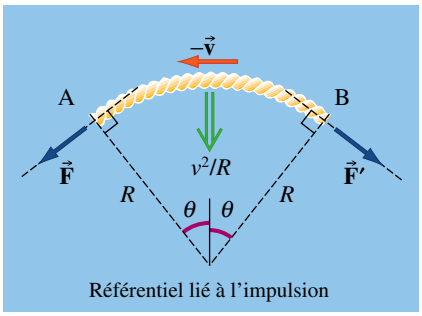
Considérons une corde idéale, homogène et parfaitement flexible. Supposons également que l'impulsion ou l'onde qui parcourt cette corde perturbe peu la forme de la corde. Cela signifie que sa hauteur est si petite comparativement à sa longueur qu'elle n'a pas d'effet sur le module de la tension de la corde. Dans notre référentiel immobile lié au *laboratoire* (figure 2.6*a*), l'impulsion se déplace vers la droite à la vitesse v, alors que les particules de la corde oscillent de façon verticale. Le calcul de la vitesse dans ce référentiel est donné à la section 2.12. Pour l'instant, il est plus facile d'utiliser le référentiel qui se déplace *avec l'impulsion* (figure 2.6*b*). Dans ce référentiel, l'impulsion est immobile, alors que les particules de la corde se déplacent vers la *gauche* en suivant la forme (immobile) de l'impulsion. À l'instant où une particule de la corde atteint le sommet de l'impulsion, elle a une vitesse de module v orientée horizontalement vers la gauche. C'est le cas du segment de corde AB illustré à la figure 2.6*b*. Bien que sa longueur soit exagérée pour favoriser la lisibilité de la figure, on considère AB comme une particule. La figure 2.6*c* illustre le diagramme des forces agissant sur cette particule. Pour éviter toute confusion avec le symbole de la période, on utilise exceptionnellement le symbole générique $\vec{\mathbf{F}}$ pour désigner la tension. Une corde idéale n'ayant aucune masse, le poids n'apparaît pas sur ce diagramme.

Puisqu'il est très court, le segment de corde AB peut être assimilé à un arc de cercle de rayon R. Si θ est l'angle (en radians) défini sur la figure, la longueur de AB est $R(2\theta)$. La masse de AB est $m = 2\mu R\theta$, soit sa longueur multipliée par μ, la masse par unité de longueur de la corde. Comme le montre la figure 2.6*b*, au moment où AB atteint le sommet de l'impulsion, on peut considérer pendant un très court délai qu'il effectue un mouvement circulaire uniforme à une vitesse instantanée $-\vec{\mathbf{v}}$ (c'est-à-dire de même module v que la vitesse de l'impulsion dans le référentiel lié au laboratoire, mais en sens inverse). À cet instant, la force résultante s'appliquant sur lui devrait donc être purement centripète.

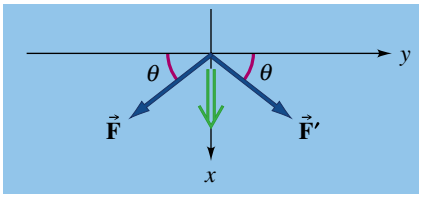
(*a*)



(*b*)



(*c*)



▲ Figure 2.6

(*a*) Dans le référentiel lié au laboratoire, une impulsion se déplace vers la droite le long de la corde, mais les particules de la corde n'ont qu'une vitesse verticale. (*b*) Dans un référentiel lié à l'impulsion, l'impulsion est immobile, mais chaque particule de la corde a une (même) composante de vitesse vers la gauche. (*c*) Diagramme des forces. Dans le référentiel utilisé en (*b*), la force centripète est fournie par la résultante des tensions exercées de chaque côté du court segment de corde. Si l'impulsion est de faible amplitude, $\|\vec{\mathbf{F}}\| = \|\vec{\mathbf{F}}'\| = F$.

* Pour ne pas alourdir le texte, nous utiliserons dorénavant dans ce chapitre le mot *vitesse* afin de décrire le vecteur $\vec{\mathbf{v}}$ et le module de cette quantité v.

C'est effectivement le cas de la résultante des tensions (chacune de module F) exercées à chaque extrémité de AB, puisque les composantes horizontales des forces s'annulent mutuellement. En appliquant la deuxième loi de Newton selon un axe radial, on a

$$\sum F_x = ma_x$$

$$2F \sin\theta = m\frac{v^2}{R} \qquad \text{(i)}$$

L'amplitude de l'impulsion étant petite comparativement à sa longueur, l'angle θ est petit, ce qui permet d'utiliser l'approximation des petits angles $\sin\theta \approx \theta$ (voir l'annexe B). En substituant cette approximation dans l'équation (i), de même que $m = 2\mu R\theta$, on trouve

$$2F\theta = 2\mu R\theta\frac{v^2}{R}$$

qui nous donne

Vitesse de propagation d'une onde le long d'une corde

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad (2.1)$$

où F est la tension dans la corde et μ, sa densité de masse linéique en kilogrammes par mètre. Soulignons que la vitesse est mesurée par rapport au milieu de propagation. Peter Guthrie Tait (1831-1901) fut le premier, en 1883, à démontrer cette équation. L'équation 2.1 est valable pour une onde de forme quelconque, à la condition que son amplitude soit faible comparativement à sa longueur (c'est-à-dire que θ soit petit).

Nous aurons à nouveau l'occasion de rencontrer des équations de ce genre donnant la vitesse d'ondes mécaniques en fonction des propriétés de leur milieu de propagation. Le module de la tension F nous indique dans quelle mesure la corde tend à revenir à sa position d'équilibre. La densité de masse μ est une mesure de l'inertie de la corde.

Dans un milieu de propagation autre qu'une corde, on peut faire une analyse similaire et appliquer les lois de Newton pour obtenir la vitesse de propagation des ondes dans ce milieu. En général, la vitesse de propagation d'une onde mécanique dans un milieu est de la forme

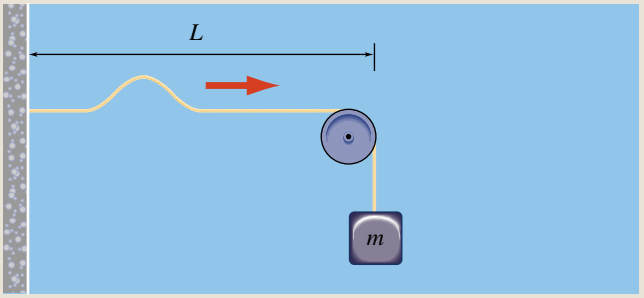
$$v = \sqrt{\frac{\text{facteur de force de rétablissement}}{\text{facteur d'inertie}}} \qquad (2.2)$$

Nous verrons plus loin que, dans le cas des ondes sonores, le facteur de force de rétablissement est une constante élastique et que le facteur d'inertie est la masse volumique. On note que l'équation 2.2 ne dépend que des caractéristiques du milieu.

Exemple 2.1

Soit une corde dont une extrémité est fixe. Elle passe sur une poulie sans frottement et à son autre extrémité est attaché un bloc de masse 2,00 kg (figure 2.7). La partie horizontale de la corde a une longueur de 1,60 m

et une masse de 20,0 g. Quelle est la vitesse de propagation d'une impulsion sur la corde ?



▲ Figure 2.7
La tension de la corde est produite par un poids suspendu.

Solution

Le bloc, à cause de son poids, engendre une tension dans la corde. La poulie étant sans frottement, elle ne réduit pas cette tension dans la portion horizontale de la corde. Le module de celle-ci est donc $F = mg = 19{,}6$ N. La densité de masse linéique est

$$\mu = (2{,}00 \times 10^{-2}\ \text{kg})/(1{,}60\ \text{m}) = 1{,}25 \times 10^{-2}\ \text{kg/m}$$

(pour que la vitesse s'exprime en mètres par seconde, il faut exprimer la densité en kilogrammes par mètre). D'après l'équation 2.1, la vitesse de l'onde est

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{19{,}6\ \text{N}}{1{,}25 \times 10^{-2}\ \text{kg/m}}} = 39{,}6\ \text{m/s}$$

Exemple 2.2

Supposons que l'équation 2.1 nous soit inconnue. L'expérience montrant que la vitesse de propagation d'une onde ne dépend que des propriétés du milieu, on fait l'hypothèse que la vitesse d'une impulsion dans une corde n'est fonction que de la tension et de la densité de masse linéique, c'est-à-dire $v = kF^x\mu^y$, où k, x et y sont des constantes inconnues et sans dimensions. Utiliser l'analyse dimensionnelle pour déterminer x et y.

Solution

La vitesse et la masse linéique ont respectivement des dimensions de longueur/temps (LT^{-1}) et de masse/longueur (ML^{-1}). Quant à la force, l'équation $F = ma$ révèle que ses dimensions sont MLT^{-2}. Les dimensions de la relation $v = kF^x\mu^y$ sont donc

$$LT^{-1} = (M^xL^xT^{-2x})(M^yL^{-y})$$

En égalant respectivement les puissances de M, de L et de T, on obtient trois équations :

$$\begin{aligned} 0 &= x + y \\ 1 &= x - y \\ -1 &= -2x \end{aligned}$$

qui ont pour solution $x = \frac{1}{2}$ et $y = -\frac{1}{2}$. L'analyse dimensionnelle nous permet de conclure que $v = kF^{1/2}\mu^{-1/2}$, soit $v = k\sqrt{F/\mu}$.

La constante k ne peut *pas* être déterminée par cette méthode. Seule l'analyse physique complète, qui a mené à l'équation 2.1, nous apprend que $k = 1$. ■

Exemple 2.3

Deux cordes sont faites du même matériau. La corde 1 a un diamètre deux fois plus grand que la corde 2, mais elle est soumise à la moitié de sa tension. Trouver v_2/v_1.

Solution

Si les cordes sont faites du même matériau, leur densité de masse linéique μ est proportionnelle à leur section, donc au carré de leur diamètre d. ■

Puisque $d_1 = 2d_2$, on a $\mu_1 = 4\mu_2$. On a aussi $F_1 = 0{,}5F_2$, d'où

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2/\mu_2}{F_1/\mu_1}} = \sqrt{\frac{F_2/\mu_2}{0{,}5F_2/4\mu_2}} = \sqrt{8}$$

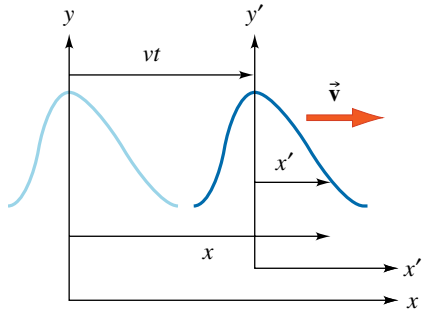
2.3 LES ONDES PROGRESSIVES

À la section 2.1, nous avons dit que la fonction d'onde permet de décrire une onde en donnant le déplacement de chaque particule de son milieu de propagation en fonction de deux variables indépendantes : le temps et l'endroit où cette

particule est située. Pour obtenir cette fonction, considérons l'exemple, très visuel, d'une impulsion qui voyage le long d'une corde et étudions-la dans deux référentiels différents. À la figure 2.8, (x, y) sont les coordonnées d'un point de notre référentiel fixe, alors que (x', y') sont les coordonnées du même point dans un référentiel lié à l'impulsion. On choisit les référentiels de façon à ce que leurs origines coïncident au moment où $t = 0$. Dans le référentiel en mouvement, l'impulsion est au repos, de sorte que le déplacement vertical y' d'une particule de la corde ne dépend que de l'endroit x' (position horizontale) où cette particule est située et est le même à tout instant. On peut exprimer ce déplacement par une fonction $f(x')$ qui décrit la *forme* ou le *profil* de l'impulsion :

$$y'(x') = f(x') \qquad \text{(i)}$$

Dans le référentiel immobile, l'impulsion a la même forme, mais elle se déplace à la vitesse constante v, ce qui signifie que le déplacement y est fonction à la fois de x et de t, et s'écrit $y(x, t)$. Les coordonnées d'une caractéristique quelconque de l'impulsion mesurée dans les deux référentiels sont liées par la transformation de Galilée (voir le chapitre 4 du tome 1) : $x' = x - vt$ et $y' = y$. Avec $f(x') = f(x - vt)$ et $y' = y$, l'équation (i) devient



▲ Figure 2.8

Une impulsion se propageant à la vitesse v par rapport au référentiel xy. Dans le référentiel $x'y'$ lié à l'impulsion, elle est au repos et sa forme est décrite par $f(x')$. Dans le référentiel xy, l'impulsion est décrite par $f(x - vt)$.

Fonction d'onde d'une onde progressive se déplaçant vers les *x* positifs

$$y(x, t) = f(x - vt) \qquad (2.3)$$

Autrement dit, si on connaît la fonction $f(x)$ donnant la forme (profil) de l'impulsion à $t = 0$, il suffit d'y remplacer x par $(x - vt)$ pour obtenir la fonction mathématique $y(x, t)$ décrivant le déplacement vertical y de tous les points x de la corde à n'importe quel instant t.

Nous choisirons toujours le système d'axes de façon à ce que la position d'équilibre de la corde coïncide avec l'axe des x, de sorte que la position d'équilibre d'une particule de la corde sera $y = 0$ et que le déplacement vertical par rapport à cette position coïncidera aussi avec la *coordonnée* y de la particule dans le système d'axes. La variable y pourra donc désigner *indifféremment la position ou le déplacement* de cette particule.

L'équation 2.3 décrit le mouvement d'une onde dans le sens des x positifs. Un point donné de cette onde, par exemple la crête de l'impulsion à la figure 2.8, correspond à une valeur fixe de x', c'est-à-dire :

$$x - vt = \text{constante}$$

En dérivant cette expression par rapport au temps et en notant que v est constant, on trouve

$$\frac{dx}{dt} = v$$

où v est la **vitesse de propagation de l'onde** (que l'on appelle aussi *célérité* ou *vitesse de phase*). Cette équation exprime que dx/dt, c'est-à-dire la composante de vitesse selon x d'un point quelconque de l'impulsion, par exemple sa crête, est positive et correspond à v. Il ne faut pas confondre cette vitesse v et la vitesse d'une particule de la corde (vitesse qui serait forcément verticale) : v est la vitesse (horizontale) à laquelle se déplace un point de l'impulsion dont la phase est constante.

Une onde qui se propage dans le sens des x négatifs est représentée par

Fonction d'onde d'une onde progressive se déplaçant vers les x négatifs

$$y(x, t) = f(x + vt) \qquad (2.4)$$

Ici encore, si l'on désigne un point donné de l'impulsion, par exemple sa crête, par la valeur fixe de x' où il est situé, on obtient $x + vt$ = constante. En dérivant cette expression par rapport au temps, on trouve

$$\frac{dx}{dt} = -v$$

Cette équation exprime cette fois que la composante de vitesse selon x d'un point quelconque de l'impulsion est négative, donc dirigée vers la gauche.

En somme, pour que la fonction représente une **onde progressive** se propageant à la vitesse v, les trois grandeurs x, v et t *doivent* apparaître dans les combinaisons $(x + vt)$ ou $(x - vt)$. Ainsi, $(x - vt)^2$ est acceptable, mais $(x^2 - v^2t^2)$ ne l'est pas. Le mot « progressive » est ajouté pour souligner le fait que l'onde progresse le long de la corde, par opposition aux ondes stationnaires que nous verrons aux sections 2.8 et 2.9. Toutes les impulsions dont nous avons parlé jusqu'ici sont des ondes progressives.

Exemple 2.4

À $t = 0$, une impulsion est représentée par

$$y(x) = \frac{2{,}5}{(0{,}5 + x^2)}$$

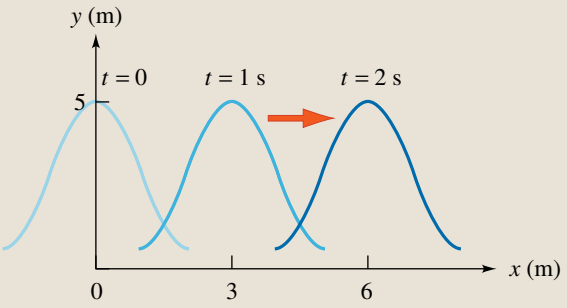
où x et y sont en mètres. Quelle est la fonction d'onde qui la décrit à un instant quelconque sachant qu'elle se déplace dans le sens des x positifs à 3 m/s ? Dessiner l'impulsion à $t = 0$, 1 s et 2 s.

Solution

D'après l'équation 2.3, on a

$$y(x, t) = \frac{2{,}5}{0{,}5 + (x - 3t)^2}$$

À $t = 0$, le déplacement (position verticale y) de toute particule de la corde située à une position horizontale x est donné par $y(x, 0) = 2{,}5/(0{,}5 + x^2)$. À $t = 1$ s, ce déplacement est donné par $y(x, 1) = 2{,}5/[0{,}5 + (x - 3)^2]$; à $t = 2$ s, il est donné par $y(x, 2) = 2{,}5/[0{,}5 + (x - 6)^2]$. La figure 2.9 représente l'impulsion à ces trois instants. On constate qu'elle progresse effectivement vers les x positifs à 3 m/s.

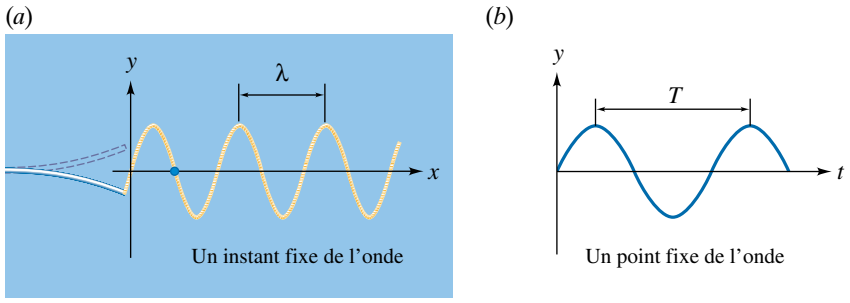


▲ **Figure 2.9**
Les positions d'une impulsion à trois instants différents.

2.4 LES ONDES SINUSOÏDALES PROGRESSIVES

À la section 2.1, nous avons dit qu'une onde pouvait être une simple impulsion ou être continue. Dans cette section, nous allons décrire des ondes continues *périodiques*. Une des façons de produire une telle onde dans une corde consiste à attacher cette dernière à une tige vibrante (figure 2.10*a*). Si cette tige est un

oscillateur harmonique simple, la fonction d'onde $f(x \pm vt)$ est *sinusoïdale* et correspond à une **onde sinusoïdale progressive**. Lorsqu'une telle onde traverse une région donnée, chacune des particules du milieu (c'est-à-dire chacun des petits segments qui composent la corde) est soumise à un mouvement harmonique simple. Comme la grande majorité des phénomènes ondulatoires peuvent être représentés par des ondes sinusoïdales, nous concentrerons notre étude des ondes périodiques exclusivement sur ces dernières.



◀ Figure 2.10

(*a*) Une tige vibrante produit une onde sur une corde. La courbe représente la position transversale y de chaque *particule* x de la corde, à un *instant* t *fixe*, comme on pourrait la voir sur une photographie. (*b*) La courbe représente la position transversale y d'une *particule* x *fixe* de la corde, comme celle coloriée en bleu sur la figure (*a*), à chaque temps t. Il s'agit d'un mouvement harmonique simple.

Une onde périodique a deux périodicités : dans l'espace et dans le temps

Puisqu'une onde est une fonction de deux variables indépendantes, x et t, il faut figer l'une des deux variables pour représenter l'onde sur un graphique. À la figure 2.10*a*, c'est le temps t qui est figé, c'est-à-dire que la figure représente un instant fixe de l'onde, comme sur une photographie. À la figure 2.10*b*, c'est la position x qui est figée : la figure représente l'oscillation dans le temps d'une seule particule de la corde (celle coloriée en bleu sur la figure 2.10*a*).

Examinons d'abord la figure 2.10*b*. La fonction $y(t)$ qu'on y voit est un mouvement harmonique simple. La période T de ce mouvement correspond à une variation de phase de 2π radians (voir la section 1.1). Si $y = 0$ et $dy/dt > 0$ à $t = 0$, tel qu'illustré, la phase est nulle à $t = 0$ sur la figure 2.10*b*. Ainsi, un temps quelconque t correspond à la phase $2\pi(t/T)$. En d'autres termes, l'équation 1.2 devient

(x fixe) $$y(t) = A \sin \omega t$$

où

Fréquence angulaire

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (2.5a)$$

est la **fréquence angulaire** ou pulsation mesurée en radians par seconde (rad/s).

La figure 2.10*a* montre que le déplacement y en fonction de la position x est également sinusoïdal. Cette sinusoïde ne doit pas être confondue avec celle de la figure 2.10*b* : dans le premier cas, l'axe horizontal est celui des positions x et, dans l'autre, celui des temps t. À la figure 2.10*a*, la *distance* entre deux points successifs de même phase* (par exemple deux crêtes) est appelée **longueur d'onde**, λ. Leur phase en radians diffère de 2π. Alors que T se mesure en

* L'utilisation du mot « phase » va au-delà de ce que nous en avons fait au chapitre 1 lorsque nous l'avons associé à l'argument $\omega t + \phi$ de l'équation qui décrit une oscillation harmonique. Dans un contexte plus large, la *phase* d'une onde correspond à l'un de ses *états* particuliers, soit une crête, un creux ou l'une quelconque des positions que peut prendre l'un des éléments de l'onde.

secondes, λ se mesure en mètres. Si $y = 0$ et $dy/dx > 0$ à $x = 0$, tel qu'illustré, la phase est nulle à $x = 0$ sur la figure 2.10*a*. Ainsi, la phase à une position quelconque x est $(2\pi)(x/\lambda)$. On peut donc écrire

(t fixe) $$y(x) = A \sin kx$$

où

Nombre d'onde

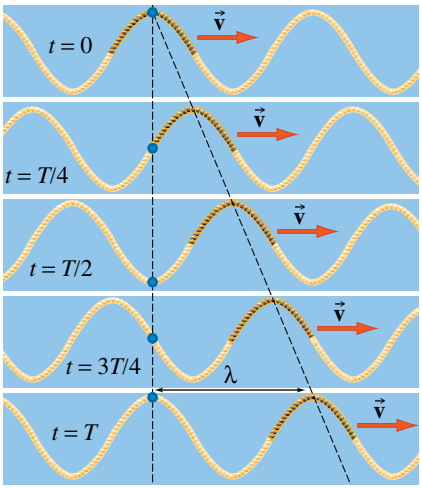
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (2.5b)$$

est le **nombre d'onde**, dont l'unité SI est le radian par mètre (à ne pas confondre avec la constante de rappel k d'un ressort).

Le raisonnement qui précède montre qu'une onde sinusoïdale a *deux périodicités* : une dans le temps et une autre dans l'espace. D'une part, l'oscillation d'une particule (position x fixe) se répète périodiquement quand le temps t croît et, d'autre part, la configuration de l'onde sur une photographie (temps t fixe) se répète périodiquement quand on observe successivement des positions x croissantes.

Le lien entre les deux périodicités est la vitesse de l'onde

Nous allons maintenant voir comment ces deux périodicités sont interreliées. Pour ce faire, examinons l'onde pendant une période complète (figure 2.11). Le point bleu effectue une oscillation complète, ce qui montre qu'une période s'est écoulée. Puisque l'onde a une vitesse constante déterminée par le milieu, elle progresse au cours d'une période d'une distance $\Delta x = vT$. Or, on peut voir sur la figure qu'en une période, l'onde a progressé vers la droite d'une longueur d'onde λ : il suffit de suivre des yeux la crête plus foncée sur la figure. Si on substitue $\Delta x = \lambda$, on obtient



▲ **Figure 2.11**

Pendant une période, l'onde parcourt la distance d'une longueur d'onde ; celle-ci s'exprime donc par $\lambda = vT = v/f$. On peut aussi écrire que sa vitesse est $v = \lambda/T = f\lambda = \omega/k$, mais il faut garder en tête que la vitesse ne dépend *pas* de λ ni de T, mais seulement du milieu.

Lien entre la longueur d'onde et la période

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \qquad (2.5c)$$

où on a utilisé $T = 1/f$. Dans le cas des ondes mécaniques, la vitesse qui apparaît dans l'équation 2.5*c* est mesurée par rapport au milieu. En utilisant les équations 2.5*a* et 2.5*b* qu'on substitue dans l'équation 2.5*c*, on peut aussi écrire $\omega = vk$. On rencontre parfois cette relation et l'équation 2.5*c* sous la forme commune

$$v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda = \frac{\omega}{k} \qquad (2.5d)$$

qui présente l'avantage de s'écrire sous forme de triple égalité. Toutefois, cette équation peut donner l'impression que v dépend de λ et de T, *mais ce n'est pas le cas*. La fréquence d'une onde est déterminée par la *source*, alors que la vitesse de l'onde est déterminée par les propriétés du *milieu*, comme le révèlent les observations expérimentales décrites au début de la section 2.2.

La fonction d'onde

Puisque $\omega = vk$, on peut obtenir la fonction d'onde qui représente une onde sinusoïdale progressive. Il suffit de combiner l'équation $y(x) = A \sin kx$ avec l'équation générale d'une onde progressive, $y(x, t) = f(x - vt)$, pour obtenir :

$$\begin{aligned} y(x, t) &= A \sin[k(x - vt)] \\ &= A \sin(kx - \omega t) \end{aligned} \qquad (2.6)$$

Cette équation représente une onde sinusoïdale se déplaçant dans le sens des x positifs. Une onde qui se propage dans le sens des x négatifs, obtenue à partir de l'équation 2.4, est représentée par

$$y(x, t) = A \sin(kx + \omega t) \qquad (2.7)$$

Dans ces deux équations, $y = 0$ en $x = 0$ et à $t = 0$. Comme ce n'est pas le cas en général, nous devons faire intervenir une constante de phase* ϕ :

Onde progressive sinusoïdale

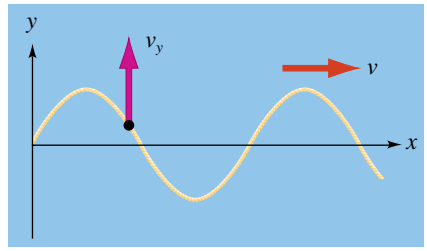
$$y(x, t) = A \sin(kx \pm \omega t + \phi) \qquad (2.8)$$

Tel que mentionné à la section 2.3, il importe de distinguer la vitesse de propagation de l'onde, forcément horizontale sur la figure 2.12, et la vitesse d'une particule du milieu (segment infime de la corde), forcément verticale. Dans le cas d'une onde transversale se propageant le long de l'axe des x, les particules du milieu se déplacent uniquement selon y ; la vitesse d'une particule est donc le taux de variation de la position** y où elle se situe, donné par $\partial y/\partial t$. Contrairement à la vitesse de propagation de l'onde, qui dépend des propriétés du milieu, la vitesse d'une particule varie avec le temps à la fréquence de la source. D'après l'équation 2.8, la vitesse*** et l'accélération d'une particule à une *position x donnée* s'obtiennent par

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = \pm \omega A \cos(kx \pm \omega t + \phi) \qquad (2.9)$$

$$a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A \sin(kx \pm \omega t + \phi) \qquad (2.10)$$

Comme on le voit dans l'équation 2.9, le signe de la vitesse dépend du sens de la propagation, alors que, pour l'accélération, on trouve une relation similaire à l'équation 1.5*b*, ($a_y = -\omega^2 y$). On utilise ici la dérivée partielle ($\partial/\partial t$) parce que $y(x, t)$ est fonction de deux variables et que x est maintenu constant (il s'agit de la vitesse et de l'accélération d'une particule située à une *position x donnée*). Ce processus équivaut à substituer d'abord une valeur x constante dans l'équation d'onde, pour obtenir le mouvement harmonique simple $y(t)$ décrit par la particule située à la position x, puis à dériver $y(t)$ par rapport au temps. Comme le cosinus et le sinus que contiennent les équations 2.9 et 2.10



▲ **Figure 2.12**
La vitesse d'une particule sur une corde, donnée par $\partial y/\partial t$, est perpendiculaire à la vitesse de propagation de l'onde v.

* Dans le contexte d'une fonction d'onde, le terme « phase initiale », utilisé au chapitre 1, ne convient plus pour ϕ, car il ne suffit plus de fixer $t = 0$: ϕ est la phase à $t = 0$ et $x = 0$.

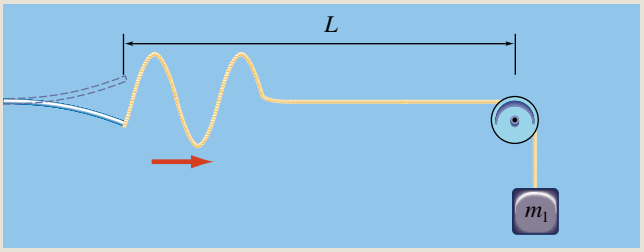
** Le déplacement d'une particule de la corde étant mesuré par rapport à la position d'équilibre $y = 0$, le taux de variation de ce déplacement correspond au taux de variation de la position y de la corde. Ainsi, $\partial y/\partial t$ pourra désigner indifféremment le taux de variation de la position ou le taux de variation du déplacement.

*** Pour alléger le texte, nous allons utiliser dans ce chapitre les termes « vitesse » et « accélération » pour désigner leur composante selon y.

oscillent entre les valeurs extrêmes –1 et +1, la vitesse de toute particule du milieu a un module maximal ωA, et l'accélération de toute particule du milieu, un module maximal $\omega^2 A$.

Exemple 2.5

Soit une corde, illustrée à la figure 2.13, dont une extrémité est reliée à une tige vibrante. Elle passe sur une poulie sans frottement et à son autre extrémité est attaché un bloc de masse inconnue m_1. La portion horizontale de la corde mesure $L = 4{,}00$ m. (a) L'extrémité de la tige vibrante effectue un mouvement harmonique simple à une fréquence de 100 Hz et on mesure que l'onde met 0,100 s pour parcourir d'une extrémité à l'autre la portion horizontale de la corde. Quelle est la longueur d'onde ? (b) Si l'on quadruple la fréquence d'oscillation de la tige vibrante, qu'advient-il de la longueur d'onde et de la vitesse de propagation de l'onde ? (c) Si l'on rétablit la fréquence à 100 Hz mais que l'on quadruple plutôt la masse m_1 du bloc suspendu, qu'advient-il de la longueur d'onde et de la vitesse de propagation de l'onde ?



▲ Figure 2.13

Une onde sinusoïdale progressive est produite dans une corde dont la tension est due à un bloc suspendu à son extrémité.

Solution

(a) Comme l'onde parcourt 4,00 m en 0,100 s et que la vitesse de propagation de l'onde est constante, cette dernière est $v = (4{,}00\text{ m})/(0{,}100\text{ s}) = 40{,}0$ m/s. Comme la période est $T = 1/f = 0{,}01$ s et que la longueur d'onde est la distance que parcourt l'onde à chaque période, on obtient donc

$$\lambda = vT = (40{,}0\text{ m/s})(0{,}01\text{ s}) = 0{,}400\text{ m}$$

On peut aussi calculer, plus directement

$$\lambda = v/f = (40{,}0\text{ m/s})/(100\text{ Hz}) = 0{,}400\text{ m}$$

(b) Le fait de changer la fréquence d'oscillation de la tige n'a aucun impact sur la vitesse de propagation de l'onde, puisque cette dernière ne dépend que de la tension et de la densité de masse linéique de la corde. ■

Toutefois, la fréquence étant quatre fois plus élevée, la période est quatre fois plus courte et la distance parcourue par l'onde à chaque période, soit la longueur d'onde, sera donc, elle aussi, quatre fois plus petite. On obtient en effet

$$\lambda = vT = (40{,}0\text{ m/s})(0{,}0025\text{ s}) = 0{,}10\text{ m}$$

(c) Quadrupler la masse du bloc suspendu a pour effet de quadrupler la tension F dans la corde. Cette fois, les propriétés du milieu sont modifiées et la vitesse de propagation de l'onde le sera donc aussi. Comme cette vitesse est donnée par $v = \sqrt{F/\mu}$, elle double et devient 80,0 m/s. La vitesse de propagation de l'onde étant deux fois plus grande qu'en (a), bien que la fréquence soit la même, la distance parcourue par l'onde à chaque période sera donc deux fois plus grande qu'en (a). On obtient en effet

$$\lambda = vT = (80{,}0\text{ m/s})(0{,}01\text{ s}) = 0{,}80\text{ m}$$

Exemple 2.6

Soit une onde d'équation

$$y(x, t) = 0{,}05\sin\left[\frac{\pi}{2}(10x - 40t) - \frac{\pi}{4}\right]$$

où x et y sont en mètres et t, en secondes. Trouver : (a) la longueur d'onde, la fréquence et la vitesse de propagation de l'onde ; (b) la vitesse et l'accélération d'une particule située sur le chemin de l'onde à $x = 0{,}5$ m et à $t = 0{,}05$ s.

Solution

(a) L'équation peut aussi s'écrire sous la forme

$$y(x, t) = 0{,}05\sin\left(5\pi x - 20\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$$

En comparant cette équation avec l'équation 2.8, on constate directement que le nombre d'onde est $k = 2\pi/\lambda = 5\pi$ rad/m, donc $\lambda = 0{,}4$ m. La fréquence

angulaire est $\omega = 2\pi f = 20\pi$ rad/s; donc $f = 10$ Hz. La vitesse de propagation de l'onde est $v = f\lambda = \omega/k = 4$ m/s. Puisque les termes en x et en t de la fonction d'onde ont des signes différents, cette vitesse est dans le sens des x positifs. ■

(b) La vitesse et l'accélération de la particule sont

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = -(20\pi)(0{,}05)\cos\left(\frac{5\pi}{2} - \pi - \frac{\pi}{4}\right) = 2{,}22 \text{ m/s}$$

$$a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -(20\pi)^2(0{,}05)\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \pi - \frac{\pi}{4}\right) = 140 \text{ m/s}^2$$

On peut éviter de recourir à la dérivée partielle en substituant d'abord la position $x = 0{,}5$ m de la particule, ce qui donne

$$y(x, t) = 0{,}05\sin\left(2{,}5\pi - 20\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = 0{,}05\sin\left(-20\pi t + \frac{9\pi}{4}\right)$$

Ensuite, on dérive pour obtenir la vitesse de ce mouvement harmonique simple :

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -(20\pi)(0{,}05)\cos\left(-20\pi t + \frac{9\pi}{4}\right)$$

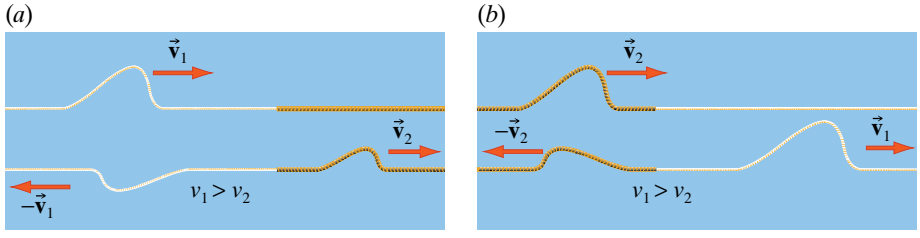
Et il suffit de substituer $t = 0{,}05$ s pour trouver à nouveau $v_y = 2{,}22$ m/s. Avec la dérivée seconde plutôt qu'avec la dérivée première, on aurait trouvé à nouveau $a_y = 140$ m/s^2.

2.5 LA RÉFLEXION ET LA TRANSMISSION

Nous allons maintenant examiner ce qui arrive lorsqu'une onde atteint une frontière, ou **interface**, entre deux milieux de propagation. C'est ce qui se produit quand le son passe de l'air à l'eau, quand une onde se propage dans des cordes de masses linéiques différentes attachées bout à bout ou quand une vague passe de l'océan à un bassin où l'eau est peu profonde.

Lorsqu'une onde subit un changement de milieu, on observe qu'elle est *partiellement transmise* dans le nouveau milieu et *partiellement réfléchie* dans le milieu initial. L'énergie de l'impulsion initiale est séparée entre les impulsions transmise et réfléchie.

Considérons le cas où une impulsion dans une corde arrive à la jonction d'une corde de densité différente. À la figure 2.14*a*, l'impulsion passe d'une corde légère à une corde plus lourde, alors que c'est l'inverse à la figure 2.14*b*. Dans le premier cas, l'impulsion réfléchie est *inversée transversalement* (verticalement) par rapport à l'impulsion incidente. On qualifie ce processus de **réflexion dure**. Dans le second cas, il n'y a pas d'inversion transversale ; c'est une **réflexion molle**. Il n'y a jamais inversion de la partie transmise.



◀ Figure 2.14
Lorsqu'une impulsion rencontre la jonction de deux cordes de densités différentes, on observe qu'elle est partiellement réfléchie et partiellement transmise. (*a*) Si la deuxième corde est plus lourde, l'impulsion réfléchie est inversée. (*b*) Si la deuxième corde est plus légère, l'impulsion réfléchie n'est pas inversée. Dans tous les cas, l'impulsion *transmise* n'est pas inversée.

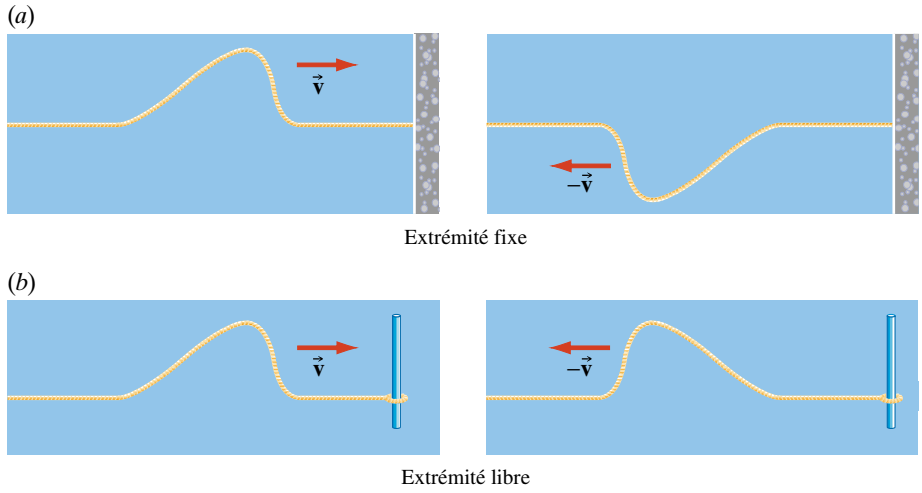
Pour comprendre pourquoi il y a deux types de réflexions, considérons deux situations limites où l'onde est entièrement réfléchie. Si on fait tendre vers l'infini la densité de la corde de droite à la figure 2.14*a*, cette corde devient impossible à faire accélérer et on peut considérer que la corde de gauche a une extrémité *fixe*. En pratique, on obtient une extrémité essentiellement fixe en

attachant la corde de gauche à un mur (figure 2.15*a*). Or, lorsque l'avant de l'impulsion atteint le mur, la corde tire sur le point où elle est fixée. Selon la troisième loi de Newton, le mur réagit en exerçant une force de même module mais de sens contraire. Sous l'effet de cette force, la corde se déplace alors verticalement pour former l'impulsion inversée. C'est pourquoi on obtient une réflexion dure.

Si on fait tendre vers zéro la densité de la corde de droite à la figure 2.14*b*, on peut considérer que la corde de gauche a une extrémité *libre*. On peut obtenir une extrémité libre en attachant la corde de gauche à un anneau pouvant glisser sans aucun frottement sur une tige verticale rigide (figure 2.15*b*). Cette fois, il n'y a aucune force verticale exercée par la tige, donc rien qui puisse causer une inversion. C'est pourquoi on obtient une réflexion molle.

▶ Figure 2.15

(*a*) Lorsqu'une impulsion se propageant le long d'une corde est réfléchie à une extrémité fixe, elle est inversée verticalement. (*b*) À l'extrémité libre, l'impulsion réfléchie n'est pas inversée verticalement.



Généralement, plus les propriétés des deux milieux diffèrent, plus la proportion transmise de l'énergie de l'onde incidente est petite et plus la proportion réfléchie est grande. Dans un même milieu de propagation, l'énergie véhiculée par une onde est proportionnelle au carré de son amplitude (voir la section 2.11). À la figure 2.14*a* comme à la figure 2.14*b*, on voit que l'amplitude de l'onde réfléchie est plus faible que celle de l'onde incidente, ce qui confirme qu'elle transporte moins d'énergie. On ne peut pas faire directement la même comparaison pour l'onde transmise, puisque le milieu de propagation est différent : par exemple, dans une corde plus légère, il faut moins d'énergie pour produire un même déplacement. Mais l'énergie incidente correspond néanmoins à la somme des énergies transmise et réfléchie.

Comparons maintenant les longueurs des impulsions à la figure 2.14. Les tensions étant les mêmes, le rapport entre la vitesse des ondes de part et d'autre de la jonction est déterminé uniquement par les densités de masse linéique. Si les densités des cordes illustrées à la figure 2.14 valent respectivement μ_1 et μ_2, l'équation 2.1 permet de déterminer que le rapport des vitesses des impulsions v_1/v_2 est égal à $\sqrt{\mu_2/\mu_1}$ (d'après la deuxième loi de Newton, les cordes sont nécessairement soumises à la même tension). Les impulsions se déplacent ainsi plus rapidement sur la corde la plus légère. C'est pour cette raison qu'à la figure 2.14*a*, l'impulsion transmise est plus courte (horizontalement) que l'impulsion incidente, alors qu'à la figure 2.14*b*, elle est plus longue.

La réflexion et la transmission partielles des ondes jouent un rôle important dans l'instrumentation médicale. En particulier, l'échographie repose sur l'émission de courtes impulsions sonores (ultrasons) dans le corps du patient. Chaque impulsion est partiellement transmise et partiellement réfléchie chaque

fois qu'elle rencontre une interface entre deux tissus biologiques, de sorte que l'instrument capte plusieurs réflexions, appelées *échos*. Le délai de retour de ces réflexions permet de déduire la profondeur de l'interface, sachant la vitesse de propagation du son dans les tissus biologiques. Les échos provenant de directions différentes nécessitant des délais de retour différents, on peut construire une image bidimensionnelle d'une interface (figure 2.16). Pour que le processus fonctionne, on doit maximiser la partie de l'onde sonore transmise dans les tissus du patient, en évitant au maximum la réflexion à la surface de la peau. C'est pourquoi on badigeonne l'instrument avec un gel dont la densité est proche de celle de la peau : la réflexion à l'interface gel-peau devient négligeable, alors qu'elle serait très importante si le son devait traverser une interface air-peau. ●

▲ Figure 2.16
Le fait qu'une impulsion soit partiellement réfléchie à chaque interface qu'elle rencontre permet de réaliser des échographies.

2.6 LA SUPERPOSITION D'ONDES

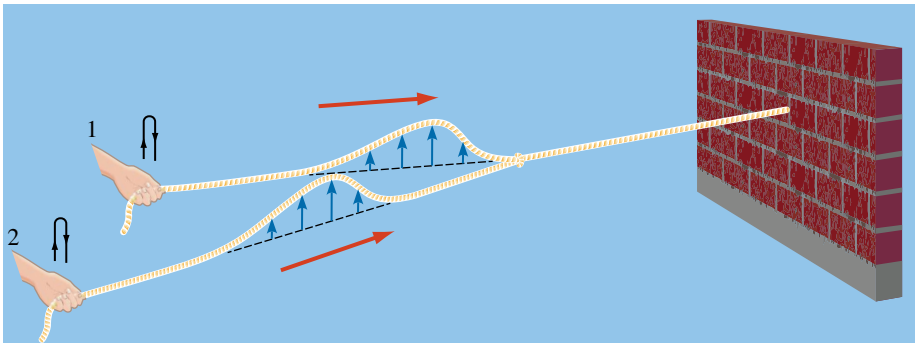
Lorsque deux ondes ou plus se chevauchent dans une région donnée, par exemple lorsque deux vagues se croisent sur une étendue d'eau, on dit qu'elles sont *superposées*. Quand on observe deux ondes ainsi superposées, l'expérience montre clairement que chaque élément du milieu (par exemple chaque petit volume d'eau, dans le cas des vagues) subit simultanément les perturbations dues à chacune des deux ondes. Si l'amplitude des deux ondes est suffisamment faible, les perturbations sont tout simplement *additionnées*. La fonction d'onde résultante est alors donnée par le **principe de superposition linéaire** : la fonction d'onde totale y_T en tout point est la somme linéaire des fonctions d'onde individuelles y_i, c'est-à-dire :

Principe de superposition linéaire

$$y_T = y_1 + y_2 + y_3 + \ldots + y_N = \sum_{i=1}^{N} y_i$$

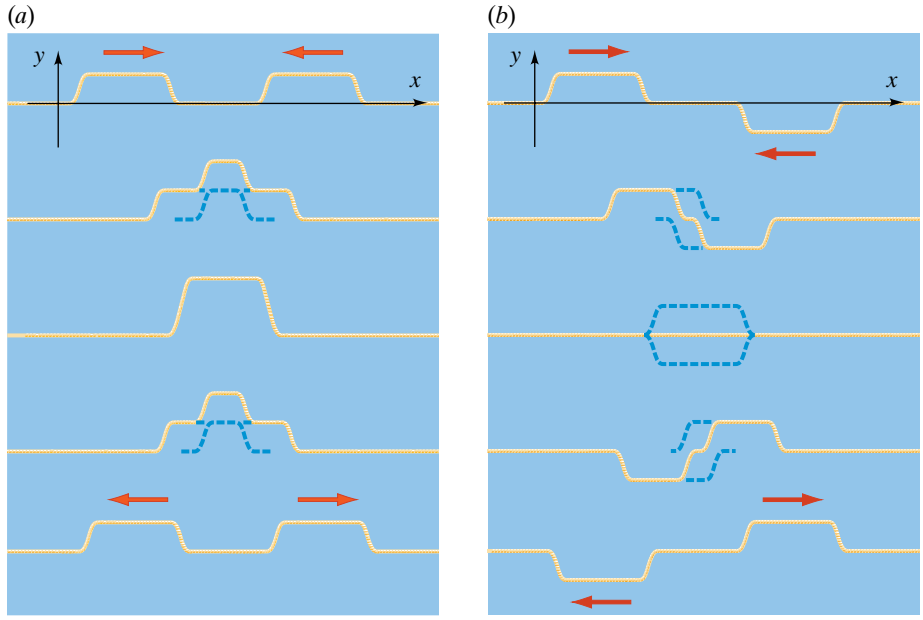
Selon la nature de l'onde, il peut s'agir d'une somme algébrique ou d'une somme vectorielle. Si les fonctions $y_i(x, t)$ sont connues, on peut les substituer dans l'équation ci-dessus pour obtenir la fonction d'onde résultante $y_T(x, t)$.

En agitant en même temps les deux extrémités d'une corde tendue, on peut y faire circuler des impulsions en sens inverse. En utilisant le dispositif de la figure 2.17, on peut produire dans une même corde (celle entre la jonction et le mur) des impulsions qui se propagent dans le même sens. Dans les deux cas, le principe de superposition s'applique si l'amplitude des impulsions est faible comparativement à leur longueur. Ici, la fonction d'onde y décrit le déplacement transversal des particules (petits segments) de la corde.



◀ Figure 2.17
Quand elles atteignent la jonction, les deux ondes sont partiellement transmises dans la corde commune et elles s'y propagent dans le même sens. Les déplacements des deux ondes se faisant dans un plan vertical, l'interférence est possible.

La figure 2.18 schématise ce qu'on obtient dans le cas d'impulsions qui se propagent en sens inverse l'une de l'autre. Si les fonctions d'onde sont de même signe (figure 2.18*a*), le déplacement résultant est temporairement plus grand que celui de chacune des ondes. Si les fonctions d'onde sont de signes opposés (figure 2.18*b*), il est temporairement plus petit que celui de chacune des ondes. On pourrait s'attendre à ce qu'une **crête** ($y > 0$) et un **creux** ($y < 0$) de forme identique s'annulent et disparaissent tout simplement lorsqu'ils se rencontrent. Pourtant, comme le montre la figure 2.18*b*, après s'être superposés, ils continuent en reprenant leur forme initiale. Les ondes qui respectent le principe de superposition linéaire ne peuvent donc pas *interagir* comme le feraient des particules entrant en collision frontale. Chaque impulsion possède une certaine quantité d'énergie qui ne peut pas disparaître.



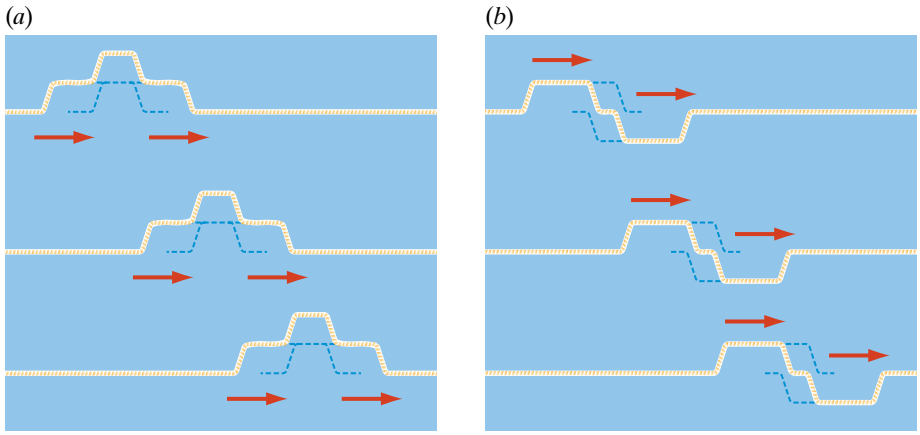
▶ Figure 2.18

Lorsque deux impulsions se superposent, le déplacement résultant est la somme des déplacements individuels. Les deux impulsions se propageant en sens inverse l'une de l'autre, l'interférence est temporaire. Sur cette figure, les perturbations ont été exagérées pour qu'on puisse bien les voir : le principe de superposition linéaire ne s'applique qu'à des perturbations qui déforment très légèrement la corde.

La figure 2.19 montre ce qu'on obtient avec le dispositif de la figure 2.17, c'est-à-dire avec deux impulsions circulant dans le même sens. Cette fois, l'onde résultante conserve la même forme et la même amplitude à mesure qu'elle se déplace dans la corde située entre la jonction et le mur. Si les deux fonctions d'onde ont le même signe, le déplacement résultant est plus élevé (figure 2.19*a*) ; si elles ont des signes opposés, le déplacement résultant est plus faible (figure 2.19*b*). (On note que l'énergie de l'impulsion résultante à droite de la jonction n'est pas la somme des énergies des impulsions incidentes à gauche, car une partie de ces impulsions est réfléchie lorsqu'elles atteignent la jonction.)

Ces deux exemples illustrent le phénomène d'**interférence**. Quand deux ondes se renforcent pour donner une onde de plus grande amplitude, c'est-à-dire quand le déplacement résultant est plus élevé, on dit qu'elles manifestent de l'interférence *constructive*. L'interférence *destructive* correspond aux cas où le déplacement résultant est plus faible. À la figure 2.18, l'interférence est temporaire ; à la figure 2.19, elle dure pendant toute la propagation de l'onde à droite de la jonction. Pour cette raison, on utilise surtout les termes « constructive » et « destructive » pour décrire l'interférence d'ondes voyageant dans le même sens.

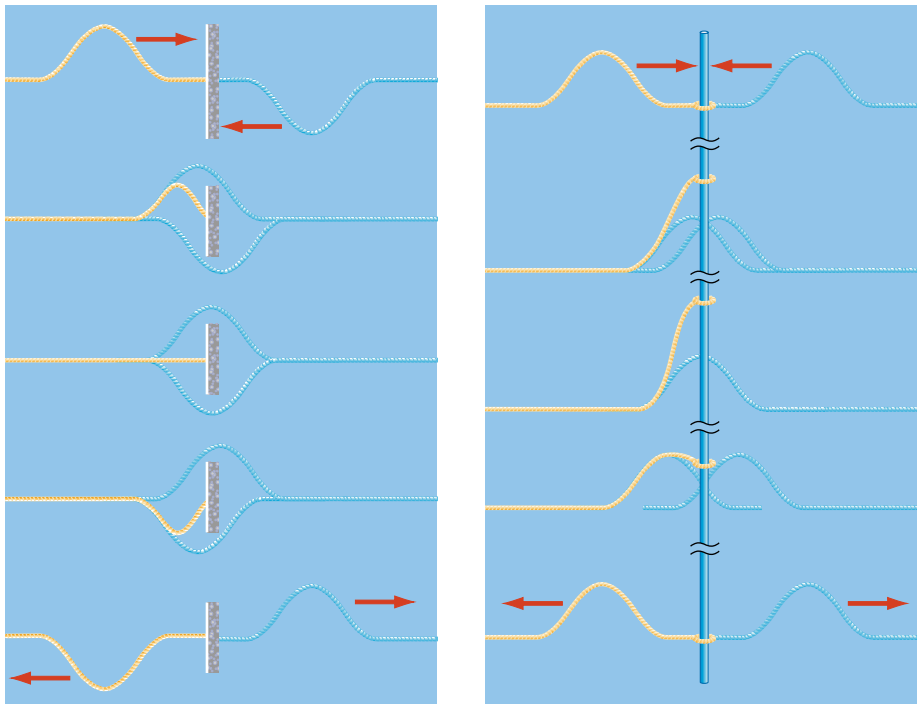
Le principe de superposition permet de reconstituer la forme détaillée de la fonction d'onde résultante pendant les réflexions étudiées à la section précédente. En effet, on peut considérer une impulsion en train d'être réfléchie comme la superposition de l'impulsion incidente qui continuerait de se



◀ Figure 2.19

Lorsque deux impulsions se superposent, le déplacement résultant est la somme des déplacements individuels. Les deux impulsions se propageant dans le même sens, l'interférence demeure constante. Sur cette figure, les perturbations ont été exagérées pour qu'on puisse bien les voir : le principe de superposition linéaire ne s'applique qu'à des perturbations qui déforment très légèrement la corde.

propager sans être réfléchie et une impulsion imaginaire identique à l'impulsion incidente, mais venant en sens inverse (figure 2.20). Le déplacement total en un point quelconque est donné par le principe de superposition. Si l'on fixe un instant précis, on remarque toujours, quel que soit l'instant choisi, que le déplacement de l'extrémité fixe est nul (figure 2.20*a*) et que le déplacement de l'extrémité libre correspond au double du déplacement qui serait dû à l'unique impulsion incidente (figure 2.20*b*).



◀ Figure 2.20

On peut représenter le processus de réflexion en superposant une impulsion imaginaire venant en sens inverse de l'impulsion réelle. On observe alors que : (*a*) la résultante est toujours nulle dans le cas de la réflexion à extrémité fixe et (*b*) qu'elle est toujours le double du déplacement qui serait dû à une seule impulsion dans le cas de la réflexion à extrémité libre.

Les ondes ayant une fonction d'onde scalaire (les ondes sonores par exemple) donnent toujours lieu à une interférence lorsqu'elles sont superposées. Dans le cas des ondes ayant une fonction d'onde vectorielle, comme les ondes se propageant sur une corde, seules les composantes parallèles de deux fonctions d'onde peuvent donner lieu à une interférence. À la figure 2.17, les deux impulsions interfèrent, car elles ne provoquent que des déplacements verticaux. Mais, par exemple, si l'une des impulsions avait engendré des déplacements horizontaux, elle n'aurait pas produit d'interférence avec l'impulsion provoquant des déplacements verticaux. Cette caractéristique des ondes transversales se nomme *polarisation* ; on en traitera à la section 7.9.

Le principe de superposition ne s'applique pas à la vague déferlante qu'utilise ce surfeur.

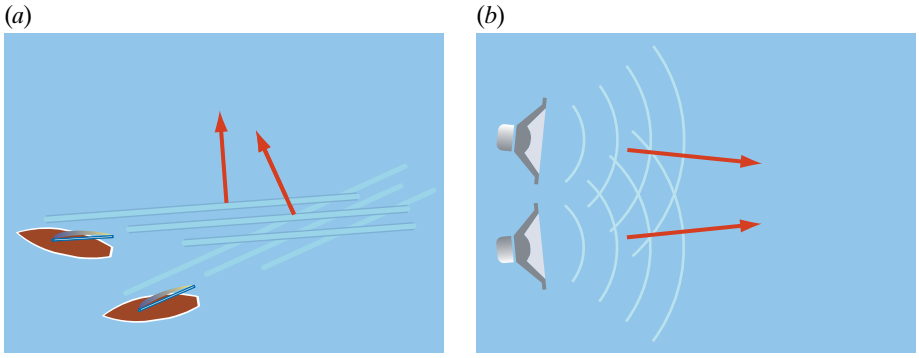
Nous avons dit que le principe de superposition linéaire n'est valable que pour les ondes dont l'amplitude est petite. Ces ondes sont appelées **ondes linéaires**. Elles comprennent les ondes mécaniques qui perturbent peu le milieu matériel dans lequel elles se propagent, mais aussi des ondes électromagnétiques, de même que les ondes de matière de la mécanique quantique. Il y a néanmoins des *ondes non linéaires* pour lesquelles le principe de superposition linéaire ne s'applique pas. Parmi les exemples d'ondes non linéaires, citons les énormes vagues déferlantes qu'utilisent les surfeurs, les ondes de choc produites par les avions supersoniques, de même que des phénomènes non mécaniques comme l'influx nerveux ou une flamme qui progresse le long d'une mèche qui se consume. Nous verrons aux sections 2.10 et 2.12 à quelles conditions une onde mécanique est linéaire. Sauf si le contexte affirme le contraire, nous considérerons toujours dans cet ouvrage que le principe de superposition linéaire s'applique.

2.7 L'INTERFÉRENCE D'ONDES SINUSOÏDALES

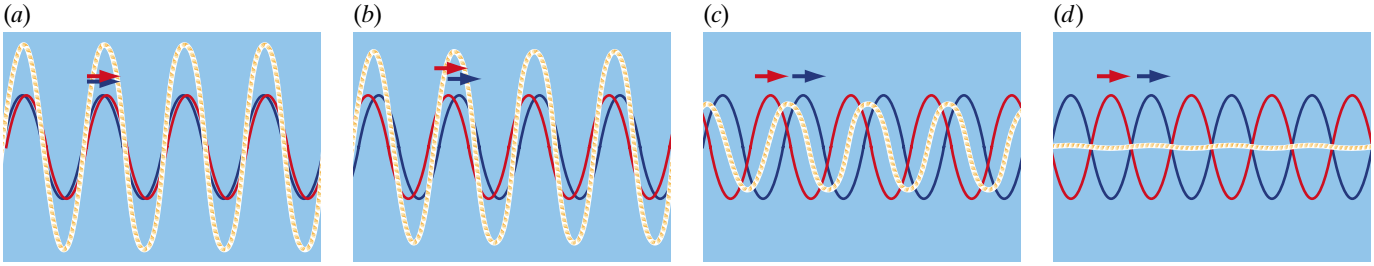
Nous allons maintenant examiner ce qu'il arrive lorsqu'on superpose des ondes sinusoïdales progressives qui se propagent dans le même sens. Ce processus peut se produire sur une corde si on utilise le dispositif de la figure 2.17 (p. 59), mais servira aussi, à partir du chapitre 6, à modéliser des situations en deux ou trois dimensions où deux ondes voyagent dans des directions presque parallèles (figure 2.21).

▶ Figure 2.21

(*a*) Deux navires peuvent produire des vagues (ondes en deux dimensions) progressant dans des directions presque parallèles. (*b*) Deux haut-parleurs peuvent émettre des sons (ondes en trois dimensions) progressant dans des directions presque parallèles. Dans les deux cas, les ondes se superposent et interfèrent. Les lignes illustrées sur ces figures représentent les crêtes des ondes.



À la figure 2.22, on voit deux ondes sinusoïdales de même longueur d'onde λ et de même amplitude A se propageant dans le même sens. Les deux ondes ont des constantes de phase ϕ_1 et ϕ_2 différentes. On constate que leur résultante, représentée par la corde, a la même longueur d'onde, mais que son amplitude dépend de la **différence de phase** $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$, aussi appelée **déphasage**. Puisque les deux ondes voyagent dans le même sens dans un même milieu de propagation, leur différence de phase demeure constante, donc l'amplitude résultante demeure elle aussi constante.



▲ Figure 2.22

Deux ondes sinusoïdales de même longueur d'onde progressent dans le même sens. (*a*) Interférence parfaitement constructive. (*b*) Interférence plutôt constructive. (*c*) Interférence plutôt destructive. (*d*) Interférence parfaitement destructive.

Pour produire deux ondes de phases différentes, on peut utiliser deux méthodes. À la figure 2.23*a*, les sources S_1 et S_2 oscillent de façon synchronisée et produisent des ondes qui se propagent vers la droite. Comme ces deux sources ne sont pas situées au même endroit, les ondes qui parviendront à un point se trouvant à droite de la figure auront parcouru des distances différentes. La différence des distances parcourues jusqu'à ce point porte un nom : la **différence de marche** δ entre les deux ondes. Elle a pour effet que les deux ondes ne sont pas en phase lorsqu'elles parviennent au point considéré. À la figure 2.23*b*, les deux sources sont situées au même endroit, mais cette fois l'oscillation de S_2 devance celle de S_1 par un délai Δt. On note que les ondes obtenues à la droite de chaque figure sont identiques dans les deux cas, même si la cause de la différence de phase n'est pas la même.

On peut convertir une différence de marche ou un délai en une différence de phase équivalente si on réalise qu'un changement de phase de 2π correspond à une distance d'une longueur d'onde λ ou à un délai d'une période T. Les conversions s'opèrent donc facilement par

Relations entre différence de marche, de phase et de temps

$$\frac{\Delta\phi_\delta}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} \qquad (2.11a)$$

$$\frac{\Delta\phi_{\Delta t}}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T} \qquad (2.11b)$$

Si deux sources manifestent simultanément un délai et une différence de marche, alors il faut convertir chacun en radians avec les équations ci-dessus, ce qui donne $\Delta\phi_\delta$ et $\Delta\phi_{\Delta t}$; la différence de phase entre les deux ondes devient la somme $\Delta\phi = \Delta\phi_\delta + \Delta\phi_{\Delta t}$. Notons qu'il importe alors de tenir compte du signe de $\Delta\phi_\delta$ et de $\Delta\phi_{\Delta t}$. Nous verrons à la section 6.5 qu'il faut tenir compte d'une contribution supplémentaire à la différence de phase quand les ondes subissent une ou plusieurs réflexions.

Notons aussi que, dans le cas d'ondes en deux ou trois dimensions, la différence de marche ne dépend pas seulement de la position des sources, mais aussi de la position du point où les ondes se superposent. Nous y reviendrons au chapitre 6.

Les conditions d'interférence

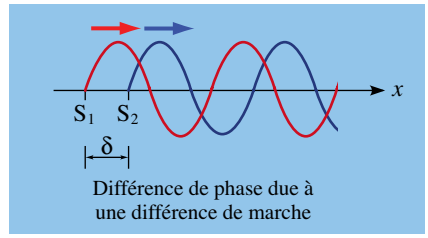
Nous allons maintenant voir quelles valeurs doivent prendre δ, Δt ou $\Delta\phi$ pour que l'onde résultante ait une amplitude maximale ou nulle. D'après la figure 2.22*a*, on voit que l'amplitude résultante maximale est $2A$, soit le double de l'amplitude des deux ondes individuelles, et qu'elle est atteinte quand la différence de phase est nulle (ou un multiple entier de 2π). Ainsi, pour obtenir une interférence parfaitement constructive, on doit respecter la condition suivante :

Condition d'interférence parfaitement constructive

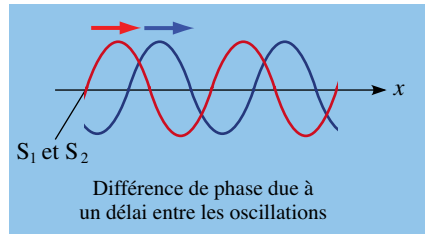
$$\Delta\phi = n(2\pi) \qquad (2.12a)$$

où n est un entier positif, négatif ou nul. Selon les équations 2.11*a* et 2.11*b*, on peut obtenir le même résultat si la différence de marche est nulle (ou un

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 2.23

(*a*) La différence de phase est causée par une différence de marche, c'est-à-dire que les ondes n'ont pas parcouru la même distance avant d'atteindre un point commun. (*b*) La différence de phase est causée par un délai, c'est-à-dire que les deux sources n'oscillent pas simultanément.

multiple entier de λ) ou si le délai est nul (ou un multiple entier de la période), à la condition que ces deux causes ne surviennent qu'une à la fois :

$$\delta = n\lambda \qquad \text{ou} \qquad \Delta t = nT \tag{2.12b}$$

De façon semblable, la figure 2.22*d* (p. 62) montre qu'on obtient une amplitude résultante nulle si la différence de phase est π, soit $(2\pi)/2$, d'où

Condition d'interférence parfaitement destructive

$$\Delta\phi = (n + \tfrac{1}{2})(2\pi) \tag{2.12c}$$

où n est un entier positif, négatif ou nul. Selon les équations 2.11*a* et 2.11*b*, on peut obtenir le même résultat si la différence de marche est $\lambda/2$ (plus ou moins un multiple entier de λ) ou si le délai est $T/2$ (plus ou moins un multiple entier de la période), à la condition que ces deux causes ne surviennent pas simultanément :

$$\delta = (n + \tfrac{1}{2})\lambda \qquad \text{ou} \qquad \Delta t = (n + \tfrac{1}{2})T \tag{2.12d}$$

L'amplitude résultante

Si le rapport $\Delta\phi/2\pi$ est proche d'un entier, par exemple s'il vaut 2,9, on s'attend à ce que l'amplitude résultante soit presque maximale. L'interférence est *plutôt constructive*, comme à la figure 2.22*b* (p. 62). De même, si ce rapport est proche du point milieu entre deux entiers, par exemple s'il vaut 1,4, alors l'amplitude résultante est faible et l'interférence est *plutôt destructive* (figure 2.22*c*, p. 62). On peut faire le même raisonnement en comparant δ et Δt avec λ et T respectivement, à la condition que ces deux causes ne surviennent pas simultanément.

Pour obtenir de façon quantitative l'amplitude résultante, on doit additionner les deux fonctions d'onde. Si on choisit $t = 0$ de façon à ce que $\phi_2 = 0$, alors $\phi_1 = \Delta\phi$ et on a

$$y_T = y_1 + y_2 = A\sin(kx - \omega t + \Delta\phi) + A\sin(kx - \omega t)$$

En utilisant l'identité trigonométrique $\sin A + \sin B = 2\sin(\frac{A+B}{2})\cos(\frac{A-B}{2})$, cette équation devient

$$y_T = y_1 + y_2 = 2A\cos(\Delta\phi/2)\sin(kx - \omega t + \Delta\phi/2)$$

L'amplitude résultante A_T est donc

Amplitude résultante

$$A_T = 2A\cos(\tfrac{\Delta\phi}{2}) \tag{2.13}$$

Cette équation confirme que $A_T = 2A$ si $\Delta\phi = n(2\pi)$ et que $A_T = 0$ si $(n + \frac{1}{2})(2\pi)$, conformément à l'équation 2.12*a* et à l'équation 2.12*c*.

Les conditions d'interférence constructive et destructive seront particulièrement utiles à la section 2.9 ainsi qu'aux chapitres 6 et 7.

Exemple 2.7

On utilise le dispositif de la figure 2.17 (p. 59) où les cordes 1 et 2 ont une longueur de 8 m et 8,2 m respectivement et où la corde commune a 15 m de longueur. On remplace les mains 1 et 2 par des tiges vibrantes.

Les ondes ont des vitesses identiques dans les cordes 1 et 2 et se propagent à 7,96 m/s dans la corde commune. On s'intéresse à l'amplitude de l'oscillation d'un point P de cette corde situé à 2 m du mur. On ignore tout effet de la réflexion survenant au mur. (a) Si les tiges vibrantes 1 et 2 décrivent respectivement les mouvements harmoniques simples $y_1 = 0{,}05 \sin(100t + \pi/2)$ et $y_2 = 0{,}05 \sin(100t + \pi/2)$, obtenir l'amplitude au point P. (b) Si le mouvement harmonique simple de la tige vibrante 1 devient $y_1 = 0{,}05 \sin(100t)$, que devient l'amplitude au point P ?

Solution

(a) Il est inutile d'obtenir la distance entre chaque source et le point P. Seule compte la différence de ces distances : $\delta = 0{,}2$ m. Quand elle arrive à la corde commune, l'impulsion qui provient de la source 2 a 0,2 m de retard. Puisque $f = 100/(2\pi) = 15{,}9$ Hz, on trouve la longueur d'onde :

$$\lambda = v/f = (7{,}96 \text{ m/s})/(15{,}9 \text{ Hz}) = 0{,}500 \text{ m}$$

Selon l'équation 2.11*a*, la différence de phase est donc $\Delta\phi = \Delta\phi_\delta = 2\pi\delta/\lambda = 0{,}400\pi$ rad. Par l'équation 2.13, l'amplitude résultante est donc

$$A_T = 2(0{,}05 \text{ m}) \cos(\tfrac{0{,}400\pi}{2}) = 0{,}0809 \text{ m}$$

(b) La différence de marche demeure la même qu'en (a), d'où $\Delta\phi_\delta = 0{,}400\pi$ rad. Le signe positif est lié au fait que l'onde 1 devance l'onde 2 en raison d'un parcours moins long. Les sources 1 et 2 ayant respectivement les phases $100t$ et $100t + \pi/2$, elles ont une différence de phase $\Delta\phi_{\Delta t} = -\pi/2$ rad. Le signe négatif indique que la source 1 oscille en retard, car sa phase est plus faible.

La différence de phase entre les ondes est due à une combinaison des deux causes. Pour l'obtenir, il faut faire la somme $\Delta\phi = (0{,}400\pi \text{ rad}) + (-\pi/2 \text{ rad}) = \pi/10$ rad. Le délai entre les sources annule en partie l'effet de la différence de marche. ■

Par l'équation 2.13, l'amplitude résultante est donc

$$A_T = 2(0{,}05 \text{ m}) \cos(\tfrac{0{,}100\pi}{2}) = 0{,}0988 \text{ m}$$

2.8 LES ONDES STATIONNAIRES

La section précédente a porté sur la superposition d'ondes sinusoïdales de même amplitude et de même fréquence qui voyagent dans le même sens. Nous allons maintenant étudier ce qui se produit lorsque ces mêmes ondes voyagent en sens inverse. Si on choisit les origines $x = 0$ et $t = 0$ de façon appropriée, on peut décrire ces deux ondes par les fonctions d'onde $y_1 = A \sin(kx - \omega t)$ et $y_2 = A \sin(kx + \omega t)$. Ces deux fonctions d'onde sont tracées en rouge et en bleu sur la figure 2.24. Leur somme est

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t)$$

En utilisant l'identité $\sin A + \sin B = 2 \sin(\frac{A+B}{2}) \cos(\frac{A-B}{2})$ comme à la section précédente, on obtient

Onde stationnaire

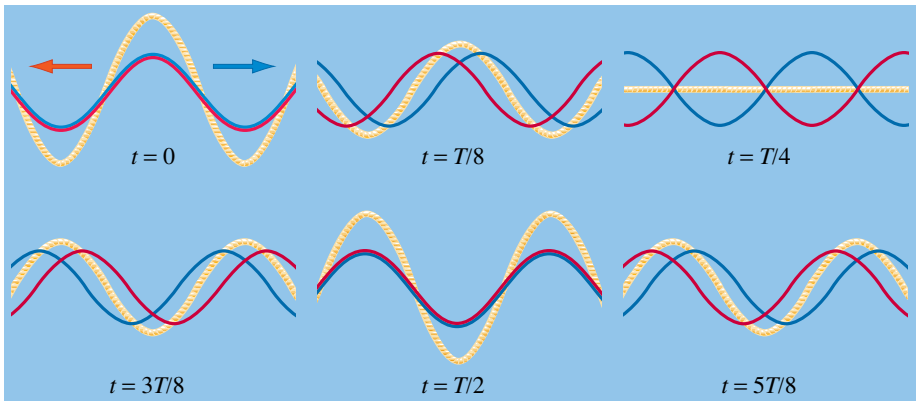
$$y(x, t) = 2A \cos(\omega t) \sin(kx) \qquad (2.14)$$

Cette équation n'a *pas* la forme de l'équation 2.3 qui décrit une onde progressive, puisqu'elle ne contient pas les combinaisons $(x + vt)$ ou $(x - vt)$. Elle représente plutôt une oscillation $y = A_T \cos \omega t$ dont l'amplitude $A_T = A_T(x) = 2A \sin kx$ varie selon la position sur la corde. Ce phénomène, représenté par la corde jaune à la figure 2.24, *ne se propage pas*, contrairement à celui de la figure 2.22 (p. 62). Bien que cela ne corresponde pas à la définition du mot « onde » donnée à la section 2.1, on l'appelle une **onde stationnaire**.

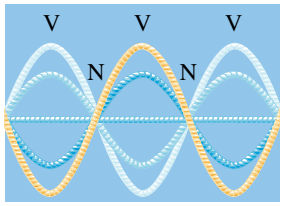
Une onde stationnaire comporte des **nœuds**, où le milieu de propagation de l'onde est constamment au repos, et des **ventres**, où l'amplitude est $2A$, le double de celle de l'une ou l'autre des ondes se propageant en sens inverse. À l'exception des nœuds, chaque point de la corde effectue un mouvement harmonique

simple dont l'amplitude varie le long de la corde. Les nœuds correspondent aux points où sin $kx = 0$, c'est-à-dire où $kx = 0, \pi, 2\pi$, etc. Les ventres correspondent aux points où sin $kx = \pm 1$, c'est-à-dire où $kx = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2$, etc. Cela implique que la distance entre deux nœuds consécutifs ou entre deux ventres consécutifs est toujours égale à $\lambda/2$.

(*a*)



(*b*)



▶ Figure 2.24

(*a*) Deux ondes (courbes rouge et bleue) de même amplitude et de même fréquence se propageant dans des directions opposées produisent une onde stationnaire (corde jaune). (*b*) L'onde stationnaire représentée à divers temps. Les points où le déplacement est constamment nul sont appelés des *nœuds* (N) ; les points de déplacement maximal sont appelés des *ventres* (V).

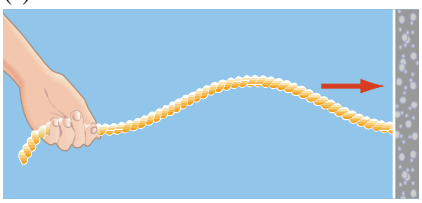
2.9 LES ONDES STATIONNAIRES RÉSONANTES SUR UNE CORDE

Dans un milieu continu illimité, il n'existe pas de contrainte de fréquence ou de longueur d'onde que doivent respecter les ondes stationnaires. Les constantes k et ω dans l'équation 2.14 peuvent alors prendre n'importe quelle valeur. Cependant, si les ondes sont confinées dans l'espace (par exemple si la corde est fixée aux deux extrémités comme une corde de guitare, de violon ou de piano), des ondes stationnaires ne peuvent être créées que pour certaines valeurs discrètes de la fréquence et de la longueur d'onde.

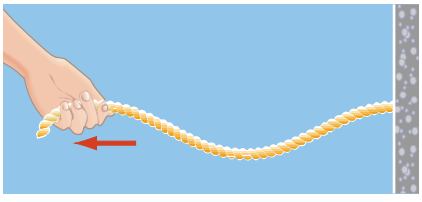
La figure 2.25 représente une corde fixée à un mur par une de ses extrémités, l'autre extrémité étant tenue par la main. Supposons que la main donne de petits coups espacés de façon à produire des impulsions successives. La figure 2.25*a* illustre la première de ces impulsions, qui se dirige vers la droite et atteint l'extrémité fixée au mur. À l'extrémité fixe, l'impulsion en crête s'inverse et revient sous la forme d'une impulsion en creux (figure 2.25*b*). Ce creux, ensuite réfléchi par la main considérée comme une extrémité fixe, revient à nouveau sous la forme de crête. Si la main commence à produire une deuxième impulsion en crête à l'instant même où le bord avant du creux l'atteint, la deuxième crête va renforcer l'impulsion qui est en train d'être réfléchie. On assistera donc à une impulsion résultante plus importante, mais seulement si le délai entre deux des petits coups donnés par la main correspond avec suffisamment de précision au délai qu'une impulsion nécessite pour effectuer un aller-retour dans la corde.

Supposons maintenant que la main vibre selon un mouvement harmonique simple plutôt que de produire des impulsions entrecoupées de longs délais. Si le temps que met une des crêtes pour effectuer un aller-retour est un multiple

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 2.25

(*a*) La main produit une impulsion en crête sur une corde fixée à un mur. (*b*) L'impulsion inversée donne un creux qui revient et qui sera réfléchi à nouveau pour redevenir une crête. Si la main commence à produire une deuxième impulsion en crête au moment même où le creux l'atteint, la crête réfléchie et la deuxième crête se renforcent.

entier de la période de vibration de la main, la condition d'interférence parfaitement constructive est vérifiée (voir l'équation 2.12*b*) : les crêtes et les creux successifs se superposent tous et l'amplitude obtenue sera maximale. On dit que le système entre en *résonance*. Comme le mouvement de la main est sinusoïdal, l'ensemble des crêtes et des creux qui se succèdent forme une onde sinusoïdale. Bien que cette onde continue soit réfléchie à de nombreuses reprises, on obtient une série de crêtes et de creux synchronisés qui voyagent dans un sens et une série de crêtes et de creux synchronisés qui voyagent dans l'autre sens, ce qui équivaut à *deux* ondes sinusoïdales voyageant dans des sens opposés. Cela correspond à la situation présentée à la section précédente et conduira donc à la formation d'une onde stationnaire sinusoïdale.

La seule différence entre la situation que nous venons de décrire et celle de la section précédente est la *condition* nécessitant que le délai de l'aller-retour corresponde à un multiple entier de la période. Si cette condition n'est pas respectée, les ondes qui voyagent dans un même sens mais qui sont séparées par quelques allers-retours interfèrent plutôt de façon destructive entre elles. Le même phénomène se produit dans l'autre sens. On a donc des ondes sinusoïdales qui se propagent en sens inverse, mais qui ont chacune une amplitude négligeable.

La condition d'interférence parfaitement constructive impose une contrainte sur la période et, donc, sur la longueur d'onde. Les ondes obtenues dans ces conditions sont appelées **ondes stationnaires résonantes**.

Les fréquences de résonance

Nous allons maintenant déterminer les fréquences (ou les longueurs d'onde) qui permettent au système d'entrer en résonance, en supposant que la corde est parfaitement flexible et que l'oscillation est sinusoïdale. Il suffit alors d'appliquer les conditions d'interférence de la section 2.7 : la corde ayant une longueur L, deux ondes se propageant dans le même sens alors que l'une devance l'autre d'un aller-retour ont une différence de marche $\delta = 2L$. Si cette dernière correspond à $n\lambda$, alors le système entrera en résonance (équation 2.12*b*). Il faut donc que la longueur d'onde soit l'une des valeurs données par

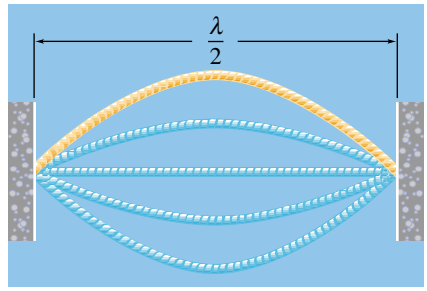
$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad (2.15)$$

où n est un entier positif non nul. En somme, une onde stationnaire résonante ne peut exister que si la longueur de la corde est un multiple entier de la demi-longueur d'onde. Cette équation ne signifie pas que le milieu de propagation peut maintenant déterminer la longueur d'onde (elle demeure déterminée par $\lambda = v/f$), mais plutôt qu'une onde stationnaire résonante ne peut se produire que si la vitesse des ondes et la fréquence ont les valeurs appropriées pour donner l'une des longueurs d'onde fournies par l'équation 2.15. On peut obtenir ces fréquences correspondantes en appliquant l'équation $\lambda = v/f$:

Fréquence du $n^{\text{ième}}$ harmonique

$$f_n = \frac{nv}{2L} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots) \quad (2.16)$$

On remarque que le phénomène de résonance dont la fréquence est la plus basse se produit pour $f_1 = v/2L$ et $\lambda_1 = 2L$, c'est-à-dire lorsque la distance entre les extrémités fixes de la corde correspond à une demi-longueur d'onde (figure 2.26). La fréquence f_1 est appelée **fréquence fondamentale** ou fréquence

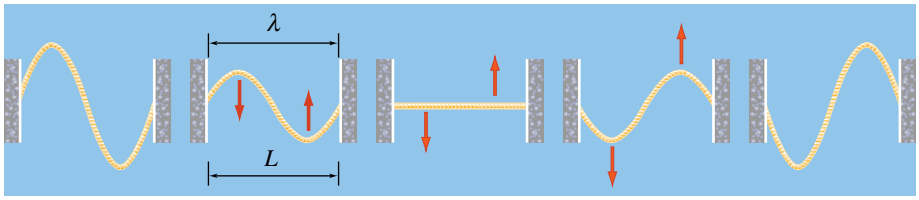


▲ **Figure 2.26**
Le mode fondamental d'une corde fixée aux deux extrémités. La distance entre les extrémités est égale à une demi-longueur d'onde.

du **premier harmonique**. Elle est ainsi qualifiée parce qu'elle est la fréquence la plus basse à laquelle une corde de guitare ou de piano peut osciller après avoir été pincée ou frappée. Le deuxième harmonique, de longueur d'onde $\lambda_2 = L$ et de fréquence $f_2 = v/L = 2f_1$, correspond à une longueur d'onde égale à la distance entre les extrémités (figure 2.27). La figure 2.27 montre également comment varient les positions et les vitesses de différents segments de la corde pendant une demi-période. Par définition, le $n^{\text{ième}}$ harmonique a une fréquence $f_n = nf_1$.

▶ Figure 2.27

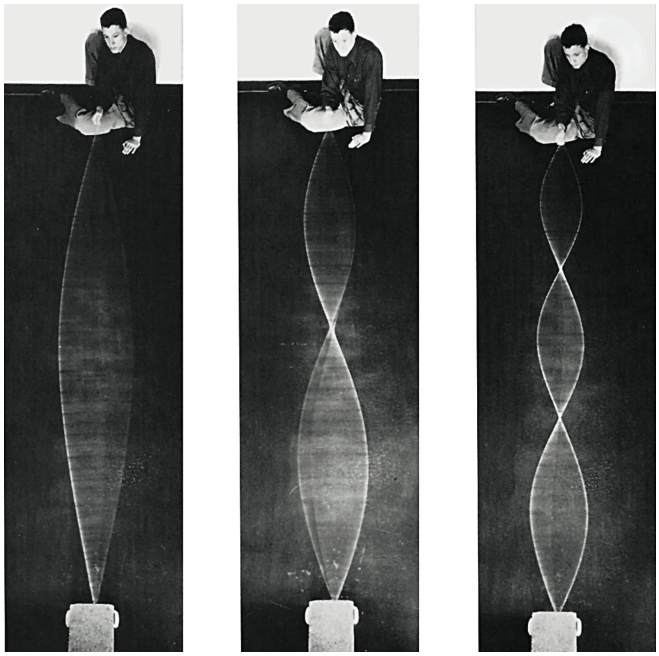
Le deuxième harmonique d'une corde fixée aux deux extrémités. La distance entre les extrémités est égale à une longueur d'onde. Ce mode possède une fréquence qui est le double de la fréquence fondamentale.



Chaque configuration d'onde stationnaire résonante est un **mode d'oscillation propre** du système. La figure 2.28 représente les trois premiers modes d'un tube de caoutchouc fixé aux deux extrémités. Lorsqu'on pince une corde pour la faire vibrer, elle produit le son fondamental et un certain nombre d'harmoniques plus élevés (une série harmonique). Le nombre et les intensités relatives des harmoniques dans l'onde sonore produite par un instrument de musique déterminent le timbre sonore d'une note musicale, c'est-à-dire qu'ils distinguent le son du piano de celui d'un violon qui joue la même note fondamentale, par exemple. Curieusement, ce sont les « impuretés » d'une note qui rendent le son agréable à l'oreille.

▶ Figure 2.28

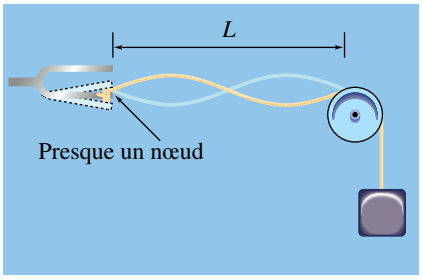
Les trois premiers modes d'un tube en caoutchouc fixé aux deux extrémités.



La figure 2.29 représente un moyen simple de créer des ondes stationnaires résonantes. Un objet qui vibre (l'une des branches d'un diapason ou un oscillateur électronique) est fixé à l'extrémité d'une corde. La corde passe sur une poulie et sa tension est déterminée par le poids d'un bloc. D'après l'équation 2.1, $v = \sqrt{F/\mu}$, l'équation 2.16 donnant les fréquences résonantes (mode d'oscillation propre) peut s'écrire

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots) \quad (2.17)$$

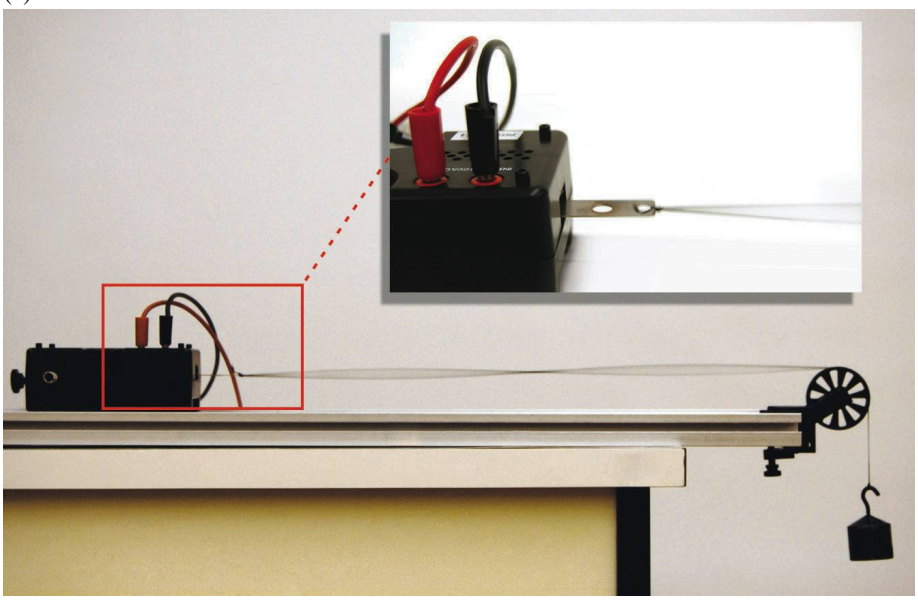
(*a*)



◀ Figure 2.29

(*a*) Une corde fixée à l'une des branches d'un diapason peut entrer en résonance lorsque la tension et la longueur sont choisies convenablement (de manière à vérifier l'équation 2.17). (*b*) Le diapason peut aussi être remplacé par un oscillateur électronique. Contrairement au diapason, il s'agit d'une source dont la fréquence peut être modifiée, ce qui évite d'avoir à ajuster la longueur ou la tension de la corde.

(*b*)



Soulignons que la fréquence que devra fournir la source dépend de la tension. Cette situation est légèrement différente de celle d'un instrument de musique à cordes : dans un tel instrument, il n'y a pas de source à fréquence fixe et la corde est excitée en étant pincée. L'équation 2.17 donne alors la fréquence des harmoniques auxquels la corde vibre et ces fréquences dépendent de la tension. C'est pourquoi on accorde ces instruments en changeant la tension dans les cordes.

L'approche des conditions aux limites

Nous avons obtenu les équations 2.15 et 2.16 en utilisant les conditions d'interférence, mais si on ne s'intéresse pas aux causes physiques de la grande amplitude observée lors de la résonance, on peut obtenir les équations 2.15 et 2.16 d'une façon plus directe. Il suffit de supposer qu'on produira une onde stationnaire, décrite par l'équation 2.14, mais que deux de ses nœuds devront se situer aux extrémités de la corde. On dit que l'équation 2.14 doit respecter des *conditions aux limites*. Dans l'exemple de la corde fixée aux deux extrémités, le déplacement est nul aux extrémités pour tous les modes, c'est-à-dire $y = 0$ en $x = 0$ et $x = L$ à tout instant. On doit donc avoir

$$\sin kL = 0$$

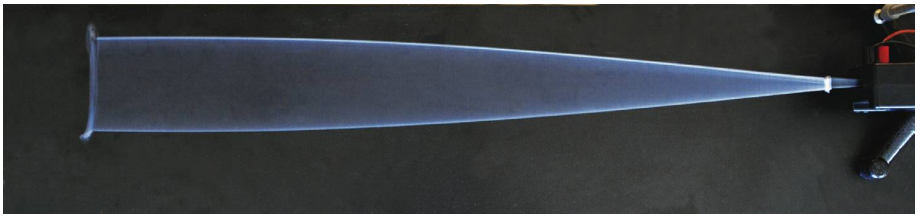
Cela ne peut être vrai que si $kL = n\pi$, ce qui équivaut à $\lambda = 2L/n$, qui est simplement l'équation 2.15. Exprimée sous la forme $L = n\lambda/2$, la longueur est un nombre entier de demi-longueurs d'onde.

Les conditions aux limites sont différentes si l'une des extrémités de la corde est libre au lieu d'être fixe. Expérimentalement, on peut obtenir une extrémité presque libre en attachant la corde vibrante à une corde beaucoup plus légère. C'est alors un ventre et non un nœud qui doit se situer à l'extrémité libre de la corde (figure 2.30). Les équations 2.15 à 2.17 ne sont pas valables dans un tel cas et on observe que les seules fréquences admises sont les multiples impairs du mode fondamental (les harmoniques pairs n'existent pas). Nous étudierons cette éventualité en détail au prochain chapitre, dans le contexte des ondes sonores.

▶ Figure 2.30

Quand l'une des extrémités est libre, on obtient une onde stationnaire résonante avec un ventre à cette extrémité. C'est presque le cas sur ces photographies. (*a*) Le mode fondamental. (*b*) Le deuxième mode de vibration a une longueur d'onde trois fois plus petite que le mode fondamental ; c'est donc le troisième harmonique et non le deuxième.

(*a*)



(*b*)

Les conditions aux limites donnent un ensemble discret de modes d'oscillation possibles dans un système (la corde) qui est par ailleurs continu. Les phénomènes où l'on rencontre des valeurs discrètes dans un système par ailleurs continu abondent dans le domaine de la mécanique quantique que nous étudierons au chapitre 10. En appliquant le modèle de l'onde de matière pour expliquer le comportement de particules comme l'électron, nous rencontrerons des situations, analogues à celle d'une corde vibrante, où les conditions aux limites imposent certaines valeurs de longueurs d'onde à la particule, ce qui déterminera les niveaux d'énergie qu'elle pourra posséder.

Quelques modes d'oscillation propres des vibrations d'une peau de timbale. La poudre noire s'accumule sur les lignes de déplacement nul (analogues à des nœuds). Contrairement à la corde, la fréquence de ces différents modes n'est pas un multiple entier du mode fondamental. C'est la superposition dans l'oreille d'un grand nombre de ces modes qui contribue à rendre le son d'une timbale ou d'un tambour moins harmonieux que celui d'un instrument à cordes.

Exemple 2.8

En théorie musicale, dans la gamme tempérée, le rapport des fréquences des notes *la* et *ré* est $f_{la}/f_{ré} = \frac{3}{2}$. Déterminer le rapport du module des tensions de deux cordes de piano, $F_{la}/F_{ré}$, sachant que le rapport de leurs longueurs est $L_{la}/L_{ré} = \frac{4}{5}$. Les cordes sont faites du même fil et vibrent dans leurs modes fondamentaux.

Solution

D'après l'équation 2.17, on obtient une expression de la tension

$$F = \left(\frac{2Lf_n}{n}\right)^2 \mu$$

On nous donne $n = 1$ pour les deux cordes et $\mu_{la} = \mu_{ré}$. Par conséquent,

$$\frac{F_{la}}{F_{ré}} = \left(\frac{L_{la}}{L_{ré}}\right)^2 \left(\frac{f_{la}}{f_{ré}}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 1{,}44$$

Exemple 2.9

Une corde fixée aux deux extrémités a une longueur de 60 cm et une densité de masse linéique de 1,8 g/m. Deux harmoniques consécutifs ont des fréquences respectives de 336 Hz et de 448 Hz. Trouver : (a) la fréquence fondamentale ; (b) la tension dans la corde.

Solution

(a) La fréquence de chaque harmonique est un multiple entier de la fréquence fondamentale (équation 2.16). Le rapport des deux fréquences est de 448/336 = 1,33 = 4/3. Ainsi, les fréquences correspondent respectivement aux 3e et 4e harmoniques parce qu'ils sont consécutifs. ■

La fréquence fondamentale est

$$f_1 = \frac{1}{3}(336 \text{ Hz}) = \frac{1}{4}(448 \text{ Hz}) = 112 \text{ Hz}$$

(b) Trouvons d'abord la vitesse de propagation de l'onde. La longueur d'onde du mode fondamental étant $\lambda_1 = 2L = 1{,}2$ m, l'équation 2.5*c* donne

$$v = f\lambda = (112 \text{ Hz})(1{,}2 \text{ m}) = 134 \text{ m/s}$$

Par l'équation 2.1, on obtient

$$F = \mu v^2 = (1{,}8 \times 10^{-3} \text{ kg/m})(134 \text{ m/s})^2 = 32{,}3 \text{ N}$$

Exemple 2.10

Les cordes vocales sont deux replis allongés qui peuvent fermer partiellement les voies respiratoires et alors vibrer au passage de l'air. Les individus A et B ont respectivement des cordes vocales longues de 2,50 cm et de 1,75 cm. Dans un modèle rudimentaire, on assimile celles-ci à des cordes tendues fixées aux deux extrémités. Donner le rapport des tensions que doivent alors appliquer les individus A et B à leurs cordes vocales pour produire un même son de 300 Hz. Considérer que la densité des cordes vocales est la même.

Solution

On suppose que la fréquence du son correspond à la fréquence du mode fondamental des cordes vocales. Les deux individus ont donc ajusté les tensions dans leurs cordes vocales pour obtenir la même fréquence fondamentale de 300 Hz. ■

Ainsi, la fréquence est f_1, donnée par l'équation 2.17

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

La densité étant la même, le rapport des fréquences est

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{L_B}{L_A}\sqrt{\frac{F_A}{F_B}} \qquad \text{(i)}$$

Ainsi, pour $f_A = f_B$, le rapport des tensions est indépendant de la fréquence :

$$\frac{F_A}{F_B} = \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^2 \qquad \text{(ii)}$$

En substituant les valeurs de L_A et L_B, on obtient $F_A/F_B = 2{,}04$.

Dans ce modèle rudimentaire, les individus dont les cordes vocales sont plus longues, généralement des hommes, doivent déployer plus d'effort pour tendre leurs cordes vocales afin de produire un son de fréquence élevée (aigu). Les femmes, dont les cordes vocales sont plus courtes (et souvent, en plus, moins denses), n'ont pas cette difficulté. Elles ont typiquement une voix moins basse. Nous reviendrons sur la modélisation des cordes vocales au sujet connexe de la section 3.2. ■

2.10 LES FONCTIONS D'ONDE SONT LES SOLUTIONS D'UNE ÉQUATION D'ONDE

Chaque milieu qui permet la propagation d'ondes linéaires est représenté par une équation différentielle appelée *équation d'onde linéaire*. La fonction d'onde

de toute onde linéaire peut donc être obtenue en cherchant les solutions de cette équation différentielle.

Pour le moment, nous ne ferons que présenter la forme de l'équation d'onde linéaire sans la démontrer. Quel que soit le milieu de propagation, l'équation d'onde linéaire a la forme suivante :

Forme d'une équation d'onde linéaire

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad (2.18)$$

Des équations de cette forme décrivent aussi les ondes linéaires non mécaniques.

À titre d'exemple, nous allons montrer par substitution directe que la fonction d'onde $y(x, t) = y_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$, qui représente une onde sinusoïdale progressant vers la droite, est bel et bien une solution de l'équation d'onde linéaire. En effet, en dérivant cette fonction d'onde par rapport à x, on obtient

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 y_0 \sin(kx - \omega t + \phi) = -k^2 y(x, t) \qquad \text{(i)}$$

Ensuite, si on dérive la fonction d'onde par rapport à t et qu'on substitue $v = \omega/k$, on obtient

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 y(x, t) = -k^2 v^2 y(x, t) \qquad \text{(ii)}$$

Si on substitue les équations (i) et (ii) dans l'équation 2.18, on constate que l'égalité est vérifiée. La fonction d'onde $y(x, t)$ est donc effectivement une solution de l'équation d'onde. On peut répéter le même raisonnement pour toute fonction d'onde ayant la forme $y = f(x \pm vt)$, la forme que nous avons attribuée, à la section 2.3, à toute fonction d'onde progressive. Il suffit de poser $u = x \pm vt$ et d'appliquer les règles de dérivation en chaîne.

Dans le cas des ondes mécaniques, on obtient l'équation d'onde en appliquant la deuxième loi de Newton au mouvement d'un élément (petit segment de corde, petit volume de fluide, etc.) du milieu dans lequel se propage l'onde. À la section 2.12, nous effectuerons cette analyse dynamique dans le cas de l'onde sur une corde. Pour une onde non mécanique, on obtient l'équation d'onde en appliquant la loi physique qui représente la cause de la propagation de l'onde. Pour les ondes électromagnétiques, ce sont les équations de Maxwell (voir le chapitre 13 du tome 2). Pour un influx nerveux, ce sont les lois de Kirchhoff. C'est l'application de cette loi physique qui détermine si on obtient une équation d'onde linéaire ou non linéaire.

Soulignons qu'il faut éviter de confondre les termes « *équation* d'onde » (équation 2.18) et « *fonction* d'onde » (équation 2.3 ou 2.4).

Le principe de superposition découle de l'équation d'onde linéaire

L'équation 2.18 est une équation différentielle *linéaire*, puisque les dérivées sont élevées à la puissance 1 et qu'il n'y a pas, entre autres, de terme en $(dy/dx)^2$. Cela signifie que, si y_1 et y_2 sont des solutions distinctes, toute combinaison

linéaire de type $ay_1 + by_2$, où a et b sont des constantes, est également une solution. Par conséquent, lorsque l'équation 2.18 est satisfaite, le principe de superposition linéaire est valable.

2.11 LA PROPAGATION DE L'ÉNERGIE SUR UNE CORDE

En se propageant le long d'une corde, une onde transporte de l'énergie. À chaque période, on doit fournir une certaine quantité d'énergie pour entretenir l'onde. Autrement dit, on donne une certaine puissance à la corde, puissance qui est transmise par l'onde et pourra éventuellement être utilisée à l'autre extrémité de la corde. Au cours d'un cycle d'oscillation, la puissance instantanée que l'on doit fournir pour entretenir l'onde varie ; ainsi, il est plus utile de calculer la **puissance moyenne** (P_{moy}) de l'onde. Considérons l'onde donnée par

$$y = y_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$$

qui se propage à la vitesse v sur une corde de densité de masse linéique μ. Puisque l'énergie est conservée, la puissance fournie par la source, la puissance véhiculée par l'onde et la puissance reçue à l'autre extrémité de la corde sont égales entre elles. Nous montrerons plus loin que ces puissances sont données par

Puissance moyenne

$$P_{\text{moy}} = \frac{1}{2}\mu(\omega y_0)^2 v \qquad (2.19)$$

On remarque que la puissance est proportionnelle au carré de l'amplitude y_0. Même si elles sont très différentes des ondes dans une corde, nous verrons que cette proportionnalité entre la puissance et le carré de l'amplitude sera aussi valable pour les ondes lumineuses, un résultat qui sera très important aux chapitres 6 et 7.

On remarque aussi que la puissance que doit fournir la source pour entretenir l'onde dépend à la fois de la source (qui détermine ω et y_0) et du milieu de propagation (qui détermine μ et v). Puisque la vitesse de l'onde correspond à la vitesse à laquelle l'énergie se propage le long de la corde, il est raisonnable qu'elle influence le taux auquel l'énergie quitte la source.

Exemple 2.11

Une tige vibrant à 12 Hz produit des ondes sinusoïdales d'amplitude 1,5 mm sur une corde de densité de masse linéique 2 g/m. Si la tension de la corde est égale à 15 N, quelle est la puissance moyenne fournie par la source ?

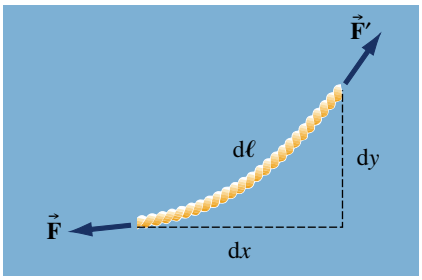
Solution

La vitesse de propagation de l'onde est

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{15\ \text{N}}{(2 \times 10^{-3}\ \text{kg/m})}} = 86{,}6\ \text{m/s}$$

La fréquence angulaire est $\omega = 2\pi f = 75{,}4$ rad/s. D'après l'équation 2.19, la puissance moyenne est donc

$$\begin{aligned} P_{\text{moy}} &= \frac{1}{2}\mu(\omega y_0)^2 v \\ &= \frac{1}{2}(2 \times 10^{-3}\ \text{kg/m})(75{,}4\ \text{rad/s})^2 \\ &\quad (1{,}5 \times 10^{-3}\ \text{m})^2 (86{,}6\ \text{m/s}) \\ &= 1{,}1\ \text{mW} \end{aligned}$$



▲ Figure 2.31

Un élément de corde de longueur infinitésimale soumis à l'action d'une onde. Si l'onde sinusoïdale est de faible amplitude par rapport à sa longueur d'onde, $\|\vec{F}\| = \|\vec{F}'\| = F$.

Démontrons maintenant l'équation 2.19. La figure 2.31 représente un élément de corde de longueur infinitésimale soumis à l'influence d'une onde. Si l'amplitude de l'onde est faible comparativement à sa longueur d'onde, la masse de cet élément de corde est $\mu d\ell \approx \mu dx$. Puisque le déplacement est purement transversal, l'énergie cinétique de cet élément de masse est

$$dK = \frac{1}{2}(\mu dx)\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 \qquad (2.20)$$

L'énergie potentielle de l'élément est égale au travail effectué pour l'allonger de dx à $d\ell$. En admettant que le module de la tension soit constant sur toute la longueur de la corde, on a $dU = dW = F(d\ell - dx)$. D'après le théorème de Pythagore,

$$d\ell = \sqrt{dx^2 + dy^2} = dx\sqrt{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2}$$
$$\approx dx\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)$$

où l'on a utilisé, à la deuxième ligne, le développement binomial $(1 + z)^n \approx 1 + nz$ valable pour $z \ll 1$ (voir l'annexe B). Cette approximation s'applique ici parce que l'amplitude de l'onde est considérée comme petite comparativement à sa longueur d'onde, ce qui implique que la pente $\partial y/\partial x$ de la corde est faible elle aussi. On a donc

$$dU \approx \frac{1}{2}F\,dx\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

L'énergie potentielle de l'élément de corde tendu est liée à sa *pente* et non pas directement à son déplacement.

L'énergie mécanique de l'élément, $dE = dK + dU$, devient alors

$$dE = \frac{1}{2}\left[\mu\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + F\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right]dx$$

Pour l'onde sinusoïdale que nous considérons, $y(x, t) = y_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$, cette équation devient

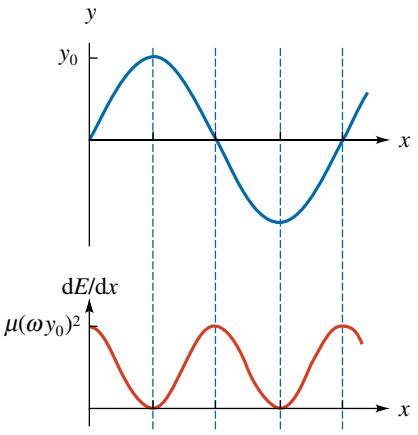
$$dE = \frac{1}{2}[\mu(\omega y_0)^2 + F(ky_0)^2]\cos^2(kx - \omega t + \phi)\,dx$$

Puisque $\omega = vk$ et que, pour une corde, $v = \sqrt{F/\mu}$, les deux termes à l'intérieur des crochets sont égaux. Autrement dit, les valeurs *instantanées* de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle d'un élément quelconque sont égales. (Cela est logique puisqu'un élément situé, par exemple, au sommet d'une crête est momentanément immobile et momentanément horizontal, alors qu'un élément situé à sa position d'équilibre atteint simultanément sa vitesse maximale et sa pente maximale.) On a donc

$$dE = \mu(\omega y_0)^2 \cos^2(kx - \omega t + \phi)\,dx$$

Cette équation montre que l'énergie dE portée par chaque élément de corde progresse vers la droite à une vitesse $v = \omega/k$. La quantité dE/dx est appelée *densité d'énergie linéique* (mesurée en joules par mètre). On voit à la figure 2.32 qu'elle est maximale pour $y = 0$ et minimale pour $y = y_0$. En tout point, par exemple à $x = 0$, la valeur moyenne de $\cos^2\omega t$ sur une période est égale à $\frac{1}{2}$, ainsi,

$$dE_{moy} = \frac{1}{2}\mu(\omega y_0)^2\,dx$$



▲ Figure 2.32

La densité d'énergie linéique dE/dx (J/m) correspondant à une onde sinusoïdale qui se propage sur une corde. On remarque que la densité d'énergie est maximale lorsque le déplacement est nul.

La puissance moyenne transmise par l'onde est $P_{\text{moy}} = \mathrm{d}E_{\text{moy}}/\mathrm{d}t$; par conséquent, on trouve l'équation 2.19* :

$$P_{\text{moy}} = \tfrac{1}{2}\mu(\omega y_0)^2 v$$

où on a substitué $v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$, la vitesse de propagation de l'onde. C'est le résultat attendu.

2.12 L'ÉQUATION D'ONDE D'UNE CORDE

Nous obtiendrons maintenant l'équation d'onde d'une corde en appliquant la deuxième loi de Newton à un élément (court segment) de corde, puis nous nous en servirons pour montrer que les fonctions d'onde (qui sont des solutions de cette équation d'onde) correspondent nécessairement à des ondes dont la vitesse est celle donnée par l'équation 2.1. La figure 2.33 représente un tel élément de corde soumis à l'influence d'une onde. On considère que la corde est parfaitement flexible, que le déplacement est purement transversal et que l'angle θ est petit partout le long de la corde, ce qui revient à dire que la pente ($\tan\theta$) de la corde est petite. Pour une onde sinusoïdale, cela équivaut à présumer que l'amplitude est petite comparativement à la longueur d'onde. Si μ est la densité de masse linéique, la masse de l'élément de longueur infinitésimale $\mathrm{d}x$ est égale à $\mu\mathrm{d}x$. Comme le court segment se déplace uniquement de façon verticale, la deuxième loi de Newton appliquée au mouvement selon x et selon y donne

$$F' \cos(\theta + \mathrm{d}\theta) - F \cos\theta = 0$$

L'angle θ étant petit, on peut utiliser l'approximation $\cos\theta \approx \cos(\theta + \mathrm{d}\theta) \approx 1$ et l'équation ci-dessus se réduit à $F' = F$. Cela montre que les ondes qui perturbent suffisamment peu la corde pour que les angles θ demeurent petits n'ont pas d'effet sur le module de la tension dans la corde, que nous appellerons F à partir de maintenant.

Quant à la deuxième loi de Newton appliquée au mouvement selon y, elle donne

$$F[\sin(\theta + \mathrm{d}\theta) - \sin\theta] = \mu\,\mathrm{d}x\,\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad (2.21)$$

Comme θ est petit, on peut faire l'approximation

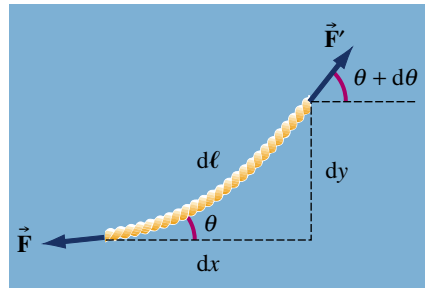
$$\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{\partial y}{\partial x}$$

On utilise la dérivée partielle, puisque y est fonction à la fois de x et de t et que l'on se place à un instant particulier pour évaluer la dérivée par rapport à x. Si l'on divise les deux membres de l'équation 2.21 par $\mathrm{d}x$ et par F, le membre de gauche prend la forme

$$\frac{f(x + \mathrm{d}x) - f(x)}{\mathrm{d}x}$$

où $f(x) = \partial y/\partial x$. Par suite de la nature infinitésimale de $\mathrm{d}x$, cette expression correspond à une dérivée partielle de f, quand $\mathrm{d}x \to 0$,

$$\frac{f(x + \mathrm{d}x) - f(x)}{\mathrm{d}x} = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$



▲ Figure 2.33

Un segment de corde soumis à l'influence d'une onde. La force transversale résultante produit l'accélération de l'élément. Si l'onde est de faible amplitude, $\|\vec{\mathbf{F}}\| = \|\vec{\mathbf{F}}'\| = F$.

* La démonstration donne le même résultat pour une onde se propageant vers la gauche.

L'équation 2.21 devient

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad (2.22)$$

Cette équation a été obtenue uniquement à partir de la deuxième loi de Newton, dans l'approximation où la pente de la corde demeure petite. En la comparant avec l'équation d'onde (équation 2.18), on remarque qu'elles ont la même forme, à la condition que la vitesse soit donnée par

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Si la pente de la corde ($\partial y/\partial x$) n'est pas faible, la tension est perturbée, les déplacements ne sont pas purement transversaux et v n'est plus indépendant de la forme de l'impulsion. De plus, puisque sin θ ne peut pas être remplacé par tan θ, l'équation différentielle n'est plus linéaire et le principe de superposition linéaire n'est plus valable. On obtient alors des ondes *non linéaires*.

RÉSUMÉ

Une onde est une perturbation ou une oscillation, par rapport à un état d'équilibre, qui se propage en véhiculant avec elle de l'énergie et de la quantité de mouvement, mais sans transport de matière. Lorsque deux ondes ou plus se chevauchent dans la même région, la fonction d'onde résultante est donnée par le principe de superposition linéaire : $y_T = y_1 + y_2 + \ldots + y_N$, où la somme peut être une grandeur scalaire ou vectorielle. Les ondes pour lesquelles ce principe est valable sont dites *linéaires*.

La vitesse de propagation d'une onde sur une corde tendue, dont le module de la tension est F et dont la densité de masse linéique est μ, est donnée par

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad (2.1)$$

Une onde qui se propage à la vitesse v dans le sens des x positifs sans changer de forme est décrite par une fonction d'onde de la forme

$$y = f(x - vt) \qquad (2.3)$$

alors que, si elle se déplace vers les x négatifs, la fonction d'onde a la forme

$$y = f(x + vt) \qquad (2.4)$$

La fonction d'onde d'une onde sinusoïdale progressive se propageant à la vitesse v est

$$y = A \sin(kx \pm \omega t + \phi) \qquad (2.8)$$

où le nombre d'onde est $k = 2\pi/\lambda$ (équation 2.5*b*), la fréquence angulaire est $\omega = 2\pi/T$ (équation 2.5*a*) et le signe dépend du sens de propagation de l'onde. La longueur d'onde est déterminée par la vitesse de propagation de l'onde selon

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} \qquad (2.5c)$$

Deux ondes sinusoïdales de même fréquence et de même amplitude se propageant dans le même sens ne peuvent se distinguer que par leur différence de

phase $\Delta\phi = \Delta\phi_\delta + \Delta\phi_{\Delta t}$, dont la cause peut être une différence de marche δ, un délai Δt ou une combinaison des deux :

$$\frac{\Delta\phi_\delta}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} \qquad (2.11a)$$

$$\frac{\Delta\phi_{\Delta t}}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T} \qquad (2.11b)$$

Leur amplitude résultante est donnée par

$$A_T = 2A\cos(\tfrac{\Delta\phi}{2}) \qquad (2.13)$$

Cette amplitude est maximale si

$$\Delta\phi = n(2\pi) \qquad (2.12a)$$

où n est un entier positif, négatif ou nul, et elle est nulle si

$$\Delta\phi = (n + \tfrac{1}{2})(2\pi) \qquad (2.12c)$$

Deux ondes sinusoïdales de même fréquence et de même amplitude se propageant dans des sens opposés peuvent produire des ondes stationnaires dont la fonction d'onde est

$$y(x, t) = 2A\cos(\omega t)\sin(kx) \qquad (2.14)$$

Dans un système de dimensions finies, comme une corde fixée à ses deux extrémités, les conditions aux limites imposent des limitations sur les fréquences possibles des ondes stationnaires résonantes :

$$f_n = \frac{nv}{2L} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots) \quad (2.16)$$

Toutes les fonctions d'onde qui décrivent les ondes linéaires se propageant dans un milieu donné sont des solutions de l'équation différentielle suivante, appelée équation d'onde linéaire :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad (2.18)$$

La puissance moyenne transmise par une onde sinusoïdale d'amplitude y_0 le long d'une corde de densité de masse linéique μ s'écrit

$$P_{moy} = \tfrac{1}{2}\mu(\omega y_0)^2 v \qquad (2.19)$$

TERMES IMPORTANTS

crête (p. 60)
creux (p. 60)
déphasage (p. 62)
différence de marche (p. 63)
différence de phase (p. 62)
fonction d'onde (p. 47)
fréquence angulaire (p. 53)
fréquence fondamentale (p. 67)
impulsion (p. 45)
interface (p. 57)
interférence (p. 60)
longueur d'onde (p. 53)
mode d'oscillation propre (p. 68)
nœud (p. 65)
nombre d'onde (p. 54)
onde (p. 44)
onde linéaire (p. 62)
onde longitudinale (p. 45)
onde mécanique (p. 44)
onde progressive (p. 52)
onde sinusoïdale progressive (p. 53)
onde stationnaire (p. 65)
onde stationnaire résonante (p. 67)
onde transversale (p. 45)
premier harmonique (p. 68)
principe de superposition linéaire (p. 59)
puissance moyenne (p. 73)
réflexion dure (p. 57)
réflexion molle (p. 57)
ventre (p. 65)
vitesse de propagation de l'onde (p. 51)

RÉVISION

R1. (a) Donnez un exemple d'onde transversale. (b) Donnez un exemple d'onde longitudinale. (c) Une onde à la surface de l'eau est-elle longitudinale ou transversale ?

R2. Expliquez la similitude entre l'équation 2.1 ($v = \sqrt{F/\mu}$) et l'équation 1.9 ($\omega = \sqrt{k/m}$).

R3. (a) Une impulsion orientée vers le haut (en crête) arrive à l'extrémité fixe d'une corde. Dessinez l'onde réfléchie. (b) Même question, mais considérez cette fois que l'extrémité de la corde est libre.

R4. (a) Une impulsion orientée vers le haut (en crête) arrive à la jonction d'une corde de densité de masse linéique μ plus grande que celle de la corde dans laquelle elle voyage. Dessinez l'onde réfléchie et l'onde transmise. (b) Même question, mais considérez cette fois que la densité de masse linéique de l'autre corde est plus petite.

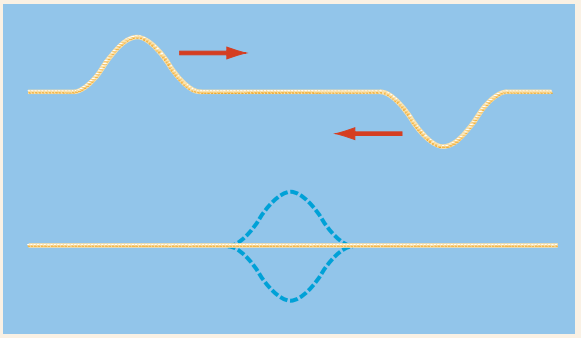
R5. En un seul dessin, représentez une onde stationnaire à plusieurs instants successifs (utilisez une couleur différente pour chaque instant). Indiquez les nœuds et les ventres.

R6. Dessinez les trois premiers modes d'oscillation propre d'une corde fixe aux deux extrémités.

QUESTIONS

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Q1. Deux impulsions de forme identique se chevauchent de telle sorte que le déplacement de la corde est momentanément nul en tout point (figure 2.34). Que devient l'énergie à cet instant ?



▲ **Figure 2.34**
Question 1.

Q2. Pour que la superposition linéaire soit valable, il est nécessaire que l'amplitude de l'onde soit très inférieure à la longueur d'onde, c'est-à-dire $A \ll \lambda$. Montrez que cela implique que $v \gg \partial y/\partial x$, c'est-à-dire que la vitesse de l'onde doit être très supérieure à la vitesse d'une particule du milieu.

Q3. Certaines cordes de guitare ou de piano portent de petits anneaux de métal. À quoi ces anneaux servent-ils ?

Q4. Existe-t-il une relation entre la vitesse de propagation de l'onde et la vitesse maximale d'une particule du milieu dans le cas d'une onde se propageant sur une corde ? Si oui, quelle est-elle ?

Q5. Est-il possible d'avoir une onde stationnaire si les amplitudes des deux ondes qui se superposent ne sont pas égales ?

Q6. Dans une onde stationnaire sur une corde, la densité d'énergie est-elle nulle aux nœuds ?

Q7. S'il n'y avait pas de perte d'énergie, comment l'amplitude des ondes circulaires sur un étang décroîtrait-elle en fonction de la distance à partir de la source ?

Q8. Lorsqu'une onde est transmise d'un milieu à un autre, la fréquence ne varie pas. Pourquoi ?

Q9. Une impulsion se propageant sur une corde est réfléchie à la jonction d'une autre corde. Si l'onde réfléchie n'est pas inversée, l'impulsion transmise est-elle plus courte ou plus longue que l'impulsion initiale ?

Q10. (a) L'interférence des ondes fait-elle toujours intervenir une superposition des ondes ? (b) La superposition des ondes fait-elle toujours intervenir l'interférence ? (c) Les ondes doivent-elles être périodiques pour produire une interférence ?

Q11. Pourquoi les touches d'une guitare ne sont-elles pas espacées régulièrement ?

Q12. Pourquoi les instruments à cordes sont-ils creux ? Quel rôle joue la forme de l'instrument ?

Q13. Pourquoi le timbre d'une note jouée sur une guitare dépend-il de l'endroit où l'on pince la corde ?

Q14. Dans le tome 1, on a presque toujours considéré que les cordes étaient sans masse. Pourquoi cela ne conviendrait-il pas lorsqu'on étudie les ondes sur une corde ?

Q15. Quand on touche un objet brûlant, on sent le contact sur la peau bien avant de sentir la chaleur, bien que les neurones sensibles à chaque type de stimulus soient stimulés approximativement au même instant. (a) Faites l'expérience et estimez la vitesse de propagation des ondes non linéaires (influx nerveux) qui transportent ces deux types d'information. (b) Comment explique-t-on cette différence de vitesse ?

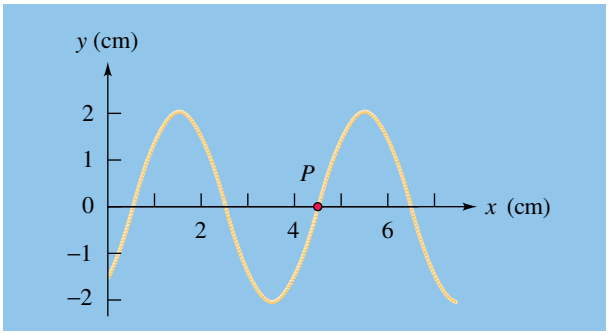
À moins d'indication contraire, dans les exercices et les problèmes qui suivent, l'expression « composante selon y de » est sous-entendue lorsque l'on parle de la vitesse et de l'accélération d'une particule. De même, l'expression « module de » est sous-entendue lorsqu'il est question de la vitesse de propagation d'une onde.

2.1 à 2.6 Vitesse de propagation des ondes le long d'une corde, ondes progressives

E1. (I) La vitesse de propagation d'une onde électromagnétique est égale à 3×10^8 m/s. Calculez la gamme de longueurs d'onde correspondant à chacune des bandes de fréquences radio suivantes : (a) la bande AM, comprise entre 550 kHz et 1600 kHz ; (b) la bande FM, comprise entre 88 MHz et 108 MHz.

E2. (II) Un microsillon de 15 cm de rayon tourne à raison de $33\frac{1}{3}$ tr/min. À la circonférence, la périodicité des ondulations du sillon est de 1,2 mm. Quelle est la fréquence du signal enregistré ?

E3. MonLab (II) Soit l'onde transversale décrite à la figure 2.35. Sa vitesse de propagation est de 40 cm/s vers la droite. Déterminez : (a) la fréquence ; (b) la différence de phase en radians entre des points distants de 2,5 cm ; (c) le temps nécessaire pour que la phase en un point donné varie de 60° ; (d) la vitesse d'une particule au point P à l'instant représenté.



▲ **Figure 2.35**
Exercice 3.

E4. (II) Un microsillon de 30 cm tourne à raison de $33\frac{1}{3}$ tr/min. La fréquence d'un signal enregistré vaut 10^4 Hz. (a) Quelle est la distance entre les pics des ondulations du vinyle si l'aiguille se trouve à 14,5 cm du centre ? (b) Quelle est la longueur d'onde du son enregistré ? La vitesse de propagation du son est de 340 m/s.

E5. (I) Un séisme engendre deux types d'ondes sismiques qui se propagent à travers le globe. Les ondes P se propagent à 8 km/s et les ondes S se propagent à 5 km/s. Ces ondes sont détectées par une station d'observation, l'une après l'autre, avec un intervalle de 1,8 min. En supposant que les ondes se sont propagées en ligne droite, à quelle distance se trouve l'épicentre du séisme ?

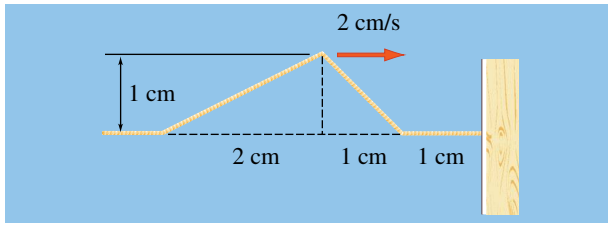
E6. (I) Une corde de longueur 3 m a une masse de 25 g. Si la vitesse de propagation des ondes est de 40 m/s, quel est le module de la tension de la corde ?

E7. (I) Une corde de longueur 7,5 m est soumise à une tension de module 30 N. Si la vitesse de propagation de l'onde est de 20 m/s, quelle est la masse de la corde ?

E8. (I) Lorsqu'une corde est tendue à 15 N, les ondes s'y propagent à 28 m/s. Quel doit être le module de la tension pour que les ondes s'y propagent à 45 m/s ?

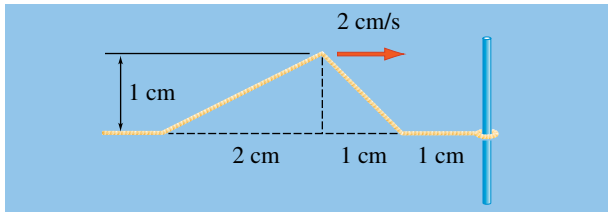
E9. (I) Des ondes sinusoïdales progressives se propagent sur une corde. Si l'on double la tension de la corde, (a) de quel facteur doit varier la fréquence pour que la longueur d'onde ne change pas ; (b) de quel facteur varie la vitesse de propagation de l'onde ?

E10. (I) La figure 2.36 représente une impulsion triangulaire sur une corde. Elle s'approche d'une extrémité à 2 cm/s. (a) Dessinez l'impulsion à intervalles de 0,5 s jusqu'à ce qu'elle soit complètement réfléchie. (b) Quelle est la vitesse moyenne d'une particule pendant sa montée au sommet de l'impulsion ?



▲ **Figure 2.36**
Exercice 10.

E11. (I) Une impulsion triangulaire (figure 2.37) se propageant à 2 cm/s sur une corde s'approche d'une extrémité pouvant glisser sur une tige verticale. (a) Dessinez l'impulsion à intervalles de 0,5 s jusqu'à ce qu'elle soit complètement réfléchie. (b) Quelle est la vitesse moyenne d'une particule pendant sa descente du sommet de l'impulsion à sa position d'équilibre ?



▲ **Figure 2.37**
Exercice 11.

E12. (I) La fonction d'onde d'une impulsion est donnée par

$$y(x, t) = \frac{5}{2 + (x - 2t)^2}$$

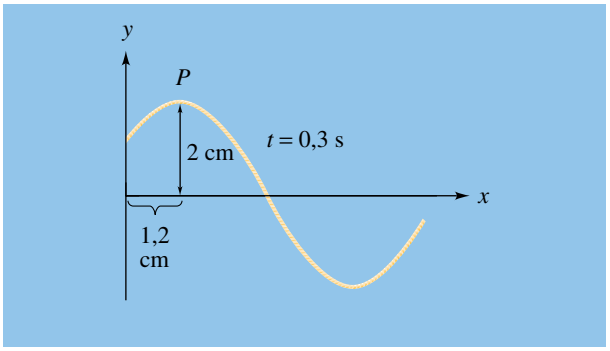
où x et y sont tous deux en centimètres et t est en secondes. Tracez cette fonction de $x = 0$ à 10 cm pour : (a) $t = 2$ s ; (b) $t = 3$ s. (c) La fonction mathématique choisie décrit-elle réellement une impulsion ? Quelle *largeur* a l'impulsion sur la corde ?

E13. (I) À $t = 0$, la forme d'une impulsion est donnée par

$$y(x, 0) = \frac{2 \times 10^{-3}}{4 - x^2}$$

où x et y sont en mètres. Quelle est la fonction d'onde de l'impulsion si la vitesse de propagation est de 12 m/s dans le sens des x négatifs ?

E14. (I) La figure 2.38 représente une onde sinusoïdale progressive à l'instant $t = 0{,}3$ s. La longueur d'onde est de 7,5 cm et l'amplitude est de 2 cm. Si la crête P se trouve en $x = 0$ à $t = 0$, écrivez la fonction d'onde sous la forme de l'équation 2.8. On suppose que l'onde voyage vers les x positifs.



▲ **Figure 2.38**

Exercice 14.

E15. (II) La fonction d'onde d'une onde sinusoïdale progressive sur une corde est donnée par $y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$. (a) Quelle est la pente de la corde en un point quelconque x et au temps t ? (b) Quelle relation peut-on établir entre la pente maximale, la vitesse de propagation de l'onde et la vitesse maximale d'une particule ?

E16. (II) La fonction d'onde d'une onde sinusoïdale progressive est donnée par

$$y(x, t) = 3{,}2 \cos(0{,}2x - 50t)$$

où x et y sont en centimètres et t, en secondes. Tracez y en fonction de x à $t = 0$ et $t = 0{,}1$ s. À l'aide des tracés, trouvez : (a) la vitesse de propagation de l'onde ; (b) la distance entre des points dont les phases diffèrent de $2\pi/3$ rad.

E17. (II) Une onde sinusoïdale progressive sur une corde est donnée par

$$y(x, t) = 2{,}4 \cos\left[\frac{\pi}{20}(0{,}5x - 40t)\right]$$

où x et y sont tous deux en centimètres et t, en secondes. Déterminez : (a) le module de la vitesse maximale d'une particule du milieu ; (b) le module de la vitesse d'une particule pour $x = 1{,}5$ cm et $t = 0{,}25$ s ; (c) le module de l'accélération maximale d'une particule ; (d) l'accélération pour $x = 1{,}5$ cm et $t = 0{,}25$ s. (e) Tracez le graphe de y en fonction de x lorsque $t = 0{,}25$ s sur un intervalle pour x qui permet de vérifier le signe de l'accélération trouvée en (d).

E18. MonLab (II) La fonction d'onde d'une onde sinusoïdale progressive sur une corde est

$$y(x, t) = 0{,}03 \cos(2{,}4x - 12t + 0{,}1)$$

où x et y sont tous deux en centimètres et t, en secondes. Déterminez : (a) la fréquence ; (b) la vitesse de propagation de l'onde ; (c) l'amplitude ; (d) la vitesse des particules pour $x = 15$ cm et $t = 0{,}2$ s ; (e) le module de l'accélération maximale d'une particule du milieu.

E19. (I) Parmi les fonctions suivantes, lesquelles représentent des ondes progressives ?

(a) $A \sin^2\left[\pi\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]$ (b) $A \cos[(kx - \omega t)^2]$

(c) $A \sin[(kx)^2 - (\omega t)^2]$ (d) $Ae^{[-\sigma(x-vt)^2]}$

(e) $A(x + vt)^3$ (f) $Ae^{-\alpha t} \cos(kx - \omega t)$

E20. (I) Une onde sinusoïdale progressive a une longueur d'onde de 20 cm et une période de 0,02 s. Déterminez la différence de phase : (a) entre deux points distants de 8 cm ; (b) en un point donné mais entre deux instants séparés par 0,035 s. (c) En supposant que $A = 1$ cm et que $\phi = 0$, tracez le graphe de y en fonction de x pour x allant de 0 à λ, afin de visualiser la réponse trouvée en (a). (d) Tracez ensuite le graphe de y en fonction de t pour t allant de 0 à T, afin de visualiser la réponse trouvée en (b).

E21. (I) La fonction d'onde d'une onde sinusoïdale progressive est

$$y(x, t) = 0{,}02 \sin(0{,}4x + 50t + 0{,}8)$$

où x et y sont en centimètres et t, en secondes. Déterminez : (a) la longueur d'onde ; (b) la constante de phase ; (c) la période ; (d) l'amplitude ; (e) la vitesse de propagation de l'onde ; (f) la vitesse d'une particule pour $x = 1$ cm et $t = 0{,}5$ s.

E22. (I) La fonction d'onde d'une onde sinusoïdale progressive est

$$y = 0{,}04 \sin\left(\frac{x}{5} - 2t\right)$$

où x et y sont en mètres et t, en secondes. Déterminez : (a) la longueur d'onde ; (b) la période ; (c) la vitesse de propagation de l'onde.

E23. MonLab (II) Une onde sinusoïdale progressive se propageant dans le sens des x négatifs a une longueur

d'onde de 2,5 cm, une période de 0,01 s et une amplitude de 0,03 m. À $t = 0$, le déplacement en $x = 0$ est $y = -0{,}02$ m et la vitesse de la particule est positive. Écrivez la fonction d'onde $y(x, t)$ sous la forme de l'équation 2.8.

E24. (II) Une onde sinusoïdale progressive a une amplitude de 0,05 m, un nombre d'onde de 0,1 rad/m et une vitesse de propagation de 50 m/s dans le sens des x négatifs. Pour $x = 0$ et $t = 2$ s, le déplacement transversal est $y = 1{,}25 \times 10^{-2}$ m et $\partial y/\partial x < 0$. Écrivez l'expression de la fonction d'onde $y(x, t)$ sous la forme de l'équation 2.8.

E25. (I) Exprimée en fonction du nombre d'onde et de la fréquence angulaire, la fonction d'onde d'une onde sinusoïdale progressive est

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

Exprimez cette fonction selon : (a) la longueur d'onde et la vitesse de propagation de l'onde ; (b) la fréquence et la vitesse de propagation de l'onde ; (c) le nombre d'onde et la vitesse de propagation de l'onde ; (d) la longueur d'onde et la fréquence.

2.8 et 2.9 Ondes stationnaires

E26. (II) La fonction d'onde d'une onde stationnaire sur une corde est donnée par

$$y(x, t) = 4{,}0 \sin(0{,}5x) \cos(30t)$$

où x et y sont en centimètres et t, en secondes. (a) Déterminez la fréquence, l'amplitude et la vitesse de propagation des ondes qui se superposent. (b) Quelle est la vitesse d'une particule du milieu en $x = 2{,}4$ cm à $t = 0{,}8$ s ? (c) Tracez le graphe de y en fonction de x lorsque $t = 0{,}8$ s sur un intervalle pour x qui inclut la position $x = 2{,}4$ cm. Ce graphe permet-il de vérifier le signe de la vitesse trouvée en (b) ?

E27. MonLab (II) Deux ondes sinusoïdales progressives superposées se propagent dans des sens opposés, chacune à 40 cm/s. Elles ont la même amplitude de 2 cm et une fréquence de 8 Hz. (a) Écrivez la fonction d'onde de l'onde stationnaire résultante. Supposez qu'il y a un nœud à $x = 0$. (b) Quelle est la distance entre deux nœuds adjacents ? (c) Quelle est l'amplitude de l'onde stationnaire à $x = 0{,}5$ cm ? (d) Tracez le graphe de y en fonction de x à $t = 0$ sur un intervalle pour x qui va de 0 à 2λ. Choisissez différentes valeurs de t allant de 0 à T et reprenez le tracé du graphe afin d'observer le comportement de l'onde stationnaire. (Note : Avec un logiciel de calcul symbolique, on peut obtenir directement une animation.)

E28. (II) Une corde de guitare de 60 cm de long a une densité de masse linéique de 1,5 g/m. Quelle est la tension nécessaire pour que la fréquence du deuxième harmonique soit égale à 450 Hz ?

E29. MonLab (II) Une corde fixée aux deux extrémités a des modes d'onde stationnaire consécutifs pour lesquels les distances entre deux nœuds adjacents sont respectivement de 18 cm et de 16 cm. (a) Quelle est la longueur de la corde ? (b) Si le module de la tension vaut 10 N et la densité de masse linéique, 4 g/m, quelle est la fréquence fondamentale ?

E30. MonLab (II) Une corde de densité de masse linéique égale à 2,6 g/m est fixée aux deux extrémités. Elle a des modes d'onde stationnaire consécutifs de fréquence 480 Hz et 600 Hz. Le module de la tension vaut 12 N. Déterminez : (a) la fréquence fondamentale ; (b) la longueur de la corde.

E31. MonLab (I) Une branche de diapason qui vibre à 440 Hz est attachée à une corde ($\mu = 1{,}2$ g/m). Un bloc de masse 50 g est suspendu à l'autre extrémité (figure 2.29, p. 69). Pour quelle longueur la corde va-t-elle résonner : (a) à sa fréquence fondamentale ; (b) au troisième harmonique ?

E32. MonLab (II) L'amplitude d'une onde stationnaire sur une corde est de 2 mm et la distance entre deux nœuds adjacents est de 12 cm. Sachant que la densité de masse linéique est de 3 g/m et que le module de la tension vaut 15 N, écrivez la fonction d'onde $y(x, t)$ de l'onde stationnaire. On suppose qu'il y a un nœud à $x = 0$.

E33. (II) Soit deux fils de même longueur et soumis à la même tension. Leurs rayons vérifient la relation $r_1 = 2r_2$ et leurs masses volumiques (kg/m^3), la relation $\rho_1 = 0{,}5\rho_2$. Comparez leurs fréquences fondamentales.

E34. MonLab (II) On coupe deux cordes à partir du même rouleau. La tension de la première est le double de celle de la seconde ($F_1 = 2F_2$), mais sa longueur en vaut seulement le tiers ($L_1 = L_2/3$). Comparez leurs fréquences fondamentales.

E35. (II) La fonction d'onde d'une onde stationnaire sur une corde est donnée par

$$y(x, t) = 0{,}02 \sin(0{,}3x) \cos(25t)$$

où x et y sont en centimètres et t est en secondes. (a) Déterminez la longueur d'onde et la vitesse des ondes qui se superposent. (b) Quelle est la longueur de la corde si cette fonction représente le troisième harmonique ? (c) En quels points la vitesse d'une particule de la corde est-elle constamment nulle ?

E36. (II) Une corde de guitare a une fréquence fondamentale de 320 Hz. Quelle est la fréquence fondamentale lorsqu'on la pince de manière à réduire sa longueur d'un tiers ?

2.10 Équation d'onde

E37. (I) Les fonctions d'onde suivantes vérifient-elles l'équation d'onde ?

(a) $Ae^{[-\sigma(x-vt)^2]}$ (b) $A \ln[B(x - vt)]$

E38. (I) Démontrez explicitement que la fonction d'onde d'une onde stationnaire

$$y(x, t) = A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

vérifie l'équation d'onde linéaire.

2.11 Propagation de l'énergie sur une corde

E39. (I) Une onde sinusoïdale progressive se propageant sur une corde a une amplitude de 1,5 cm, une longueur d'onde de 40 cm, et se propage à 30 m/s. Si la densité de masse linéique de la corde vaut 20 g/m, quelle doit être la puissance moyenne fournie par l'oscillateur qui la génère ?

E40. (I) Un oscillateur mécanique fournit 3 W sous une fréquence de 30 Hz à un fil de longueur 15 m et de masse 45 g. Si le module de la tension vaut 40 N, quelle est l'amplitude des ondes produites ?

E41. (II) Des ondes sinusoïdales progressives d'amplitude 0,8 mm se propagent à 60 m/s le long d'une corde de densité de masse linéique 3,5 g/m. Un oscillateur de 50 Hz est relié à une extrémité de la corde. (a) Quelle est la puissance moyenne fournie par l'oscillateur ? (b) Quelle est la tension nécessaire pour doubler la puissance à la même fréquence ?

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

À moins d'indication contraire, dans les exercices et les problèmes qui suivent, l'expression « composante selon y de » est sous-entendue lorsque l'on parle de la vitesse et de l'accélération d'une particule. De même, l'expression « module de » est sous-entendue lorsqu'il est question de la vitesse de propagation d'une onde.

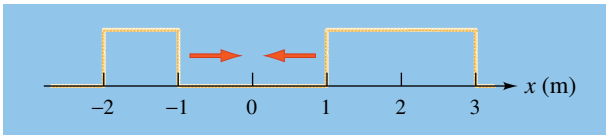
2.1 à 2.6 Vitesse de propagation des ondes le long d'une corde, ondes progressives

E42. (I) Lorsque le module de la tension d'une corde est de 2,75 N, la vitesse de propagation d'une impulsion est de 3 m/s. Quel doit être le module de la tension pour que la vitesse soit de 3,6 m/s ?

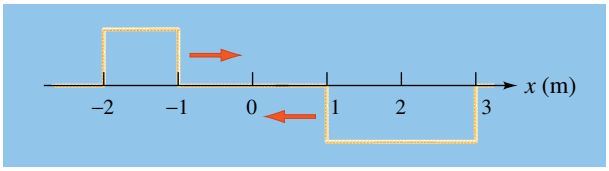
E43. (I) La figure 2.39*a* montre, à $t = 0$, deux impulsions s'approchant l'une de l'autre. Leur vitesse de propagation est de 1,5 m/s. Dessinez l'impulsion résultante à $t = 1{,}0$ s.

E44. (I) Reprenez l'exercice E43, cette fois-ci à partir de la figure 2.39*b*.

(*a*)



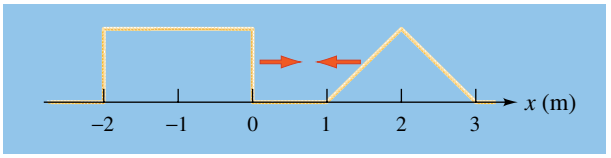
(*b*)



▲ **Figure 2.39**

Exercices 43 et 44.

E45. (I) La figure 2.40 montre, à $t = 0$, une impulsion rectangulaire et une impulsion triangulaire s'approchant l'une de l'autre. Leur vitesse de propagation est de 0,5 m/s. Dessinez l'impulsion résultante à $t = 2$ s.



▲ **Figure 2.40**

Exercice 45.

E46. (I) Chaque particule d'une corde dans laquelle se propage une onde sinusoïdale progressive fait 24 oscillations complètes en 1,2 s. L'onde avance de 270 cm en 2,25 s. Quelle est sa longueur d'onde ?

E47. (I) La fonction d'onde d'une onde sur une corde est $y = 0{,}2 \times 10^{-4} \sin[2\pi(x/0{,}04 + t/0{,}05)]$, où x et y sont en mètres et t, en secondes. Trouvez : (a) la longueur d'onde et la période ; (b) la vitesse de propagation de l'onde ; (c) le module de la vitesse maximale d'une particule sur cette corde.

E48. (I) Une onde voyageant dans le sens des x négatifs a une fréquence de 40 Hz, une longueur d'onde de 3 cm et une amplitude de 0,6 cm. Écrivez la fonction d'onde $y(x, t)$ si $y = 0{,}6$ cm à $x = 0$ et à $t = 0$.

E49. (I) Une corde soumise à une tension de module 0,18 N porte une onde décrite par

$$y(x, t) = 2{,}4 \times 10^{-3} \sin(36x - 270t)$$

où x et y sont en mètres et t, en secondes. (a) Quelle est la densité de masse linéique de cette corde ? (b) Quel est le module de la vitesse maximale d'une particule sur cette corde ?

E50. (I) La fonction d'onde d'une onde sur une corde est $y(x, t) = 0{,}3 \sin(\pi x/2 + \pi t/4)$, où x et y sont en mètres et t, en secondes. (a) Quelles sont la longueur d'onde et la vitesse de propagation de cette onde ? (b) Dessinez $y(x)$ à $t = 0$ et à $t = 3$ s.

E51. (II) Les deux ondes suivantes voyagent sur une corde :

$$y = 2{,}5 \times 10^{-3} \sin(30x - 420t)$$
$$y = 2{,}5 \times 10^{-3} \sin(30x + 420t)$$

où x et y sont en mètres et t, en secondes. (a) Écrivez la fonction d'onde de l'onde stationnaire résultante. (b) Quelle est l'amplitude maximale à $x = 0{,}17$ m ? (c) Trouvez la position du ventre le plus près de $x = 0{,}25$ m. (d) Tracez le graphe de y en fonction de x à $t = 0$ sur un intervalle pour x qui permet de vérifier les réponses trouvées en (b) et en (c).

E52. (II) (a) Montrez que la vitesse de propagation d'une onde le long d'un fil peut s'écrire $v = (S/\rho)^{1/2}$, où S est la contrainte de traction en newtons par mètre carré (voir le chapitre 14 du tome 1). (b) Si la contrainte de traction maximale de l'acier est 4×10^9 N/m^2, quelle est la vitesse de propagation maximale possible d'une impulsion le long d'un fil d'acier ? La masse volumique de l'acier est de 7860 kg/m^3.

E53. (II) Quel est le module de la tension dans un fil d'acier de 0,6 mm de diamètre transportant une onde dont la vitesse est 230 m/s ? La masse volumique de l'acier est de 7860 kg/m^3.

E54. (II) La vitesse d'une impulsion le long d'un fil métallique est de 120 m/s. Quelle est la vitesse le long d'un fil fait avec le même métal, subissant la même tension mais dont le rayon est le double ?

E55. (II) Une onde sinusoïdale progressive de 400 Hz voyage à 320 m/s le long d'un fil métallique. (a) À un moment donné, quelle est la distance entre deux points dont la phase diffère de 1,5 rad ? (b) À une position donnée, quel est le changement de phase sur un intervalle de 1,5 ms ?

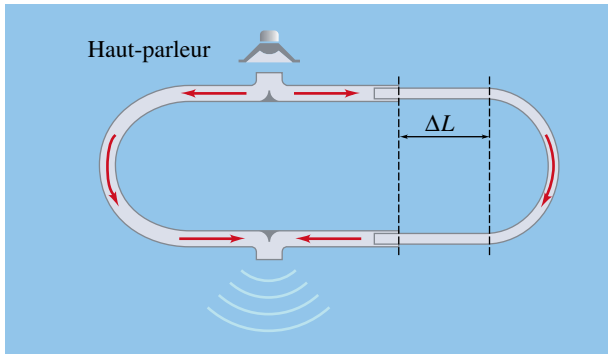
E56. (I) Lors d'un examen médical par échographie, la sonde émet une courte impulsion sinusoïdale (d'exactement quatre périodes) qui se propage à $1{,}5 \times 10^3$ m/s et qui est réfléchie à chaque interface entre deux tissus biologiques. Le nombre d'échos est interprété comme le nombre d'interfaces rencontrées et leur délai de retour indique la profondeur des interfaces en question. (a) Si l'impulsion a une fréquence de 2 MHz, quelle épaisseur minimale doit avoir une couche de tissu donnée pour qu'on puisse la distinguer d'une simple interface entre deux tissus ? (b) Si la seule interface qu'on souhaite observer est à 2 cm de profondeur, à quelle fréquence maximale de répétition l'appareil peut-il émettre ses impulsions pour éviter de confondre celles-ci entre elles ?

2.7 Interférence d'ondes sinusoïdales

E57. (I) Deux petits bateaux situés à 4,5 m l'un de l'autre oscillent dans l'eau à la même période de 2,0 s, générant des vagues se propageant à 3 m/s. Quelle est la différence de phase de ces vagues lorsqu'elles parviennent à un observateur situé à 50 m le long de la même droite que les deux bateaux : (a) si les deux bateaux oscillent en phase ; (b) si l'oscillation des deux bateaux est déphasée d'une demi-période ; (c) si le bateau le plus proche de l'observateur oscille en avance d'un quart de période sur l'autre bateau ?

E58. (II) Une longue corde se compose de trois sections de longueurs $L_1 = 10L_2 = L_3 = 3$ m, attachées bout à bout, telles que $\mu_1 = \mu_2/4 = \mu_3 = 4$ g/m. On tend la corde en exerçant à ses deux extrémités une force de 40 N et on agite le bout de L_1 de façon à amorcer une onde sinusoïdale dans la corde. On observe des réflexions multiples aux deux endroits où la densité de la corde change. On néglige toute réflexion aux extrémités de la corde. Quelle est la fréquence minimale pour laquelle les ondes transmises dans L_3 interfèrent constructivement ?

E59. (I) Le trombone de König est un dispositif permettant de montrer que deux sons peuvent interférer entre eux (figure 2.41). Il comporte un haut-parleur qui produit un son dans un tube se séparant en deux portions de même longueur, lesquelles se recombinent ensuite en une « sortie » commune. L'un des deux parcours peut être déplacé d'une distance ΔL, tel qu'illustré. Quelle est la valeur minimale de ΔL, exprimée en fonction de la fréquence sonore f et de la vitesse du son v, pour laquelle l'amplitude sera minimale à la « sortie » ?



▲ Figure 2.41
Exercice 59.

E60. (I) Deux ondes sinusoïdales circulent vers la droite le long de la même corde. Leur longueur d'onde commune est de 2 m. À $t = 10$ s, la première onde a un maximum à $x = 1{,}2$ m alors que la seconde a un maximum à $x = 2{,}95$ m. (a) Quelle est leur différence de marche ? (b) Leur différence de phase ? (c) Donnez une seconde réponse équivalente pour les questions (a) et (b).

E61. (I) Deux ondes sinusoïdales de même amplitude $A = 15{,}0$ mm ont la même fréquence et circulent dans la même direction sur une corde. (a) Si elles ont

un déphasage de $2\pi/3$, quelle est l'amplitude de l'onde résultante ? (b) Quel déphasage donnerait à l'onde résultante une amplitude de 3,00 mm ?

2.8 et 2.9 Ondes stationnaires

E62. (II) Deux fils ont la même longueur, sont faits du même métal et sont fixés à leurs extrémités. Les rayons sont $r_1 = 0{,}7$ mm et $r_2 = 0{,}5$ mm. (a) Quel est le rapport des fréquences fondamentales f_2/f_1 si les fils sont soumis à la même tension ? (b) Quel est le rapport des modules des tensions F_2/F_1 si les fils ont la même fréquence fondamentale ?

E63. (I) Une corde de guitare de 60 cm résonne dans son deuxième harmonique avec une fréquence de 800 Hz. (a) Quelle est la vitesse de propagation des ondes sinusoïdales progressives le long de la corde ? (b) Si le module de la tension est de 350 N, quelle est la masse de la corde ?

E64. (I) Une corde de guitare de 60 cm ayant une masse de 1,2 g est fixée aux deux extrémités. Cette corde résonne dans son troisième harmonique avec une amplitude maximale de 2 mm. La vitesse de propagation des ondes sinusoïdales progressives le long de la corde est de 420 m/s. (a) Quelles sont la longueur d'onde et la fréquence de l'onde stationnaire ? (b) Écrivez la fonction d'onde de l'onde stationnaire. (c) Décrivez les deux ondes sinusoïdales progressives qui ont servi à produire cette onde stationnaire.

E65. (I) Une corde de piano a une fréquence fondamentale de 180 Hz. Lorsqu'elle est enveloppée de ruban, sa densité de masse linéique double. Quelle nouvelle fréquence fondamentale en résultera si la tension et la longueur demeurent inchangées ?

E66. (I) La fréquence fondamentale de la corde d'une guitare est de 110 Hz. Sa longueur est de 60 cm. (a) Quelle est la vitesse de propagation d'une onde sinusoïdale progressive sur cette corde ? (b) Si la densité de masse linéique de cette corde est de 3 g/m, quel est le module de sa tension ?

E67. (I) La corde d'une guitare produisant le *sol* a une longueur de 60 cm et une fréquence fondamentale de 196 Hz. De quelle longueur doit-on raccourcir cette corde, en appuyant dessus, pour entendre un *do* de fréquence fondamentale 262 Hz ?

E68. (I) Une corde de 20 g mesurant 2,5 m de longueur est fixée aux deux extrémités. Quelle est la fréquence des trois premiers modes d'oscillation propre de l'onde stationnaire si le module de la tension dans la corde est de 51,2 N ?

E69. (I) La fréquence du troisième harmonique d'une corde de 60 cm de long, fixée aux deux extrémités, est de 750 Hz. Quelle est la densité de masse linéique de cette corde si le module de la tension est de 145 N ?

E70. (I) Une corde de guitare est accordée de telle sorte que la fréquence fondamentale est de 238 Hz lorsque le module de la tension est de 280 N. Quel doit être le module de la tension si la note juste a une fréquence fondamentale de 241 Hz ?

E71. (I) Un bloc de 0,5 kg est attaché à une corde passant par une poulie située à 1,4 m de son autre extrémité fixe (figure 2.7, p. 50). Si la densité de masse linéique de la corde est de 1,6 g/m, quelle est la fréquence du troisième harmonique ?

E72. (I) La fonction d'onde d'une onde stationnaire est

$$y = 4 \times 10^{-3} \sin(2{,}09x) \cos(60t)$$

où x et y sont en mètres et t, en secondes. Trouvez : (a) la distance entre les nœuds ; (b) la vitesse d'une particule à $x = 0{,}8$ m et $t = 0{,}12$ s.

E73. (II) Les fonctions d'onde de deux ondes voyageant sur une corde sont

$$y_1 = 0{,}03 \sin[\pi(2x + 10t)]$$
$$y_2 = 0{,}03 \sin[\pi(2x - 10t)]$$

où x et y sont en mètres et t, en secondes. (a) Écrivez la fonction d'onde de l'onde stationnaire. (b) Trouvez la position des deux nœuds les plus près de $x = 0$ (pour $x > 0$). (c) Trouvez la position des deux ventres les plus près de $x = 0$ (pour $x > 0$). (d) Trouvez l'amplitude maximale à $x = \lambda/8$.

E74. (II) Une corde transporte une onde stationnaire dont l'amplitude maximale est de 6 mm. La vitesse de propagation de l'onde le long de la corde est de 15,4 m/s. La corde redevient droite toutes les 12 ms. Écrivez la fonction d'onde des deux ondes sinusoïdales progressives qui composent cette onde stationnaire.

E75. (II) Deux cordes, fixées aux deux extrémités, ont la même longueur et sont faites du même métal. La corde 1 a une fréquence fondamentale de 320 Hz, alors que la corde 2, dont l'aire de la section est le double de celle de la corde 1, a une fréquence fondamentale de 400 Hz. Quel est le rapport du module des tensions F_2/F_1 des cordes ?

E76. (II) Un fil d'acier de 0,5 mm de diamètre et de 60 cm de longueur est fixé aux deux extrémités. Le troisième harmonique a une fréquence de 600 Hz. Quel est le module de la tension dans le fil ? La masse volumique de l'acier est 7860 kg/m^3.

E77. (II) Trouvez la position des deux premiers nœuds ($x > 0$) de l'onde stationnaire résultant de la superposition des deux ondes suivantes :

$$y_1 = A \sin(8{,}4x - 50t)$$
$$y_2 = A \sin(8{,}4x + 50t + \pi/3)$$

où x et y sont en mètres et t, en secondes.

E78. (II) Une corde de longueur L, de densité de masse linéique μ et soumise à une tension $\vec{\mathbf{F}}$ a une fréquence fondamentale f_1. Quelle est sa nouvelle fréquence

fondamentale si on apporte les changements suivants : (a) L augmente de 25 % ; (b) μ diminue de 20 % ; (c) le module de la tension augmente de 19 % ; (d) les trois changements précédents se produisent simultanément ?

E79. (I) Dans un modèle rudimentaire de cordes vocales, on assimile celles-ci à des cordes tendues fixées à leurs deux extrémités. Si elles sont longues de 1,8 cm chez un individu donné capable de produire des fréquences fondamentales entre 100 et 400 Hz, (a) quel est l'intervalle de vitesses correspondant pour les ondes sur ces cordes vocales ; (b) par quel rapport peut varier la tension dans les cordes vocales ?

2.11 Propagation de l'énergie sur une corde

E80. (I) Une des extrémités d'une corde est attachée à une branche de diapason. L'onde sinusoïdale progressive générée sur la corde a une longueur d'onde de 80 cm et une amplitude de 3 mm. Le module de la tension dans la corde est de 1,28 N et la vitesse de propagation de l'onde est de 16 m/s. Quelle est la puissance moyenne transmise ?

E81. (I) Une corde (μ = 4 g/m) transporte une onde sinusoïdale progressive dont la longueur d'onde est de 40 cm et la période, de 25 ms. Si l'amplitude est de 2 mm, quelle est la puissance moyenne transmise le long de la corde ?

E82. (I) La puissance moyenne transmise par une onde sinusoïdale progressive sur une corde (μ = 3 g/m) est de 20 mW. Le module de la tension dans la corde est de 15 N et la période, de 40 ms. Quelle est l'amplitude de l'onde ?

E83. (I) La fonction d'onde d'une onde voyageant sur une corde est $y = 3 \times 10^{-3} \sin(0{,}64x - 80t)$, où x et y sont en mètres et t, en secondes. Si la densité de masse linéique est de 4 g/m, quelle est la puissance moyenne transmise ?

PROBLÈMES

À moins d'indication contraire, dans les problèmes qui suivent, l'expression « composante selon y de » est sous-entendue lorsque l'on parle de la vitesse et de l'accélération d'une particule. De même, l'expression « module de » est sous-entendue lorsqu'il est question de la vitesse de propagation d'une onde.

P1. (II) La contrainte de traction sur un fil d'acier est égale à 2×10^8 N/m^2. Quelle est la vitesse des ondes sinusoïdales progressives sur le fil ? La masse volumique de l'acier est de 7860 kg/m^3.

P2. (I) (a) Montrez que, si le module de la tension F sur une corde varie d'une *petite* quantité ΔF, la variation relative de fréquence d'une onde stationnaire $\Delta f/f$ est donnée par

$$\frac{\Delta f}{f} = 0{,}5\frac{\Delta F}{F}$$

(b) Une corde vibre dans son mode fondamental à 400 Hz. Si l'on diminue la tension de 3 %, quelle est la nouvelle fréquence fondamentale ? (c) Quelle est, en pourcentage, la variation de tension requise pour faire varier la fréquence fondamentale d'une corde de 260 Hz à 262 Hz ?

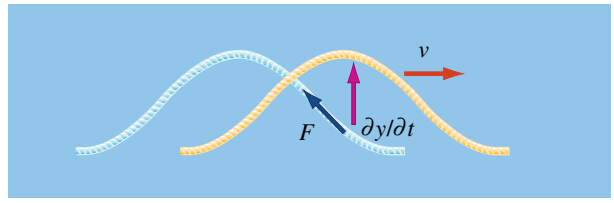
P3. (I) Au milieu d'une corde fixée à ses deux extrémités, on place un morceau de fil léger, courbé en forme de V inversé. En supposant que la corde vibre à sa fréquence fondamentale f_1, pour quelle amplitude A de l'onde stationnaire le fil va-t-il cesser d'être en contact avec la corde ?

P4. (I) La corde *sol* (196 Hz) d'une guitare est longue de 64 cm. Trouvez les positions des touches correspondant aux notes suivantes : *la* (220 Hz) ; *si* (247 Hz) ; *do* (262 Hz) ; *ré* (294 Hz).

P5. (II) Soit une onde sinusoïdale progressive de faible amplitude sur une corde. Sous l'action de l'onde, la corde se déplace vers le haut (figure 2.42). (a) Montrez que la puissance fournie par le côté gauche au côté droit est

$$P = -F\frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial t}$$

(b) Utilisez l'expression $y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$ pour trouver la puissance moyenne transmise le long de la corde. Comparez votre résultat avec l'équation 2.19.



▲ **Figure 2.42**
Problème 5.

P6. (II) Une corde de masse M et de longueur L pend verticalement. Montrez que le temps nécessaire pour qu'une impulsion se propage de l'extrémité inférieure à l'extrémité supérieure est $T = 2\sqrt{L/g}$, où g est le champ gravitationnel.

P7. (I) Montrez que la puissance instantanée transmise le long d'une corde par une onde sinusoïdale progressive d'amplitude A est maximale lorsque le déplacement $y = 0$ et minimale lorsque $y = \pm A$.

P8. (II) Une corde de longueur L et de densité de masse linéique μ est soumise à une tension de module F. La corde est fixée à une extrémité et peut glisser sur

une tige sans frottement à l'autre extrémité. Quelles sont les fréquences de mode d'oscillation propre (onde stationnaire) ? (*Indice* : L'extrémité libre est un ventre.)

P9. (I) Un fil subit un étirement de L à $L + \Delta L$. Montrez que la vitesse des ondes sinusoïdales progressives est

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}\frac{\Delta L}{L}}$$

où E est le module de Young (voir le chapitre 14 du tome 1) et ρ est la masse volumique du fil.

P10. (II) Montrez que, pour une onde stationnaire le long d'une corde (équation 2.14), l'énergie cinétique moyenne par unité de longueur et l'énergie potentielle par unité de longueur sont données par

$$\left(\frac{dK}{dx}\right)_{moy} = \mu(\omega A)^2 \sin^2 kx$$

$$\left(\frac{dU}{dx}\right)_{moy} = F(kA)^2 \cos^2 kx$$

P11. (II) Considérons une onde stationnaire sur une corde de longueur L fixée aux deux extrémités, dont la forme est donnée à l'équation 2.14. (a) Montrez que l'énergie mécanique moyenne sur toute la corde s'écrit

$$E = \mu(\omega A)^2 L$$

où μ est la densité de masse linéique et ω est la fréquence angulaire. (b) Montrez que l'énergie mécanique entre deux nœuds a pour valeur

$$E = 2\pi^2 \mu A^2 f v$$

(Faites d'abord le problème P10.)

P12. (II) Une corde de guitare de longueur 60 cm et de masse 2 g est soumise à une tension de module 200 N. Elle vibre dans son mode fondamental. L'amplitude initiale de 1 mm chute de 10 % en 0,1 s et 50 % de la diminution d'énergie correspondante est dissipée sous forme d'énergie sonore. Déterminez la puissance moyenne rayonnée. Que deviennent les 50 % restants ? (Faites d'abord le problème P11.)

P13. (I) Montrez que la puissance moyenne transmise le long d'une corde peut s'écrire sous la forme

$$P = \eta v$$

où η est la densité d'énergie linéique (énergie par unité de longueur) et v est la vitesse de propagation de l'onde.

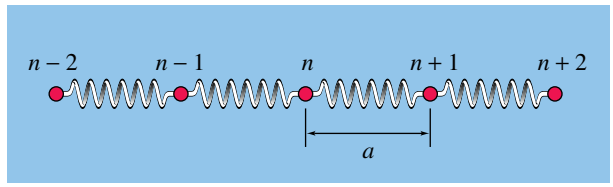
P14. (II) Un réseau linéaire de particules est constitué par des particules de masse identique m reliées entre elles par des ressorts identiques de constante k (figure 2.43). La position d'équilibre de la $n^{\text{ième}}$ particule est $x_n = na$. (a) s_n étant le déplacement, supposé horizontal, à partir de l'équilibre de la $n^{\text{ième}}$ masse, montrez que

$$m\frac{d^2 s_n}{dt^2} = k(s_{n+1} + s_{n-1} - 2s_n)$$

(b) Montrez que $s_n = A \sin(kx_n - \omega t)$ est une solution de cette équation différentielle à la condition que

$$\omega^2 = \frac{4k}{m}\sin^2\left(\frac{ka}{2}\right)$$

(*Indice* : Il vous faut utiliser les identités trigonométriques de l'annexe B.)



▲ **Figure 2.43**

Problème 14.

P15. (II) (a) Montrez que la vitesse des ondes transversales sur un *Slinky* de masse m et de constante de rappel k est $L\sqrt{k/m}$, où L, la longueur du ressort tendu, est très supérieure à la longueur du ressort non tendu. (b) Montrez que le temps mis par une impulsion pour se propager sur toute la longueur du *Slinky* est indépendant de la longueur.

PROBLÈMES SUPPLÉMENTAIRES

À moins d'indication contraire, dans les problèmes qui suivent, l'expression « composante selon y de » est sous-entendue lorsque l'on parle de la vitesse et de l'accélération d'une particule. De même, l'expression « module de » est sous-entendue lorsqu'il est question de la vitesse de propagation d'une onde.

P16. (II) Deux fonctions d'onde dans un milieu sont données par

$$y_1 = \frac{1}{2 + (2x - 3t)^2}$$

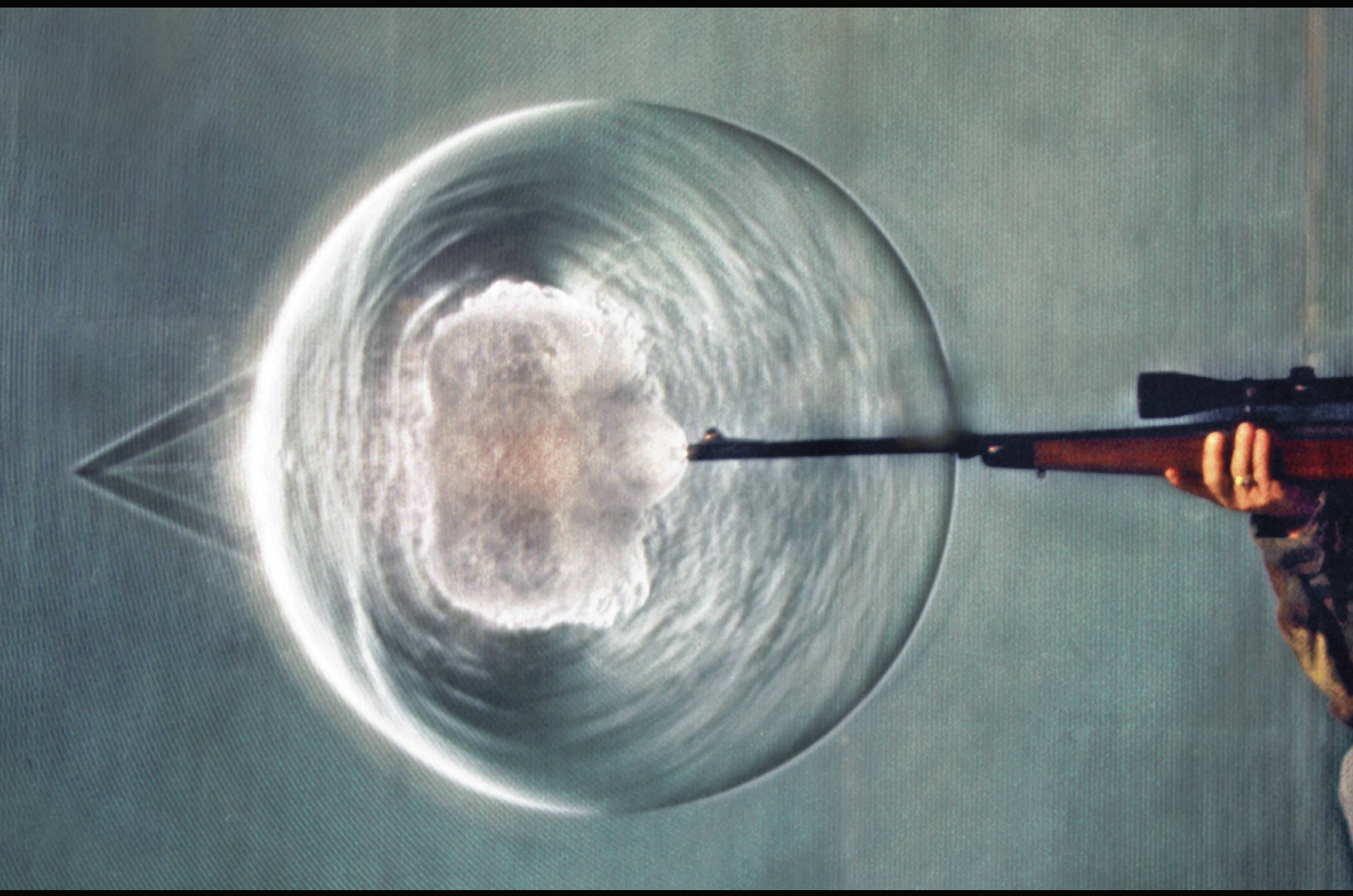
$$y_2 = \frac{-1}{2 + (2x + 3t - 6)^2}$$

où x est en mètres et t, en secondes. (a) Pour quelle valeur de la position x le déplacement résultant des deux ondes est-il toujours nul ? (b) Quel est l'instant t pour lequel le déplacement résultant des deux ondes équivaut partout à zéro ? (*Indice* : Choisissez adéquatement x et t.)

P17. (I) Une onde sinusoïdale progressive voyage à 25 m/s dans le sens des x négatifs le long d'une corde. La période est de 20 ms. À $x = 0$ et $t = 0$, la vitesse d'une particule est de –2 m/s et son déplacement vertical est de 3 mm. Écrivez la fonction d'onde $y(x, t)$.

CHAPITRE 3

LE SON



SOMMAIRE

3.1 La nature des ondes sonores

3.2 Les ondes sonores stationnaires résonantes

3.3 L'effet Doppler

3.4 Les battements

3.5 L'intensité du son

3.6 Les ondes sonores : notions avancées

3.7 Les séries de Fourier

Cette image exceptionnelle permet de voir l'onde de choc acoustique, de forme conique, causée par le passage d'une balle de fusil. Une telle onde de choc se produit chaque fois qu'un objet voyage dans un milieu à une vitesse qui excède la vitesse du son. Il s'agit d'un des phénomènes que nous apprendrons à décrire dans ce chapitre.

Nous avons mentionné au chapitre précédent que le son est une onde mécanique. Bien qu'on ne constate visuellement aucune oscillation du milieu de propagation au passage du son, on doit représenter ce phénomène comme une onde : il véhicule avec lui de l'énergie, mais ne s'accompagne pas d'un transfert de masse. De plus, le son ne peut pas se propager dans le vide. Enfin, il doit être produit par une source qui vibre, exactement comme les ondes sur une corde.

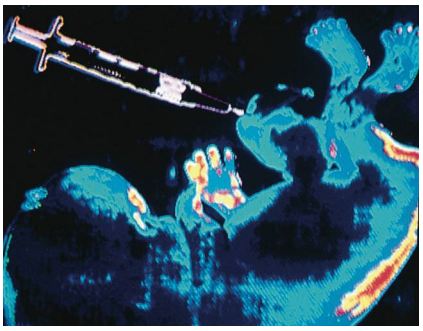
Ce chapitre porte spécifiquement sur des phénomènes faisant intervenir des ondes sonores dans les fluides, comme l'air ou l'eau. Nous y appliquerons des outils présentés au chapitre précédent. À la section 3.1, nous décrirons l'onde sonore et nous verrons notamment un modèle microscopique qui permet de la représenter. À la section 3.2, nous constaterons que le son peut former des ondes stationnaires résonantes dans des tuyaux et qu'elles sont analogues à celles dans une corde que nous avons étudiées à la section 2.9. De plus, nous nous pencherons sur deux nouveaux phénomènes, valables pour toutes les ondes mécaniques : l'effet Doppler (section 3.3) et les battements (section 3.4). Enfin, nous traiterons de l'échelle de décibels mesurant l'intensité du son à la section 3.5.

3.1 LA NATURE DES ONDES SONORES

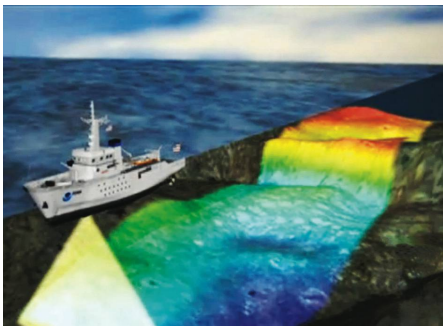
On peut différencier les sons selon leur fréquence. Les jeunes gens en bonne santé peuvent entendre tous les sons dont la fréquence est comprise entre 20 Hz et 20 000 Hz environ ; ces derniers sont donc qualifiés de *sons audibles*. Les sons inaudibles de fréquence inférieure à 20 Hz sont appelés *infrasons*. Ils sont produits notamment par les tremblements de terre, par le tonnerre et par les vibrations des machines lourdes. Les éléphants peuvent entendre des infrasons. Les *ultrasons*, de fréquence supérieure à 20 000 Hz, sont utilisés par les chauves-souris et les marsouins pour repérer les objets. Les chiens peuvent entendre des ultrasons jusqu'à 60 000 Hz et certaines chauves-souris, jusqu'à 100 000 Hz.

La figure 3.1 présente plusieurs applications médicales ou technologiques des ultrasons. L'échographie, dont le fonctionnement repose sur des ultrasons, permet de surveiller le développement du fœtus ou d'introduire de façon sécuritaire une seringue dans l'utérus (figure 3.1*a*). Le sonar, un instrument de repérage sous-marin utilisé notamment en écologie marine et en géologie, fonctionne selon le même principe (figure 3.1*b*). Tous deux émettent une onde sonore et en mesurent la réflexion, c'est-à-dire l'écho, afin de construire une image de ce qui a réfléchi l'onde. On emploie aussi des ondes de choc acoustiques pour briser les calculs rénaux, souvent appelés « pierres aux reins » (figure 3.1*c*) ou encore pour dissoudre une masse compacte obtenue par centrifugation dans un laboratoire de biochimie. En génie, la microscopie acoustique utilise des fréquences sonores jusqu'à 10^9 Hz qui, contrairement à la lumière, peuvent traverser les surfaces solides et former des images de leur structure ou de leurs défauts (figure 3.1*d*). Enfin, la focalisation d'ultrasons sur une tumeur osseuse, guidée au moyen de l'imagerie par résonance magnétique, est un traitement prometteur dont la première utilisation en Amérique ne remonte qu'à 2014 (figure 3.1*e*). ●

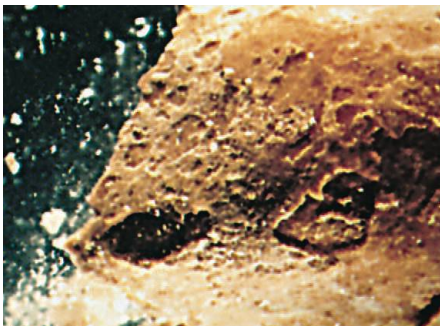
(*a*)



(*b*)



(*c*)



(*d*)

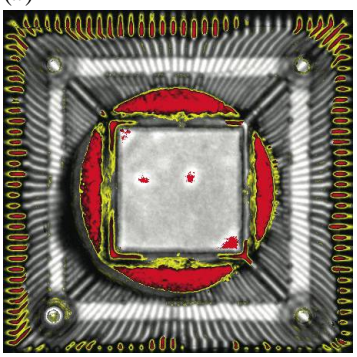


Image fournie par Sonoscan inc.

(*e*)

▲ Figure 3.1

Diverses applications des ultrasons. (*a*) Observation d'un fœtus par échographie. (*b*) Cartographie des fonds marins, repérage des animaux, etc., au moyen de sonars. (*c*) Destruction de calculs rénaux à l'aide d'ondes de choc acoustiques. (*d*) La microscopie acoustique utilise des fréquences sonores de 5×10^6 Hz à 400×10^6 Hz qui, contrairement à la lumière, peuvent traverser les surfaces solides et former des images de leur structure (ici, l'intérieur d'une micropuce). (*e*) Émetteur permettant de focaliser des ultrasons sur une tumeur osseuse en vue de la détruire.

Un modèle microscopique du son

Quand une onde mécanique se propage, les éléments du milieu subissent un déplacement. Dans le cas d'une onde sonore dans un fluide, chaque élément est un petit volume de fluide (et non une molécule). Pour comprendre le fonctionnement d'une onde sonore, nous allons construire un modèle microscopique du fluide.

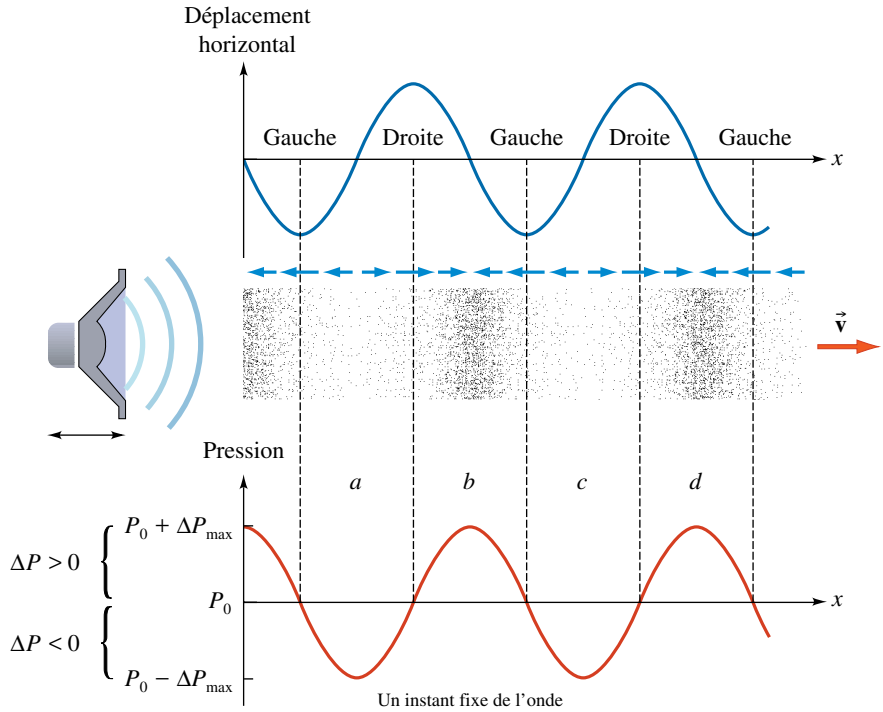
Considérons d'abord un fluide à l'équilibre. D'un point de vue macroscopique, sa pression et sa densité sont uniformes et il semble immobile. Néanmoins, d'un point de vue microscopique, on ne peut pas le représenter comme un ensemble de molécules immobiles. En effet, un tel modèle erroné ne pourrait pas expliquer que le fluide exerce une pression sur les surfaces avec lesquelles il est en contact. Un modèle adéquat considère que les molécules qui composent ce fluide sont *nécessairement* animées de mouvements aléatoires très rapides et subissent des collisions. La pression, propriété macroscopique, est alors expliquée comme l'effet *moyen* de cette agitation intense des molécules, propriété microscopique (voir le chapitre 18 du tome 1).

La « particule du milieu », qui oscille lors du passage d'une onde dans un fluide, doit donc être un élément de volume de ce fluide, assez petit pour que sa taille soit négligeable comparativement à l'amplitude et à la longueur d'onde, mais assez grand pour contenir des millions de molécules. En d'autres termes, c'est un large *groupe* de molécules qui oscille. Du point de vue d'une molécule, ce mouvement d'ensemble se superpose au mouvement aléatoire qui animait déjà cette molécule en l'absence d'onde.

Lors du passage d'une onde sonore, les oscillations d'un élément de volume du fluide sont tout à fait analogues à celles que subissaient les segments de corde étudiés au chapitre précédent, *sauf qu'elles sont longitudinales plutôt que transversales*. En effet, contrairement à une corde, un fluide n'offre qu'une résistance à la compression et non au cisaillement. En d'autres termes, un fluide a une réponse élastique si on le compresse, mais pas si on tente de le « tordre ». Comme une force de compression est parallèle à l'oscillation, elle transmet une onde longitudinale.

Les déplacements des éléments de volume donnent naissance à des fluctuations périodiques de la densité du fluide et donc de la pression. Dans le cas des ondes sonores se propageant dans l'air, les fluctuations de pression sont de l'ordre de 1 Pa (1 N/m^2), alors que la pression atmosphérique normale est de 101,3 kPa, soit environ 10^5 fois plus grande. Le milieu est donc très peu perturbé par le passage de l'onde. Dans ces conditions, on peut considérer que les ondes sonores sont des ondes linéaires, c'est-à-dire qu'elles obéissent au principe de superposition linéaire (voir la section 2.6).

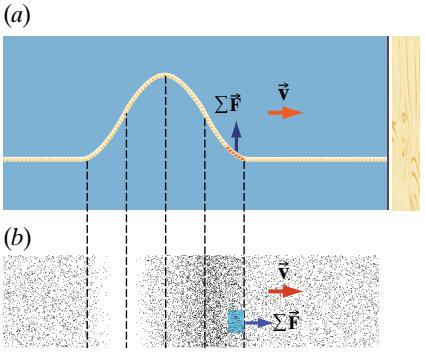
La figure 3.2 représente le cône d'un haut-parleur à l'extrémité gauche d'un tuyau ouvert. En se déplaçant vers l'avant, le cône produit une *compression*, c'est-à-dire une augmentation de pression au-dessus de la valeur d'équilibre P_0 (une variation $\Delta P > 0$, atteignant $\Delta P = \Delta P_{max}$). Lorsqu'il se déplace vers l'arrière, le cône produit une *raréfaction*, c'est-à-dire une diminution de pression par rapport à P_0 (une variation $\Delta P < 0$, atteignant $\Delta P = -\Delta P_{max}$). Des volumes de gaz adjacents pouvant exercer une force les uns sur les autres (ce qu'on explique par des collisions entre les nombreuses molécules qu'ils contiennent), ces compressions et ces raréfactions sont en mesure de se propager, formant une onde sonore le long du tuyau. N'oublions pas que c'est l'onde (c'est-à-dire la perturbation par rapport à l'équilibre), et non les éléments de volume, qui se déplace le long du tuyau. Après le passage de l'onde, le milieu retrouve sa position initiale d'équilibre.



▶ Figure 3.2

Un haut-parleur produit des compressions et des raréfactions dans l'air d'un tuyau. Les déplacements longitudinaux (à un instant fixe) sont représentés par les flèches et sont tracés sur le graphe du haut. Les fluctuations de pression au-dessus et au-dessous de la pression atmosphérique sont tracées sur le graphe du bas. On remarque qu'un point de déplacement nul correspond à une variation maximale de la pression et vice versa.

La figure 3.2 montre un «portrait» qui représente l'onde à un instant t donné; on y voit des points, comme b et d, vers lesquels les éléments de volume, donc les molécules, convergent, entraînant ainsi une élévation de la pression locale jusqu'à une valeur $P_0 + \Delta P_{max}$. Comme les déplacements de chaque côté de b et d sont de sens opposés, le déplacement est nul en ces deux points à l'instant illustré. De chaque côté des points a et c, les éléments de volume s'éloignent et le déplacement est donc également nul en ces points. La pression locale chute alors jusqu'à une valeur minimale $P_0 - \Delta P_{max}$. En général, les points où la variation de pression est maximale ($\pm\Delta P_{max}$) correspondent à un déplacement nul. Autrement dit, les fluctuations de pression sont déphasées d'un quart de cycle (90° ou $\pi/2$ rad) par rapport aux déplacements. L'inverse est également vrai: les points où la fluctuation de pression est nulle correspondent à des maxima ou à des minima du déplacement. À la section 3.6, nous démontrerons un lien entre l'amplitude de la variation de pression et l'amplitude du déplacement.



▲ Figure 3.3

Sous l'effet de la compression, l'élément de fluide en bleu subit une force résultante vers la droite. Sous l'effet de l'inclinaison de la corde, l'élément de corde plus foncé subit une force résultante vers le haut. Ces deux situations sont analogues. De plus, la raréfaction est analogue à la portion de corde dont la pente est de signe opposé.

Nous terminons avec une comparaison importante. La figure 3.3*a* montre une impulsion sonore formée d'une compression suivie d'une raréfaction et la figure 3.3*b*, une impulsion en crête dans une corde. En comparant ces deux figures, on voit que la variation de pression dans le fluide est analogue à la *pente* $\partial y/\partial x$ dans la corde et non au *déplacement* y de la corde. En effet, quand le début de la compression atteint un élément de volume du fluide, ce dernier subit une force résultante vers la droite, ce qui amorce un déplacement vers la droite; de même, quand la portion inclinée de la corde atteint un nouveau segment de corde, ce dernier subit une tension résultante vers le haut, ce qui amorce un déplacement vers le haut. Quand ΔP devient négatif, les éléments de fluide reviennent vers la gauche, mais leur déplacement par rapport à l'équilibre demeure positif; de même, quand la pente de la corde s'inverse, les éléments de corde redescendent, mais leur déplacement demeure positif. Il ne tiendrait pas la route de faire une comparaison directe entre la variation de pression dans le fluide et le déplacement dans la corde.

La vitesse du son dans l'air

À une température donnée, la vitesse de propagation du son* dans l'air ne dépend pas de la pression. Sa valeur en fonction de la température *absolue* T (mesurée en kelvins, K) peut être estimée par (voir l'exemple 17.8 du tome 1)

$$v \approx 20\sqrt{T} \qquad (3.1)$$

Pour trouver T, on ajoute 273° à la valeur de la température exprimée en degrés Celsius. Par exemple, à 20 °C, $T = 293$ K et on trouve $v = 20\sqrt{293} = 342$ m/s.

Exemple 3.1

On peut représenter le tympan humain comme un système bloc-ressort forcé où $m = 25$ mg et où la constante de rappel k est à déterminer. La température est de 25 °C. (a) Si le tympan répond à l'arrivée d'une onde sonore sinusoïdale pour laquelle $\lambda = 15$ cm, à quels mécanismes réels peut-on faire correspondre, dans le modèle, la force externe et l'amortissement ? (b) Si le tympan répond plutôt à un petit choc, on observe qu'il oscille à 1000 Hz, en perdant toute amplitude en quelques cycles. Estimer k. Quelle supposition faut-il faire ?

Solution

(a) L'onde sonore incidente a une vitesse $v \approx 20\sqrt{T} = 20\sqrt{298} = 345$ m/s. Sa fréquence est donc

$$f = v/\lambda = (345 \text{ m/s})/(0{,}15 \text{ m}) = 2300 \text{ Hz}$$

Sous l'effet de l'onde sonore, la pression dans le conduit auditif oscille à une fréquence de 2300 Hz. Le tympan subit donc une force externe périodique, exercée par l'air, dont la fréquence est de 2300 Hz. Une deuxième force externe est due au fait que la vibration du tympan entraîne le mouvement des osselets de l'oreille interne. Mais ce processus fait en sorte que le tympan cesse de vibrer dès qu'on supprime l'onde sonore : il correspond à l'amortissement.

(b) Quand une onde sonore est présente, elle détermine la fréquence d'oscillation du tympan. Mais quand le tympan subit un petit choc, on suppose qu'il oscille à sa fréquence de résonance $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. On a donc $k = 987$ N/m.

Nous avons aussi supposé que l'amortissement ne modifie la fréquence que de façon négligeable. En pratique, il faudrait supprimer les osselets pour mesurer la fréquence propre du tympan. ■

L'équation 3.1 est valable seulement lorsque les conditions d'utilisation de l'équation des gaz parfaits sont respectées. Nous montrerons plus loin (section 3.6) l'équation plus générale suivante, qui donne la vitesse des ondes longitudinales dans tout fluide dont la pression change peu lors du passage de l'onde :

(fluide) $$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \qquad (3.2a)$$

où ρ est la masse volumique du fluide et K est son module de compressibilité, défini au chapitre 14 du tome 1 par

$$K = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} \qquad (3.2b)$$

où $\Delta V/V$ est la variation relative de volume produite par la variation de pression ΔP. L'unité SI de K est le newton par mètre carré (N/m^2). Le signe négatif sert à rendre K positif puisqu'une variation positive de pression entraîne une variation négative du volume V. Le module de compressibilité caractérise l'« élasticité » d'un milieu compressible, tout comme le fait la constante de

* Pour ne pas alourdir le texte, nous utiliserons dorénavant dans ce chapitre l'expression « vitesse du son » pour désigner le module v de cette quantité.

rappel ($k = -\mathrm{d}F_{\mathrm{res}_x}/\mathrm{d}x$) pour un ressort (voir la section 1.2). On remarque que l'équation 3.2*a* a la même forme que celle qui donne le module de la vitesse des ondes transversales sur une corde, $v = \sqrt{F/\mu}$.

Exemple 3.2

Calculer le module de la vitesse de propagation des ondes longitudinales : (a) dans l'eau, sachant qu'à cette pression le module de compressibilité de l'eau est de $2{,}1 \times 10^9$ N/m^2 et que sa masse volumique est de 10^3 kg/m^3 ; (b) dans l'air à 1 atm, sachant que le module de compressibilité de l'air est $K = 1{,}41 \times 10^5$ N/m^2 et que sa masse volumique est de 1,29 kg/m^3.

Solution

(a) D'après l'équation 3.2*a*, on a

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{2{,}1 \times 10^9 \text{ N/m}^2}{10^3 \text{ kg/m}^3}} = 1{,}45 \times 10^3 \text{ m/s}$$

(b) Dans l'air

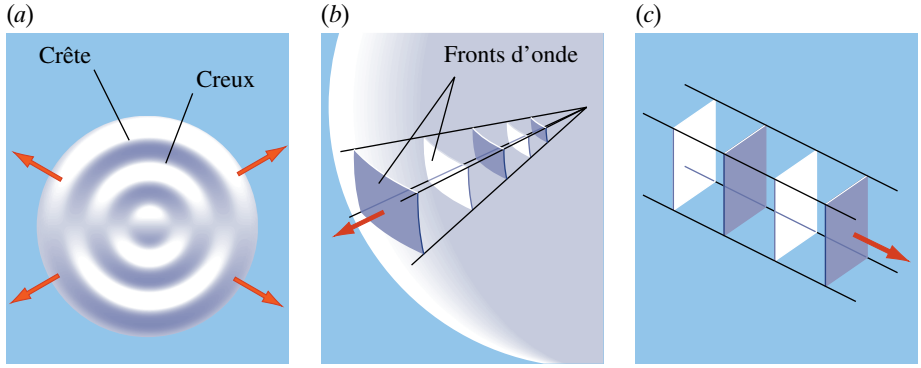
$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{1{,}41 \times 10^5 \text{ N/m}^2}{1{,}29 \text{ kg/m}^3}} = 331 \text{ m/s}$$

Le concept de front d'onde

Jusqu'à présent, nous avons considéré surtout des ondes en une dimension, comme les ondes dans des cordes ou les ondes sonores guidées par un tuyau. Toutefois, il arrive que des ondes puissent se propager en deux ou en trois dimensions, comme nous l'avons rapidement évoqué à la section 2.7. L'étude de tels cas sera facilitée par la présentation de la notion de front d'onde.

Pour comprendre en quoi consiste cette notion, considérons un exemple dans lequel on jette un caillou dans une mare : les ondes qui se propagent à partir du point d'impact sont circulaires (figure 3.4*a*). À un instant donné, la ligne continue qui joint tous les points de même déplacement, par exemple ceux d'une crête, forme un **front d'onde**. En général, *un front d'onde est un ensemble de points pour lesquels la fonction d'onde a la même phase.*

Les fronts des ondes produites par une source *ponctuelle*, qui émet des ondes dans toutes les directions, présentent un intérêt particulier. Dans ce cas, les fronts d'onde sont des surfaces *sphériques* ayant la source pour centre. La figure 3.4*b* représente une partie seulement de tels fronts d'onde. En un point très éloigné de la source ponctuelle, la courbure des fronts est faible et on peut les considérer comme des surfaces *planes* (figure 3.4*c*). Pour une onde périodique, si on ne représente que les fronts d'onde qui correspondent à des crêtes, la distance entre les fronts d'onde consécutifs est égale à une longueur d'onde. À la figure 3.4, on a représenté les crêtes et les creux ; donc, les fronts d'onde sont séparés par une distance $\lambda/2$.



▶ Figure 3.4

(*a*) Les fronts d'onde qui se propagent à la surface de l'eau sont des cercles. Comme l'onde se propage en deux dimensions, ces fronts d'onde sont en effet des *lignes*. (*b*) De petites sections des fronts d'onde sphériques produites par une source ponctuelle. Comme l'onde se propage en trois dimensions, ces fronts d'onde sont des *surfaces*, ici des sphères. (*c*) En un point éloigné de la source ponctuelle, les fronts d'onde deviennent des surfaces planes, ce qui caractérise une onde plane.

Comme le montre cette figure, le concept de front d'onde s'applique à toutes les ondes en deux ou trois dimensions, qu'il s'agisse de son ou non. Il s'applique aussi aux ondes électromagnétiques. Nous avions d'ailleurs déjà tracé des fronts d'onde à la figure 2.21 (p. 62).

3.2 LES ONDES SONORES STATIONNAIRES RÉSONANTES

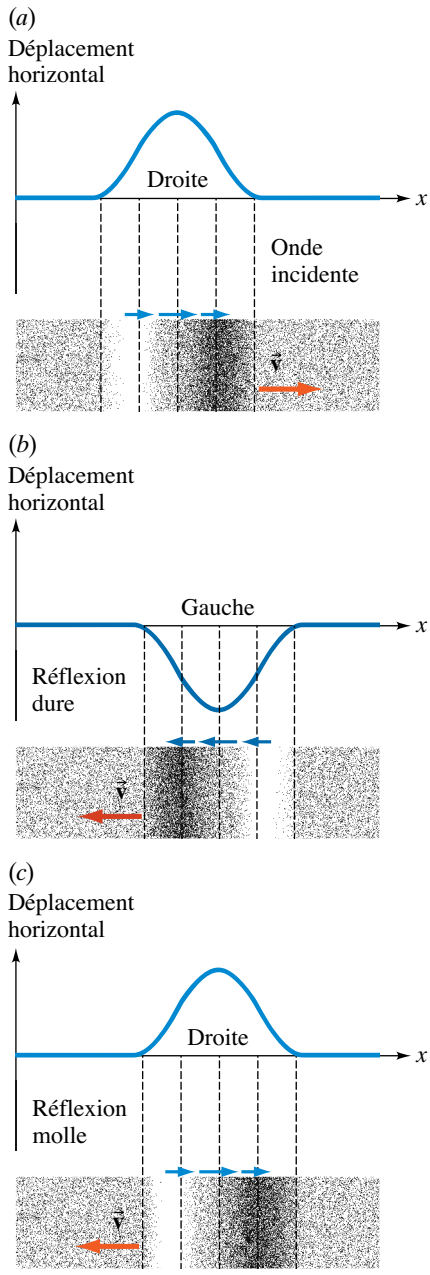
Nous avons vu au chapitre 2 que certains instruments de musique, comme la guitare et le violon, fonctionnent grâce à des ondes stationnaires résonantes sur des cordes. Ce sont les réflexions multiples se produisant à chacune des extrémités de la corde qui rendaient possible cette résonance, à la condition que le temps que nécessite l'onde pour aller et revenir le long de la corde corresponde à un multiple convenable de la période. De même, on peut observer des ondes stationnaires résonantes dans une colonne d'air, comme dans un tuyau d'orgue, dans une flûte et dans d'autres instruments à vent. Par analogie avec les instruments à cordes, nous en concluons que l'onde sonore se réfléchit aux extrémités d'un tuyau, qu'il s'agisse d'une extrémité fermée ou d'une extrémité ouverte, et que le temps que nécessite l'onde pour aller et revenir le long du tuyau doit correspondre à un multiple convenable de la période. Commençons par étudier plus en détail ces réflexions.

Les réflexions de l'onde sonore

La réflexion à une extrémité fermée devrait paraître tout à fait normale : si on pousse un cri dans un tunnel qui est fermé par un mur, un écho revient. Il peut sembler étonnant que le son se réfléchisse aussi lorsqu'il rencontre une extrémité ouverte, où il n'y a apparemment aucun obstacle, mais l'observation expérimentale montre effectivement que l'onde est partiellement réfléchie et partiellement transmise chaque fois qu'elle rencontre un changement brutal du diamètre du tuyau. Un tuyau dont le diamètre augmente brutalement est analogue à une corde dont la densité diminue brutalement (voir la figure 2.14, p. 57).

À une extrémité fermée, les éléments de volume du fluide ne peuvent subir un déplacement longitudinal, car ils sont bloqués par la paroi. Cette situation est analogue à ce qui se produit à l'extrémité *fixe* d'une corde et on s'attend donc à une *réflexion dure*, c'est-à-dire à une inversion du déplacement. Alors que l'inversion est transversale dans une corde, elle est longitudinale dans le cas d'une onde sonore. Par exemple, l'impulsion illustrée à la figure 3.5*a*, où les déplacements sont vers la droite, devient, après une réflexion dure, une impulsion où les déplacements sont vers la gauche (figure 3.5*b*). Puisque la direction de propagation est elle aussi inversée (l'onde réfléchie progresse vers la gauche), on a encore une compression qui précède une raréfaction*.

Comme dans le cas de la corde, on peut comprendre cette inversion du déplacement d'un point de vue dynamique, c'est-à-dire grâce aux forces exercées sur les masses qui composent le milieu de propagation : quand la compression progresse dans le tuyau, elle pousse sur les éléments de volume qui précèdent tout juste l'impulsion. Toutefois, quand cette compression atteint une extrémité



▲ Figure 3.5
Réflexion d'une onde sonore dans un tuyau. (*a*) Impulsion initiale. (*b*) Après une réflexion dure (à une extrémité fermée). (*c*) Après une réflexion molle (à une extrémité libre).

* On pourrait dire que l'onde « de pression » n'a pas subi d'inversion, mais c'est l'inversion des *déplacements* qui détermine que la réflexion est dure. Pour s'en convaincre, rappelons que la variation de pression dans une onde sonore est analogue à la pente de la corde dans une onde se propageant dans une corde. Or, lors d'une réflexion dure dans une corde, on constate aussi que le début de l'impulsion a la même pente $\partial y/\partial x$ avant et après la réflexion dure.

fermée, les molécules ne peuvent traverser la paroi et la pression augmente davantage. Cet excès de pression cause l'émission d'une compression en sens inverse dans le tuyau.

Si l'impulsion incidente est plutôt constituée de déplacements vers la gauche, elle donne une impulsion réfléchie avec des déplacements vers la droite. En effet, l'impulsion initiale débute par une raréfaction qui, en progressant dans le tuyau, tire sur les éléments de volume qui la précèdent tout juste. Quand cette raréfaction atteint l'extrémité fermée, la pression diminue davantage, car il n'y a plus d'éléments de volume sur lesquels tirer. C'est pourquoi, lors d'une réflexion dure, une raréfaction est aussi réfléchie sous forme de raréfaction.

À une extrémité ouverte, la situation est équivalente à celle d'une corde dont l'extrémité est *libre*. En effet, les éléments de volume sont libres d'osciller le long du tuyau. On s'attend donc à une *réflexion molle* : l'impulsion illustrée à la figure 3.5*a*, où les déplacements sont vers la droite, est réfléchie sous forme d'une impulsion où les déplacements sont encore vers la droite (figure 3.5*c*). Puisque l'onde réfléchie se propage vers la gauche, on y trouve maintenant une raréfaction qui précède une compression*.

Sur le plan dynamique, quand une compression atteint une extrémité ouverte, les éléments de volume qu'elle pousse peuvent fuir dans plusieurs directions (car il n'y a plus de tuyau pour restreindre leur mouvement) et la pression chute donc davantage qu'à un point situé dans le tuyau. Cette baisse soudaine de pression cause une raréfaction qui tire sur les éléments de volume dans le tube et amorce l'impulsion réfléchie. La compression est donc réfléchie sous forme de raréfaction par une extrémité ouverte. De même, quand une raréfaction parvient à une extrémité ouverte, elle peut tirer sur plus d'éléments de volume et la pression augmente donc davantage, ce qui cause une compression qui se propage dans le tuyau.

De nombreux instruments de musique utilisent le phénomène de résonance d'une colonne d'air.

Les instruments à vent qui utilisent ces réflexions pour produire des ondes sonores résonantes ne sont pas tous fabriqués de la même façon. Aussi, nous distinguerons deux types de tuyaux : dans un **tuyau ouvert**, les deux extrémités sont ouvertes, alors que, dans un **tuyau fermé**, seulement une extrémité est ouverte.

Aucun instrument n'utilise un tuyau fermé aux deux bouts, car l'onde sonore doit se propager hors du tuyau pour parvenir à nos oreilles. Dans le sujet connexe à la fin de cette section, nous verrons que le conduit auditif peut être modélisé comme un tuyau fermé, mais pas la cochlée, une autre partie de l'oreille humaine. Il se forme aussi des ondes stationnaires résonantes dans le larynx, qui contient les cordes vocales.

Il existe plusieurs moyens de créer des ondes stationnaires résonantes dans des tuyaux. Le plus simple consiste à rapprocher de l'extrémité ouverte un diapason ou un haut-parleur qui vibre. Dans certains instruments à vent, une anche vibrante ou la lèvre du musicien sert de source. De l'air soufflé *transversalement* par rapport à l'extrémité ouverte d'un tuyau fait aussi vibrer la colonne d'air dans un mode d'oscillation propre. Cette propriété est utilisée dans la flûte et dans les tuyaux d'orgue. Évidemment, un instrument de musique a typiquement une forme plus complexe que celle d'un simple tuyau et la description des mouvements résonants de l'air qui s'y produisent peut nécessiter un modèle très élaboré. Toutefois, en utilisant le modèle du tuyau pour représenter un

* Cette fois, il y a inversion de l'onde « de pression », mais c'est l'absence d'inversion des *déplacements* qui détermine que la réflexion est molle. Dans une corde, on observe aussi que le bord d'attaque de l'impulsion a une pente $\partial y/\partial x$ de signe opposé après une réflexion molle.

instrument de musique quelconque, on peut prédire un bon nombre de résultats fidèles à l'expérience, comme nous le verrons ci-dessous.

Les tuyaux fermés

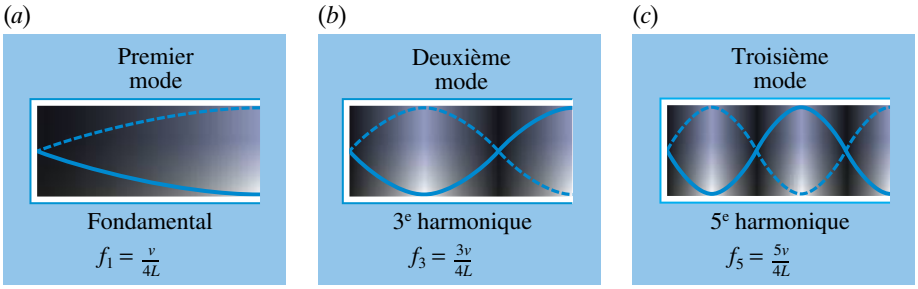
Un tuyau fermé comportant une extrémité fermée et une extrémité ouverte, ses modes de vibration propres sont analogues à ceux d'une corde dont une extrémité est fixe et l'autre, libre. La correspondance est encore meilleure si on fait l'approximation que l'onde sonore est entièrement (et non partiellement) réfléchie à l'extrémité ouverte (nous avions fait la même approximation à la figure 2.30, p. 70). Chaque extrémité correspond ainsi soit à un nœud, soit à un ventre, et on peut donc utiliser l'approche des conditions aux limites, comme on l'a fait à la fin de la section 2.9.

À la figure 3.6, le déplacement des éléments de volume est représenté par les flèches continues à $t = 0$ et par les flèches en pointillé à $t = T/2$, T étant la période. À l'extrémité fermée, le déplacement est toujours nul ; il s'agit donc d'un nœud de déplacement, tout comme l'extrémité fixe d'une corde. Nous avons vu à la section précédente que cela correspond à un ventre de pression, car la pression et le déplacement sont déphasés d'un quart de cycle. (À l'instant représenté à la figure 3.6*a*, la pression est maximale à l'extrémité fermée. Une demi-période plus tard, la densité et la pression seront minimales.) À l'extrémité ouverte, les éléments de volume sont libres d'osciller le long du tuyau ; donc, c'est un ventre de déplacement. Cela équivaut à un nœud de pression (dans l'hypothèse d'une réflexion pure, ce point reste à la pression atmosphérique puisqu'il est en contact avec l'air libre).

Le mode fondamental est obtenu pour $L = \lambda/4$ (figure 3.7*a*), ce qui correspond à $f_1 = v/(4L)$, où L est la longueur du tuyau. On peut facilement construire les harmoniques supérieurs en se rappelant que l'extrémité fermée est un nœud de déplacement, alors que l'extrémité ouverte est un ventre de déplacement. Comme le montre la figure 3.7, qui se compare à la figure 2.30 (p. 70), un mode dont la fréquence serait un multiple pair de la fréquence fondamentale ne pourrait *pas* présenter à la fois un nœud de déplacement à une extrémité et un ventre de déplacement à l'autre extrémité. Un tuyau fermé ne peut donc admettre que les harmoniques *impairs* :

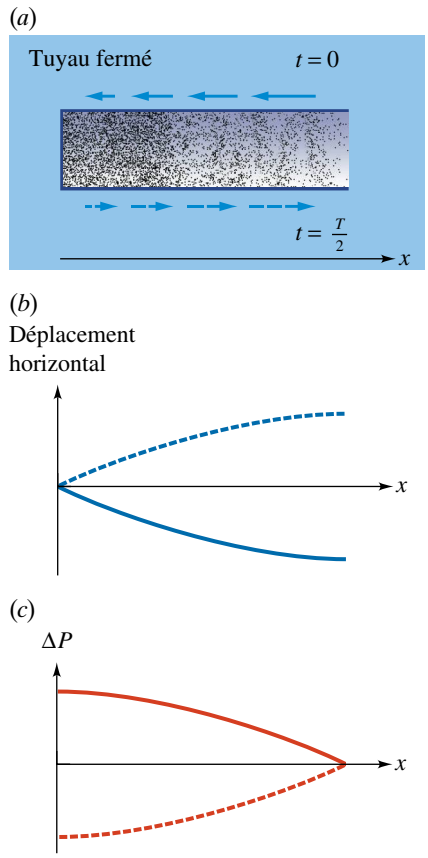
Fréquences de résonance d'un tuyau fermé

$$f_n = \frac{nv}{4L} \qquad (n = 1, 3, 5, \ldots) \quad (3.3)$$



▲ Figure 3.7

Les trois premiers modes de résonance dans un tuyau fermé de longueur L. Pour chaque mode, on a superposé l'équivalent des parties (*a*) et (*b*) de la figure 3.6. Les courbes continues et en pointillé représentent les déplacements longitudinaux à une demi-période d'intervalle.



▲ Figure 3.6

(*a*) Le mode fondamental dans un tuyau fermé. L'extrémité fermée est un nœud de déplacement et un ventre de pression. Les particules illustrées correspondent aux déplacements représentés par les flèches pleines ; les flèches en pointillé montrent ce que serait le déplacement à $t = T/2$. (*b*) Déplacement des éléments de volume. (*c*) Variation de la pression en fonction de la position x dans le tuyau. Les courbes continues décrivent la situation à $t = 0$; celles en pointillé, la situation à $t = T/2$.

Les tuyaux ouverts

Le fait de savoir que chaque extrémité ouverte est un ventre de déplacement nous permet de tracer d'emblée les différents modes d'un tuyau ouvert (figure 3.8). On remarque que la fréquence fondamentale d'un tuyau ouvert est le double de celle d'un tuyau fermé de même longueur. Dans un tuyau ouvert, *tous* les harmoniques sont possibles :

Fréquences de résonance d'un tuyau ouvert

$$f_n = \frac{nv}{2L} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots) \quad (3.4)$$

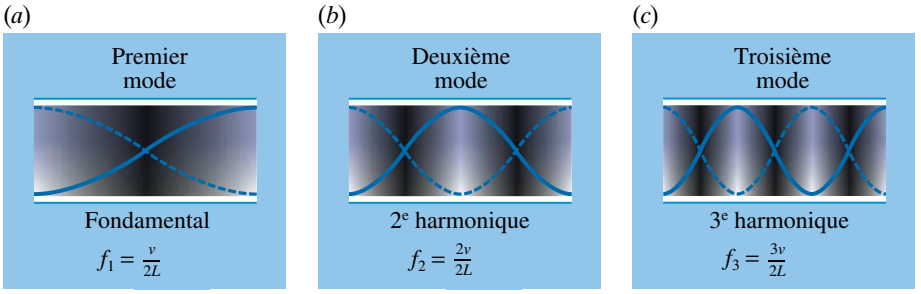


Figure 3.8
Les trois premiers modes de résonance dans un tuyau ouvert de longueur L. Les courbes continues et en pointillé représentent les déplacements longitudinaux à une demi-période d'intervalle.

Différence entre « harmonique » et « mode de vibration »

Lorsqu'on étudie les tuyaux ouverts et fermés, il est important de bien faire la distinction entre « harmonique » et « mode ». Le numéro d'un harmonique correspond au rapport entre la fréquence de l'harmonique et la fréquence fondamentale, tandis que les modes sont numérotés successivement à partir de 1. Ainsi, la figure 3.7*c* illustre le *troisième* mode du tuyau fermé, qui correspond au *cinquième* harmonique. On remarque que le cas du tuyau ouvert est plus simple (figure 3.8), car le numéro du mode correspond au numéro de l'harmonique.

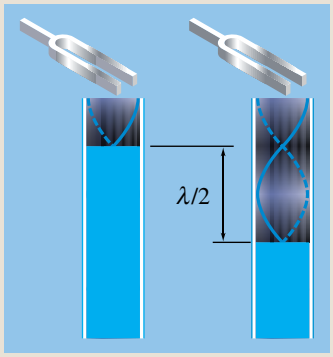
Les ondes stationnaires résonantes dans un tuyau s'atténuent plus facilement que celles dans une corde si l'on supprime la source d'excitation. Cela est principalement dû au fait que la réflexion aux extrémités ouvertes d'un tuyau n'est que partielle.

Un des défauts du modèle que nous venons de construire est de présupposer que la réflexion à une extrémité ouverte est pure et qu'elle a lieu précisément à cette extrémité. En mesurant expérimentalement les fréquences de résonance de tuyaux de différents diamètres, on voit pourtant qu'elles sont toujours légèrement inférieures aux fréquences prédites par les équations 3.3 et 3.4 et que cet écart croît quand le tuyau a un plus grand diamètre. Cela indique que la « longueur effective » des tuyaux est supérieure à leur longueur réelle, donc que la réflexion doit se produire légèrement à l'extérieur du tuyau. Cette idée n'est pas difficile à comprendre puisque la réflexion est expliquée par une interaction entre l'air du tuyau et l'air hors du tuyau. On peut obtenir la longueur effective d'un tuyau en ajoutant à sa longueur réelle une fraction (0,61) du rayon r de chaque extrémité ouverte.

Exemple 3.3

On fait varier la longueur d'une colonne d'air en modifiant le niveau d'eau dans un tuyau (figure 3.9). On place un diapason vibrant directement au-dessus de l'extrémité ouverte. Pendant que le niveau d'eau baisse,

on entend une première résonance lorsque la hauteur de la colonne d'air est égale à 18,9 cm et une deuxième à 57,5 cm. Quelle est la fréquence du diapason ? On suppose que le module de la vitesse du son est 340 m/s.



◀ Figure 3.9
Un diapason placé devant l'extrémité ouverte d'un tuyau. On fait varier la longueur de la colonne d'air en modifiant le niveau d'eau. Le mode fondamental pour une longueur donnée d'une colonne d'air a la même fréquence que le deuxième mode d'une longueur différente (supérieure d'une demi-longueur d'onde).

Solution

On nous donne le mode fondamental et le deuxième mode (troisième harmonique) d'un tuyau fermé (figure 3.9). On pourrait calculer la fréquence *approchée* du diapason en utilisant l'équation 3.3.

En effet, dans la première situation (figure de gauche), on a, avec $n = 1$,

$$f = \frac{nv}{4L} = \frac{1 \times 340 \text{ m/s}}{4 \times 0{,}189 \text{ m}} = 450 \text{ Hz}$$

On peut aussi trouver la réponse approchée en considérant la deuxième situation (figure de droite) où $n = 3$:

$$f = \frac{nv}{4L} = \frac{3 \times 340 \text{ m/s}}{4 \times 0{,}575 \text{ m}} = 443 \text{ Hz}$$

Si les deux réponses ne concordent pas parfaitement, c'est que les données de l'exemple font référence à une situation réelle où l'extrémité ouverte du tuyau ne correspond pas exactement à un ventre de déplacement. Une solution plus précise consistera à utiliser le fait que la différence des longueurs mesurées correspond exactement à une demi-longueur d'onde du son. ■

Ainsi,

$$\lambda = 2(57{,}5 \text{ cm} - 18{,}9 \text{ cm}) = 77{,}2 \text{ cm}$$

et la fréquence du diapason vaut

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340 \text{ m/s}}{0{,}772 \text{ m}} = 440 \text{ Hz}$$

(Vous ne devrez pas vous préoccuper des corrections d'extrémités dans les exercices ni dans les problèmes, à moins que la question ne soit expressément posée.)

Exemple 3.4

Le conduit auditif d'une oreille a une longueur de 2,5 cm. Estimer la fréquence de son mode fondamental à une température de 20 °C.

Solution

Le conduit auditif est ouvert vers l'extérieur, mais il est fermé à l'autre extrémité par le tympan. On doit donc le modéliser comme un tuyau fermé. On néglige le fait qu'il n'est pas rectiligne et que sa section n'est pas parfaitement uniforme. ■

Pour un tuyau fermé, $\lambda_1 = 4L = 10{,}0$ cm. À 20 °C, la vitesse du son est de 342 m/s (voir la section 3.1). Ainsi, la fréquence du mode fondamental est

$$f_1 = v/\lambda_1 = 3420 \text{ Hz}$$

Cette fréquence est proche de celle à laquelle la sensibilité de l'oreille est maximale. (On obtient une fréquence encore plus proche si on tient compte du fait que la partie la plus étroite du pavillon prolonge un peu la longueur du conduit auditif.) En créant une résonance, le canal auditif agit comme un amplificateur qui maximise les variations de pression là où se situe le tympan (rappelons que le fond du tuyau est un ventre de pression). Le sujet connexe ci-dessous revient sur le fonctionnement de l'oreille.

Exemple 3.5

Quand on prononce un son « e » prolongé, le larynx et la bouche forment un tuyau de section relativement uniforme et d'une longueur de 14 cm. Quelle est la fréquence de cette voyelle ?

Solution

L'extrémité correspondant à la bouche est évidemment ouverte alors que celle correspondant au larynx est en grande partie obstruée par les cordes vocales (voir le sujet connexe ci-dessous). On représente donc l'ensemble « larynx et bouche » comme un tuyau fermé. ■

La longueur d'onde au mode fondamental est

$$\lambda = 4L = 56 \text{ cm}$$

La fréquence est donc

$$f = v/\lambda = (340 \text{ m/s})/(0{,}56 \text{ m}) = 607 \text{ Hz}$$

SUJET CONNEXE

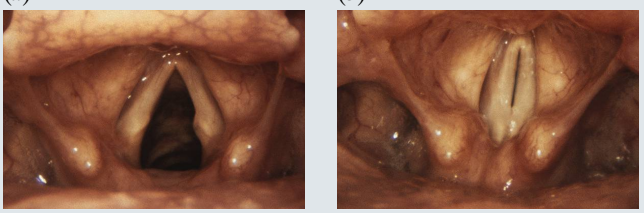
La parole et l'ouïe

Nous allons maintenant aborder le fonctionnement de la parole et de l'ouïe chez l'être humain. Nous verrons notamment qu'en première approximation, il est possible de comparer le larynx et le conduit auditif à des instruments à cordes ou à vent puisqu'ils utilisent des ondes sonores stationnaires résonantes. Nous verrons aussi comment l'oreille peut « décoder » les fréquences qui composent un son. Ce sujet connexe comporte deux parties : d'abord la parole, ensuite l'ouïe.

La parole

Dans le discours populaire, le fait de parler ou de chanter est associé aux *cordes vocales*. Il s'agit de deux petits replis, situés de part et d'autre du larynx, qui sont plaqués contre les parois lors de la respiration (figure 3.10*a*), mais obstruent presque tout le conduit lorsqu'on parle (figure 3.10*b*). On dit qu'ils sont alors respectivement en position de *séparation* et de *rapprochement*.

(*a*) (*b*)



▲ **Figure 3.10**

Les cordes vocales, ou *plis vocaux*, comme on les voit grâce à un instrument optique introduit par la bouche ou par le nez (*a*) en position *séparée*, pendant la respiration ; (*b*) en position *rapprochée*, pendant la parole.

Les muscles qui contrôlent les cordes vocales peuvent, lors de l'expiration, les faire passer de la position séparée à la position rapprochée, mais ils peuvent aussi les tendre à des degrés divers. Ainsi, on peut en première approximation les modéliser comme deux cordes identiques dans lesquelles la tension est variable. Quand les cordes vocales sont en position de rapprochement, le passage de l'air entre elles lors de l'expiration excite leur mode fondamental de vibration. Comme leur longueur L est approximativement fixe chez un individu, la longueur d'onde du mode fondamental est toujours $\lambda_1 = 2L$; cependant, la tension variable permet d'ajuster la fréquence correspondante. La fréquence d'oscillation peut ainsi prendre des valeurs de 100 Hz à 400 Hz environ. Cette plage de fréquence varie légèrement d'un individu à l'autre, surtout si on compare les hommes avec les femmes, car la longueur de leurs cordes vocales diffère, de même que leur densité (voir l'exemple 2.10 ou l'exercice E79 du chapitre 2). Les harmoniques de la fréquence fondamentale peuvent atteindre 8000 Hz.

Ce modèle où on représente les cordes vocales comme des cordes tendues, bien qu'il donne plusieurs résultats valables, présente des limites. Par exemple, le fait de retirer l'une des cordes vocales ne changerait rien à la vibration de l'autre, ce qui ne correspond pas du tout à la réalité. Un meilleur modèle consiste à traiter chacune des deux cordes vocales comme un système bloc-ressort. Quand les cordes vocales sont en position rapprochée, les ressorts compressent les deux blocs l'un contre l'autre. La pression de l'air provenant des poumons peut distancer momentanément ces blocs, permettant ainsi le passage d'une bouffée d'air. Les blocs se referment ensuite et le processus se répète, ce qui permet de produire des bouffées d'air à une fréquence fondamentale située entre 100 Hz et 400 Hz. Ces bouffées contiennent des harmoniques supérieurs de cette fréquence. Dans le modèle où les cordes vocales sont représentées comme des cordes fixées aux extrémités, le rôle des muscles du larynx est de tendre ces cordes ; ils agissent donc *parallèlement* aux cordes vocales. Dans le modèle où les cordes vocales sont représentées comme des systèmes bloc-ressort, le rôle de ces muscles est d'augmenter la constante de rappel des ressorts ; ils agissent donc aussi selon une composante *perpendiculaire* aux cordes vocales. Cela représente mieux l'ensemble des rôles que peuvent jouer les muscles du larynx.

Quel que soit le modèle utilisé, il est clair que les cordes vocales vibrent à une fréquence entre 100 Hz et 400 Hz, alors que nous pouvons produire des sons à une fréquence bien plus élevée. Pour comprendre comment, nous pouvons comparer notre « instrument vocal » à un instrument de musique à cordes, comme un violon. Si on suspend une corde de violon à un crochet et qu'on y établit une tension en accrochant une masse à son autre extrémité, la faire vibrer ne produira pas vraiment le son d'un violon. De façon similaire, les cordes vocales ne sont *pas* les seules causes du son que nous produisons en parlant ou en chantant.

Les cordes d'un violon communiquent leur vibration au bois de la caisse de résonance (figure 3.11). Bien que cette dernière ait ses propres caractéristiques de résonance, elle vibre à la même fréquence que la force externe exercée par la corde vibrante (voir la section 1.6). C'est la vibration de la caisse de résonance, beaucoup plus volumineuse que la corde, qui se communique efficacement à l'air environnant et fait qu'on peut entendre

▲ Figure 3.11

Le chevalet transmet directement la vibration des cordes à la caisse de résonance.

l'instrument à grande distance. Il en va de même des cordes vocales, dont les vibrations se communiquent aux parois de nombreuses cavités corporelles : le larynx, la trachée, la gorge, la bouche, la cavité nasale, les sinus, etc. On peut facilement en faire l'expérience en produisant un son de très basse fréquence et en constatant que la vibration peut se propager facilement jusqu'à notre poitrine ou jusqu'à nos joues.

Bien que des musiciens de rue puissent faire la preuve qu'un simple bidon vide peut constituer une caisse de résonance rudimentaire, celle d'un violon est plus élaborée : sa forme, son matériau et les obstacles qu'elle comporte favorisent l'apparition de plusieurs harmoniques de la fréquence jouée. Cette caisse détermine donc le timbre particulier de l'instrument. De façon similaire, les cavités corporelles entrent en résonance à des fréquences différentes, si bien qu'elles peuvent amplifier certaines fréquences au détriment des autres et modifier le timbre de la voix. La forme qu'on donne à ces cavités, en particulier à la bouche, permet de contrôler leurs fréquences de résonance.

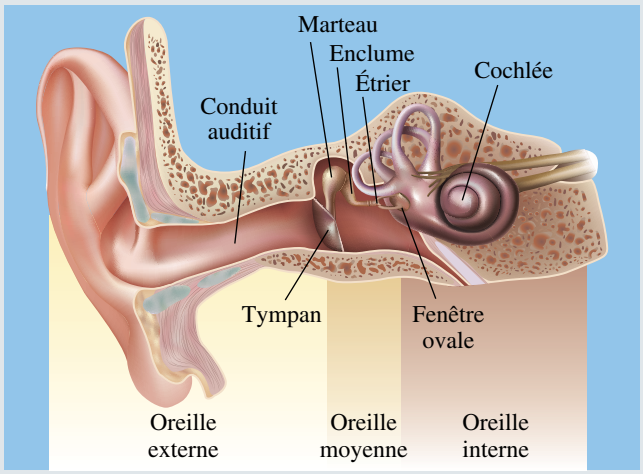
Tout ce processus se déroule inconsciemment lorsque nous parlons, mais il est d'un intérêt fondamental pour les chanteurs d'opéra, qui doivent être en mesure de produire des fréquences précises avec une grande intensité. Lorsqu'ils chantent, ces experts sont attentifs aux vibrations des parois solides de leurs cavités corporelles, par exemple celles du palais de leur bouche.

À l'adolescence, il se produit, surtout chez les garçons, un changement manifeste de la voix qu'on appelle la *mue*. De l'âge de 12 ans à l'âge de 18 ans, le volume du larynx des garçons augmente de 60 %, ce qui abaisse sa fréquence de résonance. De plus, les cordes vocales, très courtes chez les enfants, s'allongent et s'épaississent chez les adultes, ce qui diminue aussi leur fréquence de résonance.

L'ouïe

La parole serait inutile si l'être humain était incapable d'entendre. Aussi, nous allons maintenant étudier le fonctionnement de l'oreille et constater que celui-ci fait appel à de nombreux concepts de ce chapitre.

L'oreille humaine se divise en trois régions (figure 3.12). L'oreille externe comprend les parties visibles, le canal auditif et se termine par une membrane appelée *tympan*. Derrière ce dernier se trouve l'oreille moyenne, qui contient trois osselets dont les noms évoquent la forme : le marteau, l'enclume et l'étrier. Enfin, l'oreille interne contient tous les éléments situés derrière une membrane appelée *fenêtre ovale*. La *cochlée* a pour rôle de séparer toutes les fréquences qui composent un son donné et d'encoder chacune sous forme d'influx nerveux. L'oreille interne contient aussi des dispositifs qui ne jouent aucun rôle dans l'ouïe.



▲ Figure 3.12

L'oreille humaine comprend trois régions, l'oreille externe, l'oreille moyenne et l'oreille interne, délimitées par deux membranes, le tympan et la fenêtre ovale.

Suivons maintenant le parcours d'un son, par exemple une note de piano, au cours de son périple dans l'oreille. Le son entre d'abord en contact avec l'oreille externe, alors que le pavillon le dirige vers le canal auditif. Le son qui pénètre dans le canal auditif et qui est réfléchi sur le tympan ne ressort pas complètement : à l'extrémité ouverte, il est partiellement réfléchi à nouveau vers le tympan. Le canal auditif a donc pour effet d'amplifier légèrement le son, surtout si la fréquence de ce dernier est proche de la fréquence de résonance du canal auditif, de l'ordre de 3,5 kHz (voir l'exemple 3.4). Cette fréquence est en plein centre de l'intervalle de fréquences qu'on utilise au cours d'une conversation, l'oreille ayant évolué pour y avoir une meilleure sensibilité.

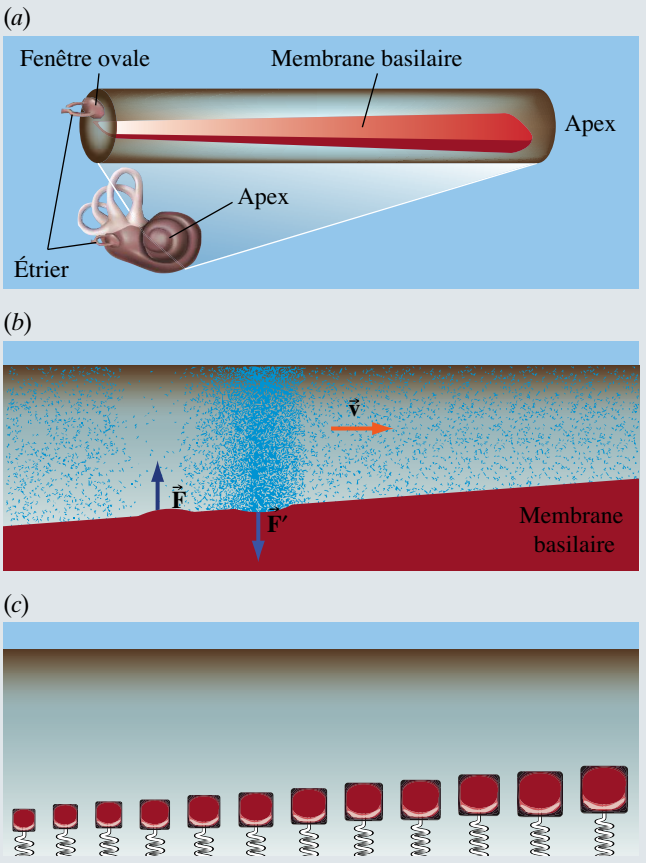
En gros, le rôle de l'oreille interne se résume à transmettre les vibrations d'une membrane, le tympan, à une autre

►►►

membrane, la fenêtre ovale. On pourrait penser qu'il serait plus efficace que le canal auditif soit relié directement à l'oreille interne par une seule membrane, mais l'oreille moyenne est essentielle, et ce, pour deux raisons. Premièrement, le canal auditif est rempli d'air, alors que l'oreille interne contient du liquide. Le liquide étant nettement plus dense que l'air, la transmission partielle à l'interface air-liquide serait très faible : la majorité de la puissance sonore serait réfléchie au lieu d'entrer dans l'oreille interne. Deuxièmement, l'oreille moyenne joue un rôle d'amplification : la surface du tympan étant 20 fois plus grande que celle de la fenêtre ovale, une même force entraîne des variations de pression 20 fois plus grandes derrière la fenêtre ovale. En fait, grâce à un effet de levier dû à la rotation du marteau autour d'un point qui ne passe pas par son centre, la force elle-même est légèrement amplifiée.

Enfin, l'oscillation de la fenêtre ovale fait pénétrer le son dans la cochlée, où son intensité est environ 40 fois ce qu'elle était au contact du pavillon. La figure 3.13*a* illustre la cochlée « déroulée », ce qui permet une meilleure visualisation sans rien changer à l'analyse. Contrairement au canal auditif, la cochlée ne forme *pas* d'ondes stationnaires résonantes. Si elle fonctionnait de cette façon, on ne pourrait entendre que les fréquences qui correspondraient à ses harmoniques ! Pour expliquer son fonctionnement, ce qui valut en 1961 un prix Nobel au biophysicien Georg von Békésy (1899-1972), il faut plutôt se représenter la cavité située derrière la fenêtre ovale comme un tuyau le long duquel se propage une onde *progressive*. Bien que cette onde progressive soit longitudinale, les variations de pression qu'elle occasionne se font aussi sentir sur les parois du tuyau (figure 3.13*b*). Or, l'une de ces parois est relativement molle : c'est la *membrane basilaire*. Comme le montre notre modèle de la cochlée « déroulée », cette membrane est disposée parallèlement à la direction de l'onde sonore et non pas perpendiculairement, comme c'était le cas du tympan ou de la fenêtre ovale. (La cavité située sous la membrane basilaire est ignorée dans notre analyse et permet à l'onde progressive de revenir.)

Voyons maintenant comment la cochlée peut distinguer les différentes fréquences que contient le son qui a pénétré dans l'oreille. La clé est que la membrane basilaire est *de plus en plus épaisse*, donc de plus en plus dense, à mesure qu'on s'éloigne de la fenêtre ovale. En première approximation, on peut donc modéliser cette membrane comme une succession de systèmes bloc-ressort dont les blocs ont une masse croissante (figure 3.13*c*). Quand l'onde progresse parallèlement à la rangée de « blocs », la pression exercée sur ces derniers les fait osciller. Or, plus on s'éloigne de la fenêtre ovale et plus les systèmes bloc-ressort ont une faible fréquence de résonance $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ (voir la section 1.6).



▲ **Figure 3.13**

(*a*) Quand on la « déroule », la cochlée prend la forme d'un long tuyau dont la paroi inférieure est la membrane basilaire. (*b*) Quand une onde progressive circule dans la cochlée, les variations de pression se font sentir aussi sur les parois, dont la membrane basilaire. (*c*) La membrane basilaire peut être vue comme une succession de systèmes bloc-ressort dont la masse est de plus en plus grande.

Pour un son d'une fréquence donnée, il y a donc *un seul bloc* qui entre en résonance. Si un son contient plusieurs fréquences, chaque composante de fréquence fait vibrer davantage le bloc qui lui correspond. Dans chaque élément de la membrane basilaire (chaque « bloc ») se trouvent des cellules spécialisées qui déclenchent des influx nerveux en réponse à la vibration. Dans le cerveau, le cortex auditif reçoit donc une information distincte pour la vibration de chaque « bloc » de la membrane basilaire, soit pour chaque fréquence que contient le son.

En terminant, soulignons qu'il est fascinant de constater que des capacités primitives, comme la sensibilité des bactéries aux vibrations, ont pu évoluer jusqu'à l'apparition d'organes aussi complexes que le larynx et les oreilles. Par exemple, chez nos ancêtres reptiliens les plus immédiats, la transmission des sons se faisait par l'intermédiaire des mâchoires. Or, l'étude de fossiles révèle que certains os de leurs mâchoires sont les ancêtres des osselets de nos oreilles internes.

3.3 L'EFFET DOPPLER

La fréquence du son détermine sa *hauteur*, c'est-à-dire à quel point il semble aigu à l'oreille. Quand une source sonore est en mouvement ou quand l'observateur qui écoute le son est en mouvement, la fréquence entendue est différente de celle qu'il perçoit en l'absence de mouvement. Cette disparité de fréquences, qui a un effet sur la hauteur du son, s'appelle l'**effet Doppler**.

Ce phénomène meuble la vie quotidienne. Par exemple, il se manifeste clairement lors du passage d'une voiture de course au bruyant moteur : le son étant plus aigu pendant l'approche de la voiture et plus grave pendant son éloignement, on entend un caractéristique « iiiii-onnnnn » lors de la transition brusque entre l'approche et l'éloignement.

Le nom d'effet Doppler a été donné en hommage à Christian Doppler (1803-1853), qui publia en 1842 un article dans lequel il essayait d'établir un lien entre les couleurs des étoiles et leur mouvement. (Dans le cas de la lumière, la fréquence détermine la couleur, comme nous le verrons au prochain chapitre.) Son modèle était erroné, car il ne tenait pas compte des effets de la relativité (voir la section 8.8), mais il est valable pour les ondes *mécaniques*.

Doppler ayant suggéré que son modèle pourrait s'appliquer aux ondes sonores, Christophorus Buys Ballot (1817-1890) le mit à l'épreuve en 1845. Pour ce faire, il disposa un groupe de musiciens à intervalles réguliers le long d'une voie de chemin de fer alors qu'un autre groupe se déplaçait à bord d'un wagon découvert. Il demanda à chacun des groupes d'estimer la hauteur des notes jouées à la trompette par l'autre groupe. Ainsi, les musiciens étaient en mesure d'évaluer les fréquences des notes entendues et observèrent qu'elles ne correspondaient effectivement pas à celles des notes jouées !

Pour décrire quantitativement l'effet Doppler, nous allons maintenant démontrer des équations qui sont valables en une dimension, c'est-à-dire quand la source se dirige en ligne droite vers l'observateur ou parfaitement en sens inverse. Pour ce faire, nous utiliserons les symboles suivants pour désigner les modules des différentes vitesses : v = vitesse de propagation du son, v_S = module de la vitesse de la source et v_O = module de la vitesse de l'observateur. Toutes ces vitesses sont mesurées *par rapport à l'air*, mais nous allons supposer, sauf mention contraire, que l'air est au repos par rapport au sol, de sorte que les vitesses peuvent être mesurées par rapport au sol. Notre étude se limite aux situations pour lesquelles $v_S < v$ et $v_O < v$.

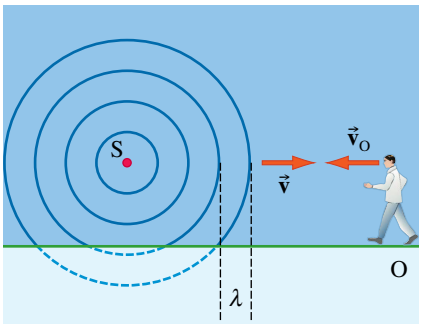
Si la source et l'observateur sont au repos, la fréquence et la longueur d'onde ont leurs valeurs normales, f et λ, liées entre elles par la vitesse du son :

$$\lambda = v/f = vT$$

Si la source ou l'observateur est en mouvement, la fréquence entendue est différente de la fréquence de vibration de la source et sera notée avec le symbole f'. Nous verrons que la valeur de f' dépend séparément de la vitesse de la source et de celle de l'observateur, et non de leur seule vitesse relative. En effet, puisque la vitesse du son est mesurée par rapport à l'air, le milieu (l'air) sert de référentiel « absolu » qui nous permet de faire la distinction entre le mouvement de la source et le mouvement de l'observateur.

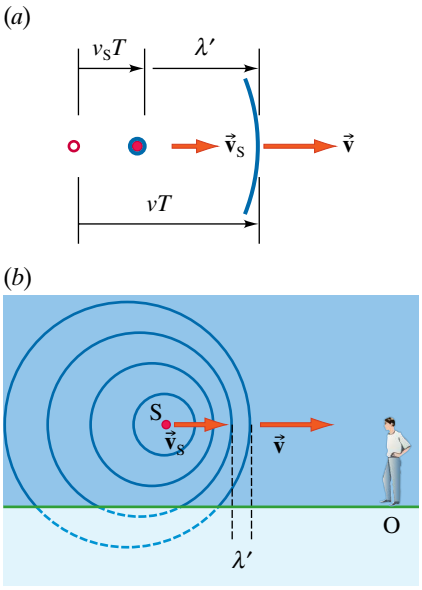
Source au repos, observateur en mouvement

Supposons que l'observateur O se déplace vers la source S à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}_O$. La figure 3.14 illustre les fronts d'onde qui correspondent aux crêtes de l'onde ; ils



▲ Figure 3.14

Une source immobile produit des ondes sphériques. Le module de la vitesse des ondes par rapport à l'observateur O, qui s'approche de la source, est $(v + v_O)$.



▲ Figure 3.15

(*a*) En une période, la source parcourt $v_S T$, alors qu'un front d'onde parcourt vT, T étant la période propre de la source. La distance entre deux fronts d'onde, c'est-à-dire la longueur d'onde, est modifiée. (*b*) La longueur d'onde en avant de la source mobile est inférieure à la normale, alors qu'en arrière elle est supérieure à la normale.

sont donc séparés d'une longueur d'onde. Puisque la source est immobile, cette longueur d'onde n'est pas modifiée et elle a donc sa valeur normale $\lambda = v/f$. Cependant, le module de la vitesse des ondes sonores par rapport à O est $v' = v + v_O$. Il reçoit ainsi *davantage* de fronts d'onde par seconde. La fréquence entendue par O est donc

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \left(\frac{v + v_O}{v}\right) f$$

Si O s'éloignait de S, la fréquence entendue par O serait $f' = [(v - v_O)/v]f$. En combinant ces deux expressions, on trouve

$$f' = \left(\frac{v \pm v_O}{v}\right) f \qquad (3.5)$$

Source en mouvement, observateur au repos

Supposons que la source S se déplace vers O (figure 3.15*a*). Si S était au repos, la distance entre les fronts d'onde serait $\lambda = v/f = vT$. Mais, en une période, S parcourt une distance $v_S T$ avant d'émettre le front d'onde suivant. La longueur d'onde est donc modifiée (figure 3.15*b*). Entre S et O, le long de la droite qui les relie, la longueur d'onde effective s'écrit

$$\lambda' = vT - v_S T = \frac{v - v_S}{f}$$

Cette fois, il ne s'agit pas d'une différence de perception : la distance physique entre les crêtes de l'onde n'est pas la même que pour une source au repos. Puisque le module de la vitesse des ondes sonores par rapport à O est simplement v, la fréquence entendue par O est

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \left(\frac{v}{v - v_S}\right) f$$

Si S s'éloignait de O, la longueur d'onde effective serait $\lambda' = (v + v_S)/f$ et la fréquence entendue serait $f' = vf/(v + v_S)$. En combinant ces deux résultats, on obtient

$$f' = \left(\frac{v}{v \pm v_S}\right) f \qquad (3.6)$$

Les quatre cas prévus par les équations 3.5 et 3.6 peuvent être décrits au moyen d'une seule équation. En remplaçant f dans une équation par f' tiré de l'autre équation, on obtient

Effet Doppler

$$f' = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f \qquad (3.7)$$

On note que, pour des valeurs constantes de v_O et v_S, cette équation donne une valeur constante de f'. C'est en effet ce qui se produit si les mouvements de la source et de l'observateur ont tous lieu le long d'une même droite. Cette équation ne permet pas de décrire la transition graduelle de fréquence qu'on mesure quand une source sonore en mouvement rapide passe *à côté* de l'observateur. On peut toutefois l'appliquer en première approximation en définissant v_O et v_S comme la valeur instantanée des composantes de vitesse le long de la droite qui relie O et S.

Méthode de résolution

Dans une situation donnée, les signes qui conviennent au numérateur et au dénominateur de l'équation 3.7 doivent être considérés *individuellement*:

- Quel que soit le mouvement de la source, le signe du numérateur ne dépend que du mouvement de l'observateur. Quand ce dernier se déplace à la rencontre de l'onde, ce qui a tendance à augmenter la fréquence entendue, on choisit le signe *positif* et vice versa.
- Quel que soit le mouvement de l'observateur, le signe du dénominateur ne dépend que du mouvement de la source. Quand cette dernière se déplace vers l'endroit où est situé l'observateur, ce qui a tendance à augmenter la fréquence entendue, on choisit le signe *négatif* et vice versa.

L'équation 3.7 peut donner plusieurs résultats différents pour une même vitesse relative entre l'observateur et la source. Il importe donc de toujours utiliser les vitesses de l'observateur et de la source mesurées par rapport à l'air (au sol) et non la vitesse de l'observateur mesurée par rapport à la source.

Exemple 3.6

Une voiture de police roule à 50 m/s dans le même sens qu'une camionnette qui roule à 25 m/s. La sirène de la voiture de police a une fréquence de 1200 Hz. Quelle est la fréquence entendue par le conducteur de la camionnette lorsque la voiture de police se trouve: (a) derrière lui; (b) devant lui? On suppose que le module de la vitesse du son est égal à 340 m/s.

Solution

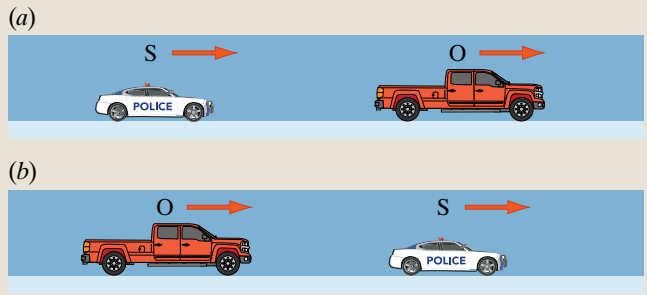
(a) Il faut considérer séparément l'effet de l'observateur et celui de la source. À la figure 3.16*a*, l'observateur (le conducteur de la camionnette) se dirige en sens inverse de l'endroit où est située la source, ce qui tend à diminuer la fréquence entendue. Dans l'équation 3.7, le signe figurant au numérateur est donc négatif. La source, elle, se déplace vers l'observateur, ce qui tend à augmenter la fréquence entendue. Le signe figurant au dénominateur est donc négatif. ■

On a ainsi

$$f' = \left(\frac{v - v_O}{v - v_S}\right) f$$
$$= \left(\frac{315 \text{ m/s}}{290 \text{ m/s}}\right)(1200 \text{ Hz}) = 1303 \text{ Hz}$$

(b) À la figure 3.16*b*, le mouvement de l'observateur a tendance à augmenter la fréquence entendue, alors que celui de la source a tendance à la diminuer. Par conséquent,

$$f' = \left(\frac{v + v_O}{v + v_S}\right) f$$
$$= \left(\frac{365 \text{ m/s}}{390 \text{ m/s}}\right)(1200 \text{ Hz}) = 1123 \text{ Hz}$$



▲ Figure 3.16

(*a*) Le mouvement de la source a tendance à augmenter la fréquence entendue; le mouvement de l'observateur a tendance à la diminuer. (*b*) Le mouvement de la source a tendance à diminuer la fréquence entendue; le mouvement de l'observateur a tendance à l'augmenter.

Exemple 3.7

Supposons que l'automobile et la camionnette de l'exemple 3.6 se déplacent l'un vers l'autre. Quelle est la fréquence entendue par le conducteur de la camionnette: (a) lorsque l'automobile s'approche; (b) une fois que l'automobiliste l'a dépassé?

Solution

(a) Les mouvements de la source et de l'observateur ont tous deux tendance à augmenter la fréquence entendue:

$$f' = \left(\frac{v + v_O}{v - v_S}\right) f = \left(\frac{365 \text{ m/s}}{290 \text{ m/s}}\right)(1200 \text{ Hz}) = 1510 \text{ Hz}$$

(b) Les mouvements de la source et de l'observateur ont tous deux tendance à diminuer la fréquence entendue:

$$f' = \left(\frac{v - v_O}{v + v_S}\right) f = \left(\frac{315 \text{ m/s}}{390 \text{ m/s}}\right)(1200 \text{ Hz}) = 969 \text{ Hz}$$

Exemple 3.8

Lors d'une échographie Doppler, un dispositif émet une courte impulsion sinusoïdale d'une fréquence de 2,00 MHz, laquelle est réfléchie par les globules rouges en mouvement dans une artère. Si on mesure qu'à un instant donné, la fréquence de l'écho connaît un gain de 400 Hz, quelle est la vitesse minimale (module et orientation) de l'écoulement sanguin à cet instant ? La vitesse du son dans le sang est de 1570 m/s.

Solution

Lors d'une réflexion, on peut considérer que l'objet qui réfléchit l'onde est une « source » qui ne fait que réémettre la fréquence reçue. Si l'objet réfléchissant est en mouvement, la fréquence qu'il reçoit est celle que percevrait un observateur en mouvement avec elle. ■

Puisque la fréquence augmente, on déduit que le groupe de globules rouges ayant causé la réflexion se dirige à la rencontre de l'impulsion sonore initiale envoyée par le dispositif. On fait d'abord l'hypothèse qu'il se déplace en ligne droite vers cette dernière à une vitesse de module v_g. On examinera ensuite le cas plus général.

Un observateur en mouvement avec les globules rouges percevrait la fréquence

$$f' = \left(\frac{v + v_g}{v}\right) f$$

où $f = 2{,}00$ MHz. Le groupe de globules rouges devient ensuite une source, en mouvement à la vitesse v_g, qui émet à la fréquence f'. Ainsi, le dispositif reçoit la fréquence

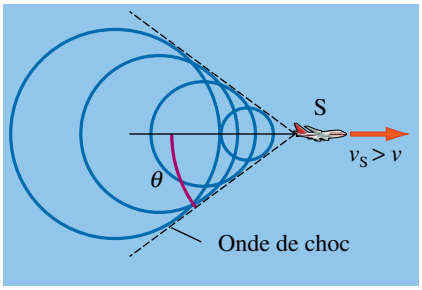
$$f'' = \left(\frac{v}{v - v_g}\right) f' = \left(\frac{v + v_g}{v - v_g}\right) f$$

d'où

$$v_g = \left(\frac{f'' - f}{f'' + f}\right) v$$

Puisque $f'' = f + 400$, on trouve $v_g = 0{,}157$ m/s.

Si le groupe de globules rouges ne se dirige pas en ligne droite vers le dispositif, alors la valeur que nous venons de trouver ne représente que la composante de sa vitesse selon la droite qui le relie au dispositif. Ainsi, 0,157 m/s est la valeur minimale du module de sa vitesse. Cette valeur est typique d'une grosse artère comme l'aorte. Un écoulement sanguin trop rapide dans une artère donnée ou une vitesse non uniforme révèlent un problème. Une cause probable de tels symptômes est une obstruction partielle de l'artère, appelée *athérosclérose* : la vitesse d'écoulement augmente comme dans un tuyau d'arrosage qu'on écrase. ■



▲ Figure 3.17

Les fronts d'onde émis par une source sonore S se déplaçant plus rapidement que le son forment un cône derrière la source.

Les ondes de choc supersoniques

Les équations 3.6 et 3.7 ne sont valables que lorsque le module de la vitesse de la source v_S est inférieur à celui du son v ; autrement, les équations donnent une valeur de f' négative, ce qui n'a pas de sens physique. Une source sonore se déplaçant plus rapidement que le son est néanmoins possible. Si on essaie de représenter les fronts d'onde comme à la figure 3.15, on s'aperçoit que le centre d'un front d'onde donné est à l'extérieur du front d'onde précédent ; l'ensemble des fronts d'onde forme un cône vers l'arrière de la source, tel qu'illustré à la figure 3.17 (voir aussi l'extrême gauche de la photographie de la page titre du chapitre). Bien qu'il soit formé par la superposition des ondes sonores voyageant à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$, le cône se déplace à la vitesse de la source $\vec{\mathbf{v}}_S$.

Comparons les fronts d'onde de la figure 3.17 avec ceux de l'onde émise par une source à la vitesse plus faible (figure 3.14 ou 3.15). Dans le cas où la vitesse est faible, les fronts d'onde se succèdent, alors que, dans le cas de la figure 3.17, ils se superposent le long des parois du cône. Cette superposition des fronts d'onde (interférence parfaitement constructive) entraîne une concentration de l'énergie sonore sur les parois du cône. Il y a formation d'une **onde de choc**, qui peut causer des dommages importants si l'intensité de la source sonore est assez élevée (comme c'est le cas pour les avions supersoniques). On peut montrer que l'angle θ entre la surface du cône de l'onde de choc et la trajectoire de la source est donné par $\sin \theta = v/v_S$ (voir l'exercice E56).

3.4 LES BATTEMENTS

À la section 2.7, nous avons vu que deux ondes sinusoïdales progressives de même fréquence, lorsqu'elles se superposent en se propageant dans un même sens, produisent une onde résultante dont l'amplitude est constante. Maintenant, nous allons étudier le cas où les fréquences sont légèrement différentes et voir que le principe de superposition linéaire prédit que l'amplitude de l'onde résultante varie lentement et périodiquement. Dans le cas d'ondes sonores, on entend alors des **battements**.

Considérons deux ondes sonores qui voyagent vers la gauche, dont les fonctions d'onde sont $y_1 = A\sin(k_1x + \omega_1 t)$ et $y_2 = A\sin(k_2x + \omega_2 t)$. On a choisi l'origine de l'axe des x et celle du temps t de façon que les constantes de phase soient nulles. Comme le milieu de propagation est le même, la vitesse est la même : $v = \omega_1/k_1 = \omega_2/k_2$. Ici, la variable y désigne un déplacement horizontal (longitudinal), mais si on ajuste la constante de phase, elle pourrait aussi désigner la variation de pression. En appliquant le principe de superposition linéaire, on obtient

$$\begin{aligned} y_T &= y_1 + y_2 = A\sin(k_1x + \omega_1 t) + A\sin(k_2x + \omega_2 t) \\ &= 2A\cos\left[\left(\frac{k_1 - k_2}{2}\right)x + \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)t\right]\sin\left[\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)x + \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right)t\right] \end{aligned}$$

où on a utilisé l'identité $\sin A + \sin B = 2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$. Quand cette onde sonore atteint l'oreille d'un observateur, elle provoque l'oscillation du tympan. L'oreille étant immobile, il est pertinent d'obtenir l'oscillation d'un point dans l'espace en substituant une valeur constante de x dans l'équation ci-dessus. En substituant $x = 0$, on obtient

$$y_T = 2A\cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]\sin\left[2\pi\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)t\right]$$

où on a utilisé $\omega = 2\pi f$. Cette équation est un produit de deux facteurs sinusoïdaux ; l'un oscille très vite, à la fréquence $(f_1 + f_2)/2$, alors que l'autre oscille très lentement, à la fréquence $|f_1 - f_2|/2$. En d'autres termes, cette équation représente une oscillation de fréquence $f_{moy} = (f_1 + f_2)/2$, dont l'amplitude est *modulée* à la fréquence $(f_1 - f_2)/2$, c'est-à-dire que l'amplitude change lentement à cette fréquence.

La fréquence des battements

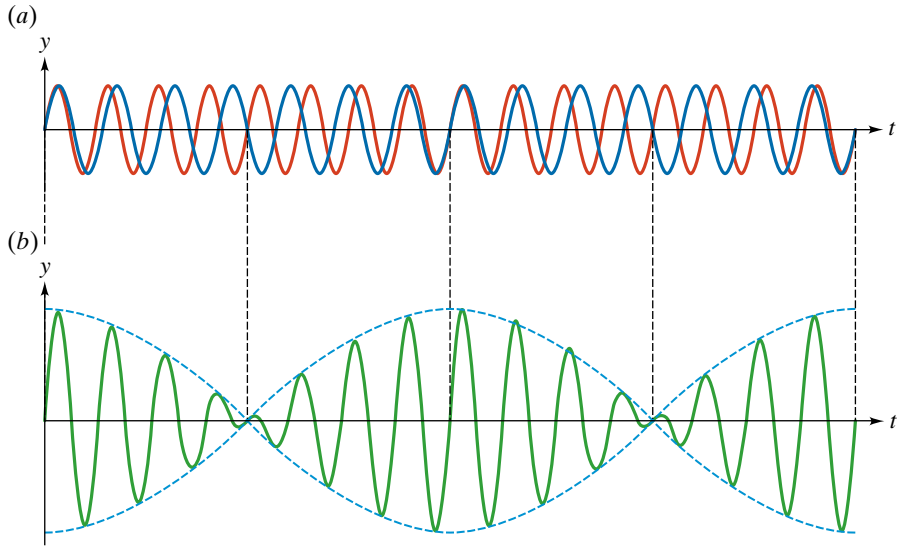
La figure 3.18 représente les fonctions y_1, y_2 et leur résultante y_T. Le facteur $2A\cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]$ est représenté en pointillés bleus. On constate que l'amplitude de l'onde résultante oscille entre 0 et $2A$ à *deux* reprises au cours d'une période du facteur $2A\cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]$. Par conséquent, l'intensité sonore varie à la *fréquence de battements* :

Fréquence de battements

$$f_{bat} = |f_1 - f_2| \qquad (3.8)$$

Bien que l'intensité varie, la fréquence entendue est constante : c'est f_{moy}.

Les battements peuvent servir à accorder les instruments de musique. Par exemple, un accordeur de piano commence habituellement par la note *la* (440 Hz) en faisant vibrer simultanément la corde *la* du piano et un diapason



▶ Figure 3.18

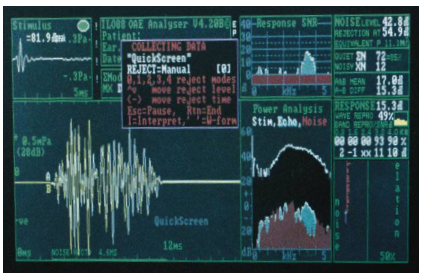
(*a*) La superposition de deux signaux sinusoïdaux de fréquences légèrement différentes. (*b*) Le signal résultant est sinusoïdal, mais son amplitude (en pointillé) fluctue. La variation d'intensité est perçue sous forme de battements de fréquence $|f_1 - f_2|$.

émettant un son à 440 Hz. Si la corde n'émet pas exactement 440 Hz, l'accordeur entendra des battements. Plus l'ajustement est précis, plus la fréquence des battements est faible (plus les battements sont espacés dans le temps). Lorsque l'accordeur ne perçoit plus de battements, il peut considérer que la corde est correctement ajustée. Une fois cette première corde ajustée, il ajuste les autres cordes « par oreille ».

Soulignons que l'analyse qui précède supposait que les deux ondes y_1 et y_2 avaient la même amplitude A. Si elles ont plutôt des amplitudes A_1 et A_2, l'onde résultante présente quand même une modulation d'amplitude, de sorte qu'on entend quand même des battements. La seule différence est que l'amplitude n'oscille pas entre 0 et une valeur maximale ($2A$ sur la figure 3.18) mais plutôt entre $|A_1 - A_2|$ et $A_1 + A_2$. La fréquence des battements est la même.

Le phénomène des battements ne se limite pas aux ondes mécaniques. Lorsque des signaux radars sont réfléchis par une cible mobile, une automobile roulant sur l'autoroute par exemple, la fréquence de l'onde réfléchie subit une variation conformément à l'effet Doppler. Lorsque l'onde réfléchie se combine à l'onde incidente, la fréquence de battements permet de déterminer la vitesse de la cible mobile. (L'effet Doppler relatif aux ondes électromagnétiques, comme la lumière et les signaux radars, est étudié à la section 8.8.)

Les radars utilisés par la police combinent l'effet Doppler et le phénomène des battements pour détecter la vitesse de leur cible. (Il s'agit cependant de l'effet Doppler relatif aux ondes électromagnétiques, légèrement différent de celui relatif aux ondes mécaniques.)



▲ Figure 3.19

Les émissions otoacoustiques, quand on les superpose à un signal produit par un appareil, donnent lieu à des battements qui permettent de vérifier la santé de l'oreille interne. La photo montre l'écran d'un appareil capable d'effectuer de telles mesures.

Des animaux sont capables de détecter les battements dans des ondes électromagnétiques. C'est le cas notamment de plusieurs espèces d'anguilles électriques. Ces poissons émettent de faibles impulsions électromagnétiques et détectent leurs échos pour se repérer dans l'espace et pour chasser. Si chaque anguille émettait la même fréquence, il serait impossible de distinguer les échos des émissions d'une autre anguille. Ainsi, quand deux animaux utilisent des fréquences trop rapprochées, ils détectent les battements qui s'ensuivent et se mettent ensuite à émettre une fréquence différente.

En médecine, on peut effectuer certains tests d'audition grâce au phénomène des battements. En effet, en réponse à un stimulus, des cellules de l'oreille interne *émettent* un son très faible. Quand on superpose ces *émissions otoacoustiques* à un signal produit par l'appareil, on obtient des battements détectables avec des microphones ultrasensibles (figure 3.19). Les émissions otoacoustiques n'ont pas lieu quand l'oreille interne est endommagée, ce que l'on peut détecter même si le patient est trop jeune pour collaborer à un test d'audition classique. ●

Exemple 3.9

Un automobiliste roule dans un tunnel à une vitesse de module $v_a = 1$ m/s. Un haut-parleur situé sur la voiture émet un son de fréquence $f = 1000$ Hz. Décrire l'intensité et la fréquence de ce qu'entend l'automobiliste en s'approchant de la porte de garage située au bout du tunnel. On suppose que le son se propage à 340 m/s.

Solution

L'automobiliste reçoit évidemment l'onde de 1000 Hz émise juste à côté de lui, mais aussi l'onde réfléchie par la porte. La fréquence de l'onde réfléchie est modifiée par l'effet Doppler, de sorte que sa fréquence diffère de 1000 Hz. Si les fréquences des deux ondes reçues sont assez rapprochées l'une de l'autre, leur superposition donne lieu au phénomène de battements. ■

Puisque la source se dirige vers la porte, un observateur situé à côté de cette porte percevrait la fréquence

$$f' = \left(\frac{v}{v - v_a}\right) f$$

On peut considérer que la porte est une «source» qui ne fait que réémettre la fréquence qu'elle a reçue, c'est-à-dire f'. L'automobiliste (observateur) se dirige vers la porte, donc il reçoit la fréquence

$$f'' = \left(\frac{v + v_a}{v}\right) f' = \left(\frac{v + v_a}{v - v_a}\right) f$$

Puisque $f = 1000$ Hz et que $v_a = 1$ m/s, on trouve $f'' = 1006$ Hz.

Les fréquences f et f'' sont trop rapprochées pour que l'observateur puisse les distinguer : il entend plutôt la superposition des deux ondes, laquelle a une fréquence $f_{moy} = (f + f'')/2 = 1003$ Hz. L'intensité perçue n'est pas uniforme : la fréquence des battements est de $f_{bat} = |f - f''| = 6$ Hz.

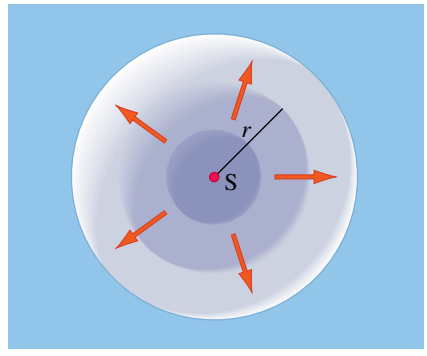
3.5 L'INTENSITÉ DU SON

Par définition, l'**intensité** I d'une onde qui se propage dans les trois dimensions, qu'elle soit sonore ou autre, est l'énergie incidente par seconde et par unité d'aire normale à la direction de propagation.

Définition de l'intensité

$$I = \frac{\text{puissance transmise}}{\text{aire}} = \frac{P}{A} \qquad (3.9)$$

Cette équation relie autant les valeurs instantanées I et P que les valeurs moyennes correspondantes, I_{moy} et P_{moy}. L'unité SI d'intensité est le watt par mètre carré (W/m^2). Dans le cas particulier des ondes (sonores ou autres) émises par une source ponctuelle, l'énergie rayonnée se propage uniformément sur des fronts d'onde qui sont des surfaces sphériques (figure 3.20). On peut alors obtenir l'intensité de l'onde en se servant de la *puissance totale émise* par la source. L'aire de la surface d'une sphère de rayon r étant égale à $4\pi r^2$, l'intensité à la distance r d'une source ponctuelle de puissance $P_{émise}$ est



▲ Figure 3.20
L'énergie émise par une source ponctuelle S se propage sur des fronts d'onde sphériques d'aire $4\pi r^2$. L'intensité des ondes décroît selon $I \propto 1/r^2$.

Intensité due à une source ponctuelle

$$I = \frac{P_{émise}}{4\pi r^2} \qquad (3.10)$$

Autrement dit, $I \propto 1/r^2$; l'intensité décroît selon l'inverse du carré de la distance à la source ponctuelle. Cette équation suppose que les pertes en cours de route sont négligeables. En réalité, la viscosité du fluide cause des pertes d'énergie touchant les ondes sonores, des poussières en suspension causent des pertes

d'énergie dans les ondes lumineuses, etc. L'équation 3.10, tout comme l'équation 3.9, vaut autant pour les valeurs instantanées que pour les valeurs moyennes. La validité de l'équation 3.10 est facile à vérifier expérimentalement : lorsqu'un observateur est situé plus loin d'une source sonore, moins de puissance parvient à son oreille que lorsqu'il en est situé plus près, même si la puissance émise est la même. L'énergie étant conservée, elle se « dilue » sur une surface de plus en plus grande.

À mesure qu'on s'éloigne de la source, le taux de variation de l'équation 3.10 (dI/dr) est de plus en plus faible. Quand on se trouve suffisamment loin de la source, la variation d'intensité sur une courte distance de propagation est négligeable (par exemple, l'intensité lumineuse qui nous provient du Soleil n'augmente pas sensiblement si on grimpe en haut d'une tour pour réduire r, notre distance au Soleil). C'est pourquoi les fronts d'onde deviennent essentiellement plans (voir la figure 3.4*c*, p. 94).

On peut aussi obtenir l'intensité d'une onde en un point en fonction de ses caractéristiques en ce point. Dans le cas d'une onde sonore, nous allons montrer à la section suivante que l'intensité moyenne peut être exprimée en fonction de la vitesse v de l'onde et de l'amplitude s_0 des déplacements longitudinaux :

Intensité moyenne transmise par une onde sonore

$$I_{\text{moy}} = \frac{1}{2}\rho(\omega s_0)^2 v \qquad (3.11)$$

où ρ est la densité volumique du fluide. On remarque que cette expression a la même forme que l'équation 2.19 donnant la puissance transmise par une onde sur une corde. Elle peut aussi être exprimée en fonction de l'amplitude de la variation de pression, comme nous le montrerons à la prochaine section.

L'échelle des décibels

À une fréquence de 1 kHz, le **seuil d'audibilité** d'une oreille normale, c'est-à-dire l'intensité du son le moins fort qu'elle est capable de percevoir, est de 10^{-12} W/m^2. En revanche, le **seuil de sensation douloureuse** correspond à une intensité de l'ordre de 1 W/m^2 (certains concerts rock s'approchent dangereusement de cette limite !). Comme l'intensité varie d'un facteur énorme de 10^{12} entre ces deux extrêmes, il est commode de mesurer l'intensité d'un son à l'aide de l'échelle logarithmique des **décibels** (dB), qui est définie par la relation

Échelle des décibels

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \qquad (3.12)$$

où I est l'intensité mesurée et I_0 est une valeur de référence. Si l'on prend $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2, le seuil d'audibilité correspond à $\beta = 10 \log 1 = 0$ dB. Au seuil de sensation douloureuse, qui correspond à 1 W/m^2, on a

$$\beta = 10 \log\left(\frac{1 \text{ W/m}^2}{10^{-12} \text{ W/m}^2}\right) = 120 \text{ dB}$$

Une liste des intensités sonores en décibels de sources diverses est donnée au tableau 3.1.

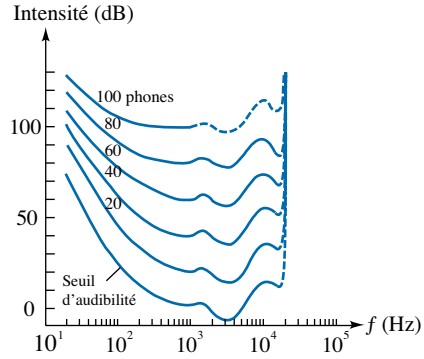
L'écart de 10^{12} existant à 1 kHz entre l'intensité qui correspond au seuil d'audibilité et celle qui correspond au seuil de sensation douloureuse ne se traduit pas par un écart comparable sur le plan de la *perception subjective* de l'intensité du son. Des expériences, réalisées pour la première fois par Alexander Graham Bell (1847-1922), ont montré que, lorsque l'intensité réelle d'un son est multipliée par 10, l'intensité perçue ne fait que doubler. Ainsi, à une distance égale entre deux chaînes stéréo, l'une émettant 1,5 W de puissance sonore et l'autre en émettant 15 W, le son provenant de la chaîne la plus puissante paraîtra seulement deux fois plus intense « à l'oreille », bien qu'en réalité l'énergie véhiculée chaque seconde par les ondes sonores qu'elle émet soit dix fois plus élevée. En d'autres termes, chaque fois que le nombre de décibels augmente de 10, l'intensité perçue double.

Pour des fréquences différentes de 1 kHz, le seuil d'audibilité, le seuil de sensation douloureuse et l'intensité perçue ne sont pas les mêmes qu'à 1 kHz. Par exemple, une onde dont l'intensité réelle est de 0,1 W/m^2 sera perçue comme plus intense si sa fréquence est de 3 kHz que si elle est de 1 kHz. Les courbes de l'intensité en fonction de la fréquence présentées à la figure 3.21 relient les intensités *réelles* pour lesquelles l'intensité *perçue* est la même. On note d'après ces *courbes isosoniques* que la sensibilité de l'oreille est maximale aux fréquences voisines de 3 kHz : il faut une plus faible intensité réelle pour obtenir une même intensité perçue. En effet, comme nous l'avons montré à l'exemple 3.4, c'est aux environs de cette fréquence que le conduit auditif entre en résonance. L'extrémité des courbes isosoniques est en pointillé, car cette partie est une estimation et non une mesure. La fréquence maximale perçue décroît beaucoup avec l'âge du sujet.

On mesure l'intensité perçue en *phones* : par définition, à la fréquence de référence de 1 kHz, l'intensité perçue en phones est égale à l'intensité réelle en décibels ; à toute autre fréquence, elle correspond à l'intensité pour laquelle l'intensité perçue est la même ; on peut lire cette intensité directement à la figure 3.21.

▼ Tableau 3.1
Intensités sonores β (dB)

Seuil d'audibilité	0
Bruissement de feuilles	10
Corridor calme	25
Bureau	60
Conversation	60
Circulation intense (à 3 m)	80
Musique classique forte	95
Musique rock forte	120
Réacteur d'avion (à 20 m)	130



▲ Figure 3.21
Chaque courbe isosonique relie des points pour lesquels l'intensité perçue est la même.

Exemple 3.10

Le son émis par une source atteint un point donné dans l'espace avec une intensité I_1. Quelle est l'augmentation du nombre de décibels perçus au même point si on ajoute une deuxième source identique à côté de la première ?

Solution

Si les intensités initiale et finale sont I_1 et I_2, on a

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \qquad \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$$

La différence de ces valeurs est [on rappelle que $\log (A/B) = \log A - \log B$] :

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

Puisque I_2 est causée par les deux sources ensemble, $I_2 = 2I_1$, d'où

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log 2 = 3 \text{ dB}$$

Par conséquent, doubler l'intensité correspond à une augmentation de 3 dB. La plus petite variation de niveau qui peut être détectée par l'oreille humaine est d'environ 1 dB.

Exemple 3.11

Un haut-parleur émet une puissance acoustique de 0,8 W. On suppose qu'il se comporte comme une source ponctuelle émettant uniformément dans toutes les directions. À quelle distance de ce haut-parleur l'intensité du son correspond-elle à 85 dB ?

Solution

D'après l'équation 3.10, on sait que l'intensité des ondes sonores provenant d'une source ponctuelle décroît selon l'inverse du carré de la distance r, c'est-à-dire :

$$I = \frac{P_{\text{émise}}}{4\pi r^2} \qquad \text{(i)}$$

On doit d'abord déterminer l'intensité correspondant à 85 dB :

$$85 = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

On a donc $\log (I/I_0) = 8{,}5$ ou

$$I = 10^{-12} \times 10^{8,5} = 10^{-3,5}$$
$$= 3{,}16 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2 \qquad \text{(ii)}$$

À l'aide des équations (i) et (ii), on trouve

$$r^2 = \frac{P_{\text{émise}}}{4\pi I}$$
$$= \frac{0{,}8\text{W}}{4(3{,}14)(3{,}16 \times 10^{-4} \text{ W/m}^2)} = 202 \text{ m}^2$$

Ainsi, $r = 14{,}2$ m.

Exemple 3.12

La puissance de sortie d'un amplificateur vaut 50 W à 1 kHz et décroît de 1,5 dB à basse fréquence. Quelle est sa puissance de sortie à basse fréquence ?

Solution

Puisque l'intensité et la puissance sont proportionnelles, on peut écrire l'équation 3.12 en terme de puissance : $\beta = 10 \log(P/P_0)$. ■

On aura donc

$$\beta_1 = 10 \log(P_1/P_0) \qquad \beta_2 = 10 \log(P_2/P_0)$$

d'où

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log(P_2/P_1)$$

(voir l'exemple 3.10). Ici, $P_1 = 50$ W et $\beta_2 - \beta_1 = -1{,}5$ dB, d'où

$$-1{,}5 = 10 \log(P_2/50 \text{ W})$$

On trouve $P_2 = (10^{-0,15})(50 \text{ W}) = 35{,}4$ W.

3.6 LES ONDES SONORES : NOTIONS AVANCÉES

Dans cette section, nous allons aborder trois sujets : nous obtiendrons l'équation d'onde dans un fluide, nous développerons le lien entre l'amplitude du déplacement et celui de la variation de pression (voir la figure 3.2, p. 92) et nous démontrerons l'équation 3.11 donnant l'intensité moyenne véhiculée par une onde sonore dans un fluide.

L'équation d'onde et la vitesse des ondes dans un fluide

Nous obtiendrons maintenant l'équation d'onde pour un fluide en appliquant la deuxième loi de Newton à un élément de volume, puis nous nous en servirons pour montrer que les fonctions d'onde (qui sont des solutions de cette équation d'onde) correspondent nécessairement à des ondes dont la vitesse est celle donnée par l'équation 3.2*a*.

Pour des raisons pratiques, nous supposons que le fluide est enfermé dans un tube dont la section transversale a une aire A (figure 3.22) et que l'onde se propage donc selon une seule dimension. Sous l'action de cette onde, un élément de volume d'épaisseur Δx situé au point x se déplace jusqu'à la nouvelle position $x + s$ et son épaisseur devient $\Delta x + \Delta s$. On suppose que la pression d'équilibre du fluide est P_0. À cause de la perturbation, la pression devient $(P_0 + p_1)$ du côté gauche de l'élément et $(P_0 + p_2)$ du côté droit. Soulignons que p_1 et p_2 sont les *variations* de pression causées par l'impulsion. Si ρ est la masse volumique du fluide à l'équilibre, la masse de l'élément est $\rho A \Delta x$. (La masse de l'élément ne varie pas lorsque celui-ci se déplace, bien que son volume et sa masse volumique varient.) La force résultante agissant sur l'élément de volume

est $\sum F_x = (p_1 - p_2)A$ et son accélération est $a_x = \partial^2 s/\partial t^2$. La deuxième loi de Newton appliquée au mouvement de l'élément donne donc

$$(p_1 - p_2)A = \rho A \Delta x \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \tag{3.13}$$

On divise ensuite les deux membres par Δx et on remarque que, à la limite où $\Delta x \to 0$, on a $(p_2 - p_1)/\Delta x \to \partial p/\partial x$. L'équation 3.13 devient alors

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \tag{3.14}$$

Dans les circonstances où la pression varie très peu sous l'effet du passage de l'onde, on peut établir la relation entre la variation de pression p et le déplacement s à l'aide du module de compressibilité K défini à l'équation 3.2*b*, $K = -\Delta P/(\Delta V/V)$, la variation de pression p correspondant au terme ΔP dans la définition de K. Pour l'élément de la figure 3.22, $V = A\Delta x$ et $\Delta V = A\Delta s$; par conséquent, $\Delta V/V = \Delta s/\Delta x$. À la limite, quand $\Delta x \to 0$, on peut écrire

$$p = -K \frac{\partial s}{\partial x} \tag{3.15}$$

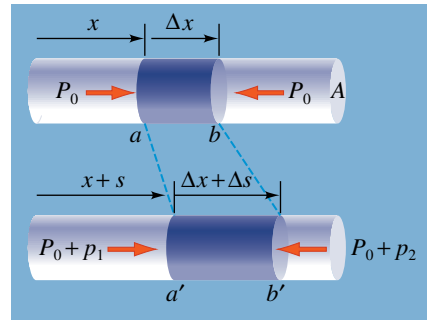
En utilisant cette valeur dans l'équation 3.14, on obtient l'équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{\rho}{K} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \tag{3.16}$$

En comparant cette équation avec la forme générale d'une équation d'onde établie au chapitre précédent (équation 2.18), on remarque qu'elles sont identiques à la condition que la vitesse soit donnée par

(fluide) $$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \tag{3.17}$$

Cette valeur correspond au module de la vitesse de propagation des ondes longitudinales dans un gaz ou dans un liquide. Elle correspond tel qu'attendu à l'équation 3.2*a*.



▲ Figure 3.22

Sous l'influence d'une impulsion longitudinale, un élément de longueur Δx au point x subit un déplacement jusqu'à une nouvelle position $x + s$ et sa longueur devient $\Delta x + \Delta s$. On remarque que p est la *variation* de la pression par rapport à la valeur d'équilibre P_0.

Amplitude de déplacement et amplitude de pression

Il est bon de mettre en relation l'amplitude des variations de déplacement et l'amplitude des variations de pression. Pour une onde sinusoïdale progressive, le déplacement est donné par

$$s = s_0 \sin(kx - \omega t) \tag{3.18}$$

D'après l'équation 3.15, on a donc

$$\begin{aligned} p &= -Kks_0 \cos(kx - \omega t) \\ &= -p_0 \cos(kx - \omega t) \end{aligned} \tag{3.19}$$

où $p_0 = Kks_0$. Puisque $k = \omega/v$ et $K = \rho v^2$, l'expression pour p_0, la valeur maximale de la variation de pression, devient

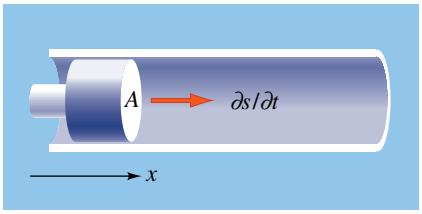
$$p_0 = \rho \omega v s_0 \tag{3.20}$$

Relation entre les amplitudes de pression et de déplacement

En comparant l'équation 3.18 avec l'équation 3.19, on constate que s et p sont déphasés de $\pi/2$. Cette caractéristique avait été établie à la figure 3.2 (p. 92).

Puissance et intensité

Nous allons maintenant démontrer l'équation 3.11, qui donne l'intensité moyenne d'une onde sonore en fonction de ses caractéristiques. Considérons une onde



▲ Figure 3.23

Le mouvement d'un piston, ou une impulsion longitudinale, produit une variation de la pression p d'un côté d'un élément d'air. La vitesse de l'élément est $\partial s/\partial t$.

sonore sinusoïdale se propageant le long d'un tube dont la section transversale a une aire A (figure 3.23). La grandeur p est la variation de pression causée par l'onde et $\partial s/\partial t$ est la composante de vitesse d'un élément du fluide selon l'axe du piston. La puissance instantanée fournie par l'onde à l'élément est

$$P = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}} = F_x v_x = pA\frac{\partial s}{\partial t}$$

En substituant l'équation 3.18 et l'équation 3.19 dans cette équation, on obtient

$$P = p_0 A\omega s_0 \cos^2(kx - \omega t)$$

En un point quelconque, par exemple $x = 0$, la moyenne de $\cos^2 \omega t$ sur une période est égale à $\frac{1}{2}$; la puissance moyenne transmise par l'onde est donc

$$P_{\text{moy}} = \tfrac{1}{2}\rho A(\omega s_0)^2 v \qquad (3.21)$$

où l'on a utilisé l'équation 3.20. Puisque $I = P/A$, on trouve l'équation donnant l'intensité moyenne de l'onde, soit

$$I_{\text{moy}} = \tfrac{1}{2}\rho(\omega s_0)^2 v$$

Cette équation correspond, tel qu'attendu, à l'équation 3.11. En remplaçant s_0 dans cette dernière équation par l'expression $s_0 = p_0/\rho\omega v$ tirée de l'équation 3.20, on peut aussi exprimer l'intensité moyenne d'une onde sonore en fonction de son amplitude de pression :

Intensité moyenne d'une onde sonore

$$I_{\text{moy}} = \tfrac{1}{2}\rho(\omega s_0)^2 v = \frac{p_0^2}{2\rho v} \qquad (3.22)$$

Exprimée en fonction de p_0, l'intensité est proportionnelle au carré de l'amplitude de la variation de la pression et elle est indépendante de la fréquence.

Exemple 3.13

À 1 kHz, l'intensité audible minimale, ou seuil d'audibilité, est de 10^{-12} W/m^2, alors que l'intensité maximale tolérable sans douleur, ou seuil de sensation douloureuse, est de 1 W/m^2. Sachant que la masse volumique de l'air est de 1,29 kg/m^3 et que le module de la vitesse du son est de 340 m/s, calculer les amplitudes de la variation de pression et du déplacement pour : (a) le seuil d'audibilité ; (b) le seuil de sensation douloureuse.

Solution

D'après l'équation 3.22, le carré de l'amplitude de la variation de la pression est

$$p_0^2 = 2\rho v I_{\text{moy}} \qquad \text{(i)}$$

On peut déterminer l'amplitude du déplacement à partir de l'équation 3.20, $p_0 = \rho\omega v s_0$, où $\omega = 2\pi f = 6280$ rad/s.

(a) D'après l'équation (i), on a

$$p_0^2 = 2(1{,}29\ \text{kg/m}^3)(340\ \text{m/s})(10^{-12}\ \text{W/m}^2)$$
$$= 877 \times 10^{-12}\ \text{Pa}^2$$

Donc, $p_0 = 2{,}96 \times 10^{-5}$ Pa. (Notez que ce changement de pression est très inférieur à la pression atmosphérique normale de 101,3 kPa.) L'amplitude de déplacement est égale à

$$s_0 = \frac{p_0}{\rho\omega v} = \frac{2{,}96 \times 10^{-5}\ \text{Pa}}{(1{,}29\ \text{kg/m}^3)(6280\ \text{rad/s})(340\ \text{m/s})}$$
$$= 1{,}07 \times 10^{-11}\ \text{m}$$

Ce résultat est surprenant si on le compare à la taille d'un atome, voisine de 10^{-10} m ! L'oreille humaine est donc très sensible.

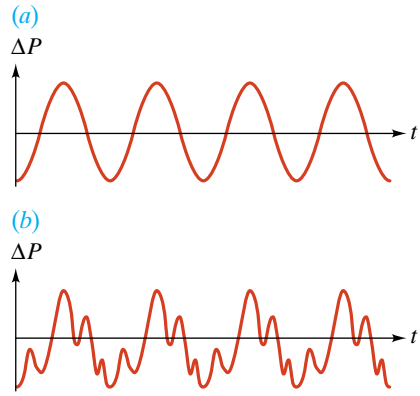
(b) $p_0^2 = 2(1{,}29\ \text{kg/m}^3)(340\ \text{m/s})(1\ \text{W/m}^2)$, d'où l'on tire $p_0 = 29{,}6$ Pa. (Ce n'est encore qu'une petite fraction de la pression à l'équilibre.) De cette valeur de p_0, on déduit $s_0 = 1{,}07 \times 10^{-5}$ m.

3.7 LES SÉRIES DE FOURIER

Les fonctions d'onde qu'on rencontre dans la pratique sont rarement parfaitement sinusoïdales comme celles que nous avons considérées jusqu'ici. Les variations de pression dues à la vibration d'un diapason (figure 3.24*a*) créent une onde presque purement sinusoïdale, mais en général les fonctions d'onde périodiques ont des formes plus complexes. La figure 3.24*b* représente les variations de pression correspondant à un instrument de musique qui joue une note de même fréquence fondamentale que le diapason. Les deux sons ont la même hauteur apparente, c'est-à-dire la même fréquence de base, mais l'instrument donne un son plus « riche » et peut-être plus agréable. Cela est dû au fait que la fonction d'onde résulte de la superposition d'un grand nombre d'ondes sinusoïdales d'amplitudes et de fréquences diverses. En 1807, Joseph Fourier (1768-1830) montra que *toute fonction périodique* qui correspond à une situation physique peut être engendrée par la superposition d'un nombre suffisant de fonctions sinus ou cosinus. Selon le *théorème de Fourier*, la fonction est représentée par la somme infinie

$$F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin n\omega t + b_n \cos n\omega t) \qquad (3.23)$$

où $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$. Cette équation décompose la fonction en ses diverses composantes harmoniques dont les fréquences sont des multiples entiers de sa fréquence fondamentale f. Les *coefficients de Fourier* a_n et b_n indiquent l'amplitude du $n^{\text{ième}}$ harmonique. La méthode par laquelle on détermine ces coefficients est appelée *analyse de Fourier*.



▲ **Figure 3.24**

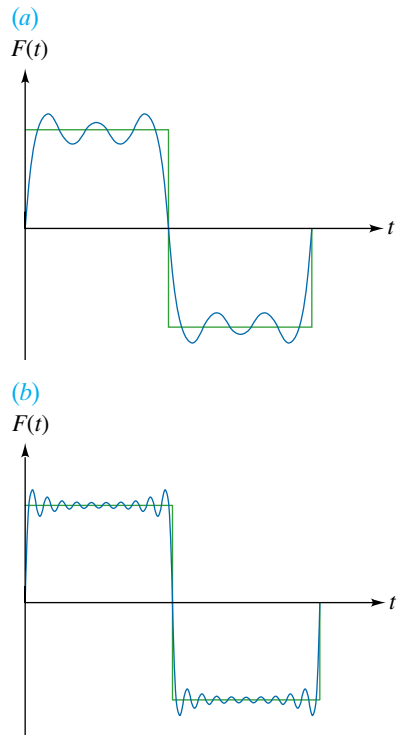
(*a*) Un diapason produit une variation sinusoïdale de pression. (*b*) Une variation de la pression hypothétique produite par un instrument de musique.

Considérons la fonction périodique représentée à la figure 3.25. C'est une fonction carrée, telle que $F(t) = +A$ entre $t = 0$ et $t = T/2$, et $F(t) = -A$ entre $t = T/2$ et $t = T$. Cette fonction a pour période T (si la fonction était périodique dans l'espace, la période aurait pour symbole L ou λ). On peut démontrer que

$$F(t) = \frac{4A}{\pi}\left(\sin \omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \ldots\right)$$

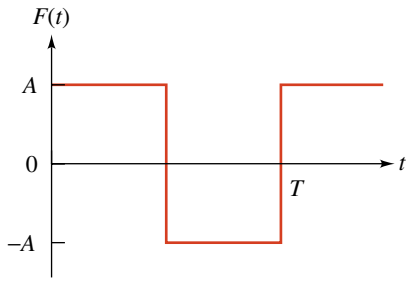
Ce cas particulier ne fait intervenir que des fonctions sinus ; de plus, seuls les harmoniques impairs sont présents. Les trois premiers termes harmoniques sont dessinés à la figure 3.26, chacun avec l'amplitude appropriée. Lorsqu'on les superpose (figure 3.27*a*), on constate qu'il suffit de trois termes pour obtenir une assez bonne représentation de $F(t)$. La figure 3.27*b* illustre la représentation obtenue avec 10 termes.

Il est utile de présenter les résultats de l'analyse de Fourier d'une fonction au moyen de son *spectre harmonique*, dans lequel les amplitudes relatives des



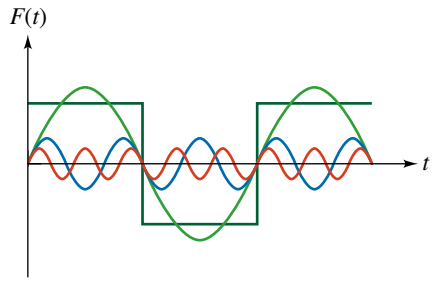
▲ **Figure 3.27**

(*a*) La résultante des trois signaux de la figure 3.26. (*b*) Lorsqu'on superpose les 10 premiers termes de la série de Fourier, la résultante obtenue ressemble davantage à une onde carrée.



▲ **Figure 3.25**

Le signal d'une « onde carrée » de période T.



▲ **Figure 3.26**

Trois des signaux servant à synthétiser une onde carrée.

composantes harmoniques sont représentées. Par exemple, la figure 3.28*a* représente le signal produit par un diapason, qui a une seule composante harmonique. L'onde carrée mentionnée plus haut a seulement des harmoniques impairs dont l'amplitude décroît de façon monotone au fur et à mesure que la fréquence augmente (figure 3.28*b*). Une note jouée par un instrument de musique a en général une structure harmonique complexe (figure 3.28*c*). On peut facilement faire la distinction entre deux instruments qui jouent la même note, par exemple une guitare et un piano, grâce à leurs structures harmoniques différentes.

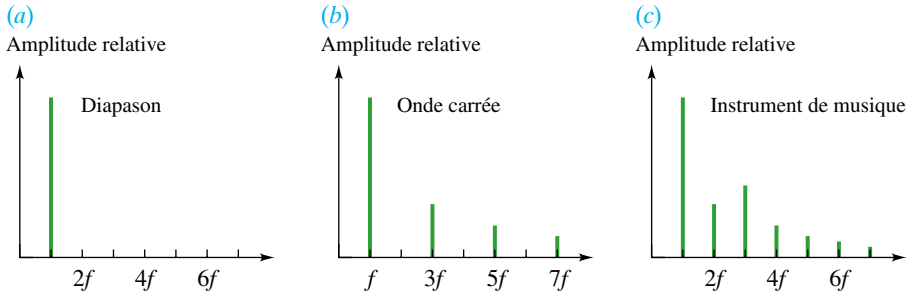


Figure 3.28

Spectre sonore représenté par les composantes harmoniques du signal initial. Dans les trois cas, le signal possède la même fréquence fondamentale *f*. (*a*) Un diapason a une seule composante harmonique. (*b*) Les composantes de Fourier d'une onde carrée. (*c*) Les composantes harmoniques d'un instrument de musique hypothétique.

RÉSUMÉ

Les ondes sonores dans l'air correspondent à des oscillations longitudinales des éléments de volume de l'air. Ces ondes sont caractérisées par des variations de pression ou de densité. Une onde sonore de fréquence plus élevée paraît plus aiguë à l'oreille, alors qu'une onde sonore d'intensité plus élevée paraît plus intense à l'oreille.

Les fréquences de résonance d'une colonne d'air dans un tuyau de longueur L sont

(tuyau fermé) $$f_n = \frac{nv}{4L} \qquad (n = 1, 3, 5, \ldots) \quad (3.3)$$

(tuyau ouvert) $$f_n = \frac{nv}{2L} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots) \quad (3.4)$$

La disparité entre la fréquence entendue et la fréquence de vibration de la source en cas de mouvement relatif entre la source sonore et l'observateur est appelée effet Doppler. La fréquence entendue f' est liée à la fréquence émise f par

$$f' = \left(\frac{v \pm v_O}{v \pm v_S}\right) f \qquad (3.7)$$

où v est le module de la vitesse de propagation du son, v_O est le module de la vitesse de l'observateur et v_S est le module de la vitesse de la source. On détermine les signes en examinant *individuellement* le comportement de l'observateur (signe du numérateur) et celui de la source (signe du dénominateur).

Lorsque deux ondes sonores de fréquences légèrement différentes f_1 et f_2 sont superposées, on entend la fréquence moyenne $f_{moy} = (f_1 + f_2)/2$, mais son intensité varie à la fréquence de battements donnée par

$$f_{bat} = |f_1 - f_2| \qquad (3.8)$$

L'intensité I d'une onde qui se propage dans les trois dimensions est par définition la puissance véhiculée par unité d'aire des fronts d'onde,

$$I = \frac{\text{puissance transmise}}{\text{aire}} = \frac{P}{A} \qquad (3.9)$$

Dans le cas d'une source ponctuelle rayonnant uniformément dans toutes les directions, l'intensité à la distance r est

$$I = \frac{P_{\text{émise}}}{4\pi r^2} \qquad (3.10)$$

On peut aussi exprimer l'intensité en fonction des caractéristiques de l'onde :

$$I_{\text{moy}} = \frac{1}{2}\rho(\omega s_0)^2 v \qquad (3.11)$$

Le nombre de décibels (dB) correspondant à une onde sonore d'intensité I est donné par

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \qquad (3.12)$$

TERMES IMPORTANTS

battements (p. 107)
décibel (p. 110)
effet Doppler (p. 103)
front d'onde (p. 94)
intensité (p. 109)
onde de choc (p. 106)
seuil d'audibilité (p. 110)
seuil de sensation douloureuse (p. 110)
tuyau fermé (p. 96)
tuyau ouvert (p. 96)

RÉVISION

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

R1. Quelles sont les limites des fréquences audibles de l'oreille humaine ?

R2. Dans une onde sonore, que vaut la différence de phase entre les fluctuations de pression et les fluctuations de position (déplacement) ?

R3. Vrai ou faux ? Dans une onde sonore, les endroits où la pression est maximale correspondent aux endroits où les éléments de volume d'air se déplacent le plus rapidement.

R4. Par quel facteur doit-on multiplier la température (en kelvins) pour doubler le module de la vitesse du son ?

R5. Complétez. L'extrémité ouverte d'un tuyau est un ____ de déplacement et un ____ de pression ; l'extrémité fermée d'un tuyau est un ____ de déplacement et un ____ de pression.

R6. Représentez par des dessins les variations de déplacement pour les trois premiers modes de résonance : (a) d'un tuyau ouvert ; (b) d'un tuyau fermé (indiquez quelle est l'extrémité ouverte et quelle est l'extrémité fermée).

R7. Quelle est la différence entre « harmonique » et « mode » ? Illustrez cette différence à l'aide d'un exemple.

R8. Vrai ou faux ? La fréquence d'une onde sonore est la même pour un observateur en mouvement par rapport à l'air que pour un observateur au repos.

R9. Vrai ou faux ? La vitesse d'une onde sonore est la même pour un observateur en mouvement par rapport à l'air que pour un observateur au repos.

R10. Vrai ou faux ? La longueur d'onde d'un son est la même pour un observateur en mouvement par rapport à l'air que pour un observateur au repos.

R11. Vrai ou faux ? La vitesse d'une source sonore influence la vitesse du son qu'elle émet.

R12. Vrai ou faux ? Dans l'équation 3.7, qui décrit l'effet Doppler, si le signe est positif au numérateur, alors le signe doit nécessairement être négatif au dénominateur.

R13. Comment peut-on s'y prendre pour accorder une touche de piano à l'aide d'un diapason ?

R14. À une fréquence de 1 kHz, quelle est l'intensité (en watts par mètre carré et en décibels) correspondant : (a) au seuil d'audibilité ; (b) au seuil de sensation douloureuse ?

R15. (a) Comment se traduit, en termes de décibels, la multiplication de l'intensité d'une source sonore : (a) par 10 ; (b) par 100 ? (c) À quoi cela correspondrait-il en termes d'intensité sonore perçue ?

QUESTIONS

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Q1. Le module de la vitesse du son dans la gamme des fréquences audibles dépend-il de la longueur d'onde ? Sur quoi s'appuie votre réponse ?

Q2. Si la température varie pendant un concert en plein air, peut-on s'attendre à ce que les instruments se désaccordent ?

Q3. Est-il possible de mesurer la température à l'aide des vibrations d'un diapason ?

Q4. Supposons que l'intervalle entre un éclair et le coup de tonnerre correspondant soit de T secondes. L'éloignement (en kilomètres) de l'éclair est approximativement égal à $T/3$. Expliquez pourquoi.

Q5. L'intensité des ondes sonores émises par une source ponctuelle diminue avec la distance un peu plus rapidement que ne le prédit la loi de l'inverse du carré. Quelle en est la raison ?

Q6. Deux ondes sonores ont des amplitudes de pression égales, mais la fréquence de la première est le double de celle de la seconde, c'est-à-dire $f_1 = 2f_2$. Comparez : (a) les amplitudes des déplacements ; (b) les intensités.

Q7. À quoi sert la partie évasée au bout d'une trompette ou d'un cor ?

Q8. Pourquoi votre voix produit-elle plus d'effet lorsque vous chantez dans la douche ? L'effet produit dépend-il de la position de votre bouche par rapport aux murs ou au plafond ?

Q9. On peut faire « chanter » un verre en cristal assez fin en frottant un doigt humide sur le pourtour. Pourquoi cela se produit-il ?

Q10. Dans certains sous-marins, les plongeurs travaillent dans une atmosphère où l'hélium remplace l'azote de l'air ordinaire. Pourquoi la fréquence de leur voix est-elle anormalement élevée ?

Q11. On donne une première onde sonore de fréquence f et d'amplitude de déplacement s_0 et une deuxième onde ayant la moitié de la fréquence et le double de l'amplitude de la première. Comparez leurs intensités.

Q12. On produit deux ondes sonores dans l'air, telles que $f_2 = 2f_1$. Comment se comparent : (a) leurs vitesses ; (b) leurs longueurs d'onde ?

Q13. Avec un entraînement, la fréquence de vibration des cordes vocales peut atteindre 400 Hz environ. Pourtant, nous pouvons produire des sons à une fréquence dix fois plus grande. Fournissez une explication potentielle.

Q14. Dans plusieurs films de science-fiction, on utilise des bruitages divers pour représenter le son des lasers, des moteurs et des explosions entendus dans l'espace. Quel est le problème ?

Q15. Lors de la Deuxième Guerre mondiale, on a remarqué que les explosions sous-marines pouvaient blesser des marins immergés dans l'eau même s'ils étaient situés à des centaines de mètres. Pourtant, cela ne survient pas si l'explosion déployant la même énergie se produit dans l'air. Fournissez une explication.

Q16. Pendant le chuchotement, les cordes vocales ne vibrent pas, mais obstruent partiellement les voies respiratoires. Comment le son est-il produit ?

Q17. Les sons comme « ch » ou « s » sont produits en faisant résonner la « colonne » d'air située entre la langue et les lèvres. Pour lequel de ces deux sons la colonne doit-elle être la plus courte ?

EXERCICES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Sauf indication contraire ou mention de la température ambiante, on considérera que le module de la vitesse de propagation du son dans l'air est égal à 340 m/s et que la masse volumique de l'air est de 1,29 kg/m^3.

3.1 Nature des ondes sonores

E1. (I) Les chauves-souris émettent des sons de haute fréquence pour localiser les objets qui les entourent. La fréquence la plus élevée émise par une

chauve-souris est égale à 10^5 Hz. Quelle est la longueur d'onde de ce signal ?

E2. (I) Les chiens peuvent entendre des sons d'une fréquence aussi élevée que 35 000 Hz. Quelle est la longueur d'onde d'une telle onde ?

E3. (I) Pour un examen médical aux ultrasons, on utilise des ondes de 4 MHz. Si le module de la vitesse du son dans les tissus vaut 1500 m/s, quelle en est la longueur d'onde ?

E4. (I) Une explosion a lieu sur un bateau. Le détecteur sonar d'un navire capte le signal 3,2 s avant que le son ne soit perçu par les marins qui sont sur le pont de ce navire. À quelle distance du navire se trouve le bateau ? Le module de la vitesse du son dans l'eau est de 1500 m/s.

E5. (I) (a) Calculez le module de la vitesse des ondes sonores dans le mercure liquide, dont le module de compressibilité vaut $2{,}8 \times 10^{10}$ N/m^2 et la masse volumique, 13,6 g/cm^3. (b) Quelle serait la longueur d'onde d'une onde sonore de 1000 Hz dans le mercure ?

E6. (I) Calculez le module de la vitesse du son dans les gaz suivants à 0 °C et sous une pression de 1 atm : (a) l'oxygène, dont le module de compressibilité vaut $1{,}41 \times 10^5$ N/m^2 et la masse volumique, 1,43 kg/m^3 ; (b) l'hélium, dont le module de compressibilité vaut $1{,}70 \times 10^5$ N/m^2 et la masse volumique, 0,18 kg/m^3.

E7. (I) Le module de la vitesse des ondes longitudinales le long d'une tige est donné par

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

où E est le module de Young. Calculez le module de la vitesse du son dans une tige d'acier pour lequel $E = 2 \times 10^{11}$ N/m^2 et $\rho = 7{,}8$ g/cm^3.

E8. (I) Le module de la vitesse des ondes longitudinales dans un tuyau de plomb est égal à 1320 m/s. On considère une série de tuyaux de plomb raccordés de longueur totale 100 m. Si l'on frappe un coup de marteau à une extrémité, pourquoi entend-on deux coups à l'autre extrémité ? Estimez l'intervalle de temps entre la réception de chacun des deux signaux sonores.

E9. (I) Le module de la vitesse des ondes transversales dans un solide de grandes dimensions est donné par

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

où G est le module de rigidité. Calculez le module de la vitesse de ces ondes dans l'aluminium, pour lequel $G = 2{,}5 \times 10^{10}$ N/m^2 et $\rho = 2{,}7$ g/cm^3.

E10. (I) Le module de la vitesse des ondes longitudinales dans un solide de grandes dimensions est donné par

$$v = \sqrt{\frac{K + G/3}{\rho}}$$

où K est le module de compressibilité et G est le module de rigidité. Calculez le module de la vitesse de ces ondes dans le cuivre, pour lequel $K = 1{,}4 \times 10^{11}$ N/m^2 et $G = 4{,}2 \times 10^{10}$ N/m^2. La masse volumique du cuivre est de 8,92 g/cm^3.

E11. (II) Montrez que pour une onde longitudinale dans un fluide la variation de pression Δp est liée au déplacement s par la relation $\Delta p = (K/v)(\partial s/\partial t)$, où K est le module de compressibilité et v est le module de la vitesse de l'onde.

3.2 Ondes sonores stationnaires résonantes

E12. (I) La variation de pression dans une onde sonore stationnaire est de la forme

$$\Delta p(x, t) = 4 \sin(5{,}3x) \cos(1800t)$$

où Δp est en pascals, x, en mètres et t, en secondes. Écrivez les fonctions d'onde pour les deux ondes produisant cette onde stationnaire.

E13. (I) On place un diapason de fréquence 440 Hz à l'extrémité ouverte d'un tube (figure 3.9, p. 99). Si l'on fait baisser le niveau d'eau, quelles sont les première et deuxième longueurs auxquelles la colonne d'air résonne (on néglige les corrections d'extrémités) ?

E14. MonLab (II) Les fréquences fondamentales pour divers tuyaux ouverts sont données dans le tableau suivant :

L (cm) :	18	35	52	76
f (Hz) :	944	472	321	221

où L est la longueur mesurée. Tracez un graphique pour déterminer la vitesse du son.

E15. MonLab (II) Le deuxième harmonique d'une corde de longueur 60 cm et de densité de masse linéique 1,2 g/m a la même fréquence que le troisième harmonique d'un tuyau fermé de longueur 1 m. Trouvez la tension de la corde.

E16. (II) Une sirène à air est constituée d'un disque percé de 40 trous régulièrement espacés sur la circonférence. L'air sortant d'un petit bec est soufflé dans les trous, le disque tournant à 1200 tr/min. (a) Quelle est la fréquence entendue ? (b) S'agit-il d'un son aussi « pur » que le son produit par un diapason ? Expliquez.

E17. (I) Un tuyau ouvert, étroit et rectiligne, a une longueur de 20 m. Estimez les fréquences des trois premiers modes d'oscillation.

E18. (I) Un tuyau a une fréquence fondamentale de 1 kHz à 20 °C. Que vaut cette fréquence à 10 °C ? On suppose que la longueur ne varie pas.

E19. MonLab (I) Une flûte (que l'on assimile à un tuyau ouvert aux deux extrémités) a une longueur de 60 cm. (a) Quelle est la fréquence fondamentale lorsque tous les trous (autres que les extrémités) sont fermés ? (b) À quelle distance de l'embouchure doit-on ouvrir un trou pour que la fréquence fondamentale soit de 330 Hz ?

E20. (I) (a) Quelle est la longueur d'un tuyau d'orgue fermé de fréquence fondamentale 25 Hz ? (b) Quelle est la longueur d'un tuyau d'orgue ouvert de fréquence fondamentale 500 Hz ?

E21. (I) La vitesse du son varie avec la température : à 20 °C, son module vaut 344 m/s, alors qu'à 5 °C il vaut 335 m/s. De combien varie la fréquence fondamentale d'un tuyau ouvert d'une longueur de 30 cm lorsque la température passe de 20 °C à 5 °C ? On suppose que la longueur ne varie pas.

3.3 et 3.4 Effet Doppler, battements

E22. (I) La sirène d'une voiture de police a une fréquence de 1200 Hz. Quelle est la fréquence entendue par un observateur immobile si la voiture roule à 108 km/h : (a) vers l'observateur ; (b) en s'éloignant de l'observateur ?

E23. (I) Un camion roulant à 25 m/s émet à une fréquence de 400 Hz. Déterminez la longueur d'onde mesurée par la source et un observateur immobile, sachant que le camion : (a) s'approche de l'observateur ; (b) s'en éloigne.

E24. (I) Refaites l'exercice précédent en supposant que la source est immobile et que l'observateur se déplace à 40 m/s.

E25. (I) Une source émet un son de fréquence 200 Hz. Calculez la fréquence entendue et la longueur d'onde mesurée par la source et l'observateur dans chacun des cas suivants : (a) la source s'approche à 40 m/s d'un observateur immobile ; (b) l'observateur s'approche à 40 m/s de la source immobile ; (c) la source et l'observateur se déplacent l'un vers l'autre à 20 m/s par rapport au sol.

E26. MonLab (II) Un jouet alimenté par pile émet un son à une fréquence de 1800 Hz. Il décrit un cercle de rayon 1,2 m à raison de 2,4 tr/s. Quelles sont les fréquences minimale et maximale entendues par un observateur immobile situé à une certaine distance dans le plan du cercle ?

E27. MonLab (II) Une automobile roulant à 40 m/s et un camion roulant à 15 m/s sont sur la même route rectiligne. Le klaxon de l'automobile a une fréquence de 400 Hz. Quelle est la variation de fréquence entendue par le conducteur du camion une fois que l'automobile l'a dépassé ? On suppose que l'automobile et le camion roulent : (a) dans la même direction ; (b) dans des directions opposées.

E28. (II) La sirène d'une voiture de police roulant à 40 m/s a une fréquence de 600 Hz. Un camion roule devant la voiture à 20 m/s dans le même sens. (a) Quelle est la fréquence du son réfléchi entendu par le policier ? Que devient la réponse à la question (a) si les deux véhicules se déplacent : (b) contre un vent de 10 m/s ; (c) dans le même sens qu'un vent de 10 m/s ?

E29. MonLab (I) Une voiture de police dont la sirène a une fréquence de 500 Hz s'approche d'un grand mur à 30 km/h. Un observateur immobile détecte les ondes directes et réfléchies. Quelle est la fréquence de battements ? On suppose que l'observateur est situé sur l'axe du mouvement de la voiture. (Il y a deux réponses possibles.)

E30. (I) Refaites l'exercice précédent en supposant que la voiture s'éloigne du mur.

E31. MonLab (II) Une source sonore émet à une fréquence de 600 Hz. Ce signal est perçu par un observateur immobile avec une fréquence entendue de 640 Hz lorsque la source s'approche de l'observateur. Quelle est la fréquence entendue si la source s'éloigne à la même vitesse ?

3.5 Intensité du son

E32. (I) Si une seule personne crie dans les gradins d'un stade, l'intensité au centre du terrain vaut 50 dB. Quelle est l'intensité en décibels lorsque 2×10^4 spectateurs crient à peu près à la même distance ?

E33. (I) Quelle est la puissance incidente sur le tympan, d'aire 0,4 cm^2, correspondant à : (a) 120 dB (seuil de sensation douloureuse à 1 kHz) ; (b) 0 dB (seuil d'audibilité à 1 kHz) ?

E34. MonLab (II) L'explosion d'un pétard dans l'air à une hauteur de 40 m produit une intensité de 100 dB à la hauteur du sol. Quelle est la puissance sonore en supposant que le pétard rayonne comme une source ponctuelle ?

E35. MonLab (II) Deux sources sonores indépendantes produisent individuellement des intensités de 80 dB et de 85 dB en un certain point. Quelle est l'intensité totale (en décibels) en ce point ?

E36. (I) (a) Quel est le nombre de décibels correspondant à une intensité de 5×10^{-7} W/m^2 ? (b) Quelle est l'intensité, exprimée en watts par mètre carré, d'une onde sonore de 75 dB ?

3.6 Ondes sonores : notions avancées

E37. (I) Déterminez l'intensité moyenne de chacune des ondes sonores suivantes dans l'air : (a) un signal de 600 Hz qui a une amplitude de déplacement de 8 nm ; (b) un signal de 2 kHz pour lequel l'amplitude de la variation de pression vaut 3,5 Pa.

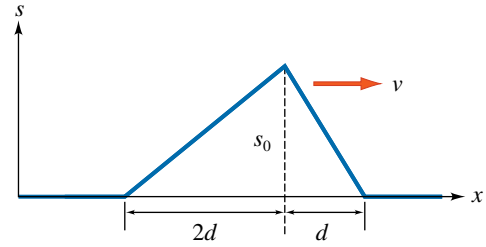
E38. (I) Un amplificateur a un rapport signal/bruit de 80 dB. Quel est le rapport de la puissance du signal à celle du bruit ?

E39. (I) Deux ondes sonores de 5 kHz ont des intensités qui diffèrent de 3 dB. Quel est le rapport de leurs amplitudes de déplacement ?

E40. (II) Les intensités de deux sons de même fréquence diffèrent d'un facteur 1000. Déterminez : (a) la différence des intensités en décibels ; (b) le rapport des amplitudes de pression.

E41. MonLab (II) Un haut-parleur est alimenté par une puissance électrique de 40 W à 1 kHz. Il convertit la puissance électrique en puissance acoustique avec un rendement de 0,5 %. On suppose que le haut-parleur rayonne uniformément comme une source ponctuelle. Déterminez la distance à laquelle le son : (a) est douloureux (120 dB) ; (b) équivaut à une conversation (60 dB).

E42. (II) La figure 3.29 représente le graphique d'une impulsion sonore pour laquelle le déplacement longitudinal maximal $s_0 = 10^{-6}$ m et $d = 5$ cm. Déterminez la vitesse d'une particule (élément de volume d'air) sur le bord avant et sur le bord arrière de l'impulsion.



▲ Figure 3.29
Exercice 42.

E43. (II) La variation de pression dans une onde sonore est donnée par

$$\Delta p = 12 \sin\left(8{,}18x - 2700t + \frac{\pi}{4}\right)$$

où Δp est en pascals, x est en mètres et t, en secondes. Déterminez : (a) l'amplitude de déplacement ; (b) l'intensité moyenne.

E44. (I) L'amplitude des variations de pression dans une onde sonore de 600 Hz dans l'air est de 0,3 N/m^2. Quelle est l'amplitude de déplacement ?

E45. (I) Si l'amplitude de déplacement d'une onde sonore sinusoïdale vaut $2{,}4 \times 10^{-9}$ m et l'amplitude de variation de pression vaut $4{,}2 \times 10^{-2}$ N/m^2, quelle est la fréquence du son ?

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Sauf indication contraire ou mention de la température ambiante, on considérera que le module de la vitesse de propagation du son dans l'air est égal à 340 m/s et que la masse volumique de l'air est de 1,29 kg/m^3.

3.1 Nature des ondes sonores

E46. (I) À quel intervalle de longueur d'onde dans l'air correspondent les sons audibles : (a) à −10 °C ; (b) à 30 °C ?

3.2 Ondes sonores stationnaires résonantes

E47. (I) Un haut-parleur produisant des sons dont les fréquences sont comprises entre 50 Hz et 500 Hz est placé devant l'extrémité ouverte d'un tuyau fermé de 1,4 m de longueur. Trouvez (a) la plus basse et (b) la plus haute fréquence des modes d'oscillation propre du tuyau.

E48. (II) Les fréquences de deux modes consécutifs d'un tuyau, de 0,45 m de long, sont de 929 Hz et 1300 Hz. (a) Le tuyau est-il ouvert ou fermé ? (b) Quel est le module de la vitesse de l'onde ?

E49. (I) Un animal a un canal auditif long de 4 cm. À quelle fréquence le tympan est-il le plus sensible ?

3.3 Effet Doppler

E50. (II) La sirène d'une voiture de police roulant à 30 m/s a une fréquence de 600 Hz. La voiture s'approche d'un grand mur. Quelle est la fréquence du son réfléchi entendu par le policier dans sa voiture ?

E51. (II) Le klaxon d'un camion a une fréquence de 800 Hz. Il est perçu par le conducteur d'une automobile comme ayant une fréquence de 960 Hz lorsqu'il s'approche du camion avec une vitesse relative de 61 m/s. Déterminez la vitesse de chacun des véhicules.

E52. (II) En 1845, Buys Ballot demanda à des musiciens dans un train en mouvement de jouer certaines notes. Si la fréquence perçue par un observateur immobile est f_A lorsque le train s'approche et f_E lorsqu'il s'éloigne, à quelle vitesse roule le train si le rapport f_A/f_E est égal à $2^{1/12}$, ce qui correspond à un demi-ton ?

E53. (II) Un sifflet de train est perçu comme ayant une fréquence de 475 Hz lorsqu'il s'approche d'un observateur immobile et de 410 Hz lorsqu'il s'en éloigne. Trouvez : (a) le module de la vitesse du train ; (b) la fréquence du son émis par le sifflet.

E54. (II) Une voiture de police roulant à 40 m/s est initialement derrière un camion roulant dans le même sens à 25 m/s. La fréquence de la sirène est de 800 Hz. Quelle est la variation de fréquence perçue par le conducteur du camion lorsque la voiture de police le dépasse ?

E55. (II) Une voiture de police roulant à 40 m/s s'approche d'un camion roulant à 25 m/s en sens inverse. La fréquence de la sirène est de 800 Hz. Quelle est la variation de fréquence perçue par le conducteur du camion lorsque la voiture le croise ?

E56. (I) Une source sonore se déplace en ligne droite à une vitesse de module v_S supérieur à celui de la vitesse du son v. Montrez que l'angle θ entre la surface du cône de l'onde de choc et la trajectoire de la source est donné par $\sin\theta = v/v_S$.

E57. (II) Lors d'une échographie Doppler, un dispositif émet une onde de 4 MHz parallèlement à l'écoulement dans une artère de 0,6 cm de diamètre. Le son se propage à 1570 m/s dans le sang. Si on mesure que la fréquence de l'écho a connu un gain moyen de 535 Hz, quel est le débit sanguin en litres par minute ?

3.4 Battements

E58. (I) Un accordeur utilise un diapason pour accorder la corde d'un piano à 220 Hz. Lorsque le module de la tension vaut 600 N, il entend des battements de 2 Hz. La fréquence des battements augmente lorsque la tension augmente. Quelle est la bonne tension ?

3.5 Intensité du son

E59. (I) Exprimée en décibels, l'intensité d'une source à 3,5 m de distance est de 100 dB. À quelle distance l'intensité sera-t-elle de 94 dB ?

3.6 Ondes sonores : notions avancées

E60. (I) Soit une onde sonore de 5000 Hz de fréquence. (a) Si l'amplitude de déplacement est de $2{,}5 \times 10^{-9}$ m, quelle est l'amplitude de pression ? (b) Si l'amplitude de pression est de 3×10^{-3} N/m^2, quelle est l'amplitude de déplacement ?

E61. (I) Quelle est la longueur d'onde d'une onde sonore dont l'amplitude de pression est de $4{,}1 \times 10^{-4}$ N/m^2 et l'amplitude de déplacement, de 6×10^{-10} m ?

E62. (I) En décibels, l'intensité d'un son dans l'air est de 85 dB. Quelle est l'amplitude de pression ?

E63. (II) Le déplacement d'une onde sonore est donné par $s = 7 \times 10^{-8} \sin(5{,}3x - 1800t)$, où s et x sont en mètres et t, en secondes. Trouvez : (a) le module de la vitesse de l'onde ; (b) l'amplitude de pression ; (c) le module de la vitesse maximale des éléments du milieu de propagation.

PROBLÈMES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Sauf indication contraire ou mention de la température ambiante, on considérera que le module de la vitesse de propagation du son dans l'air est égal à 340 m/s et que la masse volumique de l'air est de 1,29 kg/m^3.

P1. (I) Une source sonore ponctuelle rayonne avec une puissance de 10^{-3} W à 240 Hz. Trouvez, à une distance de 4 m : (a) l'intensité en watts par mètre carré ; (b) l'intensité en décibels ; (c) l'amplitude de pression ; (d) l'amplitude de déplacement du son.

P2. (I) Un haut-parleur vibre à la fréquence de 80 Hz et produit une amplitude de variation de pression de 10 Pa à une distance de 1 m. Déterminez : (a) l'amplitude de déplacement à 5 m du haut-parleur ; (b) l'intensité (en décibels) à 5 m. On suppose que le haut-parleur rayonne comme une source ponctuelle.

P3. (I) Le module de la vitesse du son dans l'air dépend de la température en kelvins (K) selon l'équation 3.1. (a) Montrez que la variation relative de la vitesse du son ($\Delta v/v$) causée par une variation relative de la température ($\Delta T/T$) est

$$\frac{\Delta v}{v} = 0{,}5\frac{\Delta T}{T}$$

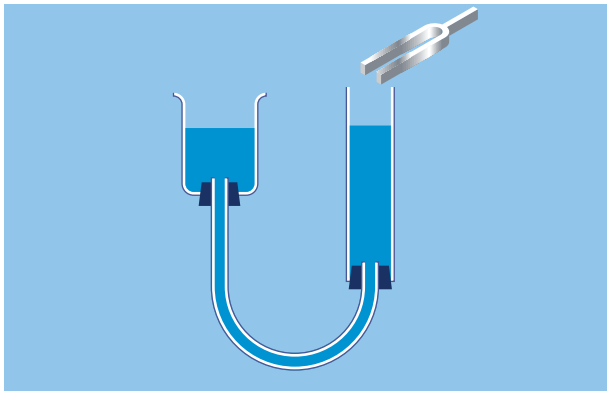
(b) Un tuyau d'orgue a une fréquence fondamentale de 400 Hz à 285 K. Quelle est sa fréquence fondamentale à 305 K ? On suppose que la longueur du tuyau ne varie pas. (c) Comparez la variation de fréquence en pourcentage à celle d'un demi-ton, qui est de 6 % environ.

P4. (I) Un tuyau a deux fréquences de résonance consécutives à 607 Hz et à 850 Hz. (a) Le tuyau est-il

ouvert ou fermé ? (b) Quelle est la fréquence fondamentale ? La vitesse du son n'est pas connue.

P5. (II) On jette une pierre dans un puits et, 2,2 s plus tard, on entend le bruit qu'elle fait au contact de l'eau au fond du puits. Quelle est la profondeur du puits ?

P6. (II) La figure 3.30 illustre un dispositif permettant de faire varier de façon continue la longueur d'une colonne d'air (à droite) en modifiant le niveau d'eau d'un réservoir (à gauche). Lorsqu'on place un diapason au-dessus de l'extrémité ouverte, la colonne d'air résonne une première fois alors que la profondeur mesurée est 18,2 cm, puis de nouveau à 55,7 cm. La longueur de résonance effective est la profondeur mesurée plus 0,6r, où r est le rayon du tube. (a) Trouvez le rayon du tube. (b) Quelle est la fréquence du diapason ?



▲ Figure 3.30

Problème 6.

P7. (I) Montrez que la fonction d'onde d'une onde émise par une source ponctuelle est de la forme $y = (A/r)\sin(kr - \omega t)$. (*Indice* : Considérez la variation de l'intensité avec la distance radiale.)

P8. (I) La note de musique *sol* est sept demi-tons au-dessus du *do*, dont la fréquence est égale à 261,63 Hz. Dans la gamme *diatonique*, le rapport des fréquences est $f_{sol}/f_{do} = \frac{3}{2}$. Dans la gamme *tempérée*, la fréquence varie d'un facteur $2^{1/12}$ entre un demi-ton et le suivant. Quelle serait la fréquence de battements entendue si les notes *sol* des deux gammes étaient jouées simultanément ?

P9. MonLab (II) Une corde de guitare de longueur 52 cm et de densité de masse linéique 2 g/m vibre à sa fréquence fondamentale de 400 Hz. Lorsqu'un tuyau ouvert résonne dans son mode fondamental, on entend une fréquence de battements de 4 Hz. (a) Quelles sont les fréquences possibles du tuyau ? Lorsqu'on tend la corde, la fréquence de battements diminue. Déterminez : (b) la tension initiale de la corde ; (c) la longueur du tuyau.

P10. (I) On peut déterminer l'impédance acoustique Z d'un milieu en écrivant l'intensité d'une onde sonore, de fréquence angulaire ω et d'amplitude de déplacement A, sous la forme

$$I_{\text{moy}} = \tfrac{1}{2}(\omega A)^2 Z$$

Montrez que, pour un fluide, $Z = \sqrt{K\rho}$. (C'est la variation de Z à la surface de séparation entre deux fluides qui détermine la phase d'une impulsion réfléchie.)

P11. (II) Le klaxon d'une automobile immobile de 5 m de long produit un son de 75 dB dans les oreilles d'un piéton qui passe à 1 m devant la voiture. On suppose que le klaxon est placé à l'extrémité avant de l'auto. (a) Si deux automobiles identiques se placent derrière la première, l'une derrière l'autre et séparées d'une distance de 1 m, combien de décibels seront perçus par le piéton si les trois automobiles font fonctionner leur klaxon au même moment ? (b) Si un grand nombre d'automobiles se placent derrière la première, quelle est la valeur limite du nombre de décibels perçus par le piéton ?

P12. (I) Dans une échographie Doppler, le son réfléchi sur les globules rouges donne lieu à un changement de fréquence (voir l'exemple 3.8). (a) Dans l'hypothèse où la vitesse du sang v_s est nettement inférieure à la vitesse du son, montrez que la variation de fréquence est donnée par

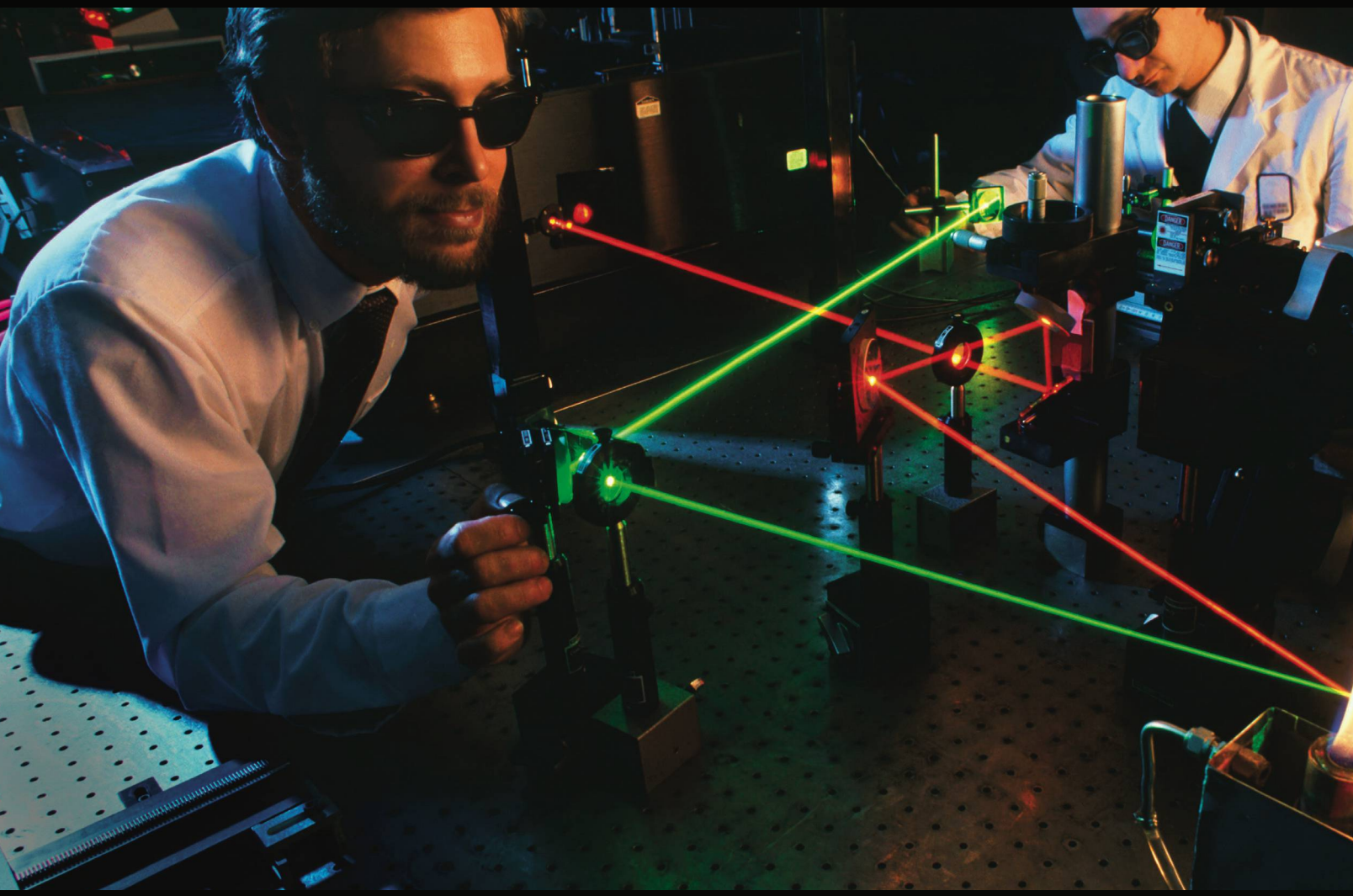
$$\Delta f = 2\frac{v_s}{v} f$$

où f est la fréquence émise et v, la vitesse du son dans le sang. (*Indice* : Utilisez l'approximation du binôme.) (b) Comment le technicien doit-il placer le dispositif qui émet l'onde initiale pour que cette équation soit valable ? (c) Refaites l'exemple 3.8 et l'exercice E57 au moyen de cette équation. Que remarquez-vous ?

P13. (I) On augmente de 1 Pa la pression (constante) dans le canal auditif et on observe que le tympan s'enfonce de 0,05 µm. Si le tympan a une surface de 5×10^{-5} m^2 et une masse de 25 mg, quelle est sa fréquence fondamentale de vibration ?

CHAPITRE 4

LA LUMIÈRE, LA RÉFLEXION ET LA RÉFRACTION



SOMMAIRE

4.1 Le modèle électromagnétique

4.2 Le spectre électromagnétique

4.3 Le principe de Huygens

4.4 La réflexion et la réfraction des ondes

4.5 L'optique géométrique

4.6 La réflexion et la réfraction en optique géométrique

4.7 La réflexion totale interne

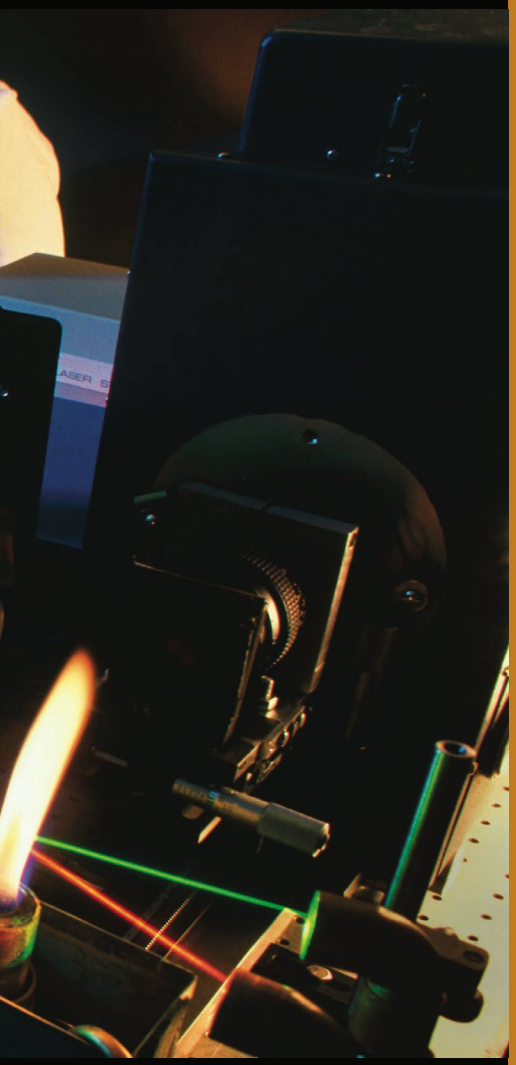
4.8 Le prisme et la dispersion

4.9 La formation d'images par réflexion et par réfraction

4.10 Le miroir plan

4.11 Les miroirs sphériques

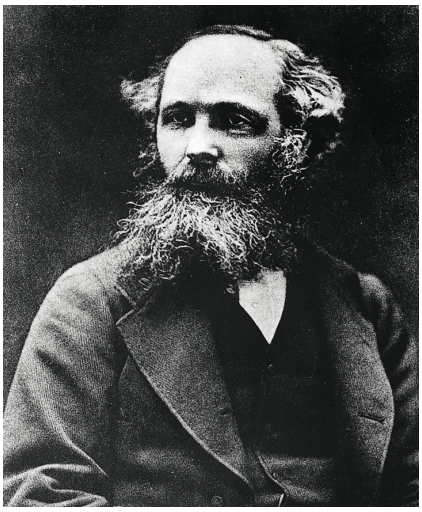
4.12 La vitesse de la lumière



Cet équipement permet de mesurer les émissions polluantes d'une flamme à l'aide d'un laser. Le faisceau laser est dirigé au moyen de miroirs et de lentilles, des dispositifs reposant sur des phénomènes que nous apprendrons à décrire dans ce chapitre.

Ce chapitre amorce l'étude de l'*optique*, la branche de la physique qui porte sur la lumière (visible ou non). Cette étude se poursuivra dans la majorité du tome 3. Dans les chapitres 4 à 7, nous étudierons un premier modèle de la lumière, celui de l'onde électromagnétique, ainsi que les phénomènes qu'il permet d'expliquer : ceux qui touchent à la propagation de la lumière. Comme nous le verrons, ce modèle représente la lumière comme des champs électrique et magnétique qui oscillent en s'induisant l'un l'autre, mais son trait principal est de considérer la lumière comme une *onde*.

La nature de la lumière a fait l'objet d'un débat qui figure parmi les plus longs de l'histoire des sciences. Au XVII^e^ siècle, René Descartes (1596-1650) et Isaac Newton (1642-1727) envisageaient la lumière comme un flux de particules, tandis que Christiaan Huygens (1629-1695) soutenait qu'il s'agissait d'une perturbation dans un milieu matériel que l'on nommait « éther ». Huygens savait que deux faisceaux lumineux pouvaient se croiser sans avoir d'effet mutuel et il ne pouvait imaginer qu'un flux de particules puisse en faire autant sans provoquer de collisions.



▲ **Figure 4.1**
James Clerk Maxwell (1831-1879).

Ce n'est que vers 1820 que des travaux expérimentaux et théoriques ont achevé de convaincre les physiciens que la lumière, lorsqu'elle se propage, se comporte comme si elle était une onde transversale*. Mais la nature précise de ces ondes demeurait inconnue. En 1845, Michael Faraday (1791-1867) montra qu'un champ magnétique peut produire un effet sur un rayon lumineux, ce qui lui fit supposer que la lumière est faite de champs électrique et magnétique. Malheureusement, ses connaissances en mathématiques n'étaient pas suffisantes pour lui permettre de poursuivre dans cette voie d'une façon quantitative.

Un jeune admirateur de Faraday nommé James Clerk Maxwell (figure 4.1) décida d'exploiter l'hypothèse audacieuse de Faraday. Il apporta au théorème d'Ampère une modification subtile et pourtant capitale (voir les sections 9.4 et 13.1 du tome 2) qui lui permit, en 1865, de prédire l'existence d'ondes électromagnétiques se propageant à une vitesse théorique qui correspondait à 1 % près à la vitesse de la lumière. Sa conclusion inévitable était que la lumière peut être représentée comme une onde électromagnétique et même qu'elle *est* une onde électromagnétique. Nous présenterons quelques propriétés de ces ondes à la section 4.1, ainsi que le spectre électromagnétique complet à la section 4.2. Le reste de ce chapitre portera sur les prédictions les plus simples du modèle électromagnétique, c'est-à-dire la façon dont la lumière est réfléchie ou transmise en changeant de milieu. Les trois chapitres suivants présenteront d'autres de ses prédictions**.

4.1 LE MODÈLE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Dans cette section, nous allons décrire une *onde électromagnétique*, expliquer en quoi ce modèle permet de représenter la lumière et préciser comment la physique classique envisage que la matière puisse émettre ou recevoir de telles ondes.

Deux concepts sont essentiels pour comprendre ce qu'est une onde électromagnétique. Au chapitre 10 du tome 2, nous avons vu qu'un champ magnétique variable produisait un *champ électrique induit*. De même, au chapitre 13 du tome 2, nous avons vu qu'un champ électrique variable produisait un *champ magnétique induit*. Rappelons brièvement ce qui nous a conduits à ces deux conclusions.

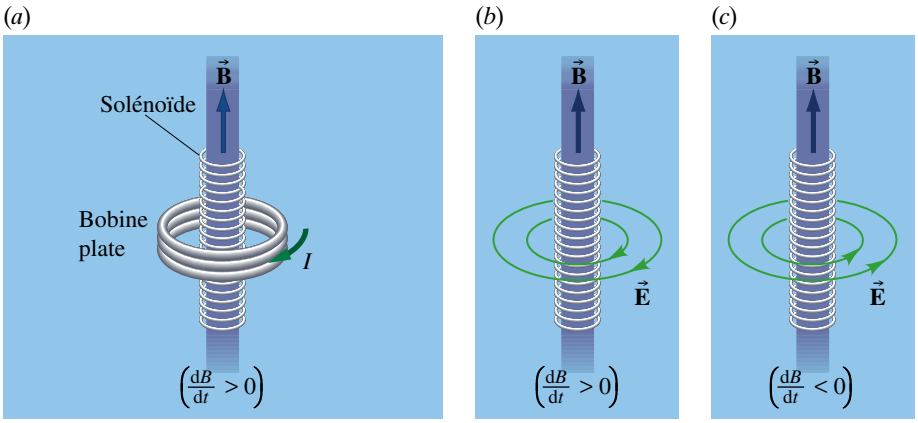
La figure 4.2*a* montre une source de champ magnétique (un solénoïde parcouru par un courant). Une bobine plate entoure ce solénoïde. Tant que le champ magnétique est constant dans le solénoïde, aucun courant ne circule dans la bobine plate. Toutefois, si on fait varier le champ magnétique produit par le solénoïde, un courant électrique apparaît dans la bobine plate. Rappelons que la *loi de Faraday* permet de décrire ce phénomène (voir la section 10.5 du tome 2).

Pour que les électrons des fils de la bobine aient été mis en mouvement, ils ont dû subir une force $\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$. Il faut donc postuler que le champ magnétique variable est la *source* d'un champ électrique parallèle aux fils de la bobine plate. Pour un électron qui s'y trouve plongé, il n'y a aucune différence entre un champ électrique produit par des charges sources et un champ électrique produit par un champ magnétique variable. En fait, si on retire la bobine plate, le champ magnétique variable produit quand même un champ électrique (figures 4.2*b* et 4.2*c*).

L'innovation principale de Maxwell a été de réaliser qu'il fallait que le scénario inverse soit possible. (C'était la seule façon de résoudre une contradiction

* Nous verrons dans quelles circonstances aux chapitres 6 et 7.

** L'étude des sections 4.1 à 4.4 peut être reportée au moment de commencer le chapitre 6. Les sections 4.5 et suivantes se rapportent très peu à ces premières sections. Ainsi, il sera possible d'étudier l'optique géométrique avant d'aborder le modèle ondulatoire.

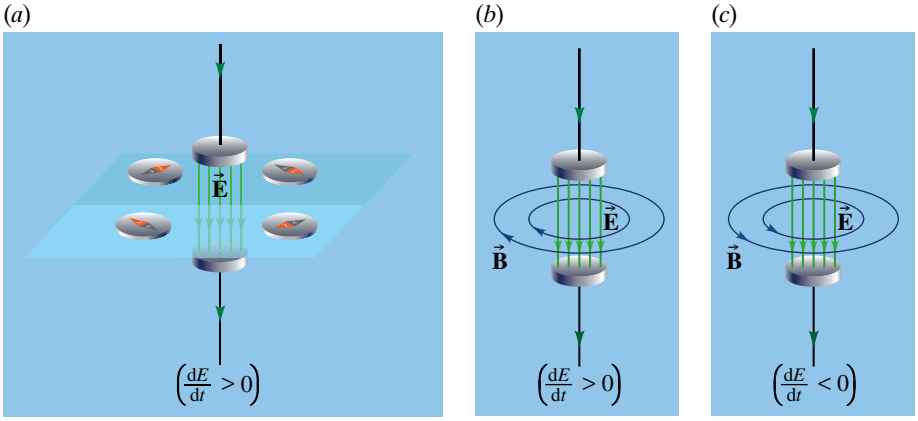


◀ Figure 4.2

(*a*) Si le champ magnétique produit par le solénoïde varie dans le temps, un courant induit circule dans la bobine plate. Ce courant est causé par un champ électrique « induit », lequel est produit par le champ magnétique variable et non par des charges sources. (*b*) Le champ magnétique variable produit quand même un champ électrique en l'absence d'une bobine plate. (*c*) Si on inverse le taux de variation du champ magnétique, on inverse le sens du champ électrique induit.

logique dans la théorie.) En d'autres termes, un champ *électrique* variable est la source d'un champ *magnétique*. La figure 4.3*a* montre une source de champ électrique (un condensateur chargé). Tant que le champ électrique est constant entre les armatures, des boussoles placées à proximité ne sont pas perturbées. Toutefois, si on fait varier le champ électrique produit par le condensateur, les boussoles changent d'orientation. Le *théorème d'Ampère-Maxwell* permet de décrire ce phénomène (voir la section 13.1 du tome 2).

Pour que les boussoles aient changé d'orientation, elles ont dû s'aligner sur un champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$. Il faut donc postuler que le champ électrique variable est la *source* d'un champ magnétique parallèle à l'orientation prise par les boussoles. Pour une aiguille de boussole qui s'y trouve plongée, il n'y a aucune différence entre un champ magnétique produit par des courants sources et un champ magnétique produit par un champ électrique variable. En fait, si on retire les boussoles, le champ électrique variable produit quand même un champ magnétique (figures 4.3*b* et 4.3*c*).

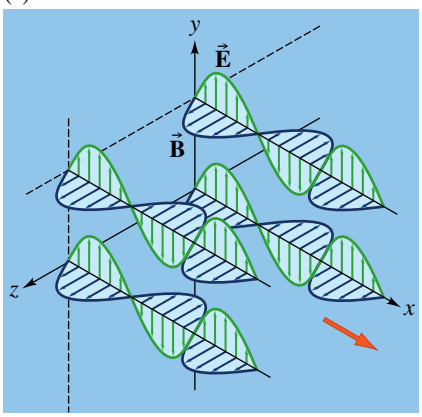


◀ Figure 4.3

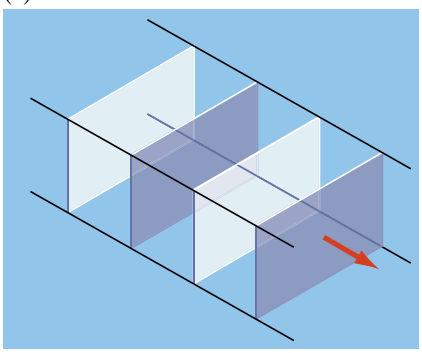
(*a*) Si le champ électrique produit par le condensateur varie dans le temps, les boussoles sont perturbées. Cette perturbation est causée par un champ magnétique « induit », lequel est produit par le champ électrique variable et non par des courants sources. (*b*) Le champ électrique variable produit quand même un champ magnétique en l'absence des boussoles. (*c*) Si on inverse le taux de variation du champ électrique, on inverse le sens du champ magnétique induit.

Considérons un seul point de l'espace, où un champ électrique oscille dans le temps. Ce champ induit donc un champ magnétique à proximité. Mais comme ce dernier champ oscille lui aussi dans le temps, il induit à son tour un champ électrique, qui induit à son tour un champ magnétique, qui induit à son tour un champ électrique, et ainsi de suite. Les champs électriques et magnétiques sont induits en des points de plus en plus éloignés du champ électrique initial. Ce processus est analogue à ce qui se produit quand on fait osciller un seul point le long d'une corde : ce point entraîne l'oscillation du point voisin, qui entraîne à son tour l'oscillation de son voisin, et ainsi de suite. L'oscillation des champs se propage *de proche en proche*, comme l'oscillation dans la corde. On dit qu'une **onde électromagnétique** se propage.

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 4.4

(*a*) Une onde plane électromagnétique. (*b*) Les fronts d'onde correspondant aux crêtes de l'onde illustrée en (*a*).

Les caractéristiques de l'onde électromagnétique

L'onde électromagnétique que nous venons de décrire se propage dans les trois dimensions en s'éloignant de sa source (comme le fait le son à la figure 3.4*b*, p. 94). La figure 4.4 illustre une portion de cette onde électromagnétique en une zone de l'espace située assez loin de la source pour que les fronts d'onde soient plans (comme ceux du son à la figure 3.4*c*, p. 94). On voit sur la figure que chacun des vecteurs champs est perpendiculaire à la direction de propagation ; toute onde électromagnétique est donc une onde *transversale*.

La vitesse de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide est donnée par l'équation 13.9 du tome 2, soit

Vitesse de la lumière dans le vide

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \qquad (4.1)$$

Sachant que $\mu_0 = 4\pi \times 10^{7}$ H/m et $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m, on trouve

$$v = 3{,}00 \times 10^{8} \text{ m/s}$$

Cette valeur correspond *exactement* à la valeur de la vitesse de la lumière dans le vide, c. Il devient donc évident que la lumière peut être représentée comme une onde électromagnétique. Quand l'onde circule dans un matériau transparent, il faut multiplier ε_0 par la constante diélectrique κ. La vitesse de propagation de l'onde devient donc plus faible que dans le vide puisque $\kappa > 1$ pour tout matériau :

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \kappa \varepsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{\kappa}} = \frac{c}{n} \qquad (4.2a)$$

où nous avons utilisé l'**indice de réfraction** n du milieu. Par définition, cet indice est le rapport des modules de la vitesse de la lumière dans le vide (c) et dans le milieu (v) :

Indice de réfraction

$$n = \frac{c}{v} \qquad (4.2b)$$

Selon l'équation 4.2*a*, l'indice de réfraction d'un matériau transparent correspond à la racine carrée de la constante diélectrique de ce matériau. Puisque la constante diélectrique est toujours égale ou supérieure à 1, on en déduit qu'il en est de même de l'indice de réfraction (voir le tableau 4.1). Cela correspond au fait que la lumière a une vitesse maximale dans le vide, seul le vide ayant précisément un indice de 1. Nous verrons à la section 4.8 que l'indice de réfraction de certains milieux, appelés *dispersifs*, dépend légèrement de la longueur d'onde.

Pour démontrer l'équation 4.1, il faut utiliser la loi de Faraday et le théorème d'Ampère-Maxwell (voir la section 13.1 du tome 2). Dans le vide et loin de toute charge source, ces équations s'écrivent

$$\oint \vec{\mathbf{E}} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} \qquad \text{et} \qquad \oint \vec{\mathbf{B}} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\mathrm{d}\Phi_E}{\mathrm{d}t}$$

▼ Tableau 4.1

Indices de réfraction de diverses substances à 20 °C pour la lumière jaune (longueur d'onde de 598 nm dans le vide)

Substance	*n*
Air	1,0003
Eau	1,333
Verre crown*	1,5
Verre flint*	1,66
Zircon (ZrO_2SiO_2)	1,923
Diamant	2,409

* Le verre a une composition chimique et une densité qui peuvent varier, ce qui a une incidence sur l'indice de réfraction ; les indices qui sont donnés ici sont les valeurs usuelles qu'on utilisera dans les exercices, sauf avis contraire.

Ces deux équations peuvent être couplées. Dans le cas de l'onde plane illustrée à la figure 4.4, où $\vec{\mathbf{E}} = E_y\vec{\mathbf{j}}$ et $\vec{\mathbf{B}} = B_z\vec{\mathbf{k}}$, loin de toute charge source, cela permet d'obtenir les équations suivantes (voir la section 13.3 du tome 2) :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0\varepsilon_0\left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}\right)$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \mu_0\varepsilon_0\left(\frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}\right)$$

Or, chacune de ces deux équations a la forme d'une équation d'onde (voir l'équation 2.18) à la condition que la vitesse de propagation corresponde à l'équation 4.1.

La principale différence entre une onde mécanique et une onde électromagnétique est évidente : ce n'est pas la position de particules (masses) qui oscille, mais plutôt la valeur de champs. Le mécanisme qui propage cette oscillation n'est donc pas la dynamique (décrite par les lois de Newton) mais l'induction électromagnétique (décrite par la loi de Faraday et le théorème d'Ampère-Maxwell). Cette différence a une conséquence fondamentale :

Propagation dans le vide

Alors qu'une onde mécanique a besoin d'un milieu matériel de propagation, une onde électromagnétique peut se propager dans le vide.

Néanmoins, l'onde électromagnétique possède toutes les caractéristiques d'une onde, telles que nous les avons définies à la section 2.1. Tout d'abord, il est certain qu'elle se propage sans aucun transport de matière, car les champs peuvent être produits dans le vide, en l'absence de toute particule. L'équation 4.1 montre aussi que la vitesse de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide est indépendante de la fréquence de la source. Une onde électromagnétique véhicule avec elle de l'énergie et de la quantité de mouvement. Ainsi, exactement comme une vague qui atteint une chaloupe immobile peut transférer de l'énergie à celle-ci en la soulevant, une onde électromagnétique qui atteint une charge immobile peut transférer de l'énergie à celle-ci en exerçant une force $\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$, où $\vec{\mathbf{E}}$ est le champ électrique oscillant. L'intensité moyenne véhiculée par une onde électromagnétique (voir la section 13.4 du tome 2) est donnée par

Intensité moyenne véhiculée par une onde électromagnétique

$$I_{\text{moy}} = \frac{1}{2c\mu_0}E_0^2 = \frac{c}{2\mu_0}B_0^2 \qquad (4.3)$$

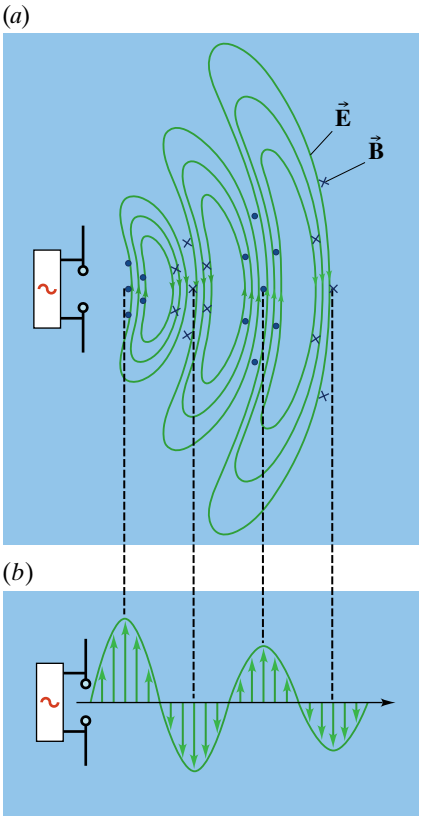
On note que cette intensité est proportionnelle au carré de l'amplitude, exactement comme c'était le cas pour la puissance ou l'intensité d'ondes mécaniques (voir par exemple les équations 2.19 et 3.11).

De même, une impulsion électromagnétique qui transporte l'énergie E possède la quantité de mouvement (voir la section 13.5 du tome 2)

$$p = \frac{E}{c} \qquad (4.4)$$

L'émission et l'absorption d'une onde électromagnétique

Examinons maintenant comment des charges sources peuvent émettre une onde électromagnétique et quel effet produit cette onde quand elle est incidente sur des charges cibles.



▲ Figure 4.5

(*a*) On peut produire des ondes électromagnétiques en reliant deux tiges à une source de tension alternative. Les charges en accélération dans les tiges produisent le champ de radiation illustré sur la figure. Le champ électrique est représenté par des boucles fermées, alors que le champ magnétique est normal à la page. (*b*) Vecteurs champ électrique le long d'un axe radial situé dans le plan de symétrie entre les deux tiges.

Dans la technologie de la vie quotidienne, des ondes électromagnétiques de basses fréquences sont émises par des **antennes** comme celles que contiennent les téléphones cellulaires, les fours à micro-ondes ou les postes de radio. La figure 4.5 illustre une antenne rudimentaire constituée de deux tiges métalliques reliées à une source de tension alternative. Tandis que la polarité des tiges s'inverse alternativement dans le temps, les charges oscillent le long des tiges. Les champs électrique et magnétique en un point situé à proximité de l'antenne oscillent donc dans le temps, ce qui engendre une onde électromagnétique tel que décrit ci-dessus. Les champs à proximité de la source sont complexes mais, à des distances importantes par rapport à la longueur d'onde du rayonnement, les champs *de radiation* varient comme le montre la figure 4.5*a*. Les lignes du champ électrique sont les courbes fermées représentées dans le plan de la page, alors que les lignes du champ magnétique sont normales à la page et ne sont représentées que par des points et des croix. L'intensité émise est nulle le long de l'axe des tiges et maximale le long d'un axe perpendiculaire aux tiges.

Si on trace un axe horizontal situé dans le plan de symétrie entre les deux tiges et qu'on représente les vecteurs $\vec{\mathbf{E}}$ en des points situés le long de cet axe, on obtient la figure 4.5*b*. (Comparez avec la figure 4.4*a*.)

Qu'arrive-t-il quand l'onde électromagnétique est incidente sur une *antenne réceptrice* identique à l'antenne émettrice ? Si les tiges de l'antenne réceptrice sont parallèles au plan d'oscillation du champ électrique de l'onde électromagnétique incidente, les électrons de conduction qu'elles contiennent subiront une force oscillante $\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$ exercée par le champ électrique de l'onde. Sous l'effet de cette force, les électrons se mettent à osciller et l'antenne réceptrice est parcourue par un courant électrique alternatif de même fréquence que l'onde incidente*.

En fait, la théorie de Maxwell prédit que des ondes électromagnétiques sont émises chaque fois qu'une charge électrique accélère, pas seulement lorsqu'elle oscille. La réciproque est aussi valable : chaque fois qu'une onde électromagnétique est incidente sur une charge électrique, elle la fait osciller ou accélérer. Cela permet d'ailleurs de détecter cette onde.

Dans le cas de la lumière visible, comme celle émise par une ampoule électrique ou par un tube à néon, il ne semble pas y avoir d'antenne. La réponse à cet apparent paradoxe est une question d'échelle. En examinant la figure 4.5*a*, il est raisonnable d'énoncer que :

Taille des antennes

Les longueurs d'onde que peut émettre ou recevoir une antenne sont du même ordre de grandeur que la distance sur laquelle cette antenne permet aux charges d'osciller.

Or, comme nous le verrons à la prochaine section, les ondes radio, les micro-ondes (utilisées par les téléphones cellulaires) et la lumière visible ont respectivement des longueurs d'onde de l'ordre du mètre, du centimètre et du nanomètre. Les antennes radio sont donc très longues et celle d'un téléphone

* On peut aussi utiliser une bobine comme antenne réceptrice : si son axe est parallèle au plan d'oscillation du champ magnétique de l'onde électromagnétique incidente, ce champ induira un courant dans la bobine.

cellulaire, bien plus petite, entre dans le boîtier de ce dernier. Quant aux « antennes » qui émettent la lumière visible, *elles sont de dimensions atomiques.*

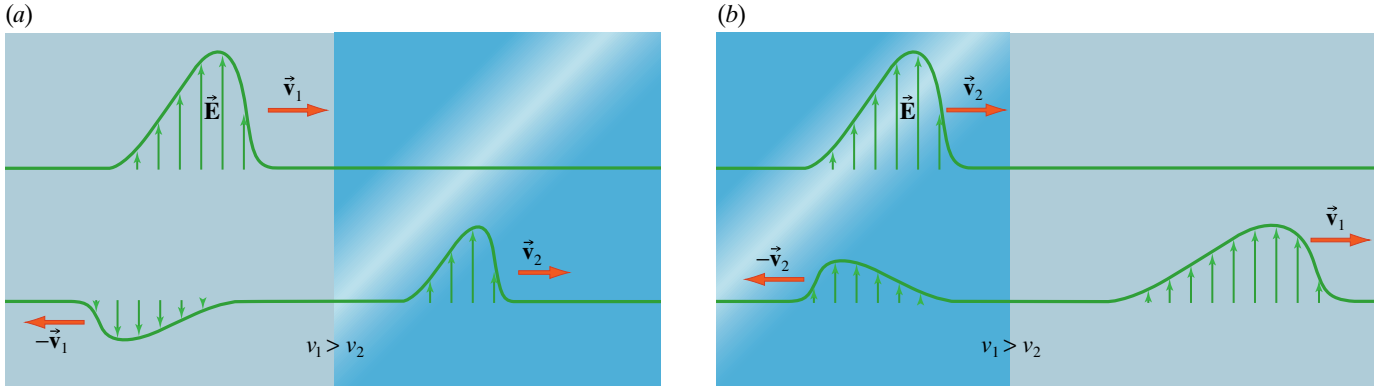
En chimie organique, les électrons qui participent à une liaison entre deux atomes sont habituellement confinés entre ces deux atomes, mais il arrive qu'ils puissent se déplacer vers des liens voisins, un phénomène que les chimistes appellent la *résonance* ou la *conjugaison*. On peut vérifier expérimentalement cette propriété en mesurant la longueur d'onde que ces molécules absorbent le plus efficacement : les électrons qui peuvent se délocaliser oscillent sur une plus grande distance et les molécules qui en contiennent se comportent donc comme des antennes plus longues ; elles interagissent efficacement avec de plus grandes longueurs d'onde. Nous y reviendrons au chapitre 10. ●

La réflexion et la transmission d'une onde électromagnétique

Aux sections 2.5 et 3.2, nous avons vu qu'une onde qui change de milieu de propagation est partiellement réfléchie et partiellement transmise. Nous avons aussi étudié des cas limites où l'onde est entièrement réfléchie. Des phénomènes analogues se produisent pour la lumière, c'est-à-dire pour les ondes électromagnétiques, lorsqu'elles changent de milieu.

Pour une onde mécanique, un « changement de milieu » correspond à des différences *mécaniques* : une corde qui devient plus lourde, un tuyau qui devient plus large, etc. Pour la lumière, le changement de milieu correspond à des différences *électromagnétiques*, c'est-à-dire à une constante diélectrique différente. Un changement de milieu correspond donc à un changement d'indice de réfraction.

La figure 4.6 illustre une grande interface parfaitement plane entre deux milieux transparents, par exemple de l'air et du verre, ainsi qu'une impulsion électromagnétique incidente selon une direction perpendiculaire à cette interface. Comme le montre la figure, une réflexion dure (avec inversion transversale des vecteurs champs) se produit si la lumière atteint un milieu d'indice de réfraction plus élevé, alors qu'une réflexion molle (sans inversion transversale) se produit si la lumière atteint un milieu d'indice plus faible. La partie transmise ne subit jamais d'inversion transversale. (Comparez la figure 4.6 à la figure 2.14, p. 57.)



▲ Figure 4.6

Quand elle arrive à une interface plane entre deux milieux transparents, la lumière est partiellement transmise et partiellement réfléchie. (*a*) La réflexion est dure si $n_2 > n_1$ et (*b*) elle est molle si $n_2 < n_1$.

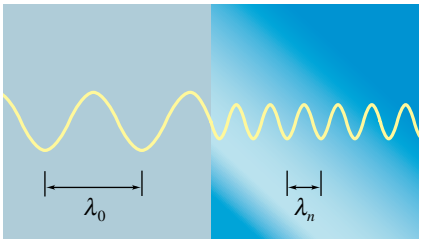
La figure 4.6 montre aussi que la différence de vitesse de propagation a un effet sur la longueur (horizontale sur la figure) de l'impulsion ondulatoire : dans un milieu où la vitesse est supérieure, l'impulsion devient plus longue et vice versa.

Si on remplace l'impulsion par une onde périodique, ce dernier constat aurait une conséquence sur la longueur d'onde. En effet, la fréquence de l'onde est déterminée uniquement par la source lumineuse et est donc la même des deux

côtés de la surface de séparation entre les deux milieux. Le nombre de fronts d'onde qui s'approchent de l'interface en une seconde doit être égal au nombre de fronts d'onde qui s'en éloignent en une seconde. Sinon, il y aurait accumulation de fronts d'onde sur l'interface, ce qui n'a aucun sens. Si la longueur d'onde est λ_0 dans le vide et λ_n dans un milieu d'indice n, alors $v = f\lambda_n$ et $c = f\lambda_0$. En remplaçant ces équations dans l'équation 4.2*b*, on obtient

Longueur d'onde et indice de réfraction

$$\lambda_n = \frac{\lambda_0}{n} \qquad (4.5)$$



▲ Figure 4.7

La longueur d'onde de la lumière dans un milieu d'indice n est inférieure à sa longueur d'onde dans le vide : $\lambda_n = \lambda_0/n$. La fréquence de la lumière ne change pas au passage d'un milieu à un autre, car elle est déterminée par la source. L'onde réfléchie n'est pas illustrée, mais elle est néanmoins présente.

Comme le montre la figure 4.7, la longueur d'onde dans un milieu d'indice n est plus courte que la longueur d'onde dans le vide.

Dans une corde dont une extrémité était parfaitement fixe, on obtenait une réflexion dure sans aucune transmission. La même chose peut se produire si une onde électromagnétique est incidente sur une surface métallique (conductrice). En effet, le champ électrique résultant est toujours nul dans un conducteur isolé (voir la section 2.3 du tome 2). Quand une onde électromagnétique est incidente sur une surface métallique, le champ électrique qu'elle comporte déplace immédiatement les électrons de conduction parallèlement à la surface, ce qui crée un champ électrique en sens inverse et annule le champ résultant. Ainsi, aucune onde électromagnétique ne se propage dans le métal et l'onde incidente est entièrement réfléchie. Cette propriété des métaux explique leur aspect luisant et leur utilisation dans la fabrication des miroirs.

Les limites du modèle électromagnétique

La théorie électromagnétique de Maxwell est sans conteste le plus grand succès de la physique du XIX^{e} siècle : deux siècles après que Newton eut expliqué le mouvement des corps par l'inertie et les forces, Maxwell explique les phénomènes lumineux et effectue la synthèse entre les disciplines jusqu'alors distinctes de l'optique et de l'électromagnétisme. La vérification expérimentale de cette théorie par Heinrich Hertz (1857-1894) en 1887 et son exploitation commerciale, entre autres par Guglielmo Marconi (1874-1937), sont à l'origine de la radio, de la télévision et des communications par satellite.

Bien que Maxwell ait fait de son modèle une interprétation de la *nature* de la lumière, nous allons voir qu'il avait essentiellement *tort*, car on sait aujourd'hui que son modèle n'explique pas toutes les propriétés de la lumière. À ce jour, les physiciens arrivent à expliquer les observations qui touchent à la *propagation* de la lumière lorsqu'ils représentent cette dernière comme une onde électromagnétique, conformément à la théorie de Maxwell. Toutefois, nous verrons au chapitre 9 que l'*émission* et l'*absorption* de la lumière ne se produisent pas toujours comme Maxwell l'envisageait pour les ondes électromagnétiques : le modèle électromagnétique convient très bien quand il s'agit de concevoir des antennes de dimensions macroscopiques, mais il échoue lamentablement à décrire les phénomènes se produisant aux dimensions atomiques.

Expliquer aussi ces phénomènes nécessite d'utiliser le modèle quantique de la lumière, plus complet que le modèle électromagnétique. Selon ce modèle, la lumière est émise un *photon* à la fois lorsque des charges (comme les électrons dans un atome) subissent une transition entre deux niveaux d'énergie. (Pendant

cette transition, la *probabilité de présence* de ces charges oscille, ce qui rejoint indirectement la représentation de Maxwell.)

Bien qu'il ne soit pas parfait, le modèle de l'onde électromagnétique fonctionne dans une vaste gamme de situations et est encore de la plus grande utilité.

Exemple 4.1

Un rayon lumineux incident, de longueur d'onde 600 nm dans l'air, pénètre dans une plaque en verre de plomb (verre flint) dont l'indice de réfraction est de 1,6 pour cette longueur d'onde. On estime que l'indice de réfraction de l'air est égal à 1. Déterminer : (a) la longueur d'onde de la lumière dans le verre ; (b) le module de la vitesse de la lumière dans le verre.

Solution

(a) La longueur d'onde dans le verre est donnée par l'équation 4.5 :

$$\lambda_n = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{600 \text{ nm}}{1,6} = 375 \text{ nm}$$

(b) D'après l'équation 4.2*b*, le module de la vitesse de la lumière dans le verre est

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,6} = 1,88 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Exemple 4.2

Une source ponctuelle émettant à 100 W produit une onde électromagnétique de longueur d'onde 589 nm dans l'air. À 10 m de la source, trouver : (a) l'amplitude du champ électrique et du champ magnétique ; (b) l'énergie reçue en une heure par un détecteur de 1 cm^2 placé à cet endroit.

Solution

La puissance émise est répartie uniformément sur des fronts d'onde sphériques (voir l'équation 3.10). À 10 m de la source, les fronts d'onde incidents ont 10 m de rayon et l'intensité moyenne est

$$\begin{aligned} I_{\text{moy}} &= P_{\text{émise}}/4\pi r^2 \\ &= (100 \text{ W})/4\pi(10 \text{ m})^2 \\ &= 0,0796 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

(a) Par l'équation 4.3, on trouve

$$E_0 = \sqrt{2c\mu_0 I_{\text{moy}}} = 7,75 \text{ V/m}$$

et

$$B_0 = \sqrt{\frac{2\mu_0 I_{\text{moy}}}{c}} = 2,58 \times 10^{-8} \text{ T}$$

(b) Si on suppose que la surface du détecteur est parallèle au front d'onde, ce dispositif intercepte 1 cm^2 de front d'onde. La puissance reçue est donc

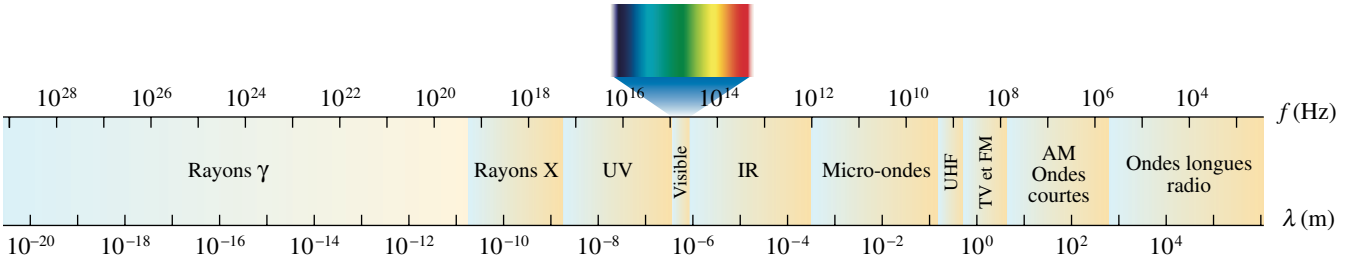
$$P_{\text{reçue}} = IA = (0,0796 \text{ W/m}^2)(10^{-4} \text{ m}^2) = 7,96 \times 10^{-6} \text{ W}$$

Puisque cette puissance est une énergie reçue par unité de temps, l'énergie reçue en une heure est $P\Delta t = (7,96 \times 10^{-6} \text{ W})(3600 \text{ s}) = 0,0286 \text{ J}$.

4.2 LE SPECTRE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Les ondes électromagnétiques couvrent une très large gamme de fréquences, depuis les ondes radio de très grande longueur d'onde, dont la fréquence est voisine de 100 Hz, jusqu'aux rayons γ de très haute énergie qui proviennent de l'espace, dont les fréquences sont voisines de 10^{23} Hz. L'ensemble de la gamme de fréquences se nomme **spectre électromagnétique** (figure 4.8). En musique, une octave représente un changement de fréquence d'un facteur 2 ; par analogie, on peut dire que le spectre électromagnétique couvre près de 100 octaves (le spectre sonore audible couvre 9 octaves environ), bien qu'il n'y ait théoriquement aucune fréquence minimale ou maximale à une onde électromagnétique.

Comme l'indique la figure 4.8, le spectre électromagnétique est subdivisé en différentes régions. Bien que la figure semble définir chacune de ces régions comme un intervalle de fréquences précis, les limites entre les régions sont



▲ Figure 4.8

Le spectre électromagnétique. Les limites entre les diverses régions du spectre sont moins nettes que le diagramme ne le laisse supposer.

moins étanches. Par exemple, une même onde pourra être qualifiée de « rayonnement ultraviolet » ou de « rayon X » selon le contexte expérimental, soit la façon dont elle a été *produite* ou *absorbée* (détectée). Une description complète de ces méthodes de production ou de détection est toutefois impossible dans le cadre de la représentation de Maxwell, comme nous l'avons mentionné à la fin de la section précédente.

Les paragraphes ci-dessous décrivent chacune des régions du spectre électromagnétique. Pour chaque région, on donne une brève description (en recourant à la représentation quantique au besoin) de la façon dont sont émises ou détectées les ondes qui en font partie. Nous débutons avec la lumière visible, puis considérons les types de rayonnements dont la longueur d'onde est de plus en plus grande. Ensuite, nous reprenons à la frontière de la lumière visible et considérons ceux dont la longueur d'onde est de plus en plus courte.

La lumière visible

La partie visible du spectre électromagnétique couvre à peu près une octave, de 400 à 700 nm, ce qui correspond aux longueurs d'onde que les cellules tapissant la rétine de l'œil humain moyen sont en mesure de détecter le mieux. Une plage de longueurs d'onde correspond approximativement à chaque couleur : 400 à 450 nm pour le violet, 450 à 520 nm pour le bleu, 520 à 560 nm pour le vert, 560 à 600 nm pour le jaune, 600 à 625 nm pour l'orange et 625 à 700 nm pour le rouge. En 1704, Newton publia les résultats d'observations qui montraient qu'un mélange de toutes ces couleurs est perçu comme de la lumière blanche (voir le passage sur la synthèse additive de la lumière dans le sujet connexe de la section 2.4 du tome 2). Un objet éclairé par de la lumière blanche prend une couleur différente du blanc quand il absorbe certaines des couleurs présentes dans le blanc ; sa couleur apparente est composée par les couleurs qu'il n'absorbe pas (voir le passage sur la synthèse soustractive dans le même sujet connexe).

Notre sens de la vue et le processus de photosynthèse des végétaux ont évolué dans la gamme de longueurs d'onde du rayonnement solaire que notre atmosphère n'absorbe que très peu, c'est-à-dire entre 300 nm et 1100 nm, ce qui explique que la lumière pouvant être captée par l'être humain, les animaux et les plantes est approximativement la même. ●

Certaines sources de lumière visible comme les lasers, les aurores boréales ou les tubes à néon émettent une lumière d'une couleur bien spécifique, composée de seulement certaines longueurs d'onde précises. D'autres sources lumineuses sont des corps denses et chauds, comme les filaments d'ampoules électriques, la lave volcanique ou les métaux chauffés au rouge, et émettent une lumière couvrant une gamme continue de longueurs d'onde. (C'est pourquoi ils semblent blancs lorsqu'ils sont suffisamment chauds.) Dans le premier cas, on peut expliquer que la lumière est émise par des électrons qui ne quittent pas leur atome, alors que, dans le second cas, on peut se représenter aussi des électrons qui se

déplacent aléatoirement, au sein des matériaux denses, sous l'effet de leur haute température. Dans les deux cas, seule la représentation quantique de la lumière et de l'atome permet de donner une description correcte (qui implique une transition de l'électron entre divers niveaux d'énergie ou bandes d'énergie de l'atome).

Le rayonnement infrarouge

La région infrarouge (IR) débute à 700 nm et s'étend jusqu'à près de 1 mm. Elle fut découverte en 1800 par William Herschel (1738-1822) qui plaça un thermomètre juste à côté de l'extrémité rouge du spectre visible et observa une élévation de température. Le rayonnement IR peut être émis par les mêmes procédés que la lumière visible. Sa particularité est d'être aussi associé à un intervalle de fréquences proche de la rotation et de la vibration des molécules. L'absorption de rayonnement IR par une molécule donnée provoque donc une augmentation de l'énergie cinétique de cette dernière. Or, comme l'énergie cinétique moyenne des molécules qui composent un corps est une indication de sa température (voir le chapitre 18 du tome 1), l'absorption et l'émission de rayonnement IR par la matière permettent donc des *transferts de chaleur*. On utilise des satellites détectant les IR pour effectuer des relevés géophysiques et pour la détection des gaz d'échappement chauds lors du lancement des fusées.

Puisqu'il permet de détecter des variations minimes de température dans le corps humain, on utilise le rayonnement IR pour la détection précoce de tumeurs, qui sont plus chaudes que les tissus environnants. Les serpents et les instruments « de vision nocturne » peuvent détecter les rayons infrarouges émis par les corps chauds des animaux. ●

Les micro-ondes

Situées au-delà de l'infrarouge, les micro-ondes correspondent aux longueurs d'onde de 1 mm à 15 cm environ. On peut produire des micro-ondes allant jusqu'à une fréquence de 30 GHz ($\lambda \approx 1$ cm) en faisant osciller des électrons dans une sorte d'antenne appelée *klystron*. Dans les fours à micro-ondes que nous utilisons dans nos cuisines, le rayonnement a une fréquence voisine de 2450 MHz ($\lambda = 12{,}2$ cm). Les communications interurbaines modernes, comme la transmission de données numériques, les conversations téléphoniques et les émissions de télévision, se font souvent par l'intermédiaire d'un réseau d'antennes haute fréquence sur l'ensemble d'un territoire. C'est aussi le cas de la téléphonie cellulaire locale.

Par ailleurs, en focalisant des micro-ondes sur un tissu cancéreux, on arrive à en élever la température jusqu'à 46 °C environ. Alors que les cellules normales sont capables de dissiper l'énergie thermique rapidement, les cellules cancéreuses ont une circulation relativement mauvaise et sont par conséquent détruites. ●

Les signaux de radio

Ces signaux couvrent la gamme de longueurs d'onde, au-delà de celles des micro-ondes, comprises entre 15 cm et 2000 m environ. On utilise, pour leur émission et leur réception, des dipôles (comme les vieux dispositifs en « oreilles de lapin ») ou des bobines de réception. Les radiotélescopes (figure 4.9) servent à communiquer avec les satellites et à capter les ondes radio émises par divers objets célestes. Dans tous ces dispositifs de réception, les ondes électromagnétiques incidentes font osciller les charges sous l'effet du champ électrique ou du champ magnétique, ce qui cause un courant alternatif. Ce courant, porteur de

▶ Figure 4.9

Un radiotélescope est utilisé pour les télécommunications et pour la radioastronomie. Contrairement au télescope optique, il n'a pas besoin d'un ciel dégagé.

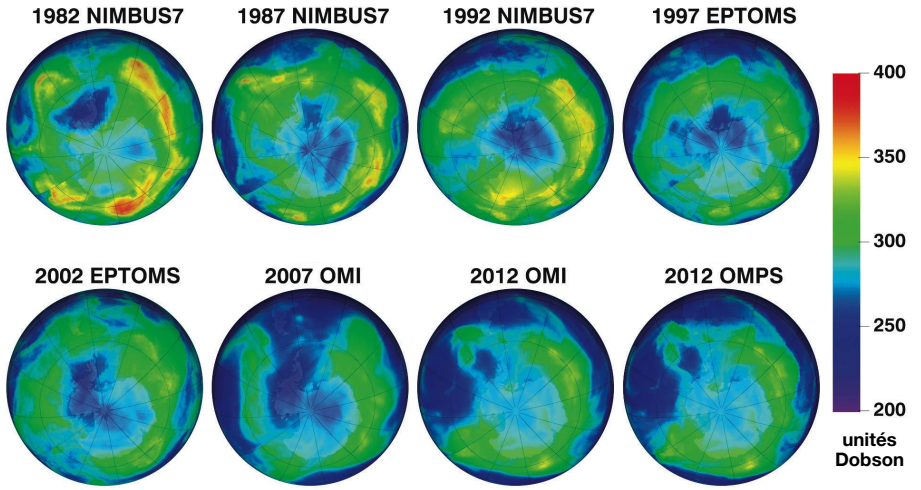
la même information que les ondes, peut ensuite être amplifié et décodé. Notez que cette explication est celle du modèle de Maxwell, puisque la représentation quantique est inutile quand la fréquence est très basse et que les photons sont très nombreux (voir le chapitre 9).

Le rayonnement ultraviolet

Maintenant que nous avons traité de tous les rayonnements dont la longueur d'onde est plus longue que la lumière visible, nous abordons ceux dont la longueur d'onde est plus courte.

En 1801, Johann Wilhelm Ritter (1776-1810), qui étudiait le virage au noir du chlorure d'argent dans diverses régions du spectre, s'aperçut que l'effet était maximal au-delà du violet. Il venait donc de découvrir un nouveau type de rayonnement émis de façon similaire à la lumière visible, mais de longueur d'onde plus petite. La région de l'ultraviolet (UV) couvre plus de cinq octaves : elle s'étend de 400 nm à 10 nm environ. Comme l'infrarouge, cette région est voisine immédiate du visible.

Les rayons UV interviennent dans la production de vitamine D dans la peau et provoquent le bronzage. À doses fortes ou prolongées, le rayonnement ultraviolet tue les bactéries et peut causer le cancer chez l'être humain. Le



Évolution dans le temps des relevés de la concentration d'ozone au-dessus de l'Antarctique. On peut obtenir ces relevés en mesurant l'intensité du rayonnement UV réfléchi dans la bande d'absorption de l'ozone.

verre absorbe les rayonnements UV et offre donc une certaine protection contre les rayons du soleil. Si l'ozone de notre atmosphère n'absorbait pas les UV au-dessous de 300 nm, on observerait de nombreuses mutations cellulaires, notamment cancéreuses. C'est pourquoi l'appauvrissement de la couche d'ozone de notre atmosphère par les chlorofluorocarbones (CFC) est à l'heure actuelle un sujet de préoccupation internationale. ●

Dans certains atomes, l'absorption des UV est suivie par l'émission d'une lumière visible de plus grande longueur d'onde. Ce phénomène, qui porte le nom de *fluorescence*, est à la base de la « lumière noire » que l'on utilise pour produire des effets de scène et qui sert aussi dans de nombreuses procédures de laboratoire.

Les rayons X

Découverts en 1895 par Wilhelm Conrad Röntgen (1845-1923), les rayons X sont voisins des UV et s'étendent de 1 nm à 0,01 nm. Les rayons X peuvent être produits par des atomes qui subissent une transition entre deux niveaux d'énergie atomique ou nucléaire. Dans leur application médicale, on les produit plutôt en projetant des électrons très rapides sur une cible massive : la décélération brutale des électrons, lorsqu'ils atteignent la cible, produit des rayons X couvrant une gamme continue de fréquences et qu'on appelle *bremsstrahlung* ou « rayonnement de freinage ». Ce phénomène peut aussi se produire en astrophysique.

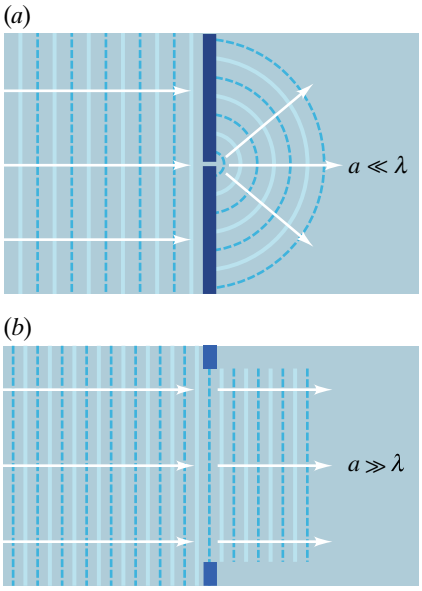
Puisque les dimensions des atomes et leur distance dans les cristaux sont semblables aux longueurs d'onde des rayons X, on utilise ceux-ci pour étudier la structure atomique des cristaux ou des macromolécules comme l'ADN ou les protéines (voir la section 7.8). Outre leur usage à des fins diagnostiques et thérapeutiques en médecine, on utilise des rayons X pour déceler les défauts microscopiques dans les machines. Avec l'apparition des satellites scientifiques, l'astronomie aux rayons X est devenue un outil important dans l'étude de l'Univers. ●

Les rayons γ

Les rayons gamma, qui produisent des effets similaires à ceux des rayons X, ont été identifiés pour la première fois par Paul Ulrich Villard (1860-1934) en 1900 dans le rayonnement radioactif émis par certains matériaux. Alors que les rayons X sont produits par des électrons, les rayons gamma sont en général produits à l'intérieur du noyau d'un atome et sont extrêmement énergétiques. Leurs longueurs d'onde sont égales ou inférieures à 0,01 nm, c'est-à-dire que leurs fréquences sont égales ou supérieures à 10^{20} Hz.

4.3 LE PRINCIPE DE HUYGENS

Maintenant que nous avons présenté le modèle électromagnétique de la lumière, le reste de ce chapitre et les trois chapitres suivants porteront sur les phénomènes qui peuvent être expliqués grâce à ce modèle, c'est-à-dire ceux touchant la *propagation* de la lumière. Les phénomènes concernant l'*émission* et l'*absorption* de la lumière, pour lesquels le modèle électromagnétique devient inapproprié, seront abordés à partir du chapitre 9. Nous ferons alors appel au modèle quantique de la lumière, plus complet et plus général que le modèle électromagnétique.



▲ Figure 4.10

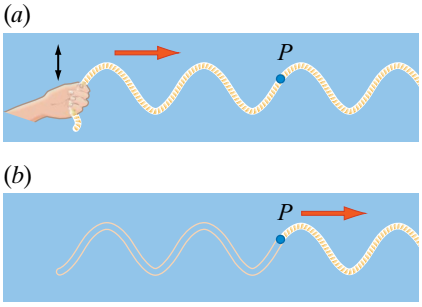
Passage d'une onde de longueur d'onde λ par une ouverture de dimension a. Les fronts d'onde sont représentés en bleu, et les rayons lumineux, en blanc. (*a*) Si $a \ll \lambda$, l'onde se propage dans toutes les directions vers la droite. Le changement de direction des rayons est appelé *diffraction*. (*b*) Si $a \gg \lambda$, l'onde continue de se propager dans la même direction.

Comme nous le découvrirons graduellement jusqu'au chapitre 7, plusieurs phénomènes peuvent survenir quand des ondes lumineuses se propagent. Parmi ces phénomènes :

- La *réflexion* et la *réfraction* sont les changements brusques de direction de propagation qui surviennent quand la lumière atteint l'interface entre deux milieux de propagation. Il en sera question jusqu'à la fin du chapitre 5.
- La *dispersion* (voir la section 4.8) se produit quand les différentes longueurs d'onde qui composent la lumière sont séparées. Elle est à l'œuvre dans le phénomène de l'arc-en-ciel.
- La *diffraction* (voir le chapitre 7) est un « étalement » qui se produit quand l'onde rencontre un obstacle ou traverse un orifice. Comme le montre la figure 4.10*a*, la diffraction fait en sorte qu'un orifice de largeur $a \ll \lambda$ produit des fronts d'onde sphériques d'intensité quasi uniforme : cet orifice se comporte comme une source ponctuelle. En revanche, l'onde qui traverse un orifice très large ($a \gg \lambda$) est très peu diffractée (figure 4.10*b*).
- L'*interférence* (voir le chapitre 6) fait en sorte que deux ondes qui se propagent dans la même direction se renforcent ou s'atténuent, comme le faisaient les ondes dans des cordes à la section 2.7.
- Les phénomènes liés à la *polarisation* (voir la section 7.9) caractérisent les ondes transversales.

Malgré leur diversité, on peut décrire tous ces phénomènes *uniquement à l'aide des quatre équations de Maxwell*, tirées de la théorie électromagnétique (voir la section 13.2 du tome 2). Cependant, il est rarement nécessaire de recourir à cette approche très mathématique. Dans cette section, nous allons présenter une méthode plus simple permettant de prédire comment une onde se propage dans l'espace. Tout le modèle électromagnétique de la lumière s'y trouvera réduit à sa caractéristique principale : la lumière est représentée comme une onde et non comme un jet de particules.

En effet, nous avons souligné à plusieurs reprises que les ondes électromagnétiques et les ondes mécaniques sont des phénomènes qui se propagent *de proche en proche*. La méthode que nous allons présenter se fonde uniquement sur cette propriété.



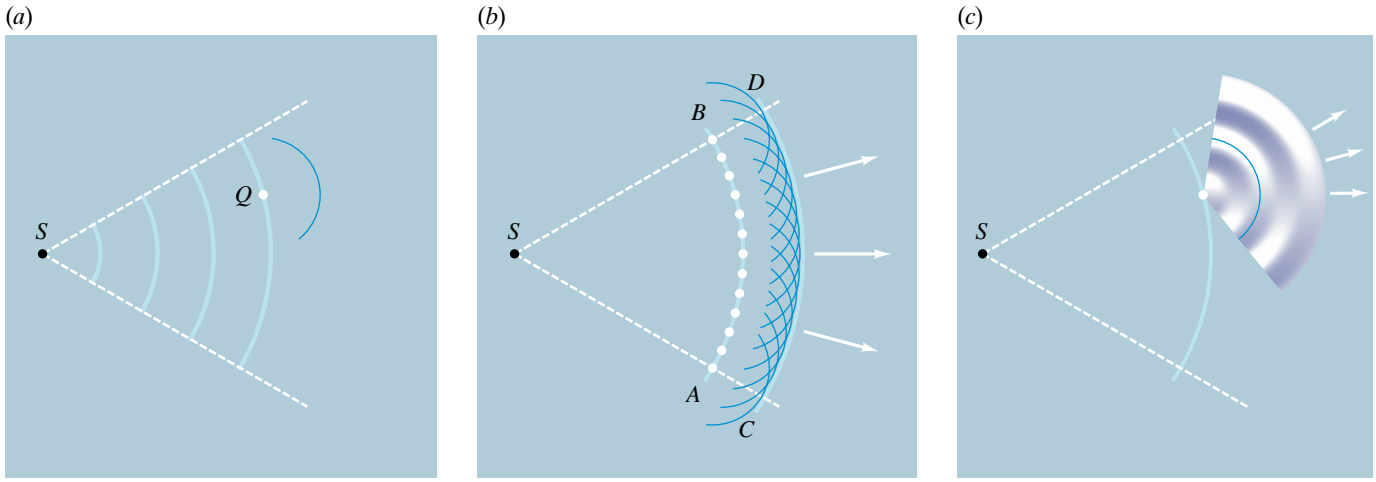
▲ Figure 4.11

(*a*) L'extrémité de la corde est la source de l'onde dans la corde. (*b*) Tout point de l'onde peut aussi être considéré comme une source.

La figure 4.11*a* représente l'onde qui se propage dans une corde dont on agite l'extrémité. L'oscillation de l'extrémité provoque l'oscillation du segment de corde voisin ; ce segment fait à son tour osciller le segment de corde voisin, et ainsi de suite. Le point *P*, situé le long de la corde, oscille à la même fréquence que l'extrémité.

La figure 4.11*b* illustre la même onde, mais elle représente seulement la portion située à droite du point *P*. On constate alors que l'oscillation du point *P* suffit à déterminer ce qui se passe à droite de ce point. En d'autres termes, du point de vue de ce qui se passe à droite de la corde, *tout point P de l'onde peut être considéré comme la source de cette onde.*

Voyons comment cette idée peut s'appliquer dans le cas d'une onde qui se propage en plusieurs dimensions. Nous allons illustrer des ondes en deux dimensions, comme des vagues à la surface de l'eau, mais le raisonnement vaudra aussi pour des ondes en trois dimensions, comme le son ou la lumière. Soit une onde émise par une source ponctuelle périodique *S* (figure 4.12). Chacun des points autour de la source oscille et on observe des fronts d'onde en forme d'arcs de cercle. Si on considère un seul point *Q* de l'onde comme étant une source, comme nous l'avons fait pour le point *P* à la figure 4.11, on obtiendrait évidemment une onde circulaire ou sphérique centrée sur *Q* (figure 4.12*a*), ce qui ne correspond *pas* au comportement subséquent de l'onde centrée sur *S*.



▲ **Figure 4.12**

(*a*) Considérer un seul point de l'onde comme une source ne permet pas de prédire le comportement subséquent de l'onde. (*b*) Selon le principe de Huygens, chaque point d'un front d'onde agit comme une source d'ondelettes. L'onde à un instant ultérieur est constituée de la superposition de ces petites ondes, qui interfèrent toutes entre elles. (*c*) Une représentation plus complète de l'une des ondelettes. Si l'onde est sinusoïdale, chaque ondelette est sinusoïdale elle aussi.

La figure 4.12*b* illustre un seul front d'onde (*AB*) de l'onde émise par *S*. Si on considère *tous* les points de ce front d'onde comme des sources oscillant avec la même phase, chacune émet une petite *onde secondaire*, ou *ondelette*, qui est circulaire. La figure 4.12*c* représente une de ces ondelettes dans le cas où elle est sinusoïdale. C'est la superposition de toutes les ondelettes de la figure 4.12*b* qui représente bien le comportement subséquent de l'onde émise par *S*. En effet, dans le cas illustré, les ondelettes interfèrent constructivement le long d'une enveloppe sphérique et interfèrent destructivement dans toutes les autres directions. On peut donc formuler le principe général suivant :

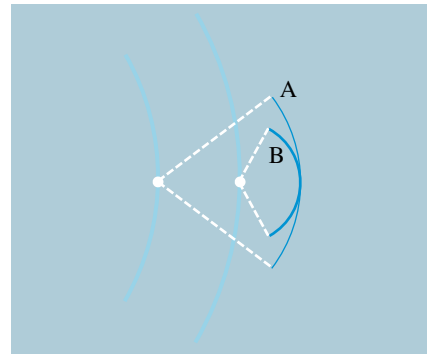
Principe de Huygens

Chacun des points d'un front d'onde agit comme une source de petites ondes secondaires émises avec la même phase. Ces **ondes secondaires**, aussi appelées **ondelettes de Huygens**, interfèrent entre elles et leur superposition (interférence) détermine le comportement ultérieur de l'onde.

Ce **principe de Huygens** est nommé en mémoire de celui qui a utilisé un raisonnement analogue en 1678. Comme l'indique l'aperçu historique à la fin de la section, la version initiale du principe de Huygens diffère légèrement de la version moderne présentée ci-dessus. Elle demeure néanmoins utile à l'occasion pour fournir une explication rapide, comme nous le verrons au chapitre 7. En plus de cette différence, Huygens songeait spécifiquement à la lumière, alors que le principe que nous venons d'énoncer s'applique aussi aux ondes mécaniques.

En appliquant le principe de Huygens, on doit aussi, au besoin, considérer des ondelettes qui ont été émises par des fronts d'onde différents. Dans ce cas, il faut tenir compte de la différence de phase de ces sources. Par exemple, à la figure 4.13, l'ondelette A a été émise une période plus tôt que l'ondelette B. Comme les deux se propagent dans le même milieu de propagation, elles ont la même vitesse, de sorte que l'ondelette A a parcouru une distance supplémentaire équivalant à une longueur d'onde. On remarque que, dans le cas illustré, les deux ondelettes interfèrent constructivement à un seul endroit : le long d'un axe qui joint les deux sources.

Jusqu'à présent, nous n'avons utilisé le principe de Huygens que pour représenter la propagation d'une onde dans un milieu uniforme. Mais ce principe nous sera aussi utile pour décrire la réflexion et la réfraction (section 4.4), de même que la diffraction (sections 7.1 et 7.2).



▲ **Figure 4.13**

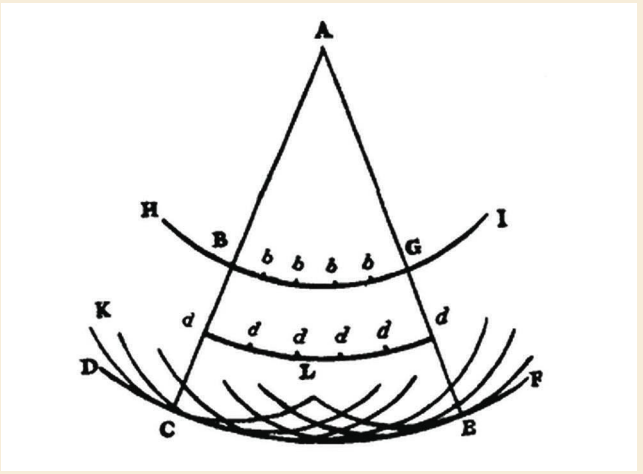
Si les ondelettes ne sont pas toutes issues du même front d'onde, on doit les superposer au même instant, c'est-à-dire tenir compte de la différence de phase avec laquelle elles ont été émises.

Le principe de Huygens

Nous avons présenté le principe de Huygens à l'aide d'arguments modernes, mais il faut se rappeler que ce principe a été formulé deux siècles entiers avant l'élaboration du modèle électromagnétique de Maxwell que nous avons décrit à la section 4.1. Dans son *Traité de la lumière*, complété en 1678 et publié en 1690, Huygens expose pour la première fois une théorie ondulatoire de la lumière. Ce manuel applique sa théorie, avec succès, à des phénomènes aussi complexes que la biréfringence (voir la section 7.9).

La théorie de Huygens ne mentionne pas que deux ondes lumineuses peuvent interférer entre elles ni même que la lumière est un phénomène périodique. Néanmoins, il est clair que Huygens représentait la lumière comme une sorte d'onde : pour lui, il s'agissait d'une perturbation mécanique (et longitudinale) se propageant dans un milieu de propagation appelé *éther*.

Conformément à ce qu'on prévoit pour la propagation des ondes mécaniques, Huygens conçoit qu'une impulsion lumineuse émise par une source fait entrer en mouvement les particules avoisinantes de l'éther. La lumière se propage parce que ce mouvement est communiqué aux particules avoisinantes. Chaque particule agit donc comme une source de petites ondes secondaires. Comme le montre la figure 4.14, tirée du *Traité de la lumière*, Huygens fait ensuite un raisonnement très similaire à celui de la figure 4.12*b*, mais il se limite à dire que les ondelettes « se renforcent » le long du front d'onde. C'est ce que nous avons appelé la *version initiale* du principe de Huygens. Augustin-Jean Fresnel (1788-1827), plus d'un siècle plus tard, reformula le principe de Huygens en présentant les ondelettes comme périodiques et en expliquant que l'interférence détermine dans quelles directions se produit ce renforcement. Il sera question de la contribution historique de Fresnel à la section 7.1.



▲ Figure 4.14

Même s'il concevait la lumière comme une impulsion ondulatoire non périodique, Huygens avait imaginé un raisonnement très semblable à celui de la figure 4.12*b*.

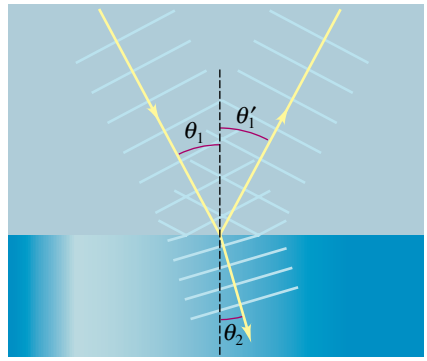
Le fait que Huygens n'ait pas conçu la lumière comme une onde périodique a cependant deux conséquences. Premièrement, il ne songe pas à appliquer à la diffraction le principe qui porte son nom. Pourtant, nous verrons au chapitre 7 que le principe de Huygens, dans sa version moderne reformulée par Fresnel, permet de prédire avec exactitude les directions le long desquelles on trouve des zones sans lumière, en raison de l'interférence destructive de toutes les ondelettes. Deuxièmement, la notion d'interférence est absente de la théorie de Huygens. Ainsi, pour expliquer la propagation rectiligne des rayons, il doit supposer que seules les ondelettes se propageant vers l'avant ont de l'importance et négliger celles des côtés comme étant « trop faibles pour être visibles ». Aujourd'hui, on explique plutôt que c'est l'absence d'interférence constructive qui rend négligeables les ondelettes se propageant vers le côté et vers l'arrière.

La validité du principe de Huygens n'est nullement entachée par le fait qu'il ait été basé sur une représentation théorique de la lumière qui a cessé aujourd'hui d'être considérée comme valable. En effet, il s'appuie seulement sur le fait que les ondes se transmettent de proche en proche. Dans le cas d'une onde mécanique, cette transmission s'accomplit sous l'effet des forces internes du milieu de propagation, alors que, dans le cas de la lumière, elle est due à l'induction électromagnétique. D'ailleurs, notre exposé du principe de Huygens, plus haut dans la section 4.3, ne fait aucune mention du mécanisme grâce auquel s'effectue la propagation de proche en proche. Ainsi, on peut appliquer le principe de Huygens à une onde mécanique en envisageant que chaque particule du milieu, lorsqu'elle bouge, joue le rôle de la « source » qui agite la particule adjacente, tout comme on peut l'appliquer à une onde électromagnétique en envisageant que les champs électrique et magnétique en chaque point de l'espace, lorsqu'ils varient dans le temps, se comportent comme la source des champs électrique et magnétique du point adjacent. C'est pourquoi, dans la formulation actuelle du principe de Huygens, on a remplacé les « particules » évoquées par Huygens par des « points », au sens mathématique.

4.4 LA RÉFLEXION ET LA RÉFRACTION DES ONDES

Aux sections 2.5, 3.2 et 4.1, nous avons vu que les ondes mécaniques et les ondes électromagnétiques sont partiellement réfléchies et partiellement transmises quand elles atteignent l'interface entre deux milieux de propagation. Nous avions cependant limité notre analyse à des ondes en une dimension : les ondes sonores étaient guidées par un tuyau et les ondes électromagnétiques étaient incidentes selon une direction perpendiculaire à l'interface. Dans cette section, nous allons utiliser le principe de Huygens pour prédire ce qui arrive quand une onde libre de se propager en plusieurs dimensions rencontre une interface plane selon un angle d'incidence quelconque.

La figure 4.15 illustre une interface plane infinie entre deux milieux. Une onde périodique, dont nous illustrons des fronts d'onde, est incidente sur cette interface et se trouve partiellement réfléchie et partiellement transmise. Quand la direction d'incidence n'est pas perpendiculaire à l'interface, on observe toujours que l'onde transmise suit une direction différente de celle de l'onde incidente. Ce changement de direction s'appelle la **réfraction** de l'onde.



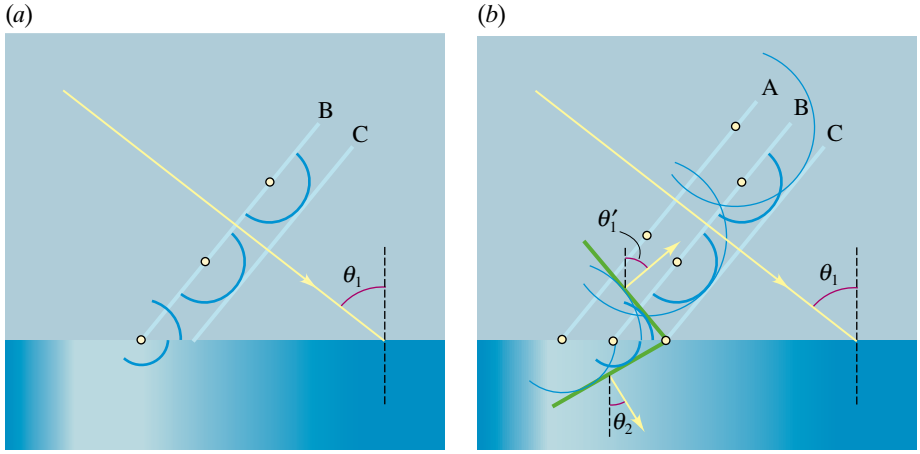
▲ Figure 4.15

Une onde qui arrive à une interface plane infinie est partiellement transmise et partiellement réfléchie selon des directions bien définies. L'angle d'incidence θ_1, l'angle de réflexion θ_1' et l'angle de réfraction θ_2 suffisent à décrire le phénomène.

La figure définit trois angles, mesurés par rapport à une droite perpendiculaire à l'interface : θ_1 est l'angle *d'incidence*, θ_1' est l'angle *de réflexion* et θ_2 est l'angle *de réfraction*. Nous verrons que la situation illustrée, pour laquelle $\theta_2 < \theta_1$, correspond au cas où la vitesse de l'onde est plus faible dans le milieu où elle est réfractée que dans le milieu initial.

Nous allons maintenant voir comment l'application du principe de Huygens permet de prédire la direction des rayons réfléchi et réfracté. Dans un premier temps, la figure 4.16*a* ne montre que des ondelettes issues de points faisant partie d'un même front d'onde. À l'instant illustré, toutes les ondelettes ont donc bénéficié du même délai de propagation. On note déjà quelque chose de nouveau : l'ondelette issue du point du front d'onde situé sur l'interface est constituée de deux portions qui se propagent à des vitesses différentes, lentement dans le milieu du bas, rapidement dans le milieu du haut.

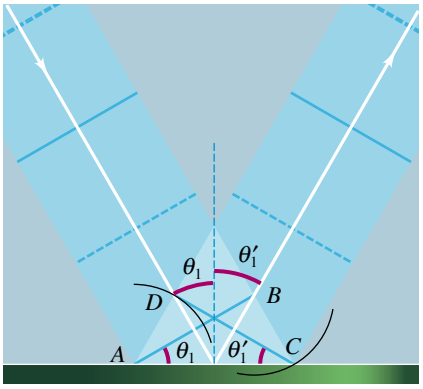
On comprend mieux comment construire les fronts d'onde réfléchis et réfractés si on considère aussi des ondelettes émises plus tôt par un autre front d'onde incident (figure 4.16*b*). Les ondelettes issues du front d'onde B sont identiques à celles de la figure 4.16*a* et celles issues du front d'onde A sont tracées en traits plus minces afin qu'on puisse les distinguer. Si on relie les ondelettes dans le milieu du bas, on constate qu'elles forment un front d'onde réfracté (en vert) qui n'est pas parallèle à ceux de l'onde incidente. De même, relier les ondelettes dans le milieu du haut permet d'obtenir le front d'onde réfléchi (aussi en vert).



◀ Figure 4.16

Le principe de Huygens permet de comprendre l'origine du rayon réfléchi et du rayon réfracté. (*a*) Ondelettes provenant d'un front d'onde. (*b*) Ondelettes provenant de deux fronts d'onde.

La loi de la réflexion



▲ Figure 4.17

Dans l'intervalle de temps qu'il faut au point B du front d'onde AB pour atteindre la surface, l'ondelette issue de A est parvenue au point D. Les propriétés géométriques des triangles ACD et ACB nous permettent de conclure que $\theta_1 = \theta_1'$.

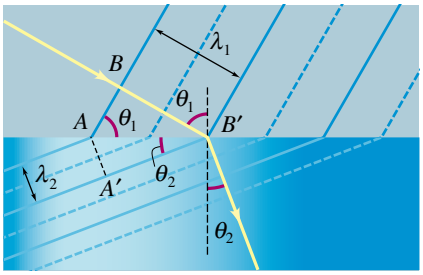
Pour calculer θ_1', nous utilisons la figure 4.17, qui complète la figure 4.16 mais n'illustre que les ondes incidente et réfléchie. Puisque les fronts d'onde sont perpendiculaires aux directions de propagation, les angles θ_1 et θ_1' sont aussi les angles entre les fronts d'onde et *l'interface*. Considérons le front d'onde AB à l'instant où le point A atteint l'interface. Chacun de ses points produit alors une ondelette, mais nous illustrons seulement celles issues de A et de B. À l'instant où l'ondelette issue de B atteint le point C, celle issue de A est parvenue au point D. Les points C et D sont donc des sources d'ondelettes qui sont en phase. En d'autres termes, la droite DC constitue le front d'onde réfléchi. Comme les vitesses des ondes incidente et réfléchie sont identiques, $AD = BC$. Les triangles ACD et ACB sont deux triangles rectangles ayant une hypoténuse en commun. On en déduit la **loi de la réflexion**:

Loi de la réflexion

$$\theta_1 = \theta_1' \tag{4.6}$$

Ces angles sont mesurés par rapport à la normale au plan de l'interface entre les deux milieux. On note que cette loi est valable tant pour les ondes mécaniques que pour les ondes électromagnétiques. Si on applique la loi de la réflexion en trois dimensions, on doit préciser dans quel plan les angles se mesurent: le rayon incident et la normale définissent un plan, appelé *plan d'incidence*. Le rayon réfléchi est lui aussi contenu par ce plan.

La loi de la réfraction



▲ Figure 4.18

Le principe de Huygens permet d'expliquer la réfraction. Le module de la vitesse des ondes est plus faible dans le milieu plus réfringent (d'indice plus élevé). En une période, l'onde issue de A parcourt une longueur d'onde λ_2 et l'onde issue de B parcourt une longueur d'onde λ_1, avec $\lambda_2 < \lambda_1$.

Pour calculer θ_2, nous utilisons la figure 4.18, qui complète la figure 4.16 mais n'illustre que les ondes incidente et réfractée. Les angles entre la surface de séparation et les fronts d'onde incidents et réfractés sont respectivement identiques à θ_1 et à θ_2 puisque les fronts d'onde sont perpendiculaires aux rayons lumineux. Dans un petit intervalle de temps Δt, l'ondelette issue du point B du front d'onde AB parcourt une distance $v_1\Delta t$ jusqu'au point B', de telle sorte que $BB' = v_1\Delta t = AB' \sin\theta_1$. Durant ce laps de temps, l'ondelette issue de A parcourt une distance $v_2\Delta t$ jusqu'au point A' du second milieu, de telle sorte que $AA' = v_2\Delta t = AB' \sin\theta_2$. Le nouveau front d'onde $A'B'$ est obtenu en reliant les ondelettes issues du front d'onde AB. Le rapport BB'/AA' donne

Loi générale de la réfraction

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \tag{4.7a}$$

Selon cette équation, $\theta_1 > \theta_2$ si $v_1 > v_2$. La direction de propagation *se rapproche* de la normale lorsque l'onde pénètre dans un milieu où *le module de la vitesse de l'onde est moins grand*. En trois dimensions, le rayon réfracté est lui aussi dans le plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale. Notez que cette loi est valable tant pour les ondes mécaniques que pour les ondes électromagnétiques.

La réflexion et la réfraction du son permettent le fonctionnement de l'échographie (voir l'exercice E54). Dans le cas où l'onde considérée est une onde électromagnétique, l'équation ci-dessus est habituellement reformulée en fonction des

indices de réfraction, comme nous le verrons à la section 4.6 où nous appliquerons les lois de la réflexion et de la réfraction au contexte particulier de l'optique géométrique.

4.5 L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

Nous avons vu que le principe de Huygens permet de décrire la propagation de la lumière. Nous l'avons déjà utilisé pour démontrer les lois qui décrivent les phénomènes de réflexion et de réfraction par une interface plane. Aux chapitres 6 et 7, nous utiliserons le principe de Huygens pour étudier des phénomènes supplémentaires où l'interférence entre les ondelettes de Huygens est importante.

Mais dans le reste de ce chapitre et dans le chapitre suivant, nous nous pencherons uniquement sur les dispositifs simples comme les miroirs, les prismes et les lentilles, dont le fonctionnement repose seulement sur les lois de la réflexion et de la réfraction. Nous étudierons aussi des instruments qui contiennent de tels dispositifs.

Dans le contexte simple de l'étude de ces dispositifs, nous représenterons la lumière grâce au **modèle du rayon lumineux**, plus simple encore que le principe de Huygens. Un **rayon** équivaut à un faisceau de lumière très étroit, perpendiculaire au front d'onde, qui nous indique le trajet suivi par l'énergie de l'onde lumineuse. Le modèle du rayon se base uniquement sur les quatre postulats suivants :

Postulats du modèle du rayon lumineux

1. Dans un milieu homogène, la lumière se propage en ligne droite, de sorte qu'on peut la représenter comme un simple rayon rectiligne.
2. Lorsqu'un rayon rencontre un miroir ou une interface entre deux milieux de propagation, la loi de la réflexion (équation 4.6) décrit le rayon réfléchi.
3. Lorsqu'un rayon rencontre une interface avec un milieu de propagation transparent, la loi de la réfraction (équation 4.7*b* ; voir la prochaine section) décrit le rayon réfracté.
4. Les rayons lumineux n'interagissent jamais entre eux.

Les trajets rectilignes des rayons lumineux pouvant se décrire avec les simples règles de la géométrie, l'étude de la lumière dans le contexte où elle se propage ainsi en ligne droite et rencontre la surface de séparation entre deux milieux porte le nom d'**optique géométrique**.

Les postulats du modèle du rayon lumineux ont un corollaire important : tant en vertu de la loi de la réflexion qu'en vertu de la loi de la réfraction, on obtient les mêmes tracés de rayons si l'on inverse le sens de propagation des rayons lumineux. En conséquence, quand les milieux de propagation sont non dispersifs*, la position de la source ponctuelle et celle de l'œil peuvent être interverties dans tout dispositif d'optique géométrique dont le fonctionnement repose soit sur la réflexion, soit sur la réfraction : c'est la **loi du retour inverse de la lumière**.

L'élaboration du modèle du rayon lumineux remonte à l'Antiquité. Près de deux millénaires avant Huygens, le mathématicien grec Euclide (III^e^ siècle av. J.-C.) et l'astronome Claudius Ptolémée (vers 90-vers 168) utilisèrent la géométrie

* La loi du retour inverse demeure valable dans un milieu dispersif, pourvu que la lumière soit suffisamment monochromatique (une seule longueur d'onde).

pour analyser des problèmes d'optique. À partir d'ici, nous effectuons donc un bond à rebours dans l'histoire de l'étude de la lumière, pour recommencer à ses débuts.

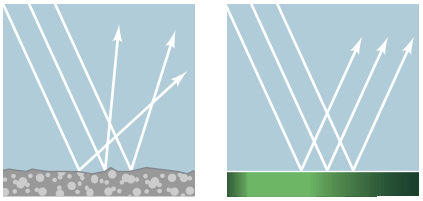
Il est parfaitement compréhensible que les premières études de la lumière aient été fondées sur l'optique géométrique : la propagation de la lumière en ligne droite est celle qui est la plus fréquente dans l'expérience quotidienne. En effet, la lumière d'un projecteur dans une salle de cinéma enfumée ou bien les rayons du soleil filtrant à travers les feuilles des arbres par temps brumeux semblent se propager en ligne droite. De même, par temps clair et ensoleillé, les ombres des objets sont très nettes. Considérer que la lumière se propage sous forme de rayons est donc conforme à ces observations simples.

Les limites du modèle du rayon lumineux

Le domaine de l'optique géométrique est limité. En effet, le modèle du rayon lumineux cesse d'être applicable dès que la lumière ne se propage pas en ligne droite.

Si la surface causant une réflexion est irrégulière (figure 4.19*a*), les rayons réfléchis se propagent dans des directions aléatoires ; la lumière réfléchie peut donc être vue à partir de n'importe quel point : on parle alors de **réflexion diffuse**. Cette situation sort du cadre de l'optique géométrique. En revanche, si la surface est parfaitement plane (figure 4.19*b*), comme nous l'avons supposé à la dernière section, on observe un seul rayon réfléchi pour chaque rayon incident. On parle alors de **réflexion spéculaire**, ce qui a lieu lorsque les aspérités de la surface sont nettement plus petites que la longueur d'onde de la lumière incidente. Dans la réflexion spéculaire, le faisceau réfléchi ne peut être observé que selon une seule orientation*.

(*a*) (*b*)



Réflexion diffuse — Réflexion spéculaire

▲ Figure 4.19

(*a*) Dans la réflexion diffuse sur une surface irrégulière, la lumière réfléchie se propage dans toutes les directions. (*b*) Dans la réflexion spéculaire sur une surface lisse, les rayons réfléchis se propagent tous dans la même direction.

Même dans le cas de la réflexion diffuse, chaque rayon subit une réflexion spéculaire sur la toute petite portion de la surface où il tombe. Mais comme toutes ces petites portions ont des orientations aléatoires, les rayons réfléchis n'ont pas d'orientation commune et il est impossible d'utiliser la géométrie pour les étudier.

De façon semblable, on considère, en appliquant le modèle du rayon lumineux, que les surfaces sur lesquelles se produit de la réflexion sont suffisamment lisses pour qu'on puisse les considérer comme planes sur une échelle nettement supérieure à la longueur d'onde de la lumière incidente.

Une autre limite importante de l'optique géométrique a trait à la taille des miroirs ou des lentilles. Les pourtours de ces derniers formant des obstacles à la propagation de la lumière, ils entraînent de la diffraction (voir la figure 4.10*a*, p. 138). Pour que le modèle du rayon lumineux soit applicable, on doit pouvoir négliger le changement de direction de la lumière au bord des ouvertures et des obstacles, sinon le premier postulat n'est plus valable. Cette approximation suppose que les dimensions d'un miroir ou d'une lentille sont très supérieures aux longueurs d'onde de la lumière visible. Cela est toujours le cas en pratique puisque ces longueurs d'onde sont inférieures à 1 µm.

4.6 LA RÉFLEXION ET LA RÉFRACTION EN OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

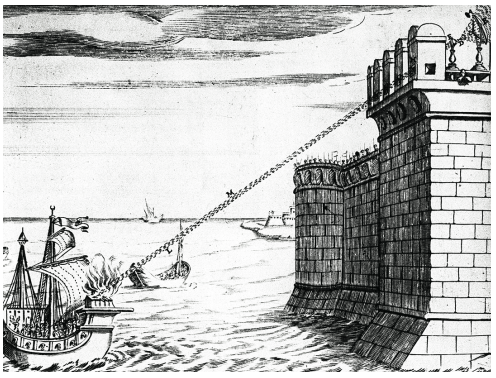
Dans cette section, nous amorçons notre étude de l'optique géométrique en abordant des situations simples qui mettent en jeu la réflexion ou la réfraction d'un seul rayon lumineux.

* Par exemple, posez sur le trottoir un miroir de poche et essayez de vous placer de façon à pouvoir y voir le reflet d'un objet lumineux comme un lampadaire.

Les plus anciennes références écrites relatives à l'existence des miroirs se trouvent dans la Bible, soit dans l'Exode, 38,8 (vers 1200 av. J.-C.), et dans Job, 37,18 (vers 600 av. J.-C.). Les miroirs étaient alors en bronze poli, un alliage de cuivre et d'étain. Les Romains parvinrent à en améliorer la qualité en augmentant la proportion d'étain pour produire un alliage qu'ils appelaient *speculum* (d'où vient l'expression « réflexion spéculaire »). Les Chinois pourraient avoir fait de même vers 400 av. J.-C. Selon la légende illustrée à la figure 4.20, Archimède (vers 287-vers 212 av. J.-C.) se servit de miroirs pour mettre le feu à la flotte romaine de Marcellus à Syracuse (vers 212 av. J.-C.). De nos jours, on fabrique les miroirs en vaporisant de l'aluminium sur une surface polie. Notons que les miroirs utilisent des métaux, mettant à profit le fait que les ondes électromagnétiques sont incapables de se propager dans les matériaux conducteurs (voir la section 4.1).

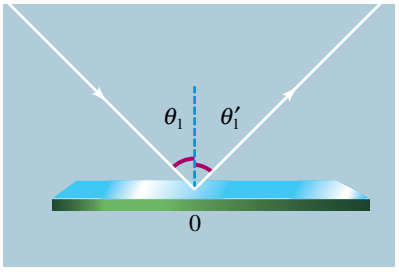
La figure 4.21 illustre une réflexion sur un miroir suffisamment plan pour que le modèle du rayon lumineux soit valable. À l'époque de Héron d'Alexandrie (vers 10-vers 70 apr. J.-C.), on avait déjà observé que *l'angle d'incidence* θ_1 *est égal à l'angle de réflexion* θ_1', ce qui correspond évidemment à la loi de la réflexion (équation 4.6).

Vers l'an 1000 apr. J.-C., un savant arabe nommé Ibn al-Haytham ou Alhazen (965-1039) fit remarquer que le rayon incident, la normale au plan et le rayon réfléchi sont tous les trois dans un même plan, le plan d'incidence défini à la section 4.4.



▲ Figure 4.20

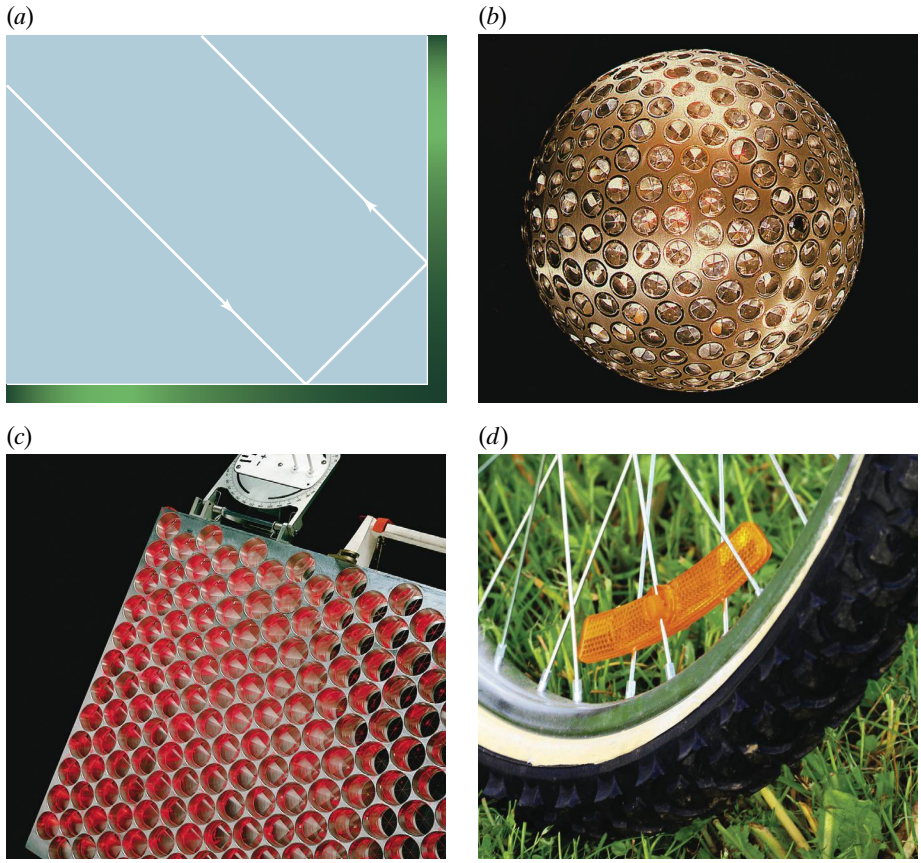
À l'aide de miroirs, Archimède aurait mis le feu à la flotte romaine vers 212 av. J.-C. En 1973, l'historien grec Ioannis Sakkas organisa une reproduction de cet événement pour vérifier sa vraisemblance : il fit aligner 70 soldats munis de boucliers plats en cuivre et leur demanda de réfléchir la lumière solaire vers une barque située à 50 m de la berge. La barque prit bientôt feu.



▲ Figure 4.21

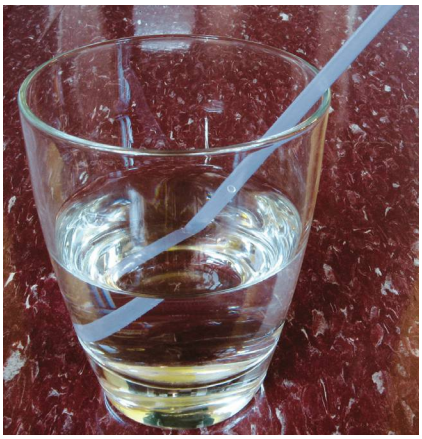
Selon la loi de la réflexion, l'angle d'incidence θ_1 est égal à l'angle de réflexion θ_1'. Ces deux angles sont mesurés par rapport à la normale au plan de l'interface, tel qu'illustré. Le rayon réfléchi est toujours contenu dans le plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale. La relation reste valable si on inverse le sens du rayon.

Lorsqu'un rayon lumineux circulant dans un plan horizontal est réfléchi par deux miroirs verticaux formant un angle droit (figure 4.22*a*), le rayon réfléchi est parallèle et de sens opposé au rayon incident. Un dispositif composé de trois miroirs perpendiculaires deux à deux permet d'exploiter cet effet en réfléchissant tout rayon incident dans la direction opposée. Pour faire un relevé géologique de la Terre, on a utilisé les signaux réfléchis par des réflecteurs de ce type placés sur le satellite LAGEOS (figure 4.22*b*). Un de ces réflecteurs, placé sur la Lune (figure 4.22*c*), a permis de déterminer sa distance avec une précision de 15 cm. Dans la vie quotidienne, des surfaces réfléchissantes perpendiculaires entre elles sont aussi utilisées dans les *cataphotes* (plaquettes réfléchissantes) disposés sur les automobiles et les bicyclettes (figure 4.22*d*).



▶ Figure 4.22

(*a*) Un rayon tombant sur deux miroirs perpendiculaires entre eux donne un rayon réfléchi de même direction et de sens opposé. Avec trois miroirs, on peut produire ce résultat en trois dimensions plutôt qu'uniquement selon un plan, ce qui permet de réfléchir la lumière dans la direction de l'émetteur, peu importe où il est situé. (*b*) Le satellite LAGEOS était recouvert de réflecteurs utilisant ce phénomène. En chronométrant le retour d'impulsions laser émises à partir de divers points, on a pu détecter de faibles mouvements des continents. (*c*) À l'aide d'un réflecteur de même type placé sur la Lune, on a pu mesurer sa distance à la Terre avec une incertitude de 15 cm seulement. (*d*) Les cataphotes installés sur la plupart des roues de bicyclettes fonctionnent de façon semblable : les miroirs sont remplacés par les faces d'un prisme où se produisent des réflexions totales internes (voir la section 4.7 et l'exercice E21).



▲ Figure 4.23

Une paille partiellement plongée dans un liquide nous apparaît pliée à cause de la réfraction de la lumière à la surface du liquide.

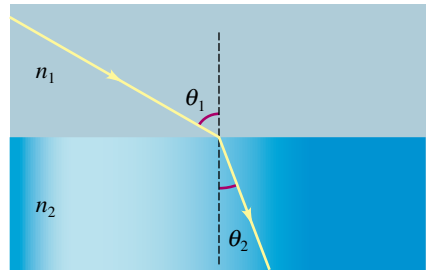
Les situations où la lumière traverse une interface entre deux milieux de propagation transparents sont nombreuses et, souvent, l'interface est assez lisse pour que le modèle du rayon lumineux puisse s'appliquer. Par exemple, une paille plongée dans un verre nous paraît pliée, lorsqu'on compare la lumière qui nous en provient directement avec celle qu'on reçoit au travers de l'interface eau-air (figure 4.23). Bien d'autres effets sont dus à la réfraction, comme le fonctionnement d'une loupe qui permet de focaliser les rayons du soleil.

Contrairement au cas de la réflexion, il est clair que l'*angle d'incidence* θ_1 et l'*angle de réfraction* θ_2, illustrés à la figure 4.24, ne sont pas des angles égaux. Mais il fallut attendre plusieurs siècles avant d'obtenir des mesures assez précises pour établir expérimentalement la loi de la réflexion. Vers 130 av. J.-C., Ptolémée mesura ces angles pour la surface de séparation entre l'air et l'eau et suggéra que le rapport θ_1/θ_2 est constant. Cela paraît être le cas lorsque les angles sont suffisamment petits, mais n'est pas du tout conforme aux observations pour les angles plus grands. La loi actuelle de la réfraction, déjà connue dans la civilisation arabe*, fut obtenue pour la première fois en Europe, vers 1621 par un mathématicien hollandais nommé Willebrord Snell van Royen (1580-1626), qui ne la diffusa pas. Plus tard, René Descartes retrouva indépendamment cette relation et la rendit publique dans le cadre d'un exposé, publié vers 1635, portant sur l'arc-en-ciel (voir le sujet connexe de la section 4.8). Elle énonce que le rapport du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle de réfraction est constant, c'est-à-dire

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \text{constante}$$

* Découverte expérimentalement au x^e^ siècle par Ibn Sahl (vers 940-vers 1000), elle n'est qu'un exemple de la grandeur de la science arabe, qui dépassait alors celle de l'Occident, alors en plein « Moyen-Âge ».

Descartes réussit à prédire cette équation de façon théorique, mais il se fonda sur des hypothèses sur la vitesse de la lumière qui n'étaient pas conformes aux observations d'aujourd'hui. Le premier à avoir pu prédire cette équation d'une façon considérée comme encore valable est Huygens, en 1678. Il utilisa essentiellement la démonstration que nous avons présentée à la section 4.4, qui se fonde sur une représentation ondulatoire de la lumière, mais surtout qui fait appel à des hypothèses de vitesses différentes de celles de Descartes. En raison du rôle de Descartes, la loi de la réfraction, quand elle est appliquée spécifiquement à la lumière, est appelée **loi de Snell-Descartes**. Comme nous l'avons annoncé à la section 4.4, elle s'exprime alors en fonction des indices de réfraction et devient :



▲ **Figure 4.24**

L'angle d'incidence θ_1 et l'angle de réfraction θ_2 sont liés par la loi de Snell-Descartes. Le rayon réfracté est toujours contenu dans le plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale. La relation reste valable si l'on inverse le sens du rayon.

Loi de Snell-Descartes

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \qquad (4.7b)$$

Si $n_2 > n_1$, alors $\theta_2 < \theta_1$; autrement dit, en pénétrant dans un milieu d'*indice de réfraction plus élevé* (milieu plus réfringent), les rayons *se rapprochent* de la normale. Notons à nouveau que le rayon réfracté est dans le plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale.

Exemple 4.3

Un rayon lumineux se propageant dans l'air ($n = 1$) pénètre dans le verre d'une fenêtre pour lequel $n = 1{,}5$. Sachant qu'on mesure un angle de 40° entre le rayon incident et la surface du verre, quel angle mesure-t-on entre le rayon incident et le rayon réfracté ?

Solution

L'angle d'incidence est mesuré par rapport à la normale, donc $\theta_1 = 50°$. L'équation 4.7*b* devient

$$\sin 50° = 1{,}5 \sin \theta_2$$

donc, $\theta_2 = 30{,}7°$. Puisque les rayons incident et réfléchi sont situés sur des côtés opposés de la normale, l'angle entre eux est $180° - 50° + 30{,}7° = 161°$.

Exemple 4.4

Un rayon lumineux se propageant dans le vide atteint une interface avec un milieu d'indice de réfraction n. (a) Calculer, en fonction de n, l'angle d'incidence θ_1 qui fera en sorte que les rayons réfléchi et réfracté formeront entre eux un angle de 60°. (b) Que vaut θ_1 pour $n = 1$? (c) Que vaut-il pour $n \gg 1$?

Solution

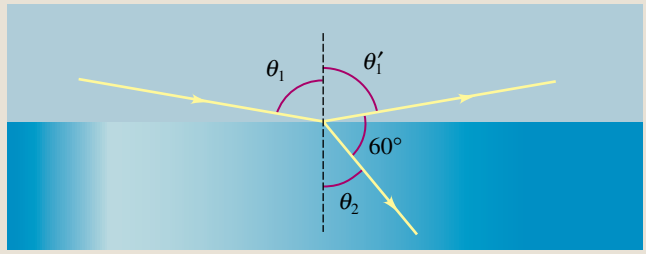
(a) La figure 4.25 illustre la situation. On y voit que

$$\theta_2 + 60° + \theta_1' = 180° \qquad \text{(i)}$$

Or, en vertu de la loi de la réflexion et de la loi de Snell-Descartes, on peut écrire respectivement

$$\theta_1' = \theta_1 \qquad \text{(ii)}$$

$$\sin \theta_1 = n \sin \theta_2 \qquad \text{(iii)}$$



▲ **Figure 4.25**

L'angle d'incidence θ_1 possède une valeur telle qu'un angle de 60° sépare le rayon réfléchi du rayon réfracté.

En substituant l'équation (ii) dans l'équation (i) et le résultat dans l'équation (iii), on obtient

$$\sin \theta_1 = n \sin(120° - \theta_1) \qquad \text{(iv)}$$

Puisque $\sin(120° - \theta_1) = \sin(120°)\cos\theta_1 - \cos(120°)\sin\theta_1$ (voir l'annexe B), l'équation (iv) devient, après regroupement des deux termes en $\sin\theta_1$:

$$(1 - n/2)\sin\theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}n\cos\theta_1$$

où nous avons substitué $\sin(120°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\cos(120°) = \frac{1}{2}$. De cette équation, on tire

$$\tan\theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2/n - 1} \qquad \text{(v)}$$

(b) Si $n = 1$, l'équation (v) donne $\theta_1 = 60°$. On a alors $\theta_2 = 60°$: la situation correspond à un rayon non dévié.

(c) Pour $n \gg 1$, la loi de Snell-Descartes prédit que $\theta_2 = 0°$ quel que soit θ. Il est donc impossible que les rayons réfléchi et réfracté ne forment qu'un angle de 60°. En effet, l'équation (v) donne alors un angle négatif, ce qui n'a aucun sens.

Exemple 4.5

Deux miroirs, M_1 et M_2, se touchent de manière à former un angle de 120° (figure 4.26). Soit un rayon incident faisant un angle de 50° avec la normale à M_1. (a) Selon quelle orientation la lumière repart-elle de M_2 ? (b) De quel angle total est dévié le rayon incident par rapport à son orientation initiale ?

Solution

(a) D'après la loi de la réflexion, l'angle de réflexion sur M_1 vaut également 50°, et l'angle entre le rayon réfléchi et le plan de M_1 vaut donc 40°. Dans le triangle ABC, l'angle en C est égal à $180° - 40° - 120° = 20°$. L'angle d'incidence sur M_2 vaut donc 70°, de même que l'angle de réflexion.

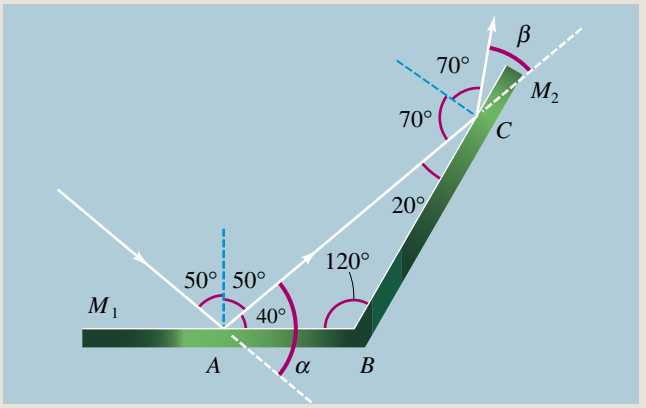
(b) Au point A, le rayon est dévié d'un angle

$$\alpha = 180° - 2(50°) = 80°$$

Au point C, le rayon est dévié d'un angle

$$\beta = 180° - 2(70°) = 40°$$

L'angle total de déviation est de $\alpha + \beta = 120°$.



▲ **Figure 4.26**
Un rayon réfléchi par deux miroirs formant un certain angle.

Exemple 4.6

Un rayon se propageant dans un milieu d'indice de réfraction n_1 pénètre dans une plaque de verre d'indice de réfraction n_2 suivant un angle α avec la normale à la plaque. Après une seconde réfraction, il émerge dans un milieu identique au milieu initial (figure 4.27). Montrer qu'il ressort de la plaque parallèlement à son orientation incidente.

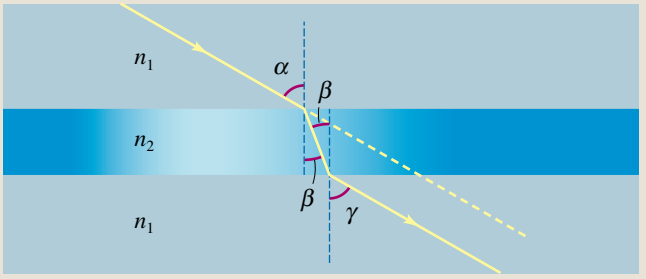
Solution

À la surface supérieure de la plaque, le rayon réfracté fait un angle β avec la normale. Selon la loi de Snell-Descartes,

$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta \qquad \text{(i)}$$

Ce rayon réfracté tombe sur la surface inférieure suivant le même angle β par rapport à la normale et ressort de la plaque en faisant un angle γ avec la normale. Ainsi,

$$n_2 \sin\beta = n_1 \sin\gamma \qquad \text{(ii)}$$



▲ **Figure 4.27**
Lorsqu'un rayon traverse une lame d'épaisseur uniforme, il émerge parallèlement à son orientation initiale.

En comparant (i) et (ii), on constate que $\alpha = \gamma$. Le rayon émergent est donc parallèle au rayon incident, mais il a subi un déplacement latéral (figure 4.27).

Si l'épaisseur de la plaque de verre est négligeable, on peut considérer que le rayon émergent est identique au rayon incident. Cette information sera utile, au chapitre suivant, pour faire l'approximation qu'un rayon qui passe par le centre optique d'une lentille mince n'est pas dévié. ■

Exemple 4.7

De la lumière verte se propageant dans le verre ($n = 1{,}5$) émerge dans l'air suivant un angle de 40° avec la normale à la surface de séparation verre-air. La longueur d'onde λ_0 dans l'air est de 546 nm. (a) Quel est l'angle d'incidence dans le verre ? (b) Quelle est la fréquence de la lumière dans le verre ?

Solution

(a) D'après la loi de Snell-Descartes,

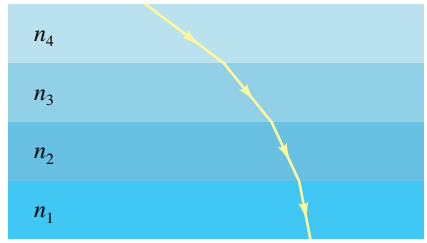
$$1{,}5 \sin \theta_1 = 1{,}0 \sin 40°$$

On trouve $\theta_1 = 25{,}4°$.

(b) La fréquence est la même que dans l'air, c'est-à-dire $f = c/\lambda_0 = 5{,}49 \times 10^{14}$ Hz.

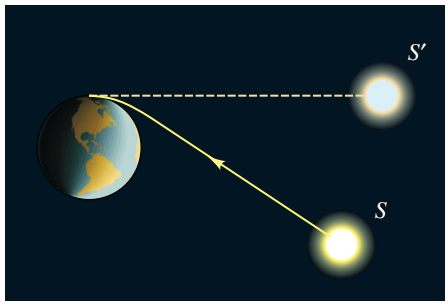
Les matériaux non homogènes

Lorsqu'un rayon traverse une série de lames d'indices de réfraction croissants (figure 4.28), sa trajectoire se rapproche progressivement de la normale. Dans une zone constituée d'un matériau dont l'indice varie d'une façon continue, la trajectoire est une courbe lisse. Par conséquent, la trajectoire d'un rayon dans un milieu non homogène n'est pas rectiligne. Comme la densité de notre atmosphère décroît avec l'altitude, l'indice de réfraction décroît également. C'est pourquoi on peut encore voir le Soleil après qu'il est passé sous l'horizon : sur la figure 4.29*a*, il apparaît comme s'il était situé en S' (car les rayons semblent provenir de cet endroit), alors qu'il est réellement en S. On explique aussi le phénomène de *mirage* par une interprétation analogue fondée sur la variation de l'indice de réfraction de l'air : par temps chaud, l'air au niveau du sol est moins dense que l'air situé juste au-dessus, ce qui signifie que l'indice de réfraction augmente graduellement avec l'altitude jusqu'à un certain niveau. Les rayons proches du sol suivent donc une trajectoire incurvée vers le haut (figure 4.29*b*). L'« eau » que l'on croit voir sur la route lorsqu'il fait très chaud n'est en fait que l'image du ciel et l'effet de miroitement est dû aux fluctuations aléatoires de la densité de l'air.

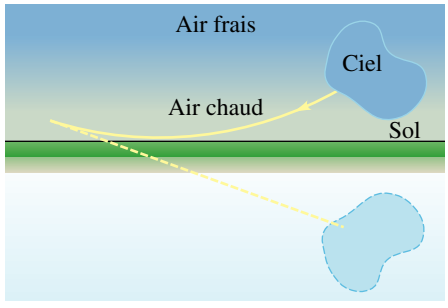


▲ Figure 4.28
Un rayon traversant plusieurs lames successives d'indices de réfraction croissants. Sa trajectoire a tendance à se rapprocher de la normale.

(*a*)



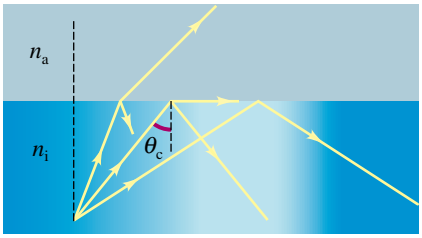
(*b*)



◀ Figure 4.29
(*a*) Puisque l'indice de réfraction diminue avec l'altitude, les rayons du Soleil couchant sont réfractés comme le montre la figure. Le Soleil se trouve en S, alors qu'on a l'impression qu'il est en S'. (*b*) Par temps chaud, l'indice de réfraction de l'air au niveau du sol est parfois inférieur à celui des couches supérieures. Le mirage observé est en réalité une image du ciel.

4.7 LA RÉFLEXION TOTALE INTERNE

La figure 4.30 représente la surface de séparation entre deux milieux d'indices de réfraction n_a et n_i (i représentant le milieu incident, et a, l'autre milieu), tels que $n_i > n_a$. Lorsqu'un rayon passe du milieu plus réfringent (d'indice le plus



▲ Figure 4.30

La lumière issue d'une source ponctuelle dans un milieu d'indice n_i tombe sur la surface de séparation avec un milieu d'indice n_a. Lorsque l'angle d'incidence atteint une valeur critique, il n'y a plus de rayon réfracté. La lumière subit alors une réflexion totale interne.

élevé) vers le milieu moins réfringent (d'indice le moins élevé), le rayon réfracté s'éloigne de la normale. Pour de petits angles d'incidence, à chaque rayon incident correspondent un rayon réfléchi et un rayon réfracté. Mais pour un certain angle d'incidence critique, θ_c, le rayon réfracté est parallèle à la surface de séparation. Si l'angle d'incidence est supérieur à θ_c, le principe de Huygens ne permet plus de prédire qu'il y aura un rayon réfracté et la lumière est donc totalement réfléchie vers le milieu plus réfringent. Ce phénomène, qui porte le nom de **réflexion totale interne**, a été découvert par Johannes Kepler (1571-1630) en 1604. On détermine la valeur de θ_c à partir de la loi de Snell-Descartes en posant $\theta_i = \theta_c$ et $\theta_a = 90°$:

Réflexion totale interne

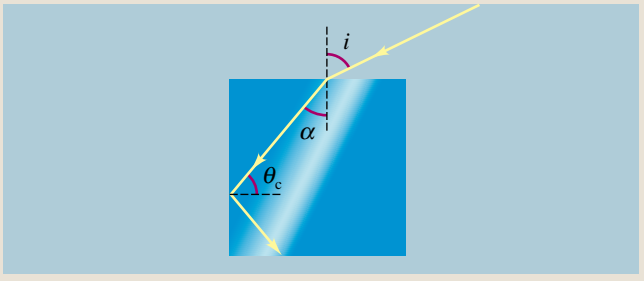
$$n_i \sin \theta_c = n_a \qquad (4.8)$$

Si le milieu moins réfringent est l'air, on peut poser $n_a = 1$. On trouve alors la valeur de l'angle d'incidence critique pour l'eau ($n_i = 1{,}33$), $\theta_c = 48{,}8°$, et pour le verre ($n_i \approx 1{,}5$), $\theta_c \approx 42°$.

Un appareil appelé *réfractomètre* permet de déterminer l'indice de réfraction d'un échantillon en se basant sur l'équation 4.8. Bien qu'on puisse l'utiliser pour identifier des matériaux solides (par exemple des pierres précieuses), de telles mesures sont surtout utiles pour déterminer la densité de liquides, une grandeur qui peut en effet être exprimée en fonction de l'indice de réfraction. Cet appareil permet aux vignerons d'évaluer le taux de sucre dans le moût, aux techniciens médicaux d'évaluer le taux de protéines dans le sang, etc. Le dépistage de drogues en milieu sportif commence par une mesure de l'indice de réfraction de l'urine. ●

Exemple 4.8

Kepler utilisa la réflexion totale interne dans un bloc de verre pour dévier un faisceau lumineux (figure 4.31). (a) Si le bloc a un indice de réfraction de 1,35 et qu'il est entouré d'air ($n = 1$), pour quelles valeurs de l'angle d'incidence i sur la face supérieure a-t-on une réflexion totale interne sur la face verticale ? (b) Pour un angle d'incidence i sur la face supérieure, quelle doit être la valeur minimale de l'indice de réfraction pour qu'il y ait réflexion totale interne sur la face verticale ? (c) On suppose plutôt que le bloc est immergé dans l'eau ($n = 1{,}33$) et que seule sa face supérieure est au-dessus de l'eau. On donne $i = 45°$. Quelle serait la valeur minimale de l'indice de réfraction du verre dans ce cas ?



▲ Figure 4.31

Un rayon pénètre dans un bloc de verre et subit une réflexion totale interne sur la face verticale.

Solution

(a) Il y a réflexion totale interne sur la face verticale si l'angle d'incidence y est supérieur à l'angle critique, qui est déterminé sur cette face par l'équation 4.8 : $1{,}35 \sin \theta_c = 1$, d'où $\theta_c = 47{,}8°$. On voit sur la figure que $\alpha = 90° - \theta_c = 42{,}2°$. En appliquant la loi de Snell-Descartes pour la face supérieure, on obtient $1 \sin i = 1{,}35 \sin 42{,}2°$, d'où $i = 65{,}1°$.

Si on diminue i, on diminue α, mais on augmente l'angle d'incidence sur la face verticale : on demeure ainsi en situation de réflexion totale interne. L'angle d'incidence i peut donc prendre n'importe quelle valeur entre 0° et 65,1°. ■

(b) L'angle de réfraction à la traversée de la surface supérieure est donné par la loi de Snell-Descartes :

$$n \sin \alpha = 1 \sin i \qquad \text{(i)}$$

Il y a réflexion totale interne sur la face verticale si l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique, qui est déterminé par

$$n \sin \theta_c = 1 \qquad \text{(ii)}$$

On voit sur la figure que $\theta_c = 90° - \alpha$, donc $\sin \theta_c = \cos \alpha$. On en déduit que

$$n \cos \alpha = 1 \qquad \text{(iii)}$$

En élevant au carré les deux membres des équations (i) et (iii) et en les additionnant, on obtient

$$n^2 \cos^2 \alpha + n^2 \sin^2 \alpha = 1 + \sin^2 i \qquad \text{(iv)}$$

Par conséquent,

$$n = (1 + \sin^2 i)^{1/2} \qquad \text{(v)}$$

(c) Dans la solution de la partie (b), l'équation (iii) devient

$$n \cos \alpha = 1{,}33$$

donc l'équation (iv) devient

$$n^2 \cos^2 \alpha + n^2 \sin^2 \alpha = 1{,}33^2 + \sin^2 i = 1{,}77 + \sin^2 i$$

et l'équation (v) devient

$$n = (1{,}77 + \sin^2 i)^{1/2}$$

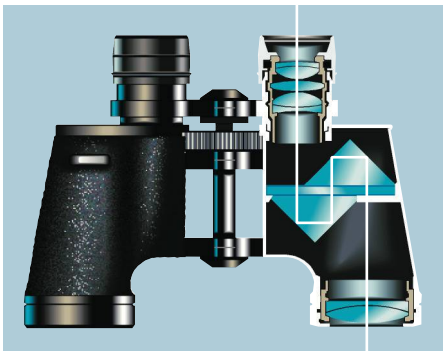
Pour $i = 45°$, on trouve $n = 1{,}51$.

Des applications de la réflexion totale interne

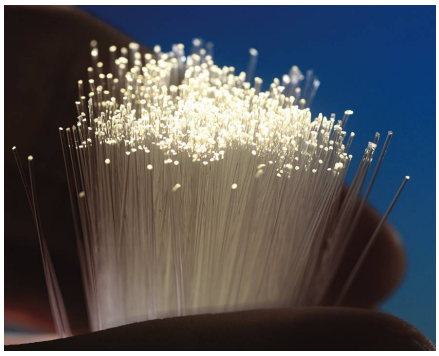
Quand on utilise un miroir métallique pour réfléchir la lumière, une partie de l'énergie de cette dernière est perdue dans le mouvement des électrons du métal (voir la section 4.1). On peut contourner ce problème en utilisant la réflexion totale interne : la figure 4.32 représente un prisme de 45° et un rayon incident normal à l'une des deux faces perpendiculaires. Puisque l'angle d'incidence sur la troisième face (hypoténuse) est supérieur à θ_c (= 42°), la lumière subit une réflexion totale interne, avec un rendement voisin de 100 %. Même les meilleurs miroirs métalliques ne réfléchissent que 95 % environ de l'énergie incidente. La figure 4.33 représente le système optique d'une paire de jumelles, constitué de deux prismes servant à inverser l'image (de bas en haut) et à la rectifier (de gauche à droite).

▲ **Figure 4.32**
Réflexion totale interne de la lumière dans un prisme de 45°.

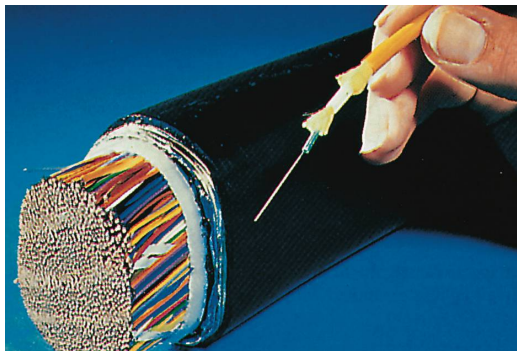
Les **fibres optiques** sont de minces fibres de verre ou de plastique, de 10 µm à 50 µm d'épaisseur. Un rayon qui pénètre avec un angle approprié par une extrémité de la fibre subit une série de réflexions totales internes et il est donc acheminé le long de la fibre sans perte notable sur les parois (figure 4.34). Les fibres optiques sont de plus en plus utilisées pour remplacer les câbles des réseaux téléphoniques terrestres (figure 4.35).



▲ **Figure 4.33**
Le système optique d'une paire de jumelles fait intervenir la réflexion totale interne dans deux prismes pour inverser l'image et intervertir la gauche et la droite, de sorte que l'image observée par l'œil semble normale.



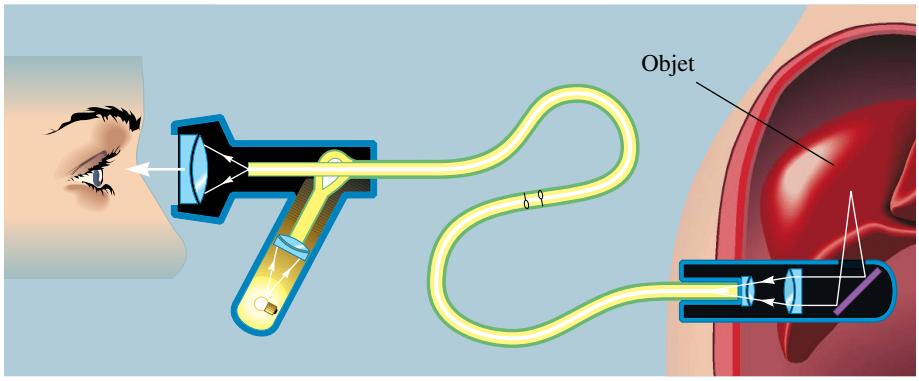
▲ **Figure 4.34**
La réflexion totale interne permet à la lumière de se propager dans une fibre optique.



▲ **Figure 4.35**
Une seule fibre optique peut transmettre autant d'information qu'un gros faisceau de fils de cuivre.

Un faisceau de fibres optiques très serrées, dont les positions relatives sont maintenues constantes, constitue un outil d'observation particulièrement utile en médecine. Un tel faisceau « cohérent » peut en effet servir à examiner des organes internes, comme l'estomac, sans avoir à pratiquer d'opération chirurgicale importante (figure 4.36). Il est indispensable de recouvrir chaque fibre d'un matériau d'indice de réfraction différent pour éviter les pertes créées par la mise en contact de deux fibres. ●

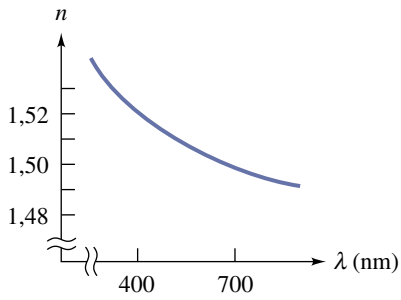
Une étude détaillée de la lumière guidée par une fibre optique dépasserait de loin la représentation simpliste du rayon lumineux qui subit des réflexions successives. Il faudrait en effet tenir compte des nombreux phénomènes d'optique ondulatoire qui s'y produisent. Il n'en demeure pas moins que le fonctionnement de ce « guidage » repose exclusivement sur le phénomène de la réflexion totale interne.



▶ Figure 4.36
Un faisceau « cohérent » de fibres optiques permet d'examiner les organes internes sans faire appel à la chirurgie.

4.8 LE PRISME ET LA DISPERSION

Au chapitre 2, nous avons dit que la fréquence d'une onde ne dépend que de sa source et que la vitesse de cette onde dépend essentiellement du milieu de propagation. Si certains milieux véhiculent toutes les ondes à la même vitesse (c'est le cas des ondes dans une corde par exemple), d'autres milieux véhiculent les ondes de fréquences différentes à des vitesses qui diffèrent légèrement. La vitesse de propagation dépend alors du milieu mais aussi, subtilement, de la fréquence. On dit de tels milieux qu'ils sont des **milieux dispersifs**.

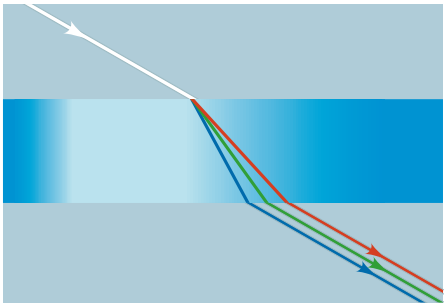


▲ Figure 4.37
Une courbe de dispersion caractéristique. L'indice de réfraction diminue au fur et à mesure que la longueur d'onde augmente.

Dans le cas de la lumière, on observe que la plupart des milieux sont légèrement dispersifs. En conséquence, leur indice de réfraction n'est pas une unique constante ; la pratique veut qu'on ne l'exprime pas en fonction de la fréquence mais plutôt en fonction de la longueur d'onde (mesurée dans le vide) de la lumière qui le traverse. La figure 4.37 représente la façon caractéristique dont l'indice de réfraction d'un verre dépend de la longueur d'onde dans la région visible (de 400 nm à 700 nm). On constate que doubler la longueur d'onde ne fait diminuer l'indice de réfraction que de 2 % environ.

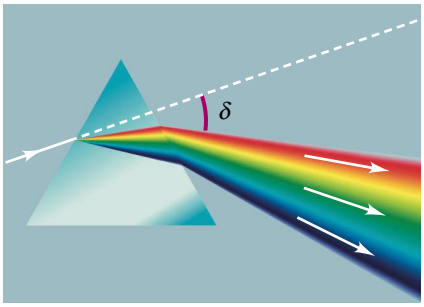
Une plage très étroite de longueurs d'onde est perçue comme une couleur « pure » (voir la section 4.2). Le rouge, qui a la plus grande longueur d'onde, correspond à un indice de réfraction plus faible que le violet, qui a la plus courte longueur d'onde. Lorsqu'un faisceau de lumière blanche, qui comprend toutes les longueurs d'onde visibles, tombe selon un certain angle sur une surface en verre, il est séparé en un spectre multicolore. Ce phénomène s'appelle la **dispersion** de la lumière. Si le verre a deux faces parallèles, les rayons qui

émergent de la deuxième face sont parallèles aux rayons incidents (figure 4.38). Les faces non parallèles d'un prisme triangulaire permettent d'augmenter la séparation angulaire entre les couleurs et de rendre les rayons émergents non parallèles, ce qui permet de mieux les distinguer (figure 4.39). Chaque longueur d'onde a son propre *angle de déviation* δ par rapport au rayon initial.



▲ Figure 4.38

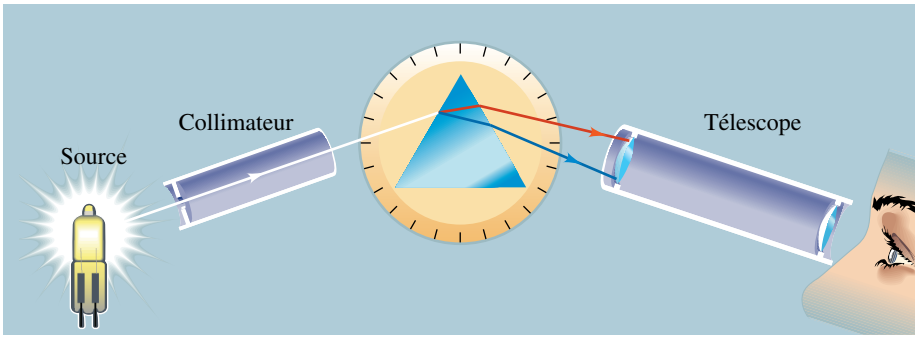
Si des rayons superposés de couleurs différentes traversent une lame d'épaisseur uniforme, les rayons sortants sont dispersés mais parallèles.



▲ Figure 4.39

Un prisme triangulaire disperse la lumière blanche, qui est un mélange de toutes les couleurs, et fait diverger le faisceau sortant. L'angle δ, appelé *angle de déviation*, dépend de la longueur d'onde et est donc différent pour chacune des couleurs.

Le spectroscope à prisme (figure 4.40) est un dispositif inventé peu avant 1860 par Gustav Kirchhoff (1824-1887) et Robert Bunsen (1811-1899) et servant à analyser la lumière émise par diverses sources. La lumière émise par la source passe par une mince fente puis par un collimateur, qui en fait un faisceau parallèle. Au passage du faisceau à travers le prisme, les diverses longueurs d'onde sont réfractées différemment. On observe la lumière sortant du prisme à l'aide d'un télescope. La source est parfois constituée par un sel placé dans une flamme ou, plus fréquemment, par un gaz de faible densité soumis à une décharge électrique. Le spectre émis par un élément à l'état gazeux est composé d'une série de longueurs d'onde visibles sous forme de raies multicolores dans le télescope. Ce spectre de raies est caractéristique de chaque élément et peut donc servir à l'identifier (voir la section 9.5).



◀ Figure 4.40

Un spectroscope à prisme. La lumière issue d'une source passe dans un collimateur qui en donne un faisceau parallèle. On examine la lumière dispersée à l'aide d'un télescope.

Exemple 4.9

Un rayon incident monochromatique (une seule longueur d'onde) frappe à un angle de 45° une face d'un prisme équilatéral d'indice de réfraction égal à 1,55. Quel est l'angle de sortie du rayon par rapport à la normale de la deuxième face ? Le milieu environnant est l'air (n = 1).

Solution

La lumière incidente étant monochromatique, il n'y a pas de dispersion. On cherche l'angle β (voir la figure 4.41). L'angle de réfraction r à la première face est donné par la loi de Snell-Descartes :

$$1 \sin 45° = 1{,}55 \sin r$$

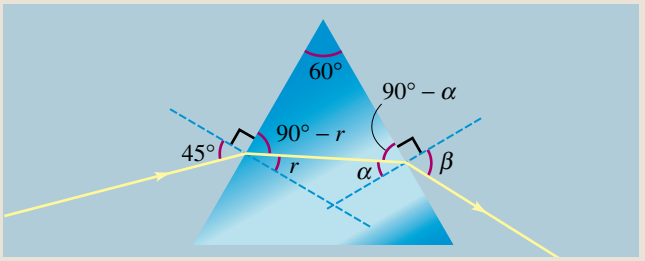
d'où $r = 27{,}1°$. Soit α, l'angle d'incidence sur la deuxième face. Considérons le triangle délimité par le sommet du prisme, le point d'entrée du rayon et le point de sortie du rayon. Puisque la somme des angles internes d'un triangle vaut 180°,

$$(90° - r) + (90° - \alpha) + 60° = 180°$$

d'où $\alpha = 60° - r = 32{,}9°$. En appliquant la loi de Snell-Descartes à la deuxième face, on obtient

$$1{,}55 \sin 32{,}9° = 1 \sin \beta$$

On trouve donc $\beta = 57{,}3°$.



▲ Figure 4.41
Trajectoire d'un rayon lumineux traversant un prisme.

Exemple 4.10

Lors du passage d'un rayon de lumière à travers un prisme, on peut montrer que l'angle de déviation δ a une valeur *minimale* δ_{min} lorsque le rayon traverse le prisme de façon symétrique, c'est-à-dire lorsqu'il ressort suivant un angle égal à l'angle d'incidence. Sachant cela, trouver l'expression donnant l'indice de réfraction d'un prisme en fonction de l'angle au sommet du prisme et de l'angle de déviation minimal.

Solution

La figure 4.42 représente un rayon de lumière monochromatique tombant sur un prisme. L'angle de déviation δ du faisceau dépend de l'angle i suivant lequel le faisceau tombe sur la face du prisme.

Pour chaque face que le rayon traverse, son orientation change de $(i - r)$ et la déviation totale est donc

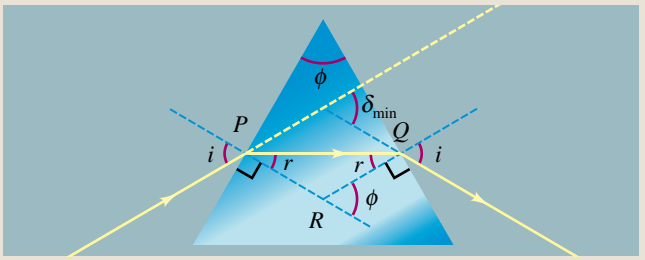
$$\delta_{min} = 2(i - r) \qquad \text{(i)}$$

L'angle au sommet du prisme est ϕ. Comme le montre la figure, l'angle entre les normales PR et QR aux faces est lui aussi égal à ϕ. On peut donc se servir du triangle PQR pour relier ϕ et r : $\phi = 2r$.

La loi de Snell-Descartes s'écrit $\sin i = n \sin r$ ou $n = \sin i / \sin r$. En substituant l'équation (i) sous la forme $i = \frac{1}{2}\delta_{min} + r$, on obtient

$$n = \frac{\sin\left(\dfrac{\phi + \delta_{min}}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{\phi}{2}\right)}$$

On peut utiliser cette expression pour trouver n en mesurant δ_{min}. En mesurant les déviations minimales correspondant à des valeurs connues de la longueur d'onde, on peut tracer une *courbe de dispersion* comme celle de la figure 4.37 (p. 152). ■



▲ Figure 4.42
À l'angle de déviation minimal, le rayon ressort du prisme symétriquement par rapport à lui-même.

Exemple 4.11

Quand l'indice de réfraction du prisme est connu pour chaque longueur d'onde, on peut déterminer, pour toute couleur incidente, la trajectoire du rayon lumineux et l'angle de déviation. On désigne les angles d'incidence et de réfraction à chacune des faces par i_1, r_1, i_2 et r_2 respectivement. (a) Montrer que l'angle de déviation est donné par $\delta = i_1 + r_2 - \phi$. (b) Un prisme équilatéral est fait d'un matériau dont l'indice de réfraction est donné par la courbe de la figure 4.37 (p. 152). On projette sur ce prisme un mince faisceau de lumière blanche selon un angle $i_1 = 30°$. Calculer l'angle de déviation pour chaque extrémité du spectre visible.

Solution

(a) La figure 4.43 illustre une situation où un rayon traverse un prisme de façon quelconque. Puisque la somme des angles intérieurs du quadrilatère $PSQR$ est 360°,

$$i_1 + r_2 + (180° - \phi) + (180° - \delta) = 360°$$

Après simplification, on obtient immédiatement le résultat demandé, $\delta = i_1 + r_2 - \phi$.

(b) En utilisant la graduation verticale de la figure 4.37 (p. 152), on obtient que l'indice de réfraction du prisme est de 1,52 pour la lumière violette (λ = 400 nm) et de 1,50 pour la lumière rouge (λ = 700 nm). L'angle de réfraction r_1 à la première face pouvant être prédit grâce à la loi de Snell-Descartes, 1 sin 30° = n sin r_1, il sera de 19,20° pour l'extrémité violette du spectre et de 19,47° pour l'extrémité rouge du spectre. (À l'intérieur du prisme, l'*angle de dispersion* est donc de seulement 19,47° − 19,20° = 0,27°.)

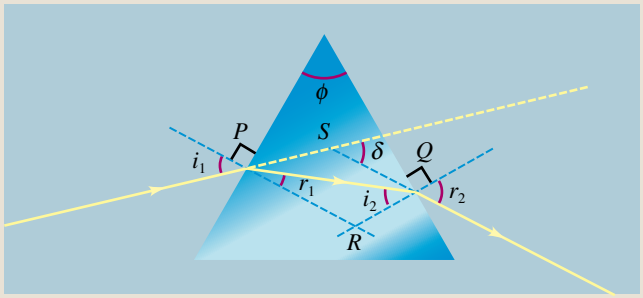
À partir de l'angle r_1, on peut obtenir l'angle d'incidence i_2 sur la seconde face. Considérons le triangle formé par le sommet du prisme et les points P et Q : ses angles intérieurs totalisant 180°, on trouve que

$$i_2 + r_1 = \phi = 60°$$

Donc, l'angle i_2 est de 60° − 19,20° = 40,80° pour l'extrémité violette du spectre et de 60° − 19,47° = 40,53° pour l'extrémité rouge du spectre.

La loi de Snell-Descartes, n sin i_2 = 1 sin r_2, permet ensuite d'obtenir l'angle r_2, soit 83,27° pour le violet et 77,10° pour le rouge. Enfin, l'application du résultat trouvé en (a) donne un angle δ_{violet} = 30° + 83,27° − 60° = 53,3° et un angle δ_{rouge} = 30° + 77,10° − 60° = 47,1°.

Après la sortie du prisme, l'angle de dispersion est donc de 53,3° − 47,1° = 6,2° : ainsi, la séparation angulaire des couleurs est bien plus importante après deux réfractions qu'après une seule. ■



▲ Figure 4.43

Après que les rayons ont traversé les deux faces du prisme, l'angle de déviation δ est différent pour chaque couleur.

APERÇU HISTORIQUE

L'expérience du prisme de Newton

Les Grecs connaissaient déjà le phénomène multicolore, semblable à un arc-en-ciel, que produit la lumière du Soleil en traversant un prisme ou une sphère transparente remplie d'eau. Mais pour les anciens philosophes et les penseurs du Moyen-Âge, il n'y avait pas de lien entre la lumière et la couleur ; on pensait que la lumière était une substance blanche à l'état le plus pur et que les couleurs étaient obtenues en additionnant diverses quantités d'obscurité à la lumière. Jusqu'au XVII^e siècle, l'idée selon laquelle le blanc était de la lumière à l'état « naturel » ou « primitif » était acceptée de tous, y compris de Descartes. On considérait alors que les couleurs résultaient des modifications subies par la lumière en passant dans un milieu. Pour Descartes, la lumière était constituée d'un flux de particules (corpuscules) auxquelles il attribuait un mouvement de rotation à l'entrée dans le milieu ; la couleur rouge était produite par la rotation dans un sens, le bleu étant produit par la rotation dans l'autre sens. Les couleurs intermédiaires correspondaient à un mélange des deux.

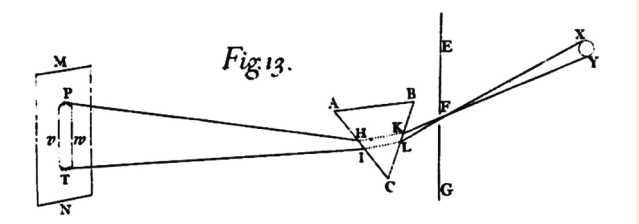
C'est un ouvrage de Descartes intitulé *Dioptrique* qui éveilla l'intérêt de Newton pour l'optique. Il commença ses propres travaux de recherche en 1662 à l'âge de vingt ans, alors qu'il était encore en premier cycle d'études universitaires à Cambridge. En février 1672, il présenta un article qui débutait ainsi :

> *Durant l'année 1666, je me procurai un prisme triangulaire en verre afin d'observer le célèbre phénomène des couleurs. À cette fin, je fis l'obscurité dans ma chambre et perçai un petit trou rond dans le volet d'une fenêtre pour laisser entrer une quantité appropriée de lumière solaire ; puis, je plaçai un prisme à l'entrée pour projeter sur le mur opposé la lumière réfractée. J'eus d'abord beaucoup de plaisir à contempler les couleurs vives et intenses de l'image formée ; mais en regardant plus attentivement, je remarquai avec*

►►►

étonnement qu'elles avaient une forme ovale, et non pas circulaire comme je m'y attendais conformément aux lois connues de la réfraction.

D'autres scientifiques ne furent pas du tout surpris par la forme ovale du spectre (figure 4.44) puisque c'était ce qu'ils avaient l'habitude d'observer. Descartes et Robert Hooke (1635-1703), entre autres, avaient jusqu'alors plutôt porté leur attention sur les couleurs obtenues. Mais Newton, pour qui les couleurs n'étaient qu'un « agréable spectacle », fut frappé par un phénomène qui avait échappé à tous : comment expliquer cette forme ovale avec une seule et même valeur de l'indice de réfraction, hypothèse implicite dans les « lois connues de la réfraction » ?

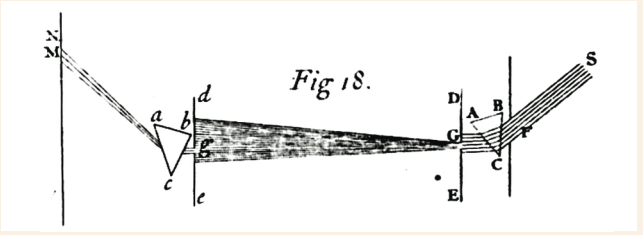


▲ Figure 4.44

Un schéma tiré de *L'optique* de Newton. Newton avait été frappé par la forme ovale du spectre.

Il fit passer le faisceau de lumière dans diverses parties du prisme, près du sommet, puis près de la base, et s'aperçut que la quantité de matériau traversée par la lumière ne modifiait pas les couleurs. Il plaça ensuite un deuxième prisme pour inverser la réfraction du premier. En se recombinant, les couleurs donnaient à nouveau du blanc. Ces deux observations ne pouvaient pas s'expliquer si l'on persistait à utiliser un modèle où les couleurs sont dues à une modification causée par le milieu (à moins d'imaginer que la modification ne dépende pas de la distance traversée et puisse se « défaire » en traversant un second prisme, ce qui serait pour le moins alambiqué).

Il fit alors une expérience simple, mais qui eut une importance primordiale. Se servant d'un trou pour sélectionner chaque couleur formée par le premier prisme, Newton les fit passer une à la fois, à tour de rôle, par un second prisme (figure 4.45). Il réalisa son montage expérimental de sorte que l'angle d'incidence sur le second prisme fût le même pour chacune des couleurs. Il s'aperçut d'abord que le second prisme ne modifiait pas les couleurs « pures » : le rouge restait rouge, le vert restait vert, et ainsi de suite. Puis, ayant sélectionné des couleurs différentes, il découvrit qu'elles étaient projetées à des emplacements distincts sur l'écran, ce qui voulait dire que *chaque couleur a son propre indice de réfraction* dans un matériau donné, le rouge ayant l'indice le plus faible et le bleu, le plus élevé. La couleur était donc une propriété intrinsèque d'un rayon donné.



▲ Figure 4.45

Une expérience cruciale figurant dans *L'optique* de Newton. Les rayons monochromatiques issus du premier prisme ne changeaient pas de couleur en traversant le deuxième prisme. Pour un angle d'incidence fixe, chaque couleur était projetée en un point différent sur l'écran, ce qui signifie que chaque couleur correspond à un indice de réfraction différent.

Newton en conclut que la lumière blanche, loin d'être pure, est faite d'une superposition de toutes les couleurs « mêlées ensemble dans certaines proportions ». Le prisme ne fait que séparer les couleurs parce que chacune a son propre indice de réfraction. (Les valeurs antérieures de n étaient seulement des valeurs approchées, correspondant probablement au milieu du spectre.) Les contemporains de Newton ne saisirent pas l'importance de cette découverte.

Hooke et quelques autres acceptèrent les résultats expérimentaux, mais refusèrent d'admettre qu'ils étaient la preuve, comme le prétendait Newton, que la lumière blanche était un mélange de toutes les couleurs. Selon eux, Newton interprétait ses résultats dans le cadre de sa théorie corpusculaire de la lumière et ils considérèrent sa conclusion comme une hypothèse non démontrée. Hooke ayant suggéré que l'expérience pouvait aussi être interprétée dans le cadre de la théorie ondulatoire, Newton répondit qu'il était d'accord, mais que la question n'était pas là : les résultats ne dépendaient pas de la représentation de la lumière comme une onde ou un jet de particules. Dans une lettre adressée à Hooke, il améliora même la théorie ondulatoire en suggérant que la « grandeur » (longueur d'onde) d'une onde était liée à sa couleur. Huygens prétendait quant à lui que les couleurs étaient « propres aux objets, et non à la lumière », ce à quoi Newton répondit que des objets non

Le spectre de la lumière solaire.

lumineux éclairés par une lumière de couleur donnée semblaient être de cette couleur. Il fit également remarquer que des objets éclairés par la lumière blanche réfléchissent certaines couleurs plus que d'autres et semblent donc avoir une couleur apparente qui dépend des intensités relatives des couleurs « pures ».

Cette expérience du prisme de Newton n'a pas été le fruit d'un après-midi miraculeux. Newton a en effet développé ses idées sur une période de quatre ans (de 1661 à 1665) et il lui fallut dix-huit mois pour mettre au point l'expérience du prisme à elle seule. Ses résultats ne furent certes pas accueillis comme des preuves concluantes et les critiques véhémentes soulevées par ses travaux poussèrent Newton à s'éloigner des milieux scientifiques. Ses idées furent également à l'origine d'une tension avec Hooke à tel point vivace que Newton s'abstint de publier *L'optique* avant le décès de Hooke, en 1703.

Cette controverse donne une bonne idée de la façon dont les modèles scientifiques progressent : un peu à l'image d'un tribunal, ce qui est considéré comme une « preuve » n'est pas forcément irréfutable, mais plutôt ce qui convainc une majorité, hors de tout doute raisonnable, qu'il est préférable d'adopter tel ou tel modèle pour représenter une entité physique (comme la lumière, l'atome, etc.). On juge un modèle non pas à sa véracité, mais plutôt à sa capacité de prédire correctement les observations expérimentales. Il demeure donc valable jusqu'à ce que des observations futures le contredisent possiblement. Ainsi, même si le débat sur la nature de la lumière ou sur la structure de l'atome semble avoir abouti aujourd'hui, peut-être les modèles actuels seront-ils partiellement rejetés dans un siècle (ou même, qui sait, complètement rejetés).

SUJET CONNEXE

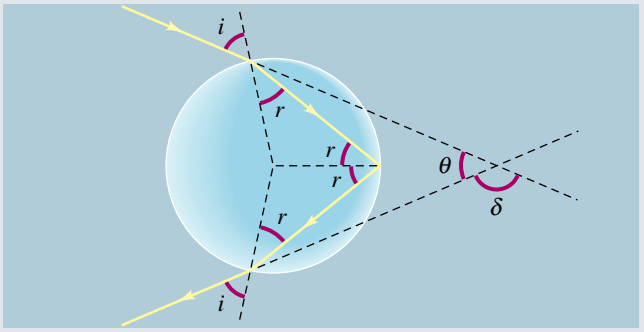
L'arc-en-ciel

L'arc-en-ciel a intrigué les penseurs pendant des siècles. La recherche d'une explication de ce phénomène est un exemple intéressant d'évolution de la science. L'arc-en-ciel principal, rouge en haut et violet en bas, est un phénomène courant. Parfois, un deuxième arc-en-ciel, dont l'ordre des couleurs est inversé, est visible au-dessus du premier. Aristote (vers 384-vers 322 av. J.-C.) avait dénombré quatre couleurs seulement, rouge, jaune, vert et bleu, et avait remarqué que le rouge était la plus pure. Il avait suggéré que les couleurs étaient produites par la réflexion de la lumière sur les gouttes d'un nuage. Selon Robert Grosseteste (vers 1170-1253), les couleurs étaient produites par une réfraction dans un nuage entier, suivie par une réflexion sur un autre nuage jouant le rôle d'écran. Bien qu'un peu forcée, cette explication fait néanmoins intervenir l'action combinée de la réflexion et de la réfraction, ce qui la rapproche de l'explication moderne que nous allons présenter. En 1267, Roger Bacon (1214-1294) fit remarquer que l'« écran » se déplace avec l'observateur et que chacun voit donc un arc-en-ciel différent. Puisqu'on peut observer des arcs-en-ciel près du sol, par exemple lorsque des avirons produisent des éclaboussures en plongeant dans l'eau, Bacon insista sur le rôle de chaque goutte d'eau plutôt que du nuage entier. Il découvrit également que le Soleil, l'observateur et le centre de l'arc sont situés sur une même droite. Il réalisa la première mesure quantitative du rayon angulaire de l'arc principal, soit 42°. En 1275, Vitellion (XIII^{e} siècle) montra qu'on peut produire un spectre en faisant passer de la lumière solaire dans un récipient sphérique rempli d'eau ou dans un prisme hexagonal. Il devint alors évident que le phénomène était dû à une réflexion et à une réfraction dans les gouttelettes d'eau.

La maison de Newton, à Woolsthorpe, avec les descendants du célèbre pommier. Notez la présence d'un arc-en-ciel secondaire et l'ordre des couleurs qui y est inversé.

►►►

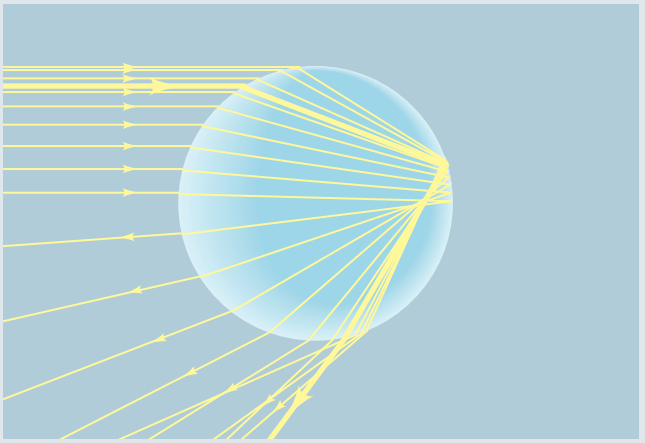
Théodoric de Fribourg (1245-apr. 1310) élabora en 1304 une explication de l'arc-en-ciel qui est remarquablement proche de la théorie admise aujourd'hui. Il utilisa un récipient sphérique plein d'eau, qui devait représenter une goutte, pour montrer que la réflexion importante se produisait sur la surface *interne* de la goutte. En élevant et en abaissant le récipient, il observa les couleurs de l'arc principal et de l'arc secondaire. À l'arc principal, il fit correspondre une réfraction du rayon qui pénètre dans la goutte, une réflexion sur la surface arrière et enfin une réfraction du rayon à sa sortie de la goutte (figure 4.46). La clarté de sa théorie et les efforts qu'il a déployés pour la vérifier par l'expérience sont dignes d'admiration. Avec les mêmes connaissances que celles dont disposaient les Grecs, il a en effet obtenu des résultats remarquables.



▲ Figure 4.46

Pour former l'arc-en-ciel principal, chaque rayon lumineux subit deux réfractions et une réflexion interne dans les gouttes d'eau.

Tout en ayant trouvé l'idée fondamentale, Théodoric de Fribourg ne parvenait pas à expliquer pourquoi l'arc-en-ciel est limité à une petite plage angulaire ni pourquoi l'ordre des couleurs est inversé dans l'arc-en-ciel secondaire. C'est Descartes qui en donna une explication presque complète en 1635. S'appuyant sur la loi de la réfraction dont Théodoric n'avait pas connaissance, Descartes traça les trajectoires de nombreux rayons incidents selon des angles différents. Il s'aperçut que l'angle θ entre la lumière incidente et la lumière sortant d'une goutte (figure 4.46) atteint un maximum de 42° pour l'arc principal. (L'angle de déviation $\delta = 180° - 42° = 138°$ est donc *minimal*.) Par conséquent, aucun rayon ne peut pénétrer dans l'œil selon un angle plus grand. Il découvrit également que les rayons émergents ont tendance à se regrouper dans l'intervalle compris entre $\theta = 40°$ et 42° (figure 4.47). Cet effet de regroupement permet d'expliquer pourquoi la lumière est plus intense dans cet intervalle. Descartes avait ainsi résolu le problème géométrique de l'arc-en-ciel, mais il fallut attendre l'expérience du prisme de Newton et sa découverte de la nature de la lumière blanche pour en expliquer les couleurs.

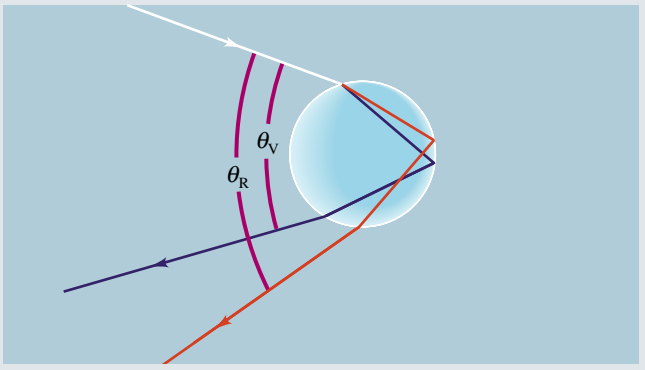


▲ Figure 4.47

Un faisceau parallèle de rayons monochromatiques tombant en différents points sur une goutte. On voit que les rayons sortants ont tendance à se regrouper. Le rayon en gras est celui qui correspond à une déviation minimale ; la lumière est la plus intense selon cette orientation.

De nos jours, on dit que l'arc-en-ciel est causé par la dispersion de la lumière dans l'eau : la lumière blanche provenant du Soleil pénètre dans une goutte d'eau où elle est dispersée (figure 4.48). Après avoir subi une réflexion, la lumière est à nouveau dispersée lorsqu'elle sort de la goutte. À la figure 4.46, on voit que chaque réfraction correspond à un changement d'orientation de $(i - r)$ et que la réflexion correspond à un changement d'orientation de $(180° - 2r)$. La déviation angulaire totale δ est donc

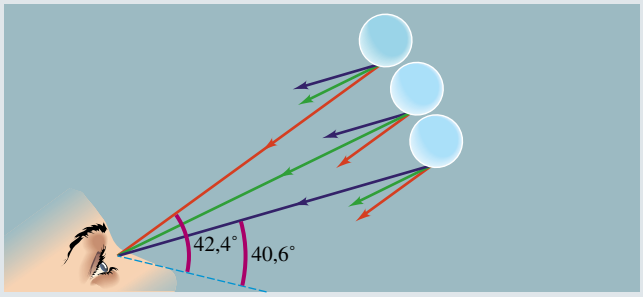
$$\delta = 2(i - r) + (180° - 2r) \qquad \text{(i)}$$



▲ Figure 4.48

Newton a démontré que les couleurs de l'arc-en-ciel sont dues à la dispersion.

Comme l'a découvert Descartes, la lumière provenant de chaque goutte est la plus intense pour l'angle de déviation minimal correspondant à chaque longueur d'onde. L'angle de déviation minimal varie de $(180° - 40{,}6°)$, pour le violet, à $(180° - 42{,}4°)$, pour le rouge (figure 4.49). Pour trouver cet angle, on calcule la dérivée $d\delta/di$ de



▲ Figure 4.49

Les angles (par rapport à la lumière solaire incidente) pour lesquels chaque couleur est la plus intense varient de 40,6° pour le violet à 42,4° pour le rouge. À partir d'une goutte donnée, une seule longueur d'onde atteint l'œil de l'observateur.

l'équation (i), en gardant en tête que r dépend de i, et l'on pose que cette dérivée correspond à zéro :

$$\frac{d\delta}{di} = 2 - 4\frac{dr}{di} = 0 \qquad \text{(ii)}$$

Donc, $dr/di = 1/2$. Quand cette condition est vérifiée, δ est minimal* mais, en plus, il demeure relativement constant pour de petites variations de i. (C'est pourquoi les rayons ont tendance à se regrouper près de l'angle de déviation minimal.)

En prenant la dérivée de la loi de Snell-Descartes, $\sin i = n \sin r$, on obtient

$$\cos i = n\,(\cos r)\frac{dr}{di} = \frac{1}{2}n \cos r$$

où on a substitué l'équation (ii). On utilise ensuite $\cos^2 r = 1 - \sin^2 r$ et la loi de Snell-Descartes pour trouver (voir le problème P11)

$$\cos i = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}$$

Cette équation donne l'angle d'incidence permettant d'obtenir l'angle de déviation minimal δ_{min}. Voici quelques valeurs caractéristiques :

	n	i	r	δ_{min}
Violet	1,3435	58,80°	39,55°	180° – 40,60°
Jaune	1,3333	58,80°	40,21°	180° – 42,06°
Rouge	1,3311	59,52°	40,35°	180° – 42,36°

Rappelons qu'Aristote avait mentionné que le rouge de l'arc principal était la couleur la plus « pure ». C'est effectivement le cas. Chaque couleur du spectre est étalée sur une plage d'angles. En principe, à partir d'une goutte donnée, une seule couleur atteint l'œil de l'observateur, la couleur qui correspond à la déviation minimale et qui est donc la plus intense. Mais il se produit un chevauchement important des couleurs entre elles. À l'exception du rouge, les autres couleurs observées ne sont pas les couleurs primaires d'un spectre donné par un prisme.

On observe parfois un arc-en-ciel secondaire, correspondant à une double réflexion interne (voir le problème P12). Dans cet arc secondaire, l'ordre des couleurs est inversé. Plus rarement, on peut observer des arcs multiples composés de bandes rougeâtres et verdâtres au-dessous de l'arc principal. Leur origine, qui est liée aux interférences lumineuses, fut découverte par Thomas Young (1773-1829) en 1803 à partir de la théorie ondulatoire.

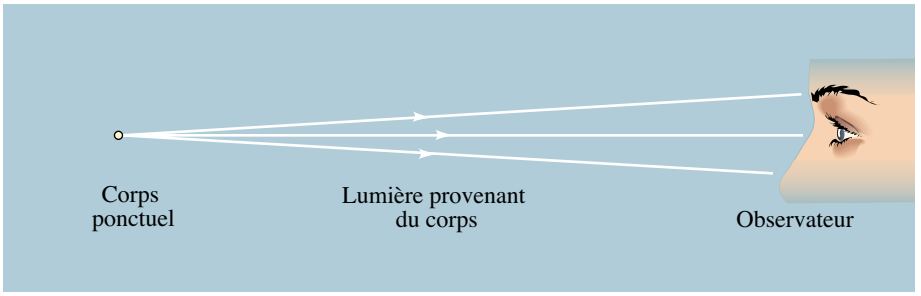
* En calculant la dérivée seconde $d^2\delta/di^2$, on trouve une valeur positive ; δ est donc bien un minimum et non un maximum.

4.9 LA FORMATION D'IMAGES PAR RÉFLEXION ET PAR RÉFRACTION

Quand nous examinons notre reflet dans un miroir, nous avons l'impression de regarder une personne, située plus loin que le miroir, mais qui ne s'y trouve pourtant pas. De même, si nous observons un objet au fond d'une piscine, ou le fond lui-même, il nous semble plus proche qu'il ne l'est réellement. Dans les deux prochaines sections, nous allons étudier la façon dont les miroirs peuvent ainsi créer une *image* à partir d'un *objet*. Au prochain chapitre, nous étudierons le même phénomène dans le cas de lentilles et d'instruments plus complexes comme le microscope ou le télescope. Dans cette section, nous allons voir qu'il existe deux catégories d'objets et deux catégories d'images. Nous présenterons aussi la notation et les conventions de signes que nous utiliserons pour décrire les objets et les images jusqu'à la fin du chapitre 5.

Considérons d'abord un observateur qui regarde un corps de taille assez petite (comparativement à sa distance à l'œil) pour qu'on puisse le considérer comme ponctuel (figure 4.50). Un tel corps est appelé **point objet**. Un point objet peut aussi être un seul des points faisant partie d'un corps plus grand dont les autres points sont ignorés.

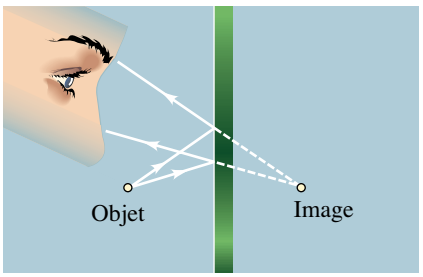
Le point objet peut être vu grâce à la lumière ambiante qui s'y réfléchit de façon diffuse : les rayons ainsi réfléchis « proviennent » du point objet et se dirigent dans toutes les directions. Nous verrons plus loin qu'un corps matériel est un exemple de ce qu'on appelle en optique géométrique un *objet réel*, soit un objet duquel les rayons proviennent en divergeant, c'est-à-dire en s'éloignant les uns des autres. Parmi tous les rayons issus du point objet réel, seul un petit cône de lumière pénètre dans l'œil de l'observateur.



▶ Figure 4.50
Les rayons provenant d'un point objet réel divergent les uns des autres.

Quand nous observons le monde qui nous entoure, nos yeux ne perçoivent que de la lumière *provenant* d'une multitude de points objets réels. L'acte de voir consiste donc à interpréter des rayons lumineux *qui divergent les uns des autres* en provenance de points situés devant nos yeux. Dans ce qui suit, nous considérons que les yeux des observateurs ont ce comportement normal ou, à défaut, qu'ils sont corrigés par des lunettes qui leur procurent un tel comportement (voir la section 5.8).

Les images réelles et virtuelles



▲ Figure 4.51
La réflexion dans un miroir produit une image : puisque l'œil reçoit des rayons qui divergent à partir d'un point situé derrière le miroir, on croit voir quelque chose derrière le miroir. Notons que les rayons réfléchis définissent un unique point image quand les rayons incidents correspondent à un unique point objet.

Si on se regarde dans un miroir, les rayons issus d'un point objet (comme la pointe d'un cheveu) divergent les uns des autres et, après avoir subi la réflexion, ils semblent encore diverger les uns des autres, mais en provenant maintenant d'un point situé derrière le miroir (figure 4.51). Si des rayons réfléchis pénètrent dans l'œil d'un observateur, son cerveau ne fait pas la différence et interprète que quelque chose se trouve au point d'où les rayons paraissent provenir : il croit voir un point objet réel, comme à la figure 4.50. Ce point d'où semblent provenir les rayons réfléchis est le **point image** qui correspond au point objet considéré.

Dans le cas d'une interface quelconque, les postulats du modèle du rayon lumineux impliquent qu'à chaque rayon incident correspond un rayon émergent, c'est-à-dire un rayon réfléchi ou réfracté. Dans cet ouvrage, nous nous limiterons aux interfaces pour lesquelles l'hypothèse suivante est valable :

Un point image unique pour chaque point objet

À partir de rayons incidents définissant un unique point objet, l'interface produit des rayons émergents qui définissent un unique point image. Ainsi, les rayons émergents ou leurs prolongements se croisent en un point unique.

Dans le cas général, l'interface n'est pas forcément plane. Ainsi, bien que les rayons incidents provenant d'un point objet divergent les uns des autres, rien ne garantit qu'il en sera de même des rayons émergents. Le point image correspondant peut donc se former de deux façons différentes : si les rayons émergents *divergent à partir d'un point*, comme à la figure 4.51, ils forment une **image virtuelle** ; s'ils *convergent vers un point* en se rapprochant les uns des autres, ils forment une **image réelle**. L'adjectif « réel » décrit le fait que les rayons émergents peuvent « réellement » se croiser, ce qui n'est pas le cas des rayons correspondant à un point image virtuel, pour lesquels ce sont les prolongements qui se croisent.

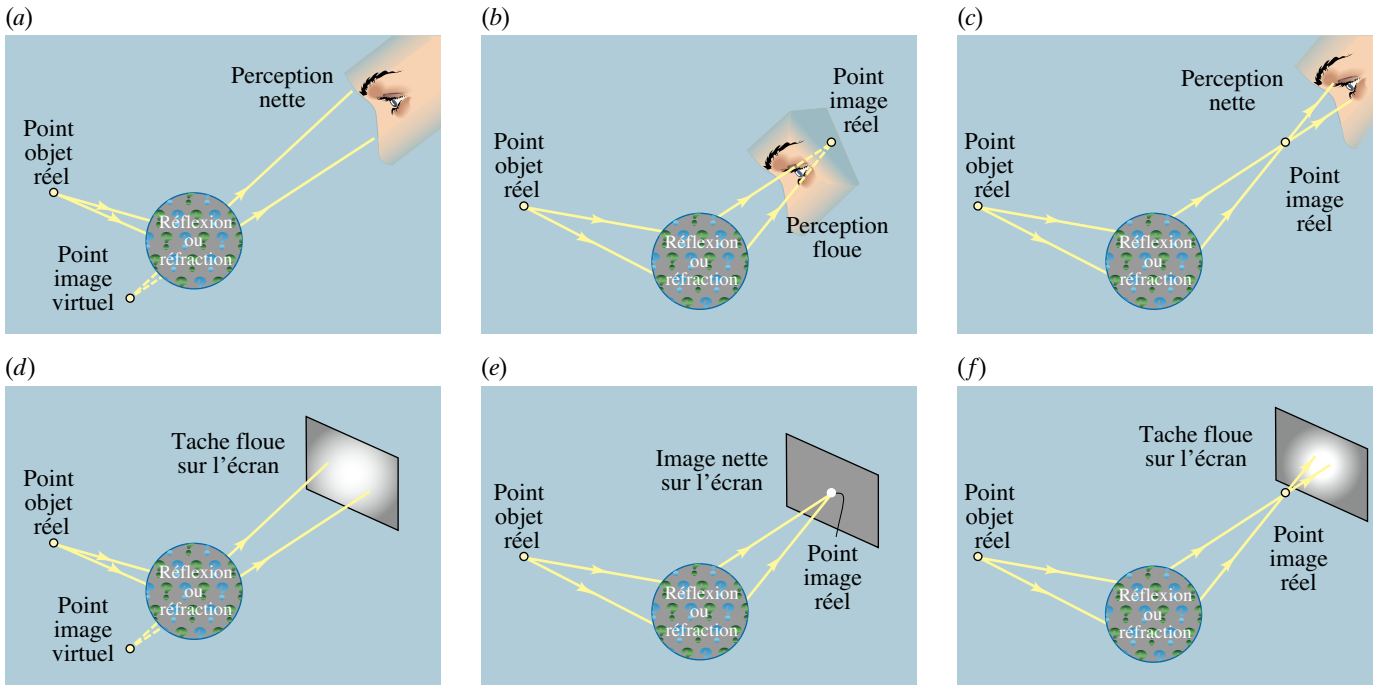
Méthodes d'observation des images

Alors qu'on peut regarder une image virtuelle depuis n'importe où (figure 4.52*a*), observer une image réelle est moins simple. En effet, les rayons émergents convergent (vers le point image réel), alors que nos yeux ne peuvent interpréter que des rayons qui *divergent* en provenant d'un point situé devant eux. Si des rayons lumineux pénètrent dans l'œil en convergeant, l'observateur ne voit qu'une tache floue (figure 4.52*b*). Par contre, s'il s'éloigne suffisamment de l'interface, les rayons émergents peuvent atteindre le point image, s'y croiser et par la suite *recommencer à diverger*. Un observateur placé au-delà de ce point reçoit donc les rayons qui divergent à nouveau et il peut voir l'image réelle. Elle lui semble située *plus proche* que l'interface (figure 4.52*c*).

Une autre méthode permettant de visualiser une image consiste à intercepter les rayons émergents avec un écran, comme au cinéma. Ce procédé ne fonctionne pas pour une image virtuelle (figure 4.52*d*) et, dans le cas de l'image réelle, il faut que l'écran soit placé exactement sur le point image (figure 4.52*e*). Même si l'image est réelle, on ne voit qu'une tache floue sur un écran placé trop près ou trop loin de l'interface (figure 4.52*f*).

▼ Figure 4.52

Une image virtuelle doit être regardée avec les yeux, alors qu'une image réelle peut être captée par un écran ou regardée avec les yeux, mais à la condition qu'ils soient placés aux bons endroits. Chaque boîte mystère représente une ou plusieurs interfaces dont la nature n'a aucune importance.



Les interfaces successives

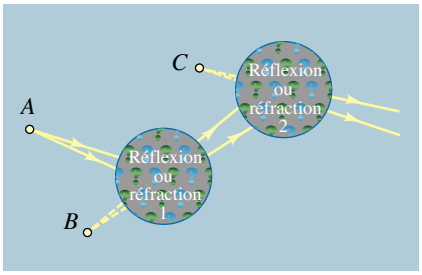
Jusqu'ici, nous avons considéré des situations où la lumière issue d'un point objet subissait une seule réflexion ou une seule réfraction. Mais on peut

parfaitement utiliser un miroir pour regarder une image formée par un autre miroir. De même, une personne qui lit avec une loupe regarde l'image formée par deux réfractions successives : la lumière passe de l'air au verre et ensuite du verre à l'air. Au prochain chapitre, nous décrirons des instruments qui forment une image grâce à deux lentilles, c'est-à-dire quatre réfractions successives.

Considérons deux interfaces successives. Les rayons qui émergent de la première interface sont incidents sur la deuxième. Puisque ces rayons ou leurs prolongements ne se croisent qu'en un point unique, la règle suivante en découle :

Interfaces successives

Quand plusieurs interfaces se succèdent, le point image d'une interface constitue le point objet de l'interface suivante.



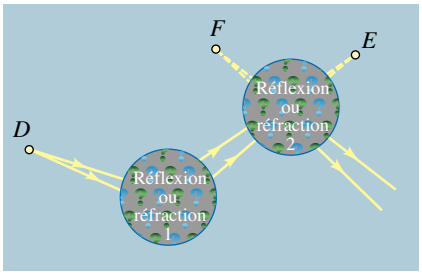
▲ Figure 4.53

Le point image d'une interface constitue le point objet de l'interface suivante.

En d'autres termes, *chaque* interface crée une nouvelle image, même si on ne peut observer que l'image finale. La figure 4.53 illustre cette idée dans le cas de deux interfaces. Du point de vue de l'interface 1, le point objet est A et le point image est B. Si on enlevait la seconde interface, on pourrait observer l'image B avec nos yeux. Du point de vue de la seconde interface, le point B est un point *objet* : si on enlevait la première interface et qu'on plaçait un point objet matériel en B, la seconde interface produirait exactement le même point image C. On constate pour la première fois qu'un point objet n'est pas toujours un point matériel.

Les objets réels et virtuels

Jusqu'à présent, nous avons considéré uniquement des points objets réels : toutes les interfaces recevaient des rayons qui *divergeaient* en provenant d'un point objet. C'est ce qui se produit dans toute situation où il y a une seule interface : le point objet est nécessairement un point d'un corps matériel, donc un objet réel, comme aux figures 4.50 et 4.51.



▲ Figure 4.54

La lumière incidente sur la seconde interface est constituée de rayons qui convergent : cette interface est éclairée par un objet virtuel. La position de cet objet virtuel coïncide avec celle de l'image (réelle) de la première interface.

Mais l'utilisation d'interfaces successives ouvre la porte à une possibilité supplémentaire. À la figure 4.54, le point E, c'est-à-dire le point image de la première interface, constitue le point objet de la seconde interface. Du point de vue de la première interface, le point E est une image réelle, ce qui signifie que les rayons émergent de la première interface en convergeant. La seconde interface reçoit donc des rayons *qui convergent*. À la figure 4.53, il était possible d'enlever la première interface et de placer un objet matériel au point B, ce qui ne changeait rien pour la deuxième interface. Or, un tel procédé est impossible à la figure 4.54, car aucun objet matériel ne peut produire des rayons qui convergent vers le point E.

On distingue donc deux situations : si les rayons incidents sur une interface divergent en s'éloignant les uns des autres, ils semblent provenir d'un point qui constitue un **objet réel** ; s'ils atteignent l'interface en convergeant, c'est-à-dire en se rapprochant les uns des autres, leurs prolongements tendent vers un point qui constitue un **objet virtuel**. Le point B de la figure 4.53 est un objet réel du point de vue de la seconde interface de cette figure, alors que le point E de la figure 4.54 est un objet virtuel du point de vue de la seconde interface de cette figure. Comme dans le cas des images, l'adjectif « réel » décrit le fait que les rayons incidents peuvent « réellement » provenir d'un point, alors que, dans

le cas d'un objet virtuel, ce sont nécessairement les prolongements des rayons qui se croisent.

Localisation du point objet et du point image d'une interface

Dans une situation où il y a plusieurs interfaces consécutives, il peut devenir difficile de distinguer les points objets des points images. En outre, les objets réels ne sont pas forcément des objets matériels. Il suffit de se rappeler que, du point de vue d'une interface, l'intersection des rayons *incidents* est le point objet, alors que l'intersection des rayons *émergents* est le point image. Le tableau 4.2 résume tout ce qu'il suffit de garder en tête au sujet du comportement des rayons lumineux.

◀ Tableau 4.2
Objets et images réels ou virtuels

	Comportement des rayons lumineux		Convention de signes pour la distance
Point objet	Les rayons incidents	d'un objet réel divergent	Distance objet $p > 0$
		d'un objet virtuel convergent	Distance objet $p < 0$
Point image	Les rayons émergents	d'une image réelle convergent	Distance image $q > 0$
		d'une image virtuelle divergent	Distance image $q < 0$

La distance objet et la distance image

Dans la suite de cet ouvrage, nous nous intéresserons surtout aux situations où l'objet, l'interface et l'image sont tous trois situés sur une même droite appelée **axe optique**, ou du moins très proche d'elle. Dans un instrument qui utilisera plusieurs interfaces, toutes ces interfaces seront aussi sur ce même axe. Il est donc possible de repérer la position d'un point objet uniquement à l'aide de la distance, mesurée le long de l'axe optique, entre l'interface et lui. Cette grandeur est la **distance objet** p. De même, on peut repérer la position d'un point image uniquement avec la **distance image** q, mesurée elle aussi par rapport à l'interface. Pour différencier les objets et les images qui sont réels de ceux qui sont virtuels, on utilise la convention suivante :

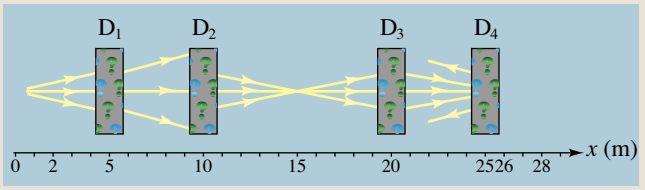
Convention de signes de la distance objet et de la distance image

Quelle que soit l'interface considérée (ou le dispositif optique), la distance objet p est positive si l'objet est réel et négative si l'objet est virtuel. De même, la distance image q est positive si l'image est réelle et négative si l'image est virtuelle (tableau 4.2).

Si on ne considère que des points objets et des points images situés sur l'axe optique, on peut prédire q en connaissant uniquement p et les caractéristiques de l'interface. Dans les deux prochaines sections, nous ferons cette étude dans le cas de deux types de miroirs et, pour chacun, nous obtiendrons une équation reliant p, q et une grandeur caractéristique du miroir. Aux sections 5.2 et 5.3, nous ferons une étude semblable avec des images formées par réfraction. Dans tous les cas, nous verrons que la convention ci-dessus permettra de recourir à *une seule équation* au lieu d'utiliser une équation différente selon que les objets et les images sont réels ou virtuels.

Exemple 4.12

Trois rayons lumineux issus d'un point rencontrent quatre dispositifs optiques inconnus en suivant les trajets représentés à la figure 4.55. On considère que chaque dispositif a une épaisseur nulle et peut donc être assimilé à une interface. Pour chacun des dispositifs, donner la distance objet et la distance image arrondies au mètre le plus près.



▲ **Figure 4.55**

De la lumière issue d'un point rencontre quatre dispositifs optiques inconnus.

Solution

Puisque les dispositifs ont une épaisseur nulle, on mesure la distance objet et la distance image par rapport à leur centre.

Le premier dispositif (D_1) est situé à $x = 5$ m et la lumière qui est incidente sur lui provient d'un point situé à $x = 0$ (on le voit en prolongeant les rayons). La différence entre ces deux positions, 5 m, correspond à la valeur absolue de la distance objet. Puisque les rayons incidents divergent, D_1 est éclairé par un objet réel. On a donc $p_1 = +5$ m. La lumière qui émerge de D_1 diverge aussi : c'est une image virtuelle. Ainsi, q_1 sera négatif. Comme les rayons émergents semblent provenir d'un point situé à $x = 2$ m, c'est-à-dire à 3 m de D_1, on a $q_1 = -3$ m.

Le dispositif D_2 étant éclairé par la même lumière (qui provient du point situé à $x = 2$ m), on serait tenté de reprendre la même valeur, c'est-à-dire d'écrire $p_2 = -3$ m. C'est une erreur commune. Il faut plutôt mesurer la distance objet par rapport à D_2, situé à $x = 10$ m. ■

Comme les rayons incidents sur D_2 divergent les uns des autres, ce dispositif est éclairé par un objet réel situé à 8 m de lui (à $x = 2$ m), d'où $p_2 = +8$ m. La lumière qui émerge de D_2 converge vers un point situé à $x = 15$ m. On a donc $q_2 = +5$ m.

Puisque D_3 est situé suffisamment loin de D_2, les rayons convergents issus de D_2 ont le temps de se croiser, après quoi ils divergent. Ainsi, D_3 est éclairé par des rayons qui semblent provenir de $x = 15$ m et divergent. Du point de vue de D_3, c'est un objet réel. ■

Puisque D_3 est situé à $x = 20$ m, on a $p_3 = +5$ m. La lumière issue de D_3 converge, donc l'image produite par D_3 est réelle ($q_3 > 0$). Le point de convergence étant situé à $x = 26$ m, on a $q_3 = +6$ m.

Le dispositif D_4 est le seul à être éclairé par des rayons convergents, c'est-à-dire par un objet virtuel. Ainsi, p_4 sera négatif. Comme les rayons incidents convergent vers un point situé à $x = 26$ m et que D_4 est situé à $x = 25$ m, on a $p_4 = -1$ m. Enfin, les rayons issus de D_4 divergent (image virtuelle, $q_4 < 0$). Ils proviennent de $x = 28$ m, c'est-à-dire d'un point situé à 3 m de D_4, donc $q_4 = -3$ m.

Une erreur commune consiste à imaginer qu'une image est virtuelle quand elle est « située à gauche » et qu'elle est réelle sinon. La figure 4.55 montre que ce raisonnement n'a aucun sens : D_1 et D_4 forment tous deux une image virtuelle, bien que celle de D_1 soit située à gauche de lui et que celle de D_4 soit située à droite de lui. Seul le caractère convergent ou divergent des rayons émergents détermine le type d'image formée. ■

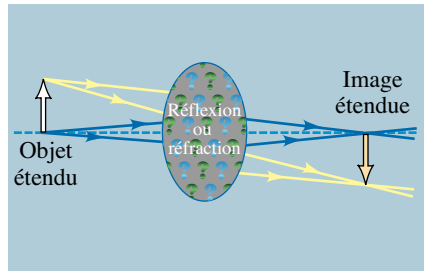
La hauteur objet et la hauteur image

Jusqu'ici, il a été question d'objets et d'images ponctuels. Mais si on se regarde dans le fond d'une cuillère ou qu'on lit un texte avec une loupe, l'image et l'objet ne sont pas ponctuels. Dans de telles situations, on observe en général que la taille de l'image ne correspond pas à la taille de l'objet ou encore que l'image est inversée par rapport à l'objet.

Un **objet étendu** peut tout simplement être considéré comme un groupe de points objets. Chacun de ces points objets donne lieu à un point image et le groupe de points images constitue une **image étendue**. Si les points images sont plus distants les uns des autres que les points objets, l'image étendue est *agrandie* ; s'ils sont plus rapprochés, l'image étendue est *réduite*.

Avant d'examiner la façon de mesurer la taille de l'objet et de l'image étendue, apportons une précision : dans ce chapitre et le suivant, nous ne considérerons,

sauf mention du contraire, que des objets *minces*, c'est-à-dire des objets étendus constitués de points objets qui ont tous la même distance objet p. Sur un schéma, ces points objets sont situés sur une droite perpendiculaire à l'axe optique. Quelle que soit sa forme réelle, on peut donc représenter l'objet étendu mince par une flèche qui relie les deux points objets les plus éloignés (figure 4.56). Seul un des points de l'objet étendu peut se trouver exactement sur l'axe optique. Mais si les autres points sont situés à proximité de l'axe optique, nous verrons que toute équation reliant p, q et les caractéristiques de l'interface demeure valable aussi pour ces points. En conséquence, puisque p est identique pour tous les points objets, tous les points images auront la même distance image q ; ils seront aussi situés sur une droite perpendiculaire à l'axe optique. En somme, si l'objet étendu est mince, l'image étendue est mince elle aussi. Puisque l'objet étendu est délimité par seulement deux points situés à ses extrémités, localiser les deux points images correspondants suffit à déterminer toute l'image étendue (figure 4.56).



▲ Figure 4.56
Deux points suffisent à caractériser un objet étendu mince. On peut donc représenter cet objet par une flèche qui relie les deux points. Localiser les deux points images correspondants permet de caractériser l'image étendue.

Dans ce contexte, il est fort simple de déterminer la taille de l'objet étendu et celle de l'image étendue : la distance entre les points objets se trouvant aux extrémités de l'objet étendu constitue la *hauteur de l'objet* y_O, alors que la distance entre les points images correspondants constitue la *hauteur de l'image* y_I. Souvent, on représente une des deux extrémités de l'objet sur l'axe optique. Pour distinguer les images qui sont inversées des images qui ne le sont pas, on utilise alors la convention de signes suivante :

Convention de signes de la hauteur de l'objet et de l'image

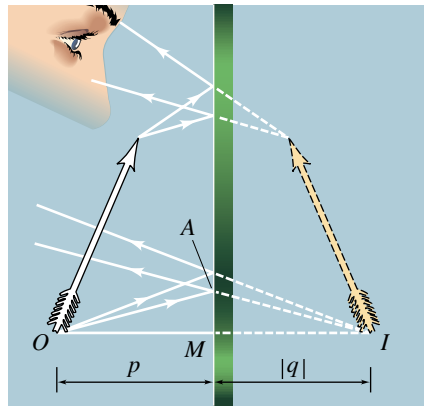
Quelle que soit l'interface considérée (ou le dispositif optique), la hauteur de l'objet y_O et la hauteur de l'image y_I sont positives si l'objet ou l'image s'étend entre l'axe optique et un point situé au-dessus de cet axe et est négative si l'objet ou l'image s'étend entre l'axe optique et un point situé au-dessous de cet axe.

Selon cette convention de signes, une image est *inversée* si sa hauteur a un signe différent de celle de l'objet et elle est *droite* (non inversée) si leurs hauteurs ont le même signe. La figure 4.56 illustre un cas où $y_O > 0$ et $y_I < 0$. On note que le signe de y_I diffère, en général, du signe de q.

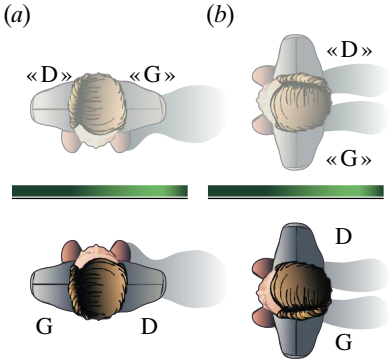
Dans ce chapitre et le suivant, nous obtiendrons des équations qui permettent de déterminer y_I en fonction de y_O pour plusieurs dispositifs optiques. Dans chaque cas, l'utilisation de la convention que nous venons de présenter permettra de recourir à *une seule équation* au lieu d'utiliser une équation différente selon que les images sont inversées ou non.

4.10 LE MIROIR PLAN

Dans cette section, nous allons appliquer l'approche de la section précédente au cas particulier du miroir plan. La figure 4.57 illustre la formation d'une image à partir d'un objet étendu placé devant un tel miroir. Notons qu'il ne s'agit pas d'un objet mince, car chaque point objet se trouve à une distance différente de l'écran. À chaque point de l'objet correspond néanmoins un point image. Considérons le point objet O situé à l'extrémité inférieure de la flèche. Son image est le point I. Aux fins de l'analyse, la droite OMI est l'axe optique (pour un miroir plan, toute droite perpendiculaire au miroir aurait pu jouer ce rôle). Le point objet O est situé à une distance p du miroir et son image I

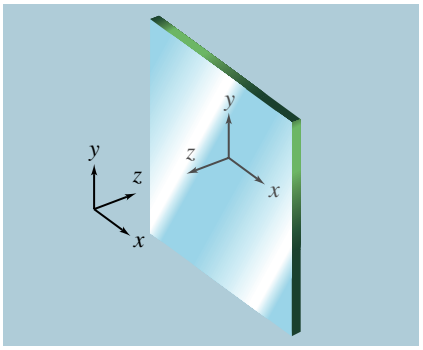


▲ Figure 4.57
Les rayons servant à construire l'image d'une flèche dans un miroir. La distance objet p est égale, en valeur absolue, à la distance image q. Les rayons véritables sont en trait plein et les prolongements de rayons sont en pointillés.



▲ Figure 4.58

Lorsqu'une personne se tient debout en face d'un miroir plan, la droite et la gauche paraissent interverties.



▲ Figure 4.59

Un miroir plan ne modifie pas les axes des x et des y qui sont dans son plan, mais inverse le sens de l'axe des z qui lui est perpendiculaire.

est à une distance $|q|$. OMA et IMA sont des triangles rectangles. D'après la loi de la réflexion, les angles OAM et IAM sont égaux. Les triangles OMA et IMA sont donc congrus et les segments OM et MI sont de même longueur : $p = |q|$. En d'autres termes, *la distance objet est égale à la distance image* en valeur absolue.

Il reste à régler la question des signes : puisque les rayons incidents sur le miroir divergent les uns des autres, p est positif et correspond à la longueur du segment OM. Puisque les rayons qui émergent du miroir divergent les uns des autres, l'image est *virtuelle*, et on la repère alors par une distance q négative (voir la section précédente). On en conclut donc que

$$p = -q \qquad (4.9a)$$

Si l'objet avait été virtuel, les rayons incidents auraient été convergents, donc les rayons émergents aussi. On aurait alors $p < 0$ et $q > 0$ et l'équation 4.9*a* serait quand même valable.

La démonstration qui précède étant valable pour tous les points qui constituent un objet mince, quelle que soit la distance qui les sépare de l'axe optique, on peut en conclure que l'image est de même hauteur que l'objet :

$$y_I = y_O \qquad (4.9b)$$

Notons que la perception qu'a l'observateur (l'œil) de cette hauteur dépend de la distance à laquelle il se trouve de l'objet ou de l'image.

Une réflexion dans un miroir plan intervertit la gauche et la droite. La figure 4.58*a* représente une personne face à un miroir, alors qu'à la figure 4.58*b* la personne se tient de profil. Dans les deux cas, si la personne lève le bras droit, son image lève le bras « gauche ». Nous employons les termes « droite » et « gauche » en parlant de l'image conformément à notre façon habituelle de voir les gens qui nous entourent. Pour bien illustrer le rôle du miroir, il est préférable de considérer un système de coordonnées. On voit à la figure 4.59 que les axes des x et des y, parallèles au plan du miroir, ne changent pas de sens, alors que le sens de l'axe des z, perpendiculaire au plan du miroir, est inversé.

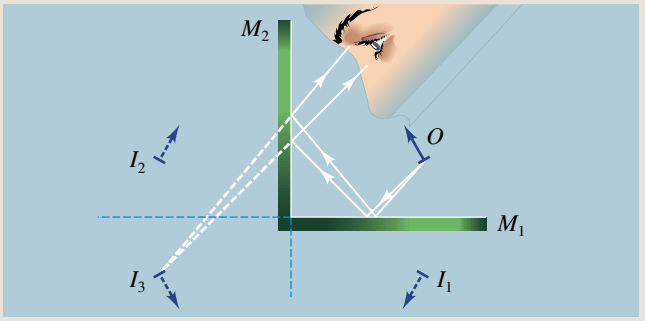
Exemple 4.13

On place un objet entre deux miroirs plans perpendiculaires. Combien d'images peut-on voir ?

Solution

Exceptionnellement, chaque miroir a son propre axe optique (perpendiculaire à sa surface). Il faut donc évaluer p et q le long de droites différentes pour chaque miroir. ■

À la figure 4.60, le point objet O est constitué par l'extrémité inférieure d'une flèche. Ses images dans les miroirs M_1 et M_2 sont I_1 et I_2 sur la figure si la lumière pénètre dans l'œil après une seule réflexion. (Les rayons qui correspondent à ces images ne sont pas illustrés.) Mais la lumière peut aussi pénétrer dans l'œil après avoir été réfléchie par les deux miroirs. Les rayons correspondant à la formation de l'image I_3 sont représentés sur la figure. On remarque que I_3 serait une image de I_1 si l'on prolongeait M_2 vers le bas. De même, I_3 est une image de I_2 dans le « miroir virtuel » obtenu en prolongeant M_1 vers la gauche.



▲ Figure 4.60

Un objet O placé entre deux miroirs perpendiculaires produit trois images. On voit que l'image I_3 est obtenue après deux réflexions. On peut facilement trouver les positions des images en imaginant que les miroirs se prolongent dans la région « virtuelle » (en pointillés).

Exemple 4.14

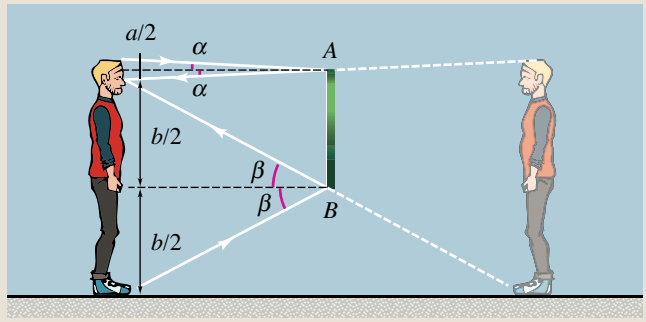
Quelle doit être la longueur minimale d'un miroir pour qu'une personne puisse se voir de la tête aux pieds ? On suppose que les yeux sont à une distance a du sommet de la tête et à une distance b au-dessus des pieds.

Solution

Les rayons provenant des pieds et du sommet de la tête pénètrent dans l'œil après avoir été réfléchis sur le miroir (figure 4.61). On sait que l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion. La lumière provenant des pieds pénètre dans l'œil après avoir été réfléchie au point B, qui se trouve à $b/2$ au-dessus du sol. La lumière du sommet de la tête pénètre dans l'œil après avoir été réfléchie au point A, situé à une distance $a/2$ sous le sommet de la tête. La hauteur totale de la personne est $a + b$ et la longueur requise pour le miroir est $a/2 + b/2$, c'est-à-dire la moitié de la taille de la personne.

Remarquez que la distance horizontale à laquelle se tient la personne n'a pas d'importance. Toutefois, la position verticale du miroir a de l'importance : le bas du miroir doit se trouver à une distance $b/2$ du sol (figure 4.61). ■

Cette conclusion peut paraître contredire les observations quotidiennes, mais ce n'est pas le cas : en s'approchant d'un miroir, un observateur pourra distinguer l'image d'un plus grand nombre d'objets situés *derrière* lui, mais ne pourra pas distinguer une plus grande portion de son propre corps.



▲ Figure 4.61
Un miroir de hauteur égale à la moitié de la taille d'une personne est suffisant pour que celle-ci puisse se voir de la tête aux pieds.

4.11 LES MIROIRS SPHÉRIQUES

Nous allons maintenant étudier la formation des images données par des miroirs à surfaces sphériques. On classe ces miroirs en deux catégories. Les miroirs **concaves** sont ceux dont la surface réfléchissante est creuse : le mot « concave » vient du latin *cavus*, qui veut dire « creux* ». Les miroirs **convexes**, en revanche, ont une surface réfléchissante bombée. Le fond d'une cuillère est un miroir concave, alors que le dos d'une cuillère ou les miroirs de surveillance des petits magasins sont convexes.

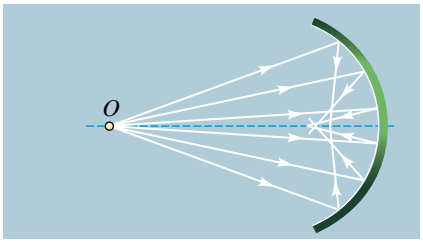
Dans ce qui suit, nous considérons que l'axe de symétrie du miroir constitue l'axe optique le long duquel sont mesurées les distances objet et les distances image, comme on l'a défini à la section 4.9.

L'approximation paraxiale

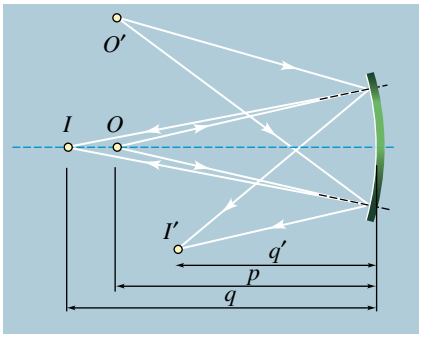
Quand la lumière d'un point objet atteint un miroir sphérique, chaque rayon est réfléchi conformément à la loi de la réflexion. Or, la lumière d'un point objet forme en général *plusieurs* points images (figure 4.62*a*). L'image d'une source ponctuelle est donc brouillée. Ce phénomène, connu sous le nom d'**aberration de sphéricité**, est une conséquence de la géométrie sphérique du miroir. On peut négliger l'aberration de sphéricité des miroirs sphériques à condition d'utiliser un miroir dont l'*angle d'ouverture* est faible, c'est-à-dire un miroir de très petites dimensions par rapport au rayon de courbure de sa surface. On obtient alors un seul point image pour chaque point objet.

* Cette racine est la même que celle des mots « cavité », « cave », « caverne », etc.

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 4.62

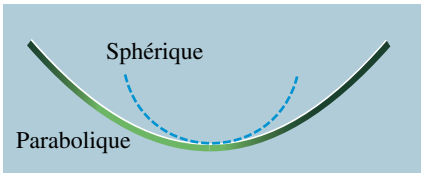
(*a*) Si un miroir sphérique est de trop grande taille par rapport à son rayon de courbure, les rayons incidents provenant d'un unique point objet deviennent des rayons réfléchis qui ne convergent pas en un même point. (*b*) Si le point objet est loin de l'axe optique, la distance image n'est pas la même que s'il est situé à proximité de l'axe optique.

On fait face ensuite à un problème supplémentaire. La figure 4.62*b* présente deux objets O et O' placés devant un même miroir, O étant sur l'axe optique et O', loin de l'axe optique. Dans les deux cas, le point objet se trouve à la même distance objet p, mais on constate pourtant que le miroir produit des points images situés à des distances différentes du miroir (q et q'). Si O et O' sont les extrémités d'un objet étendu, il serait impossible de capter l'image étendue sur un écran puisque l'écran ne peut pas se trouver simultanément à la distance q et à la distance q' du miroir. Il est possible d'éviter ce problème en ne considérant que des points objets qui sont situés *à proximité de l'axe optique*. En pratique, la distance à l'axe optique doit être nettement inférieure à p. Si on respecte cette condition et celle voulant que l'angle d'ouverture soit faible, on obtient automatiquement des points images qui se trouvent eux aussi à proximité de l'axe optique. Dans cette situation, nous montrerons que tous les objets situés à la même distance p produisent une image située à la *même* distance q.

Quand on utilise à la fois des miroirs ayant un petit angle d'ouverture et des points objets qui sont tous à proximité de l'axe optique, on constate qu'on n'aura à considérer que des rayons incidents et des rayons réfléchis qui sont *presque parallèles à l'axe optique*. Pour cette raison, on appelle souvent **approximation paraxiale** le fait de respecter simultanément ces deux conditions.

Le foyer

Considérons maintenant un objet suffisamment éloigné du miroir pour qu'on puisse considérer que les rayons incidents sur le miroir sont parallèles entre eux. Si l'objet se situe sur l'axe optique, ces rayons sont aussi parallèles à l'axe optique. Les Grecs savaient qu'un miroir de forme *parabolique* permet de focaliser en un seul point, appelé **foyer**, ces rayons parallèles incidents. En vertu de la loi du retour inverse de la lumière, les rayons issus d'une source ponctuelle placée au foyer d'un tel miroir donnent un faisceau de rayons parallèles après réflexion. Cette propriété est utilisée notamment dans les projecteurs.



▲ Figure 4.63

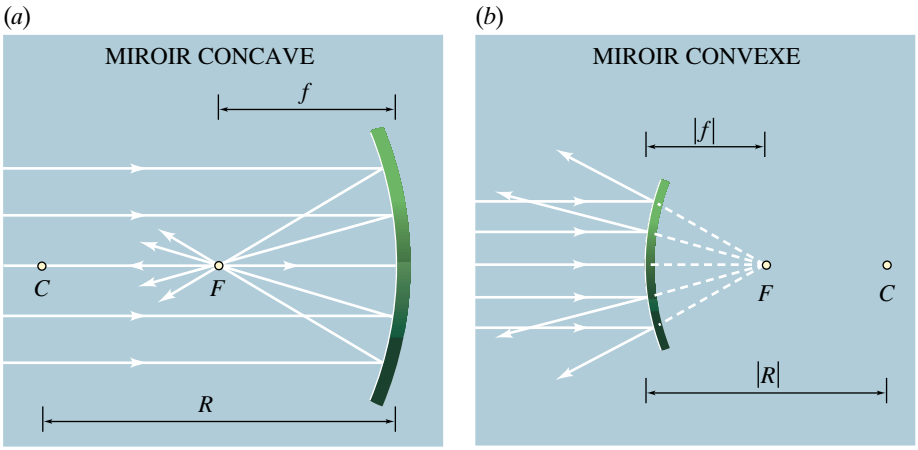
Le fond d'un miroir parabolique est approximativement sphérique.

En première approximation, le fond d'une parabole est presque sphérique (figure 4.63), de sorte qu'un miroir de faible angle d'ouverture comporte lui aussi un foyer. Dans l'approximation paraxiale, les rayons parallèles réfléchis par un miroir concave convergent en un **foyer réel** F par lequel ils passent (figure 4.64*a*). Les rayons parallèles réfléchis par un miroir convexe semblent diverger à partir d'un foyer F situé derrière le miroir (figure 4.64*b*). Puisque les rayons ne peuvent pas réellement passer par ce point, nous dirons qu'il s'agit d'un **foyer virtuel**. Dans les deux cas, la distance entre le miroir et le foyer est la valeur absolue de la **distance focale** f. Pour distinguer les deux types de miroirs, nous utiliserons la convention de signes suivante :

Convention de signes de la distance focale et du rayon de courbure d'un miroir

La distance focale f et le rayon de courbure R d'un miroir sphérique sont positifs si le miroir est concave et négatifs si le miroir est convexe.

D'après les constructions géométriques de la figure 4.64, on voit que la distance focale correspond à la moitié du rayon de courbure. Nous utiliserons ce résultat dès à présent, mais il sera démontré quantitativement plus loin.



◀ Figure 4.64

(*a*) Après réflexion sur un miroir concave, les rayons parallèles à l'axe optique convergent vers un foyer réel. (*b*) Après réflexion sur un miroir convexe, les rayons parallèles à l'axe optique divergent à partir d'un foyer virtuel.

Le tracé des rayons principaux

Si un objet étendu est situé très loin d'un miroir, on s'attend à ce que son image soit minuscule et située au foyer. Un bon exemple consiste à utiliser le Soleil comme objet très lointain et à focaliser ses rayons à l'aide d'un miroir concave. Quand l'objet est situé ailleurs, à une position quelconque, la position exacte de l'image pourrait être obtenue en appliquant systématiquement la loi de la réflexion à chaque rayon incident, de façon à déterminer où se croisent les rayons réfléchis. C'est ce que nous avons fait à la figure 4.64, mais il est évident que cette approche nécessite de tracer des schémas très précis et prend beaucoup de temps. De plus, dans l'approximation paraxiale, tous les rayons à tracer sont situés à proximité de l'axe optique et sont presque superposés. Si on utilisait la même échelle pour l'axe horizontal et pour l'axe vertical, on obtiendrait des schémas de hauteur faible et de largeur très grande où les rayons seraient difficiles à distinguer les uns des autres.

Pour localiser rapidement une image et comparer sa hauteur à celle de l'objet, on aura donc recours à une astuce : *exagérer l'échelle verticale comparativement à l'échelle horizontale*. Par exemple, sur un papier quadrillé, on pourrait écrire que chaque case du quadrillé représente 0,100 m pour l'échelle horizontale mais 0,001 m pour l'échelle verticale. Une distance focale de 1 m et un objet haut de quelques millimètres auraient ainsi des dimensions comparables sur le schéma. Dans toutes les figures qui suivent, nous aurons recours à cette astuce.

Cette astuce procure deux avantages. D'abord, les rayons paraxiaux cessent d'être quasi superposés et le schéma devient lisible. Ensuite, la courbure du miroir devient imperceptible, et on peut carrément ne pas la représenter : le miroir concave ou convexe devient une surface réfléchissante « plane » (voir les figures 4.65 et suivantes). Sur le plan de la géométrie, on a donc affaire à des segments de droite plutôt qu'à des arcs de cercle. (En pratique, afin de distinguer les miroirs concaves des miroirs convexes, on recourbera le haut et le bas de chaque miroir, au-delà de la portion utilisée pour le tracé des rayons.)

L'astuce apporte cependant un inconvénient : le fait d'exagérer une échelle par rapport à l'autre déforme les angles. Sur les schémas, il sera donc impossible d'appliquer visuellement la loi de la réflexion. Cette difficulté peut être contournée grâce à un moyen simple, imaginé en 1735 par Robert Smith (1689-1768) : *le tracé des rayons principaux*. Cette méthode, valable uniquement dans les cas où l'approximation paraxiale est respectée, consiste à tracer seulement quelques rayons passant par des endroits bien précis qui rendent leur trajectoire prévisible sans avoir recours explicitement à la loi de la réflexion. Pour

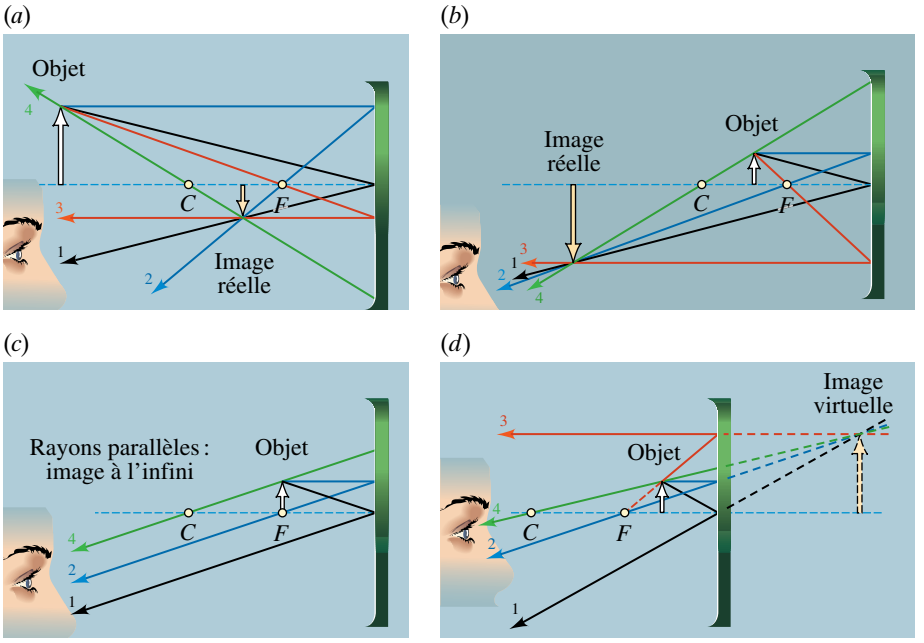
déterminer la position d'une image, il suffit de tracer au moins deux des **rayons principaux** suivants :

Rayons principaux d'un miroir sphérique

1. Un rayon *tombant au centre du miroir* donne un rayon réfléchi qui fait le même angle avec l'axe optique. La déformation des angles est en effet symétrique de part et d'autre de l'axe optique, ce qui fait du centre du miroir le seul endroit où la loi de la réflexion est visuellement applicable.
2. Un rayon *parallèle à l'axe optique* donne un rayon réfléchi qui passe par le foyer. Le foyer est en effet par définition l'endroit où convergent les rayons incidents parallèles.
3. Un rayon *passant par le foyer* donne un rayon réfléchi parallèle à l'axe optique. C'est ce que prévoit la loi du retour inverse de la lumière.
4. Un rayon *passant par le centre de courbure du miroir* donne un rayon réfléchi qui passe lui aussi par le centre de courbure. Les angles d'incidence et de réflexion sont alors, en effet, tous deux nuls.

Ces divers rayons sont tracés à la figure 4.65 dans le cas d'un miroir concave devant lequel on place un objet réel à quatre positions différentes. Lorsque l'objet est plus rapproché que le centre de courbure, on doit parfois interpréter les règles que nous venons d'énoncer relativement au *prolongement* des rayons. Par exemple, à la figure 4.65*d*, c'est le prolongement du troisième rayon principal qui passe par le foyer. Du point de vue du miroir, cela importe peu que le rayon ne passe pas réellement par le foyer : il vient de la direction du foyer, et c'est cela qui est important.

Techniquement, le tracé des rayons principaux ne permet que de localiser le point image correspondant au point objet d'où sont issus les rayons. Mais pour un objet étendu mince, tous les points objets sont situés à la même distance objet p, le long d'une droite perpendiculaire à l'axe optique. Si on trace les rayons principaux issus de chacun de ces points objets, on obtient des points



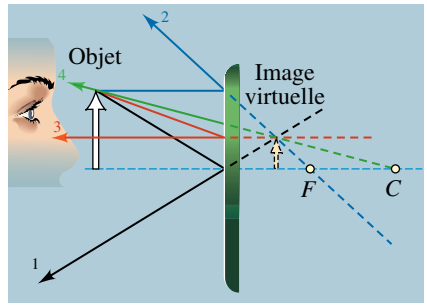
▶ Figure 4.65

Rayons servant à construire une image pour un miroir concave. Les numéros à côté des rayons se réfèrent aux quatre règles énoncées dans le texte. Les rayons véritables sont en trait plein et les prolongements de rayons sont en pointillés. (*a*) L'objet est plus éloigné que le centre de courbure. (*b*) L'objet est situé entre le centre de courbure et le foyer. (*c*) L'objet est au foyer ; le troisième rayon principal ne peut être tracé. (*d*) L'objet est plus rapproché que le foyer. On remarque que deux rayons suffisent pour déterminer la position de l'image.

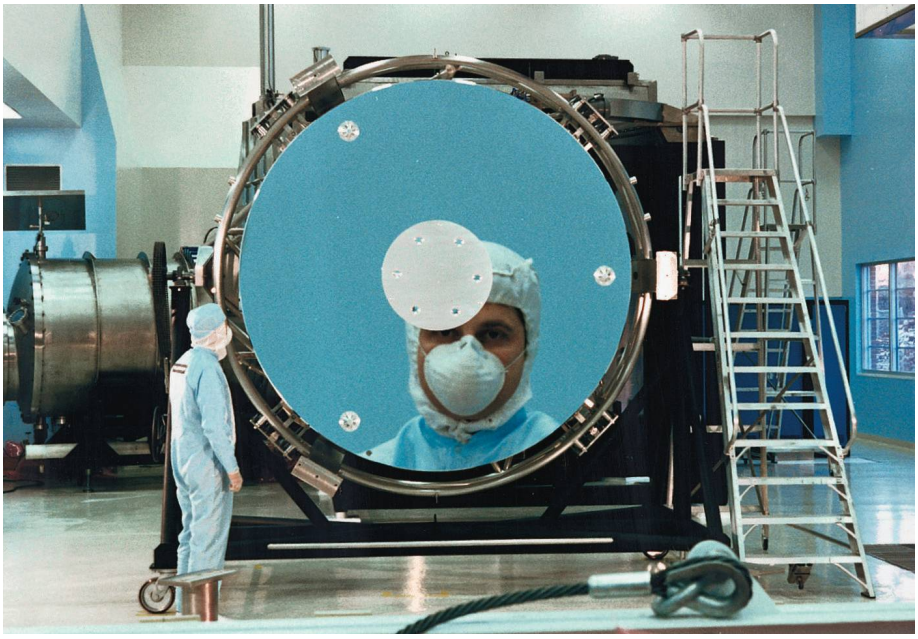
images situés à la même distance image q, le long d'une droite perpendiculaire à l'axe optique (vérifiez-le). Plus un point objet est situé loin de l'axe optique (le long de la droite portant l'objet étendu), plus son image sera située loin de l'axe optique (le long de l'image étendue). Ainsi, il suffit de localiser l'image de l'extrémité de l'objet : tous les autres points images sont situés entre l'axe optique et ce point image. C'est ce que nous avons fait à la figure 4.65.

À la figure 4.65, on constate qu'un objet réel placé devant un miroir concave donne lieu à une image virtuelle si l'objet est situé plus proche que le foyer, mais qu'il donne lieu à une image réelle s'il est situé plus loin. Quand l'image est réelle, sa hauteur est d'autant plus grande que l'objet est proche du foyer. Si l'objet est exactement au foyer, on obtient un cas limite entre une image réelle et une image virtuelle, c'est-à-dire des rayons parallèles. Ces derniers peuvent être captés à la fois par les yeux ou par un écran situé loin devant le miroir.

La figure 4.66 illustre la situation générale dans le cas d'un miroir convexe devant lequel on place un objet réel. On constate qu'on obtient toujours une image virtuelle, quelle que soit la position de l'objet. De plus, cette image est toujours plus petite que l'objet. Un exercice intéressant consiste à refaire les figures 4.64 et 4.65 dans le cas où l'objet est virtuel.



▲ **Figure 4.66**
Rayons servant à construire une image pour un miroir convexe.

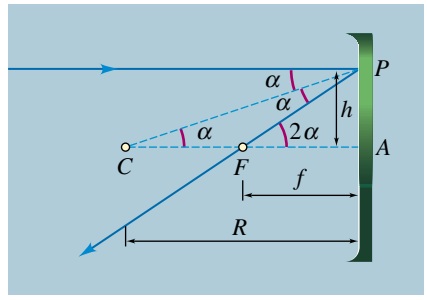


Une image agrandie donnée par le miroir du télescope spatial Hubble. Comme la photographie montre que cette image est virtuelle, pouvez-vous estimer la distance focale du miroir en vous servant des concepts présentés dans cette section ?

La position du foyer et la formule des miroirs

Les tracés de rayons principaux permettent de situer une image et de comparer sa hauteur avec celle de l'objet. Si un tracé est suffisamment précis, cette approche peut même s'avérer pertinente sur le plan quantitatif. Néanmoins, il est utile de disposer d'équations permettant d'obtenir les mêmes résultats à l'aide d'un calcul, notamment quand on ignore les caractéristiques du miroir (voir l'exemple 4.16). Dans un premier temps, nous démontrerons une équation reliant la distance focale et le rayon de courbure d'un miroir sphérique. Ensuite, nous démontrerons la formule des miroirs, qui relie les distances p et q avec la distance focale f.

À la figure 4.67, C est le centre de courbure et R est le rayon de courbure d'un miroir concave. Considérons un rayon incident au point P, à une distance h



▲ **Figure 4.67**
La distance focale f d'un miroir sphérique est égale à la moitié du rayon de courbure R. À cause de l'exagération de l'échelle verticale de la figure, rendue nécessaire par le caractère paraxial des rayons, la courbure du miroir est imperceptible.

au-dessus de l'axe optique ; il fait un angle α avec le segment CP (en trait pointillé bleu). Dans l'approximation paraxiale, cet angle est infime (de l'ordre de 1°) bien qu'il semble grand sur cette figure en raison de l'exagération de l'échelle verticale. Puisque le segment CP passe par le centre de courbure C, il est normal à la surface du miroir et, selon la loi de la réflexion, le rayon réfléchi doit donc également faire un angle α avec CP. On note l'effet de déformation des angles : sur la figure, la normale au miroir au point P (segment CP) ne semble pas du tout perpendiculaire à la surface du miroir ; de même, les angles d'incidence et de réflexion de part et d'autre de ce segment ne semblent pas égaux, alors qu'en fait ils valent tous deux α.

L'angle d'incidence et l'angle PCA sont des angles alternes-internes, de sorte que ce dernier angle vaut lui aussi α. La somme des angles intérieurs du triangle CPF devant donner 180°, on déduit que l'angle CFP vaut $180° - 2\alpha$, donc que l'angle PFA vaut 2α.

Comparons maintenant les deux triangles PCA et PFA, qui ont en commun un côté de longueur h. On connaît l'angle opposé à h dans chaque triangle, de sorte qu'on peut écrire sa tangente :

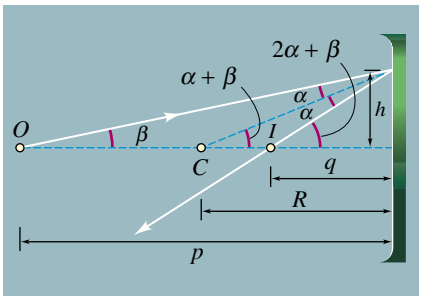
$$\tan\alpha = \frac{AP}{AC} = \frac{h}{R} \qquad \tan 2\alpha = \frac{AP}{AF} = \frac{h}{F}$$

Comme notre analyse se limite aux situations où l'approximation paraxiale est valable, les angles α et 2α sont de petits angles et on peut utiliser les approximations $\tan\alpha \approx \alpha$ et $\tan 2\alpha \approx 2\alpha$ (voir l'annexe B) ; on a donc $\alpha \approx h/R$ et $2\alpha \approx h/f$, ce qui donne

Distance focale d'un miroir sphérique

$$f = \frac{R}{2} \tag{4.10}$$

La distance focale f est égale à la moitié du rayon de courbure R du miroir, résultat qui fut obtenu pour la première fois en 1591 par Giacomo Della Porta (vers 1540-1602). Cette équation, qui correspond à ce que nous avions déduit à partir de la figure 4.64 (p. 169), est aussi valable pour les miroirs convexes, pour lesquels f et R ont tous deux un signe négatif.



▲ Figure 4.68

Un rayon issu d'un point objet O sur l'axe optique coupe l'axe au point image I. La distance objet p et la distance image q sont liées par la formule des miroirs.

Passons maintenant à la démonstration d'une équation qui met en relation la distance objet p et la distance image q avec la distance focale f. Nous allons faire cette démonstration pour le cas du miroir concave éclairé par un objet réel et produisant une image réelle ; ensuite, nous comparerons avec les autres cas. À la figure 4.68, on dessine le point objet sur l'axe optique. Puisqu'un des rayons issus de l'objet est parallèle à l'axe optique, il revient sur ses pas (non illustré). On en déduit donc que le point d'intersection des rayons réfléchis, c'est-à-dire le point image, est lui aussi situé sur l'axe optique. On considère comme second rayon un rayon paraxial arbitraire (ce n'est pas un rayon principal) qui, une fois réfléchi, coupe l'axe optique en I. Comme on se limite aux situations où l'approximation paraxiale est valable, tous les angles indiqués à la figure 4.68 sont de petits angles pour lesquels $\tan\theta \approx \theta$. On a donc :

$$\beta \approx \frac{h}{p} \qquad \alpha + \beta = \frac{h}{R} \qquad 2\alpha + \beta \approx \frac{h}{q}$$

Puisque $(2\alpha + \beta) = 2(\alpha + \beta) - \beta$, on obtient

$$\frac{h}{q} = \frac{2h}{R} - \frac{h}{p}$$

Sachant que $f = R/2$ (équation 4.10), cette équation équivaut à

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

La hauteur h à laquelle les rayons lumineux frappent le miroir n'apparaît pas dans ce résultat. On peut donc conclure que, dans l'approximation paraxiale, tous les rayons issus du point objet O (figure 4.68) vont atteindre le point image I.

Le raisonnement est très semblable pour un miroir convexe éclairé par un objet réel et il est laissé en guise d'exercice. Les distances sur les schémas sont alors p, $|q|$ et $|f|$ puisque le foyer et l'image sont virtuels. Le résultat qu'on obtient dans ce cas est $1/p - 1/|q| = -1/|f|$. En l'absence des conventions de signes que nous avons définies, il faudrait utiliser cette équation différente quand on a affaire à un miroir convexe. Mais puisque $|q| = -q$ et que $|f| = -f$, cette équation devient identique à celle démontrée ci-dessus.

Il en va de même de tous les autres cas, même ceux faisant appel à un objet virtuel, de sorte que nous utilisons une seule **formule des miroirs**:

Formule des miroirs

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \qquad (4.11)$$

où p et q respectent la convention de signes définie à la section 4.9 et f, la convention de signes définie plus tôt dans cette section.

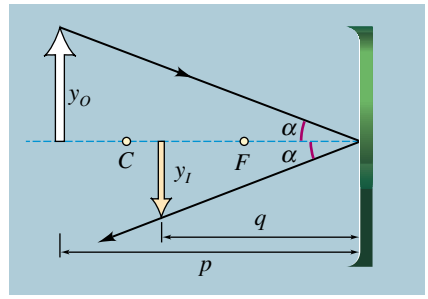
Le grandissement transversal d'un miroir

En général, la dimension de l'image n'est pas égale à celle de l'objet. Le **grandissement transversal** (ou *linéaire*) m est défini comme étant le rapport de la hauteur de l'image y_I à la hauteur de l'objet y_O, c'est-à-dire $m = y_I/y_O$. Tout comme la position de l'image, le grandissement peut être déduit à partir d'un diagramme des rayons principaux. Néanmoins, il est utile de disposer d'équations permettant de l'obtenir par calcul. D'après la figure 4.69, on voit que $\tan \alpha = y_O/p = -y_I/q$. Par conséquent,

Grandissement transversal d'un miroir

$$m = \frac{y_I}{y_O} = -\frac{q}{p} \qquad (4.12)$$

Si m est positif, l'image est *droite*, c'est-à-dire qu'elle possède la même orientation verticale que l'objet ; si m est négatif, l'image est *inversée*. Si $|m| > 1$, l'image est *agrandie* ; si $|m| < 1$, l'image est *réduite*. L'image produite par un miroir concave peut être soit droite, soit inversée. Un miroir convexe donne toujours une image virtuelle, droite et réduite d'un objet réel (voir les figures 4.66 et 4.70*b*).



▲ Figure 4.69

Le grandissement transversal m est égal, par définition, au rapport de la hauteur de l'image y_I à la hauteur de l'objet y_O: $m = y_I/y_O$.

Miroir plan

Un miroir plan est un miroir sphérique pour lequel $R \to \infty$. Dans ce contexte, les équations 4.11 et 4.12 donnent à nouveau $p = -q$ et $m = 1$, comme on s'y attendait.

Ces caractéristiques permettent en pratique de distinguer des miroirs de différents types dont la courbure est rarement perceptible à l'œil nu : en se regardant dans un miroir convexe, on paraît toujours plus petit ; dans un miroir plan, on paraît de la même taille ; et si l'on se regarde de suffisamment près dans un miroir concave, notre œil paraît plus grand.

En se regardant dans une surface convexe, on paraît toujours plus petit ; dans une surface concave, on paraît plus grand ou, si on se place trop loin, inversé. (Notez aussi, en périphérie de chaque miroir, les distorsions dues aux aberrations.)

Exemple 4.15

Un objet matériel de hauteur 2 mm se trouve à 2 cm d'un miroir sphérique dont le rayon de courbure est de 8 cm (figure 4.70). Déterminer la position et la dimension de l'image sachant que le miroir est : (a) concave ; (b) convexe. Dans chaque cas, répondre par la formule des miroirs et par le tracé des rayons principaux sur un dessin à l'échelle.

Solution

(a) L'objet étant matériel, il est donc réel. On nous donne la distance focale $f = R/2 = 4$ cm et la distance objet $p = 2$ cm. Nous déterminons la position de l'image en utilisant la formule des miroirs, $1/p + 1/q = 1/f$. En remplaçant les variables par leurs valeurs, on obtient

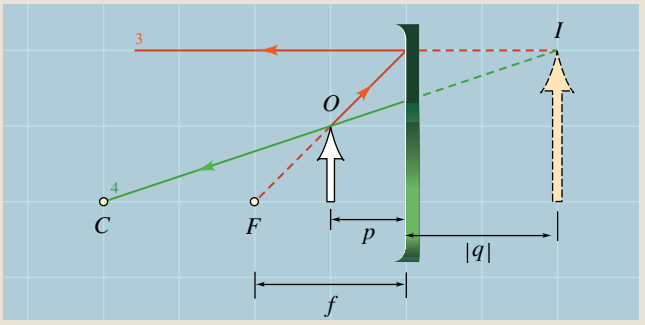
$$\frac{1}{2\text{ cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{4\text{ cm}}$$

Donc, $q = -4$ cm. Le signe négatif signifie que l'image est virtuelle. Pour que les rayons quittent le miroir en divergeant, cette image doit être située à droite du miroir. D'après l'équation 4.12, le grandissement transversal est égal à

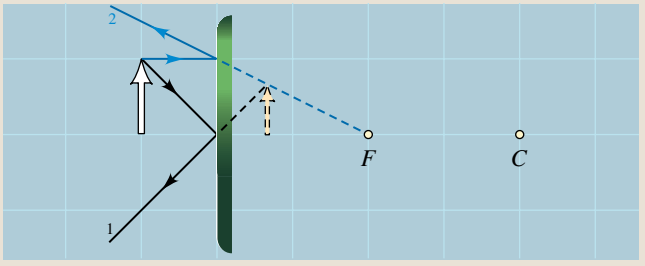
$$m = -\frac{q}{p} = +2$$

Comme m est positif, l'image est droite. Le module de m étant supérieur à 1, l'image est agrandie. Sa dimension est $y_I = 2(2\text{ mm}) = 4$ mm. Ces résultats peuvent aussi être obtenus graphiquement à l'aide de la figure 4.70*a*, où on a tracé les rayons principaux 3 et 4. Le schéma est à l'échelle, chaque case représentant 1 cm horizontalement et 1 mm verticalement.

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 4.70

(*a*) Un objet réel situé à une distance d'un miroir concave inférieure à sa distance focale donne une image virtuelle, droite et agrandie. (*b*) Un miroir convexe donne d'un objet réel une image virtuelle, droite et réduite.

Remarquez que le miroir a été dessiné plat, en raison de l'exagération de l'échelle verticale nécessaire pour bien voir les rayons paraxiaux. Notez aussi que cette exagération n'empêche pas de comparer directement la taille de l'objet et la taille de l'image. ■

(b) Pour le miroir convexe, on utilise la même méthode mais avec $f = -4$ cm. La formule du miroir donne

$$\frac{1}{2\text{ cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{-4\text{ cm}}$$

d'où l'on tire $q = -1{,}33$ cm. L'image est encore virtuelle. Le grandissement transversal est

$$m = -\frac{q}{p} = +\frac{2}{3}$$

L'image est droite et réduite. Sa dimension est

$$y_I = (2/3)(2\text{ mm}) = 1{,}33\text{ mm}$$

Ces résultats peuvent aussi être obtenus graphiquement à l'aide de la figure 4.70*b*, où on a représenté les rayons principaux 1 et 2.

Exemple 4.16

Un objet matériel de hauteur 2 cm est situé à 12 cm d'un miroir sphérique. L'image est droite et haute de 3,2 cm. De quel type de miroir s'agit-il ?

Solution

L'objet étant matériel, il est donc réel. On nous donne $p = 12$ cm. L'image étant droite, m est positif et a pour valeur $m = +3{,}2/2 = 1{,}6$. Comme $m = -q/p$, on obtient $q = -1{,}6p = -19{,}2$ cm. L'image est virtuelle, droite et agrandie ; il s'agit donc d'un miroir concave. Cela nous est confirmé par la formule des miroirs, car on a

$$\frac{1}{12\text{ cm}} + \frac{1}{-19{,}2\text{ cm}} = \frac{1}{f}$$

d'où l'on tire $f = +32$ cm. Le signe positif signifie que le miroir est concave.

Ce type de situation est difficile à analyser avec un diagramme de rayons lumineux, mais c'est néanmoins possible, comme chaque fois : quand le type de miroir est inconnu, il faut faire deux diagrammes, l'un pour une hypothèse de miroir convexe, et l'autre pour une hypothèse de miroir concave.

Une façon simple consiste ensuite à tracer le rayon 2, toujours identique quelle que soit la position de l'objet. Il suffit alors d'imaginer tout autre rayon principal pour comprendre facilement que le miroir convexe ne peut donner une image droite et agrandie, alors qu'un miroir concave le peut, à condition que l'image soit virtuelle. ■

Exemple 4.17

Le long d'un axe des x, on place une flamme de bougie de hauteur 0,5 cm en $x_0 = 0$, un miroir concave ($f_1 = +1$ m) en $x_1 = 2{,}2$ m et un miroir convexe ($f_2 = -2$ m) en $x_2 = 1$ m. Les surfaces réfléchissantes des miroirs se font face. Le miroir convexe est percé d'un petit trou de sorte que la lumière provenant de la bougie atteint le miroir concave ; elle est alors réfléchie vers le miroir convexe, puis elle est réfléchie de nouveau. Décrire la position et la hauteur de l'image que voit un observateur situé à $x = 2{,}2$ m, juste à côté du miroir concave, quand il regarde dans le miroir convexe. On néglige les réflexions multiples sur un même miroir.

Solution

On doit d'abord trouver l'image produite par le miroir concave, situé à la distance q_1 de ce miroir. Comme on l'a énoncé à la section 4.9, l'image du premier miroir constitue l'objet du second miroir. On peut donc déterminer p_2 à partir de q_1. Ensuite, on peut trouver l'image du second miroir. ■

La bougie est un objet matériel, donc un objet réel : $p_1 = +2{,}2$ m. La formule des miroirs appliquée au miroir concave donne

$$\frac{1}{+2{,}2\text{ m}} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{+1\text{ m}}$$

d'où $q_1 = 1{,}83$ m. C'est une image réelle. Le grandissement de cette image est $m_1 = -q_1/p_1 = -0{,}833$. L'image est réduite et inversée par rapport à la flamme de la bougie.

Les rayons qui quittent le miroir concave sont dirigés vers les x négatifs et, puisque l'image est réelle, ils *convergent* vers un point situé à 1,83 m du miroir, à la position $x = 2{,}2\text{ m} - 1{,}83\text{ m} = 0{,}367$ m. Les rayons qui nous intéressent n'ont cependant pas le temps d'atteindre ce point puisqu'ils sont interceptés par le miroir convexe placé à $x_2 = 1$ m, à 0,633 m de la position $x = 0{,}367$ m. Ce miroir reçoit donc des rayons qui convergent vers un point situé derrière sa surface réfléchissante. C'est un objet virtuel : $p_2 = -0{,}633$ m. ■

La formule des miroirs appliquée au miroir convexe donne

$$\frac{1}{-0,633\text{ m}} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{-2\text{ m}}$$

d'où $q_2 = 0,927$ m. C'est une image réelle. Le grandissement de cette image est $m_2 = -q_2/p_2 = -1,46$. L'image est agrandie et inversée par rapport à *son objet*, c'est-à-dire l'image du premier miroir.

Les rayons qui quittent le miroir convexe sont dirigés vers les x positifs et, puisque l'image est réelle, convergent vers un point situé à 0,927 m du miroir, à la position $x = 1\text{ m} + 0,927\text{ m} = 1,93$ m. Ils se croisent en ce point et recommencent à diverger, de sorte que l'œil de l'observateur, à $x = 2,2$ m, peut distinguer une image nette située à 2,2 m − 1,93 m = 0,27 m devant lui. Par rapport à l'objet initial (flamme), cette image finale a subi un grandissement total de

$$m = m_1 m_2 = (-0,833)(-1,46) = +1,22$$

L'image finale est donc droite et agrandie de 22 % par rapport à la flamme. Elle a ainsi une hauteur de 0,61 cm.

L'image produite par le système de miroirs est peu agrandie, mais elle est nettement plus proche de l'observateur (0,27 m) que ne l'est l'objet (2,2 m). Sa taille *perçue* sera donc nettement grossie. Nous reviendrons sur le sujet à la section 5.4, où nous étudierons la *perception* de la hauteur d'une image.

4.12 LA VITESSE DE LA LUMIÈRE

À la section 4.1, nous avons dit que la vitesse de la lumière dans le vide est extrêmement rapide : 3×10^8 m/s. Les premières tentatives pour mesurer le module de cette vitesse sont attribuables à Galileo Galilei, dit Galilée (1564-1642), en 1635. En pleine nuit, lui et un assistant, munis d'une lanterne, se placèrent à une distance de 1 km l'un de l'autre. Galilée dévoila brièvement sa lanterne ; lorsqu'il vit la lumière, l'assistant renvoya un signal identique. Galilée avait l'intention de calculer la vitesse de la lumière en mesurant l'intervalle de temps écoulé pour l'aller-retour du signal lumineux, la distance parcourue étant connue. Malheureusement, ses résultats ne furent pas concluants, car ils étaient inexorablement entachés des incertitudes liées aux temps de réaction.

La méthode de Römer

Astronome danois travaillant à Paris, Ole Römer (1644-1710) présenta en 1676 les mesures qu'il avait faites de la période de révolution de Io, l'un des satellites de Jupiter. Io a une période moyenne à peine inférieure à 42,5 h. Cette période fut mesurée en relevant l'heure à laquelle Io pénètre dans l'ombre de Jupiter ou en sort, c'est-à-dire au début ou à la fin de son éclipse. Römer mit en évidence une légère oscillation, systématique, de la valeur de cette période au cours de chaque année. La figure 4.71 représente la Terre et Jupiter en orbite autour du Soleil et le satellite de Jupiter en orbite autour de cette planète. Römer découvrit que la période avait sa valeur moyenne lorsque la Terre se trouvait au point de sa trajectoire le plus proche ou le plus éloigné de Jupiter, c'est-à-dire en A ou en B. Quand la Terre s'éloignait de Jupiter, de C à D, la période était plus longue que la moyenne, alors qu'elle était plus courte quand la Terre se rapprochait de Jupiter, de E à F.

Römer attribua cette variation à la distance que doit parcourir la lumière de la lune Io jusqu'à la Terre. Supposons par exemple que Io sorte de l'ombre lorsque la Terre est en C. Pendant les 42,5 h suivantes, la Terre va se déplacer jusqu'en D. Par conséquent, lorsque Io réapparaît après une période, la lumière doit parcourir la distance supplémentaire CD. (Pour des raisons de simplicité, on néglige le mouvement de Jupiter, dont la période orbitale est voisine de douze ans.) Pour une seule orbite de Io, le temps supplémentaire mis en jeu est de l'ordre de quelques secondes ; mais sur un intervalle de plusieurs mois, l'écart

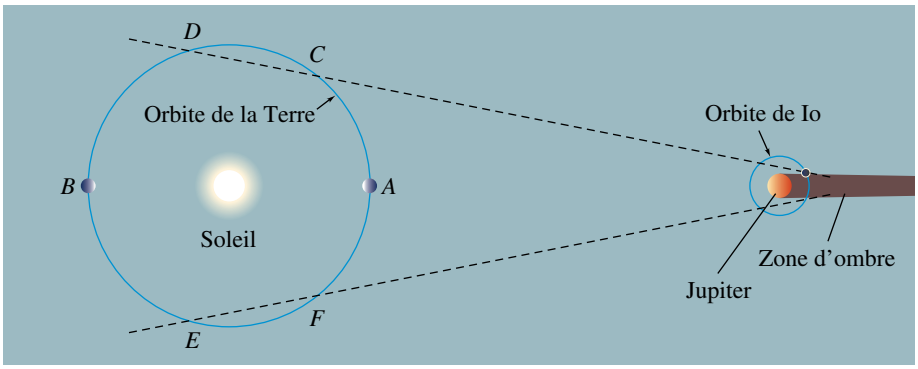


Figure 4.71
En chronométrant la durée des éclipses d'un satellite de Jupiter, Römer démontra que la vitesse de la lumière a une valeur finie. (Le schéma n'est pas à l'échelle.)

entre l'heure prévue d'une éclipse, déduite de la période moyenne, et l'heure réelle à laquelle elle se produit atteint quelques minutes.

En septembre 1676, Römer annonça à ses collègues astronomes que l'éclipse du 9 novembre aurait lieu à 5 h 34 min 45 s, c'est-à-dire 10 bonnes minutes après l'heure déduite des observations faites en août. Sa prévision s'étant révélée correcte, Römer expliqua que la vitesse de la lumière avait en réalité une valeur finie, et non pas infinie comme on le croyait en général. Il estima qu'il fallait 22 min à la lumière pour parcourir le diamètre de l'orbite terrestre (en fait, il faut plutôt 16,5 min). Quelques années plus tard, utilisant la meilleure valeur du rayon de l'orbite terrestre connue à l'époque, Huygens calcula le module de la vitesse de la lumière et trouva $2{,}1 \times 10^8$ m/s. Des calculs ultérieurs faits à partir d'autres types d'observations astronomiques donnèrent des valeurs plus proches de 3×10^8 m/s, la valeur acceptée aujourd'hui.

La méthode de Fizeau

La première mesure terrestre de la vitesse de la lumière fut réalisée à Paris en 1849 par Hippolyte Fizeau (1819-1896). Elle faisait intervenir une méthode de « mesure du temps de parcours » analogue à celle de Galilée. La lumière émise par une source S (figure 4.72) et réfléchie sur une plaque partiellement argentée P passe à travers une des fentes d'une roue dentée portant n dents sur sa circonférence. La lumière est ensuite réfléchie sur un miroir M situé à une distance d et passe à travers la roue dentée et à travers P avant d'atteindre l'observateur en O.

La roue étant mise en mouvement, la lumière passe par la fente 1. Pour les vitesses angulaires faibles de la roue, la lumière réfléchie par M est bloquée par la dent entre la fente 1 et la fente 2 et l'observateur ne voit rien. On augmente alors la vitesse angulaire jusqu'à ce que la lumière commence tout juste à réapparaître. À cette vitesse angulaire, le temps qu'il faut à la lumière pour faire un aller et retour jusqu'à M, $\Delta t = 2d/c$, est exactement égal au temps qu'il faut pour

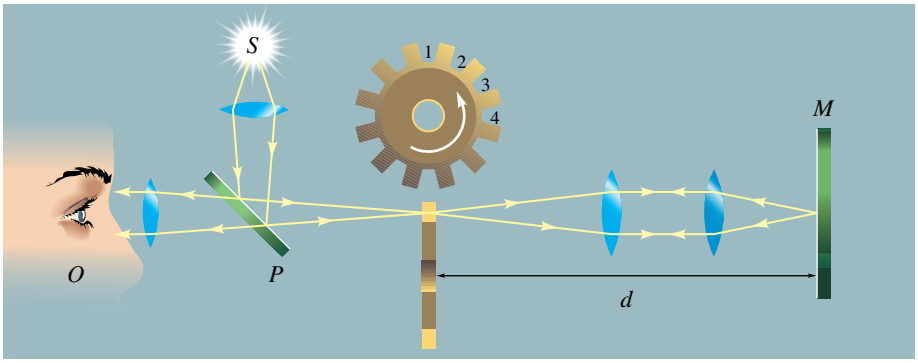
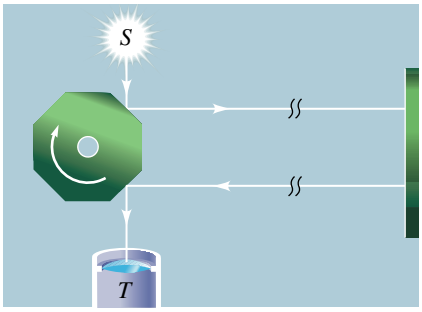


Figure 4.72
L'expérience de Fizeau ayant servi à déterminer la vitesse de la lumière. Un faisceau de lumière passant sur une roue dentée en rotation rapide était réfléchi sur un miroir éloigné M. Connaissant la vitesse angulaire de la roue et la distance du miroir, on pouvait calculer la vitesse de la lumière.

que la dent entre les fentes 1 et 2 laisse le chemin libre. Si la largeur de la dent et la largeur de l'espace entre les dents sont égales, la circonférence de la roue correspond à $2n$ largeurs de dent. En conséquence, l'intervalle qui s'écoule entre le moment où une dent commence à masquer la lumière et le moment où elle recommence à la laisser passer est $\Delta t = T/2n$, où T est la période de rotation de la roue.

Fizeau utilisa une roue portant 720 dents et plaça le miroir M sur une colline de Montmartre, à une distance $d = 8633$ m de lui. La lumière réapparut pour la première fois avec une vitesse de rotation de 12,6 tr/s, ce qui correspond à une période de 1/12,6 s. En égalant les deux expressions obtenues pour Δt, on obtient $c = 4nd/T = 3{,}13 \times 10^8$ m/s.

Au début des années 1920, Albert Abraham Michelson (1852-1931) adopta une approche analogue, mais remplaça la roue par un miroir tournant à huit faces (figure 4.73). La source de lumière était située sur le mont Wilson et le miroir se trouvait sur le mont Baldy, à une distance de 35 km environ. Grâce aux techniques de relevés topographiques, la distance entre les miroirs fut déterminée à 0,3 cm près ! La lumière réfléchie sur le miroir situé au loin ne pouvait pénétrer dans le télescope que si une face du miroir avait l'orientation adéquate. Plusieurs centaines de mesures aboutirent à une valeur de $2{,}99796 \times 10^8$ m/s. En ce qui nous concerne, nous nous contenterons de la valeur approchée $c = 3 \times 10^8$ m/s.



▲ Figure 4.73

Dans l'expérience de A. Michelson, la lumière était réfléchie sur un miroir à huit faces animé d'un mouvement de rotation rapide avant d'être réfléchie sur un miroir éloigné. La lumière émise par la source S ne pouvait pénétrer dans le télescope T que si une face du miroir avait l'orientation adéquate.

RÉSUMÉ

L'onde électromagnétique est l'un des modèles utilisés pour représenter la lumière : il permet d'expliquer tous les phénomènes qui touchent la propagation de la lumière, notamment la propagation dans le vide. La lumière visible ne constitue qu'une petite partie du spectre électromagnétique, qui comprend, par ordre croissant de longueur d'onde, les rayons gamma, les rayons X, le rayonnement ultraviolet, la lumière visible, le rayonnement infrarouge, les micro-ondes et les ondes radio. Les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide à la vitesse

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = c \qquad (4.1)$$

Ce faisant, elles véhiculent avec elles de l'énergie. Leur intensité moyenne est

$$I_{\text{moy}} = \frac{1}{2c\mu_0} E_0^2 = \frac{c}{2\mu_0} B_0^2 \qquad (4.3)$$

Dans un milieu de propagation transparent, leur vitesse v est réduite d'un facteur n appelé *indice de réfraction* :

$$n = \frac{c}{v} \qquad (4.2b)$$

Par conséquent, la longueur d'onde λ_n de la lumière dans un milieu d'indice de réfraction n est donnée par

$$\lambda_n = \frac{\lambda_0}{n} \qquad (4.5)$$

où λ_0 est la longueur d'onde de la lumière dans le vide.

Selon le principe de Huygens, chaque point d'un front d'onde agit comme une source de petites ondes secondaires appelées *ondelettes de Huygens*. Ces

dernières interfèrent entre elles et leur superposition détermine le comportement ultérieur de l'onde.

Le principe de Huygens permet de prédire la loi de la réflexion, selon laquelle l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion, soit

$$\theta_1 = \theta_1' \tag{4.6}$$

Il permet aussi de prédire la loi générale de la réfraction :

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \tag{4.7a}$$

Quand l'onde est une onde lumineuse, la réflexion et la réfraction se produisent au passage d'un milieu d'indice de réfraction n_1 à un milieu d'indice de réfraction n_2. La loi de la réflexion est inchangée, mais la loi de la réfraction peut être reformulée sous la forme de la loi de Snell-Descartes,

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \tag{4.7b}$$

les angles étant mesurés par rapport à la normale à la surface séparant les deux milieux.

Quand la lumière se propage en ligne droite, on peut la représenter à l'aide du *modèle du rayon lumineux*, une approche simple où la diffraction est négligée et où les équations 4.6 et 4.7*b* sont considérées comme des postulats.

En passant d'un milieu plus réfringent d'indice n_i à un milieu moins réfringent d'indice n_a, les rayons lumineux s'éloignent de la normale. Lorsque l'angle d'incidence est égal à l'angle critique, défini par

$$n_i \sin \theta_c = n_a \tag{4.8}$$

l'angle de réfraction vaut 90°. Pour des valeurs supérieures de l'angle d'incidence, les rayons lumineux sont complètement réfléchis dans le premier milieu. C'est ce que l'on appelle la *réflexion totale interne*.

On peut produire des images par réflexion ou par réfraction. Si les rayons incidents sur une interface (ou leurs prolongements) se croisent en un unique point objet, les rayons émergents ou leurs prolongements se croisent en un unique point image. Quand plusieurs interfaces se succèdent, le point image de l'une forme le point objet de la suivante.

Du point de vue d'une interface, un point objet et le point image correspondant peuvent tous deux être réels ou virtuels. Quand les rayons émergents convergent vers le point image, ce dernier est une image réelle. S'ils divergent, ils semblent provenir du point image, qui est une image virtuelle. Quand ils proviennent d'un objet réel, les rayons incidents divergent en atteignant l'interface. S'ils convergent en atteignant l'interface, leurs prolongements se rejoignent en un point objet virtuel. Les objets et les images réels, pour lesquels les rayons lumineux peuvent se croiser réellement, se distinguent des objets et des images virtuels, situés là où seuls les prolongements des rayons lumineux peuvent se croiser.

Dans l'approximation paraxiale, la position de l'image que produit un miroir à partir d'un objet peut être prédite à l'aide d'un tracé des rayons principaux. Cette prédiction peut être vérifiée par un calcul puisque, dans l'approximation paraxiale, la distance objet p et la distance image q sont liées à la distance focale f d'un miroir sphérique par la formule des miroirs :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \tag{4.11}$$

D'après la convention de signes pour les distances objet p et les distances image q, les grandeurs réelles sont positives et les grandeurs virtuelles sont négatives. La distance focale est égale à la moitié du rayon de courbure du miroir :

$$f = \frac{R}{2} \tag{4.10}$$

Par convention de signes, la distance focale f et le rayon R sont positifs dans le cas d'un miroir concave et négatifs dans le cas d'un miroir convexe.

Le grandissement transversal d'une image est donné par

$$m = \frac{y_I}{y_O} = -\frac{q}{p} \tag{4.12}$$

où y_I et y_O sont respectivement la hauteur de l'image et la hauteur de l'objet. Les équations précédentes conviennent aussi au cas d'un miroir plan, pour lequel le rayon de courbure et la distance focale sont infinis.

TERMES IMPORTANTS

aberration de sphéricité (p. 167)
antenne (p. 130)
approximation paraxiale (p. 168)
axe optique (p. 163)
concave (adj.) (p. 167)
convexe (adj.) (p. 167)
dispersion (p. 152)
distance focale (p. 168)
distance image (p. 163)
distance objet (p. 163)
fibre optique (p. 151)
formule des miroirs (p. 173)
foyer (p. 168)
foyer réel (p. 168)
foyer virtuel (p. 168)
grandissement transversal (p. 173)
image étendue (p. 164)
image réelle (p. 161)
image virtuelle (p. 161)
indice de réfraction (p. 128)
loi de la réflexion (p. 142)
loi de Snell-Descartes (p. 147)
loi du retour inverse de la lumière (p. 143)
milieu dispersif (p. 152)
modèle du rayon lumineux (p. 143)
objet étendu (p. 164)
objet réel (p. 162)
objet virtuel (p. 162)
onde électromagnétique (p. 127)
onde secondaire (ondelette de Huygens) (p. 139)
optique géométrique (p. 143)
point image (p. 160)
point objet (p. 160)
principe de Huygens (p. 139)
rayon (p. 143)
rayons principaux (p. 170)
réflexion diffuse (p. 144)
réflexion spéculaire (p. 144)
réflexion totale interne (p. 150)
réfraction (p. 141)
spectre électromagnétique (p. 133)

RÉVISION

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

R1. Quelle expression peut-on élaborer à l'aide de grandeurs électriques et magnétiques pour montrer qu'il existe un lien entre ces derniers domaines et la lumière ?

R2. Quel est le nom du physicien qui est associé à la synthèse de l'électromagnétisme et de l'optique ?

R3. Quel lien peut-on faire entre l'indice de réfraction et une propriété électromagnétique du milieu de propagation de la lumière ?

R4. En quoi l'intensité véhiculée par une onde électromagnétique présente-t-elle un point commun avec l'intensité d'ondes mécaniques ?

R5. Vrai ou faux ? L'indice de réfraction est toujours plus grand ou égal à 1.

R6. Énumérez, par ordre croissant de longueur d'onde, les différents domaines du spectre électromagnétique.

R7. Selon quelle approximation est-il raisonnable d'utiliser les résultats de l'optique géométrique ?

R8. Expliquez à l'aide d'un dessin le principe du réflecteur qui a été placé sur la Lune afin de mesurer la distance de celle-ci à la Terre. Pourquoi n'a-t-on pas utilisé tout simplement un seul miroir plan ?

R9. Dessinez un rayon lumineux quelconque passant de l'air à l'eau. Représentez également les fronts d'onde associés au rayon avant et après sa traversée de l'interface air-eau.

R10. Expliquez le phénomène des mirages.

R11. Quelle est la valeur de l'angle critique de réflexion totale interne lorsqu'un rayon de lumière passe : (a) de l'air à l'eau ; (b) de l'eau à l'air ?

R12. Décrivez quelques applications, dont une application biomédicale, du phénomène de la réflexion totale interne.

R13. Dans un prisme en verre, quelle est la couleur du spectre qui est la plus déviée ?

R14. Quelle convention de signes s'applique pour la distance focale f, la distance objet p et la distance image q ?

R15. Quel exploit réalisé à l'aide de miroirs attribue-t-on à Archimède ?

R16. Caractérisez la position et l'orientation de l'image d'un objet dans un miroir plan.

R17. Pourquoi, lorsqu'on se regarde dans un miroir, la gauche et la droite sont-elles inversées, mais pas le haut et le bas ?

R18. Énoncez les règles du tracé des rayons principaux dans le cas des miroirs sphériques.

R19. Comment peut-on vérifier à l'aide d'un écran si une image est réelle ou virtuelle ?

R20. Donnez la valeur de m dans le cas où, par rapport à l'objet, l'image est : (a) à l'endroit et deux fois plus petite ; (b) inversée et deux fois plus grande.

QUESTIONS

Q1. Un plat vide devient chaud dans un four ordinaire, mais pas forcément dans un four à micro-ondes. Pourquoi ?

Q2. Comment peut-on utiliser une antenne circulaire pour localiser la source d'un émetteur radio clandestin ?

Q3. Un four à micro-ondes contient du rayonnement de fréquence 2450 MHz. Quelle est sa longueur d'onde ?

Q4. Les lignes de transport de l'énergie électrique c.a. émettent-elles des ondes électromagnétiques ?

Q5. Le champ magnétique d'une onde électromagnétique est donné par

$$B = (2 \times 10^{-6}) \cos[\pi(0{,}04x + 10^7 t)]$$

où x est en mètres, t, en secondes et B, en teslas. S'agit-il d'une onde dans le vide ?

Q6. Est-il possible de produire une onde électromagnétique stationnaire ? Si oui, comment ?

Q7. Quel type de miroir (concave ou convexe) utilise-t-on pour se maquiller ? Où est situé le visage par rapport au foyer ?

Q8. Vrai ou faux ? (a) Un miroir concave produit toujours une image réelle. (b) Un miroir convexe produit toujours une image virtuelle.

Q9. Dessinez un grand miroir à surface sphérique. En traçant soigneusement les rayons incidents parallèles à l'axe optique, montrez que les rayons réfléchis près de l'axe et les rayons réfléchis loin de l'axe ne convergent pas en un même point.

Q10. On remplit d'eau un bol hémisphérique décoré de motifs. Le motif au fond du bol apparaît-il alors plus grand ou plus petit que lorsque le bol est vide ? Justifiez votre réponse.

Q11. Une plaque de verre plane donne-t-elle lieu au phénomène de dispersion ?

Q12. Pourquoi la présence de poussières sur une fibre optique entraîne-t-elle une perte de lumière ?

Q13. Dans les centres d'amusement, des miroirs nous renvoient une image très grossie ou très amincie de nous-mêmes. Pourquoi ?

Q14. Supposons qu'on s'approche d'un miroir concave en gardant l'œil le long de l'axe optique. Que voit-on lorsque : (a) $2f > p > f$; (b) $p < f$?

Q15. Pourquoi utilise-t-on des miroirs convexes pour les rétroviseurs de camions et dans les systèmes de sécurité des magasins ? Quel est leur avantage sur les miroirs plans ?

Q16. Peut-on utiliser deux miroirs plans pour voir l'arrière de sa tête ? Si oui, dessinez un tracé des rayons principaux. (Les miroirs peuvent-ils être parallèles ?)

Q17. Plus que toute autre pierre précieuse, un diamant brille de mille « feux » (couleurs vives). Cela peut-il s'expliquer par l'indice de réfraction élevé du diamant ? Sinon, comment ?

Q18. Lorsque la lumière passe d'un milieu à un autre, sa longueur d'onde varie. La couleur varie-t-elle aussi ? Justifiez votre réponse.

Q19. Les rayons lumineux se propagent-ils toujours en ligne droite ?

Q20. La variation de densité de l'air avec l'altitude a-t-elle un effet sur la propagation d'une onde sonore ? Si oui, comment l'expliquer ?

Q21. Lorsqu'un large faisceau de lumière traverse une surface de séparation selon un certain angle, l'intensité de l'onde varie. Montrez à l'aide d'un schéma comment cela se produit.

Q22. Pourquoi les fronts d'onde des vagues océaniques ont-ils tendance à s'approcher des plages parallèlement à la côte ?

Q23. Écrivez le mot AMBULANCE de sorte qu'il apparaisse écrit à l'endroit dans le rétroviseur d'une automobile. Vérifiez votre réponse.

Q24. Si cela est possible, à quelle condition l'image donnée par un miroir concave est-elle : (a) réelle ; (b) virtuelle ; (c) droite ; (d) inversée ; (e) agrandie ; (f) réduite ?

Q25. Reprenez la question Q24 pour un miroir convexe.

Q26. Que devient la distance focale d'un miroir sphérique lorsqu'on le plonge dans l'eau ?

Q27. Vrai ou faux ? Lorsqu'un objet est à une distance inférieure à la distance focale d'un miroir sphérique, l'image est toujours : (a) virtuelle ; (b) droite ; (c) agrandie.

Q28. Pourquoi un bâton apparaît-il plié lorsqu'il est partiellement plongé dans l'eau ? Justifiez votre réponse par le tracé de rayons.

Q29. La voiture figurant à la figure 4.74 est placée entre deux miroirs. Comment ces miroirs doivent-ils être orientés pour produire l'effet observé ?

▲ **Figure 4.74**
Question 29.

Q30. Considérez la structure en couches de la figure 4.29*b* (p. 149). Une fois qu'elle est devenue horizontale, pourquoi la trajectoire d'un rayon commence-t-elle à s'incurver vers le haut ? Établissez un lien avec la réflexion totale interne.

EXERCICES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

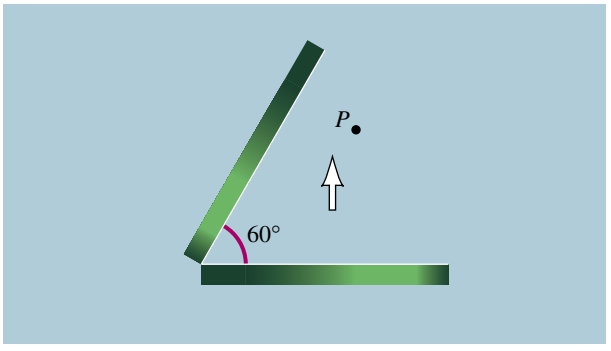
À moins d'avis contraire, les prismes et autres corps transparents dont il est question dans les exercices et les problèmes qui suivent sont toujours entourés d'air.

4.4 et 4.6 Réflexion, réfraction

E1. (I) Montrez que, lorsqu'un miroir plan tourne de θ, l'orientation du rayon réfléchi est modifiée de 2θ.

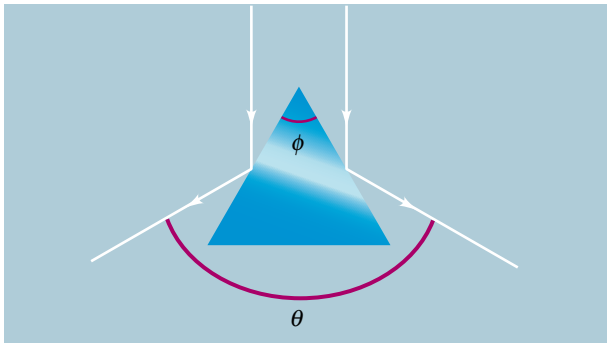
E2. (I) Deux miroirs plans forment un angle de 90° (figure 4.22*a*, p. 146). Montrez qu'un rayon quelconque mais parallèle au plan de la figure donne, après deux réflexions, un rayon parallèle et de sens opposé au rayon incident.

E3. (II) Deux miroirs plans forment un angle de 60° (figure 4.75). Un rayon lumineux issu de la pointe de la flèche doit atteindre le point P en se réfléchissant sur l'un ou l'autre des deux miroirs ou sur les deux successivement. Tracez les cinq chemins possibles (voir l'exemple 4.13).



▲ **Figure 4.75**
Exercices 3 et 60.

E4. MonLab (I) Deux rayons parallèles frappent le coin d'un prisme (figure 4.76). Montrez que l'angle θ entre les deux rayons réfléchis est égal au double de l'angle au sommet du prisme, ϕ.



▲ **Figure 4.76**
Exercice 4.

E5. (II) Soit trois miroirs perpendiculaires deux à deux. Montrez qu'après trois réflexions un rayon quelconque est réfléchi sur lui-même. (*Indice* : Exprimez l'orientation du rayon en vous servant des vecteurs unitaires $\vec{\mathbf{i}}$, $\vec{\mathbf{j}}$ et $\vec{\mathbf{k}}$.)

E6. (I) Un rayon lumineux dont la longueur d'onde est de 450 nm dans l'eau (n = 1,33) a une longueur d'onde de 400 nm dans un autre milieu. (a) Quel est l'indice de réfraction du milieu ? (b) Quel est le module de la vitesse de la lumière dans le milieu ?

E7. (I) Un rayon lumineux dans l'air tombant sur un matériau d'indice de réfraction 1,4 est réfracté selon un angle de 32°. Quel est l'angle entre le faisceau réfléchi et le faisceau réfracté ?

E8. MonLab (II) Des rayons lumineux se propageant dans l'air (n = 1) tombent sur une surface plane dont l'indice de réfraction est n = 1,52. Pour quel angle d'incidence les rayons réfractés et réfléchis sont-ils perpendiculaires ?

E9. (II) Un plongeur situé à 3 m sous la surface de l'eau (n = 1,33) dirige un faisceau lumineux selon un angle de 30° avec la perpendiculaire à la surface entre l'air et l'eau. Dans une barque se trouve une autre personne dont les yeux sont à 1 m au-dessus de la surface. À quelle distance horizontale du plongeur cette personne doit-elle se trouver pour voir la lumière du faisceau ?

E10. (II) Vers l'an 150 de notre ère, Claudius Ptolémée publia une table des angles d'incidence et de réfraction pour la surface air-eau.

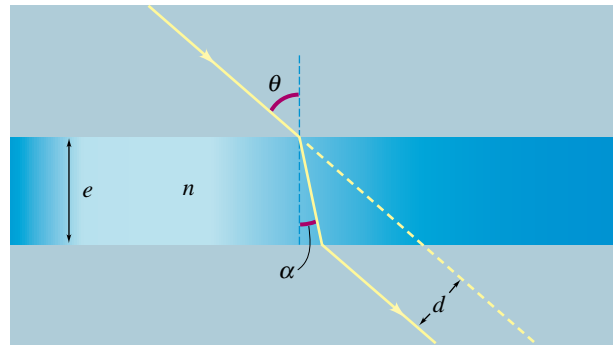
i:	10	20	30	40	50	60	70	80
r:	8,0	15,5	22,5	29,0	35,0	40,5	45,5	50,0

Ptolémée suggéra que i/r est constant, ce qui n'est évidemment pas le cas. Tracez sin i en fonction de sin r pour obtenir une estimation de l'indice de réfraction.

E11. (II) Un faisceau de lumière tombe sur une plaque de verre plane d'épaisseur e selon un angle d'incidence θ (figure 4.77). Montrez que le déplacement latéral d que subit le faisceau en traversant la plaque de verre est donné par

$$d = \frac{e \sin(\theta - \alpha)}{\cos \alpha}$$

où α est l'angle de réfraction.



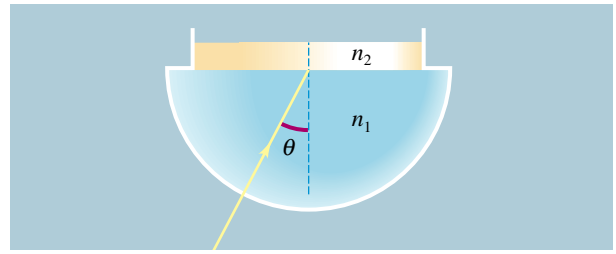
▲ **Figure 4.77**
Exercice 11.

4.7 Réflexion totale interne

E12. (I) Un rayon se propageant dans un milieu transparent subit une réflexion totale interne sur la surface de séparation entre ce milieu et l'eau (n = 1,33). L'angle critique est de 68°. Quel est le module de la vitesse de la lumière dans ce milieu ?

E13. MonLab (I) Une source lumineuse ponctuelle est à 2 m sous la surface d'un lac. Calculez le rayon du cercle sur la surface à travers lequel la lumière peut sortir dans l'air.

E14. (II) Un liquide d'indice inconnu n_2 est placé sur un hémisphère d'indice n_1 connu (figure 4.78). Un rayon lumineux pénètre dans l'hémisphère suivant une direction radiale. (a) Comment peut-on déterminer n_2 avec ce montage en mesurant seulement l'angle θ ? Existe-t-il des limites pour les valeurs de n_2 ? (b) Trouvez la relation entre θ et n_2.



▲ **Figure 4.78**
Exercice 14.

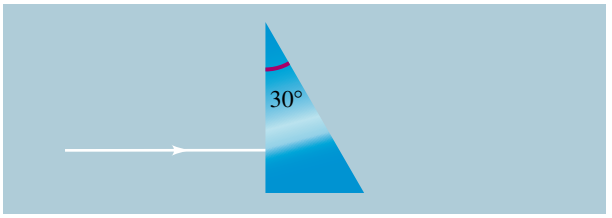
E15. MonLab (II) Un rayon lumineux se propageant dans le vide pénètre dans une longue fibre d'indice de réfraction 1,5 (figure 4.79). Montrez que, pour toute valeur non nulle de l'angle d'incidence dans l'air, le rayon subit une réflexion totale interne sur les parois intérieures de la fibre.

▲ **Figure 4.79**

Exercice 15.

4.8 Prisme et dispersion

E16. (I) Un rayon lumineux incident est normal à une face d'un prisme rectangulaire dont l'angle au sommet est de 30° et dont l'indice de réfraction est de 1,5 (figure 4.80). Selon quelle orientation la lumière sort-elle de la face inférieure du prisme ? (On suppose que le rayon frappant la face inférieure n'a subi qu'une seule réflexion.)



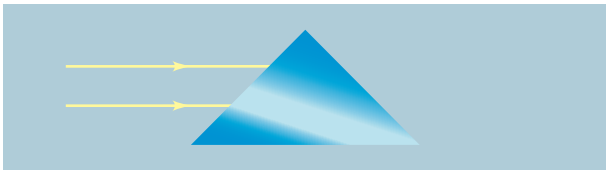
▲ **Figure 4.80**

Exercice 16.

E17. (I) L'angle de déviation minimal pour un prisme dont l'angle au sommet est de 60° est de 41°. Quel est le module de la vitesse de la lumière dans le prisme ?

E18. MonLab (II) Un prisme (n = 1,6) a un angle au sommet de 60°. Trouvez l'angle de déviation minimal lorsqu'on le plonge dans l'eau (n = 1,33).

E19. (I) Soit deux rayons tombant sur un prisme isocèle (figure 4.81). En supposant que les deux rayons réfractés subissent une réflexion totale interne sur la face de droite, tracez les rayons émergeant de l'autre face. À quoi peut servir ce montage ?

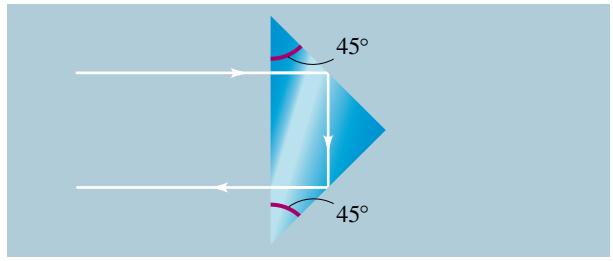


▲ **Figure 4.81**

Exercice 19.

E20. (I) Le *pouvoir dispersif* d'un milieu est défini par $(n_B - n_R)/(n_J - 1)$, n_B, n_R et n_J étant respectivement les indices de réfraction pour les lumières bleue, rouge et jaune. Calculez cette grandeur sachant que n_R = 1,611, n_J = 1,620 et n_B = 1,633 dans un milieu donné.

E21. (I) (a) Quel est l'indice de réfraction minimal que doit avoir un prisme de 45° comme celui de la figure 4.82 pour produire une réflexion totale interne et se comporter comme un cataphote (voir la figure 4.22, p. 146) ? (b) Quelle serait la valeur minimale si le prisme était plongé dans l'eau ?



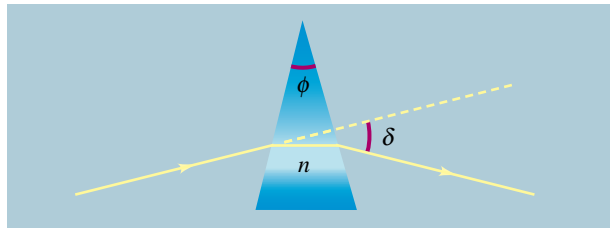
▲ **Figure 4.82**

Exercice 21.

E22. (I) Un prisme équilatéral a un indice de réfraction de 1,6. Pour quel angle d'incidence un rayon subit-il une déviation minimale ?

E23. (II) Un rayon tombe selon un angle de 45° avec la normale au milieu d'une face d'un prisme de 60° ayant un indice de réfraction de 1,5. Tracez le trajet du rayon et déterminez l'angle de déviation entre le prolongement du rayon incident et le rayon sortant de l'autre face.

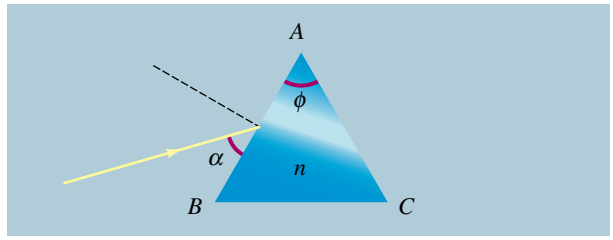
E24. (II) Montrez que, pour un prisme mince (figure 4.83), l'angle de déviation est $\delta = (n - 1)\phi$. (Utilisez $\sin\theta \approx \theta$.)



▲ **Figure 4.83**

Exercice 24.

E25. MonLab (II) Un rayon tombe sur un prisme dont l'indice de réfraction est n (figure 4.84). Montrez que la valeur maximale de α (l'angle du rayon incident mesuré par rapport à la surface du prisme) pour laquelle on observe un rayon sortant le long de la face AC est donnée par $\cos\alpha = n\sin(\phi - \theta_c)$, θ_c étant l'angle critique pour la réflexion totale interne.



▲ **Figure 4.84**

Exercice 25.

4.9 à 4.11 Miroirs plans et sphériques

E26. (I) Un miroir concave a un rayon de courbure de 40 cm. Déterminez la position de l'image et le grandissement transversal pour les positions suivantes de l'objet : (a) 15 cm ; (b) 60 cm ; (c) −15 cm ; (d) −60 cm. Faites un tracé des rayons principaux dans chaque cas.

E27. (I) Un miroir convexe a un rayon de courbure de 40 cm. Déterminez la position de l'image et le grandissement transversal pour les positions suivantes de l'objet : (a) 15 cm ; (b) 40 cm ; (c) −15 cm ; (d) −40 cm. Faites un tracé des rayons principaux dans chaque cas.

E28. MonLab (I) Un objet réel de 2 cm de hauteur est à 40 cm d'un miroir sphérique. L'image virtuelle droite a une hauteur de 3,6 cm. (a) De quel type de miroir s'agit-il ? (b) Trouvez la position de l'image. (c) Quelle est la distance focale du miroir ?

E29. (I) Un objet réel se trouve à 60 cm d'un miroir concave. La dimension de l'image réelle correspond à 40 % de la dimension de l'objet. Quel est le rayon de courbure du miroir ?

E30. (I) L'image donnée par un miroir concave dont la distance focale est de 30 cm est agrandie 2,5 fois. Où se trouve l'objet, sachant que l'image est : (a) droite ; (b) inversée ? Tracez les rayons principaux dans chaque cas : (c) Dans les deux cas, pourrait-il s'agir d'un objet virtuel ? Pourquoi ?

E31. (I) Un miroir convexe pour lequel $f = -30$ cm donne une image avec un grandissement transversal de 0,4. Où se trouve l'objet réel ?

E32. (I) Un objet réel situé à 22 cm d'un miroir concave donne une image réelle avec un grandissement transversal de −3,2. Quelle est la distance focale ? Tracez les rayons principaux.

E33. (I) Un miroir convexe ayant un rayon de courbure de 16 cm donne une image dont la dimension est le tiers de la dimension de l'objet réel. Trouvez la position : (a) de l'objet ; (b) de l'image.

E34. (I) L'image d'un objet réel placé à 3,2 cm d'un miroir convexe a un grandissement transversal de +0,4. Déterminez : (a) la position de l'image ; (b) la distance focale.

E35. (II) Un miroir concave donne une image agrandie de 40 % lorsqu'un objet réel est à 20 cm du miroir. Déterminez les distances focales possibles du miroir.

E36. MonLab (II) Un objet réel est à 60 cm d'un miroir concave. Trouvez le rayon de courbure du miroir, sachant que : (a) l'image est réelle et réduite de 40 % ; (b) l'image est réelle et agrandie de 25 % ; (c) l'image est virtuelle et agrandie de 80 %.

E37. (II) Un objet sphérique de rayon r se trouve à une très grande distance d d'un miroir concave dont la distance focale est f. (a) Montrez que le diamètre de l'image est pratiquement égal à $2rf/d$ (voir la figure 4.68, p. 172 ; où se trouve l'image ?) (b) Le miroir concave du télescope à miroirs du mont Palomar a une distance focale de 16,8 m. Quel est le diamètre de l'image de la Lune ? On donne $r = 1{,}74 \times 10^6$ m.

4.12 Vitesse de la lumière

E38. (I) Combien de temps faut-il à la lumière pour arriver jusqu'à nous à partir : (a) de la Lune ; (b) du Soleil ? (Référez-vous au tableau des données d'usage fréquent au début du livre.)

E39. (I) Une année-lumière est la distance parcourue par la lumière en une année. (a) À combien de mètres correspond une année-lumière ? (b) Exprimez en années-lumière la distance entre la Terre et le Soleil.

E40. (I) Römer a découvert que l'intervalle de temps entre des éclipses successives d'un satellite de Jupiter variait de 22 min au maximum sur une période de six mois. Sachant que le rayon de l'orbite de la Terre est égal à $1{,}5 \times 10^8$ km, quelle valeur aurait-il obtenue pour le module de la vitesse de la lumière ?

E41. (I) Dans l'expérience de Michelson, la distance entre les miroirs était de 35 km. Quelle devait être la vitesse angulaire minimale exprimée en tours par seconde du miroir à huit faces pour que la lumière pénètre dans le télescope ?

E42. (II) Dans l'expérience de Fizeau, la lumière parcourait 4 km dans chaque sens. Si la roue avait 360 dents, quelle était sa vitesse angulaire minimale exprimée en tours par seconde ?

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

À moins d'avis contraire, les prismes et autres corps transparents dont il est question dans les exercices et les problèmes qui suivent sont toujours entourés d'air.

4.1 Modèle électromagnétique

E43. (I) (a) Montrez que l'expression $1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ s'exprime en mètres par seconde (m/s). (b) Montrez que les expressions $E_0^2/c\mu_0$ et cB_0^2/μ_0 s'expriment en watts par mètre carré (W/m^2).

E44. (I) Le champ magnétique d'une onde électromagnétique plane est donné par

$$\vec{\mathbf{B}} = (2{,}0 \times 10^{-7}) \sin(5{,}0 \times 10^{2}x + 1{,}5 \times 10^{11}t)\vec{\mathbf{j}}$$

où x est en mètres, t, en secondes et B, en teslas.

(a) Quelles sont la longueur d'onde et la fréquence de l'onde ? (b) Écrivez l'expression donnant le vecteur champ électrique (voir la figure 4.4, p. 128).

E45. (I) Les composantes du champ électrique d'une onde électromagnétique plane sont données par $E_z = E_0 \sin(ky + \omega t)$, $E_x = E_y = 0$. Donnez l'expression de $\vec{\mathbf{B}}$ (voir la figure 4.4, p. 128).

E46. (I) Le champ électrique d'une onde plane est donné par

$$\vec{\mathbf{E}} = 50 \sin[\pi(0{,}8x - 2{,}4 \times 10^{8}t)]\vec{\mathbf{j}}$$

où x est en mètres, t, en secondes et E, en volts par mètre (V/m). Déterminez l'intensité moyenne de l'onde.

E47. (I) Calculée sur toutes les longueurs d'onde, l'intensité moyenne du rayonnement solaire à la surface de la Terre vaut 1 kW/m^2. Estimez la valeur de l'énergie solaire incidente parvenant en 1 h à la surface de la Terre.

E48. (II) Une balise de détresse, que l'on peut assimiler à une source ponctuelle, émet une longueur d'onde unique de puissance moyenne égale à 25 W. Trouvez les amplitudes du champ électrique et du champ magnétique produits par la balise aux points suivants : (a) un avion de recherche situé à une distance de 25 km ; (b) un satellite géostationnaire à une altitude de 34 000 km.

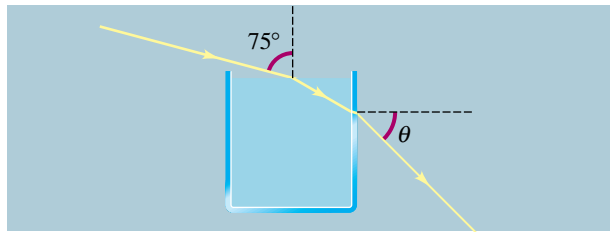
E49. (I) À une distance de 6 m d'une source ponctuelle émettant à une longueur d'onde unique, l'amplitude du champ électrique vaut 10 V/m. Trouvez : (a) l'amplitude du champ magnétique ; (b) la puissance moyenne produite par la source.

4.4, 4.6 et 4.7 Réflexion, réfraction, réflexion totale interne

E50. (I) Une pellicule d'eau (n = 1,33) repose sur une plaque de verre (n = 1,5). Un rayon frappe la pellicule avec un angle d'incidence de 30°. Quel est l'angle entre le prolongement du rayon incident et le rayon voyageant dans le verre ? (On suppose que les deux surfaces de séparation sont parallèles.)

E51. (I) On étend une couche de gel transparent sur une plaque de verre (n = 1,5). Lorsqu'un rayon incident traverse le gel et frappe la surface de verre avec un angle d'incidence de 45°, il est réfracté dans le verre avec un angle de 38°. Quel est le module de la vitesse de la lumière dans le gel ? (On suppose que les deux surfaces de séparation sont parallèles.)

E52. (II) Un vase en verre (n = 1,5) de forme cylindrique est rempli d'eau (n = 1,33). Un rayon lumineux ayant un angle d'incidence de 75° par rapport à la verticale frappe l'eau sur le dessus et ressort sur le côté du vase (figure 4.85). Quel angle θ fait le rayon sortant du vase avec l'horizontale ?



▲ **Figure 4.85**
Exercice 52.

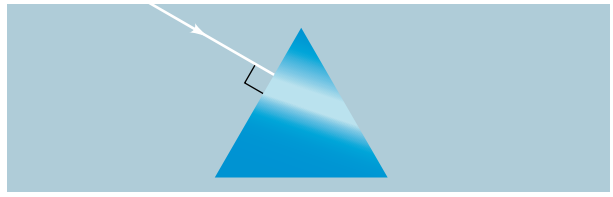
E53. (I) L'onde sonore émise par un avion atteint la surface de l'océan avec un angle d'incidence de 10° et elle est partiellement réfléchie et partiellement transmise dans l'eau. La vitesse du son étant de 340 m/s dans l'air et de 1450 m/s dans l'eau, quel est l'angle entre les directions de propagation du son réfléchi et du son transmis ?

E54. (II) Une tumeur se trouve à 2 cm sous la surface d'un organe, laquelle est séparée de la peau par 3 cm de tissu adipeux. Pour localiser la tumeur, on émet un mince faisceau d'ultrasons qui est réfléchi par la tumeur. Si l'angle d'incidence à la surface de l'organe est de 30° et que le son se propage à une vitesse 12 % plus faible dans l'organe que dans le tissu adipeux, quelle sera la distance, sur la peau, entre le point d'entrée et le point de sortie du faisceau ?

E55. (I) On place une source lumineuse au fond d'un bocal contenant du sérum sanguin et on mesure qu'à l'interface sérum-air, un cône de lumière ayant un angle au sommet de 95,6° parvient à émerger dans l'air. Trouvez l'indice de réfraction du sérum.

4.8 Prisme et dispersion

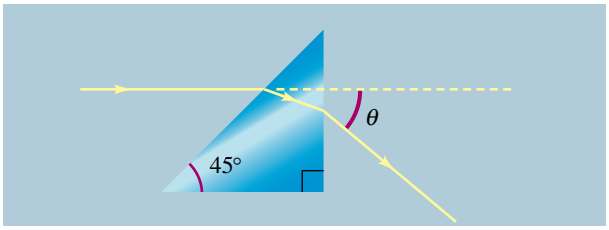
E56. (II) Un rayon incident frappe perpendiculairement une face d'un prisme équilatéral (figure 4.86). Quelle est la valeur minimale de l'indice de réfraction du prisme s'il y a réflexion totale interne sur la deuxième face ?



▲ **Figure 4.86**
Exercice 56.

E57. (II) Un étroit faisceau de lumière formé des longueurs d'onde 700 nm et 400 nm frappe une lame de verre de 2,4 cm d'épaisseur avec un angle d'incidence de 40° par rapport à la normale. L'indice de réfraction de ce verre est de 1,66 pour 400 nm et de 1,61 pour 700 nm. Quelle est la largeur du faisceau à sa sortie de la lame de verre ? (Voir la figure 4.38, p. 153.)

E58. (I) Le prisme de la figure 4.87 a un indice de réfraction de 1,55. Le rayon incident voyage parallèlement à la base du prisme. Quel est l'angle entre le prolongement de ce rayon incident et le rayon qui sort de la face verticale du prisme ?



▲ **Figure 4.87**
Exercice 58.

E59. (I) Un prisme isocèle en verre (n = 1,61) a un angle au sommet de 30°. Quel est l'angle de déviation minimal pour ce prisme ?

4.10 Miroir plan

E60. (II) On place un objet quelque part entre deux miroirs plans formant un angle de 60° (figure 4.75, p. 182). Combien d'images sont formées ? Dessinez les positions et les orientations des images.

E61. (I) Deux miroirs plans verticaux sont parallèles. On place entre ces deux miroirs, en un point quelconque, une flèche perpendiculairement au plan des miroirs. Dessinez les quatre premières images formées par les miroirs.

4.11 Miroirs sphériques

E62. (I) Un miroir concave a une distance focale de 36 cm. Où se trouve l'objet, sachant que son image est droite et agrandie d'un facteur trois ? Précisez s'il s'agit d'un objet réel ou virtuel.

E63. (I) Un miroir convexe a un rayon de courbure de 48 cm. Où se trouve l'objet, sachant que la taille de l'image correspond au tiers de la taille de l'objet et qu'on ignore si l'image est droite ou inversée ? (Il y a deux réponses possibles.)

E64. (I) Un objet réel de 0,5 cm est placé à 18 cm d'un miroir sphérique. L'image de 2 cm est droite. Quelle est la distance focale du miroir ?

E65. (I) Un objet réel placé à 10 cm d'un miroir concave forme une image virtuelle à 14 cm du miroir. Quels seraient la position et le grandissement transversal de l'image si l'objet était placé à 20 cm du miroir ? L'image serait-elle réelle ou virtuelle ?

E66. (I) Un objet réel placé à 27 cm d'un miroir concave produit une image réelle à 15,9 cm du miroir. Quelle est la position de l'image lorsque l'objet est placé à 15 cm de ce miroir ?

E67. (I) La Lune sous-tend un angle de 0,52° lorsqu'on la regarde de la Terre. Quelle est la taille de son image dans un miroir concave de 8 cm de distance focale ?

E68. (I) Un miroir concave a un rayon de courbure de 1,2 m. (a) Où doit se trouver le visage d'une personne s'y regardant pour que l'image de cette personne se forme à 60 cm du miroir ? (b) Quel est le grandissement transversal du visage ?

E69. (II) Un objet et deux miroirs identiques (f = +0,5 m) qui se font face sont situés sur un axe des x. L'objet, de hauteur y_O = 0,5 cm, est à la position x = 0,8 m, le miroir L_1 est à la position x = 0 et le miroir L_2, à la position $x = L$. Les rayons issus de l'objet sont réfléchis successivement par L_1 et L_2, puis perçus par un observateur qui regarde dans L_2. Tous les rayons demeurent paraxiaux et on néglige les réflexions multiples sur un même miroir. Sachant que les yeux de l'observateur demeurent 1 m devant L_2, dites si l'observateur voit une image nette et, s'il y a lieu, sa position et sa hauteur, dans les cas où L vaut : (a) 1 m ; (b) 2 m ; (c) 3 m.

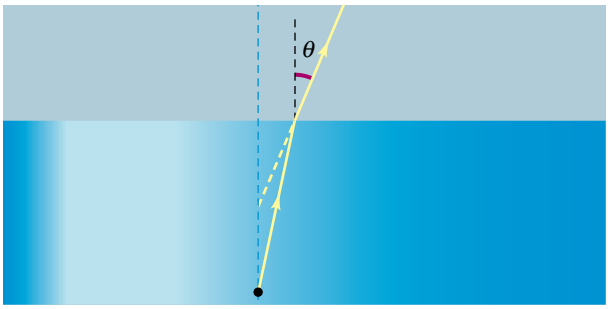
E70. (II) Reprenez l'exercice E69 en remplaçant le second miroir concave par un miroir convexe pour lequel f = −0,75 m.

PROBLÈMES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

À moins d'avis contraire, les prismes et autres corps transparents dont il est question dans les problèmes qui suivent sont toujours entourés d'air.

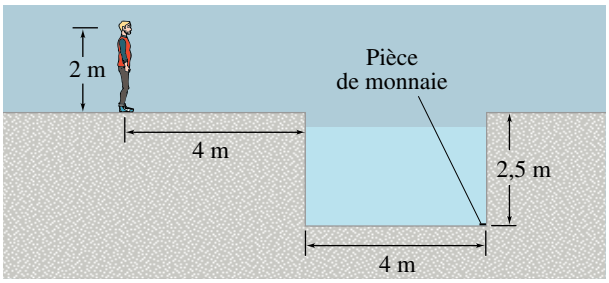
P1. (I) Une source ponctuelle est placée à 10 cm sous la surface d'un étang. À quelle profondeur se trouve l'image si on l'observe dans l'air selon un angle θ = 5° avec la normale ? On suppose que l'image est à l'intersection de la normale à la surface passant par la source et du rayon réfracté prolongé dans l'eau (figure 4.88).



▲ **Figure 4.88**

Problème 1.

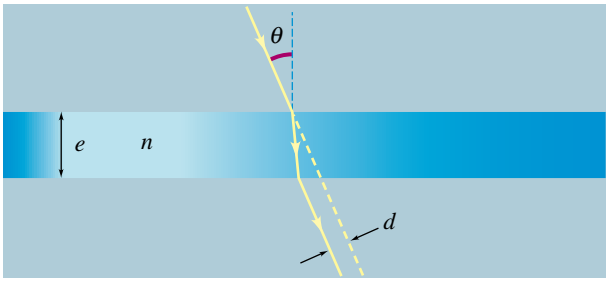
P2. (II) Une personne dont les yeux sont à 2 m du sol se tient debout à 4 m du bord d'une piscine profonde de 2,5 m et large de 4 m. Une pièce de monnaie se trouve au fond de la piscine du côté opposé (figure 4.89). Jusqu'à quelle hauteur la piscine doit-elle être remplie pour que la personne puisse voir la pièce ? Un rayon lumineux issu de la pièce et réfracté à la surface de l'eau doit atteindre l'œil de cet observateur.



▲ **Figure 4.89**

Problème 2.

P3. (II) Montrez que, si un rayon tombe sur une plaque de verre plane d'épaisseur e et d'indice de réfraction n selon un angle d'incidence θ, le déplacement latéral du rayon (figure 4.90) s'exprime approximativement par $d \approx e\theta(n - 1)/n$, où θ est en radians. (*Indice* : Voir l'exercice E11.)



▲ **Figure 4.90**

Problèmes 3 et 7.

P4. (I) Des rayons superposés de lumière rouge et bleue tombent selon un angle de 30° par rapport à la normale sur une plaque de verre plane ayant une épaisseur de 2,4 cm. Les indices de réfraction du verre sont pour ces deux couleurs $n_{\text{rouge}} = 1{,}58$ et $n_{\text{bleu}} = 1{,}62$. (a) Quel est l'angle entre les rayons réfractés dans la plaque ? (b) Quelle est la séparation latérale (distance perpendiculaire) entre les rayons qui sortent de l'autre face ?

P5. (I) Une source ponctuelle est située à 10 cm sous la surface d'un étang ($n = 1{,}33$). Dessinez les rayons d'angles d'incidence θ et $\theta + 2°$ pour $\theta = 0°, 10°, 20°, 30°, 40°$ et 45°. Calculez les orientations des rayons réfractés et dessinez-les. Prolongez dans l'eau chaque paire de rayons réfractés pour déterminer la position de l'image. (La courbe reliant les points images est appelée *caustique*. Elle est produite lorsque des ondes sphériques rencontrent une surface de séparation plane ou lorsque des ondes planes rencontrent une surface de séparation sphérique.)

P6. (I) Pour un objet qui n'est pas mince, le grandissement *longitudinal* d'un miroir est, par définition, $m_L = dp/dq$, dp et dq étant respectivement des variations infinitésimales des distances objet et image. Montrez que

$$m_L = -\frac{q^2}{p^2}$$

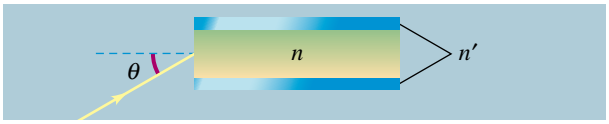
P7. (II) La figure 4.90 représente un rayon lumineux tombant suivant l'angle d'incidence θ sur une plaque de verre d'épaisseur e et d'indice de réfraction n. Montrez que le déplacement latéral d est donné par

$$d = e \sin\theta\left(1 - \frac{\cos\theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}\right)$$

P8. (II) Un cylindre en verre d'indice n est entouré d'une gaine d'indice n'. Le milieu environnant a un indice $n_0 < n$ (figure 4.91). (a) Montrez que l'angle d'incidence maximal θ pour lequel la lumière subit une réflexion totale interne est donné par

$$n_0 \sin\theta = \sqrt{n^2 - n'^2}$$

(b) Que devient cette expression dans le cas de la fibre optique (indice n), non gainée et entourée d'air ($n_0 = 1$) ?



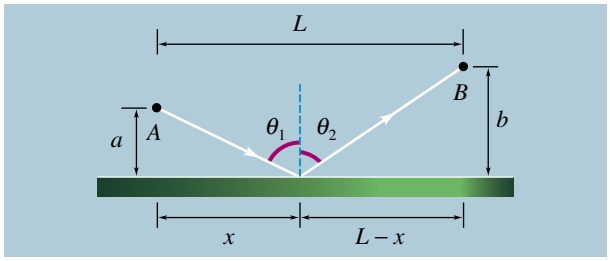
▲ **Figure 4.91**

Problème 8.

P9. (II) À la figure 4.92, le rayon lumineux subit une réflexion sur le miroir entre le point A et le point B. Selon le *principe de Fermat*, le chemin optique d'un rayon lumineux entre deux points correspond au trajet qui prend le minimum de temps. (a) Montrez que le temps mis entre A et B est

$$t = \frac{(x^2 + a^2)^{1/2}}{c} + \frac{[(L - x)^2 + b^2]^{1/2}}{c}$$

(b) En posant $dt/dx = 0$, montrez que l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion.



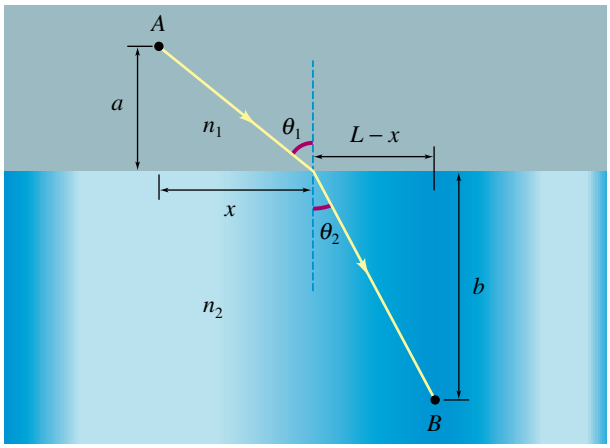
▲ **Figure 4.92**
Problème 9.

P10. (II) À la figure 4.93, un rayon lumineux issu du point A se propage dans un milieu d'indice de réfraction n_1 puis jusqu'au point B dans un milieu d'indice de réfraction n_2. Le rayon frappe la surface de séparation à une distance horizontale x de A. (a) Montrez que le temps mis pour passer du point A au point B est

$$t = \frac{(a^2 + x^2)^{1/2}}{v_1} + \frac{[b^2 + (L - x)^2]^{1/2}}{v_2}$$

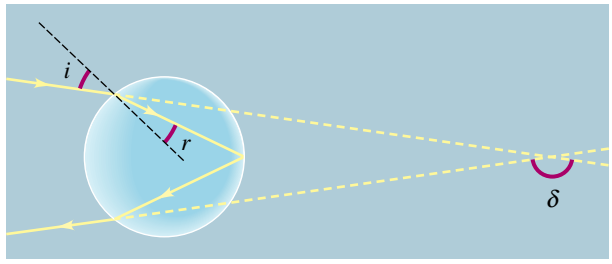
v_1 et v_2 étant les modules de la vitesse de la lumière dans les deux milieux. (b) Utilisez le *principe de Fermat* (énoncé au problème P9) pour trouver la valeur de x pour laquelle t est minimal. En posant $dt/dx = 0$ et en exprimant $\sin\theta_1$ et $\sin\theta_2$ en fonction des données, retrouvez la loi de la réfraction :

$$\frac{\sin\theta_1}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{v_2}$$



▲ **Figure 4.93**
Problème 10.

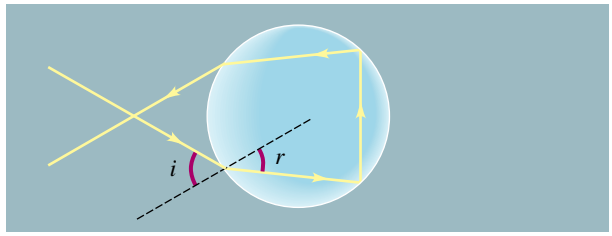
P11. (II) (a) Montrez que, pour l'arc-en-ciel principal, la déviation angulaire est $\delta = 180° + 2i - 4r$, avec $\sin i = n \sin r$ (figure 4.94). (b) Montrez que δ a une valeur minimale de 180° – 42° (voir le sujet connexe de la section 4.8). On suppose que l'indice de réfraction de l'eau est $n = 4/3$.



▲ **Figure 4.94**
Problème 11.

P12. (II) Il y a formation d'un arc-en-ciel secondaire lorsque la lumière incidente subit deux réflexions internes (figure 4.95). (a) Quel est l'angle de déviation δ dans ce cas ? (b) Montrez que la condition de déviation minimale s'écrit

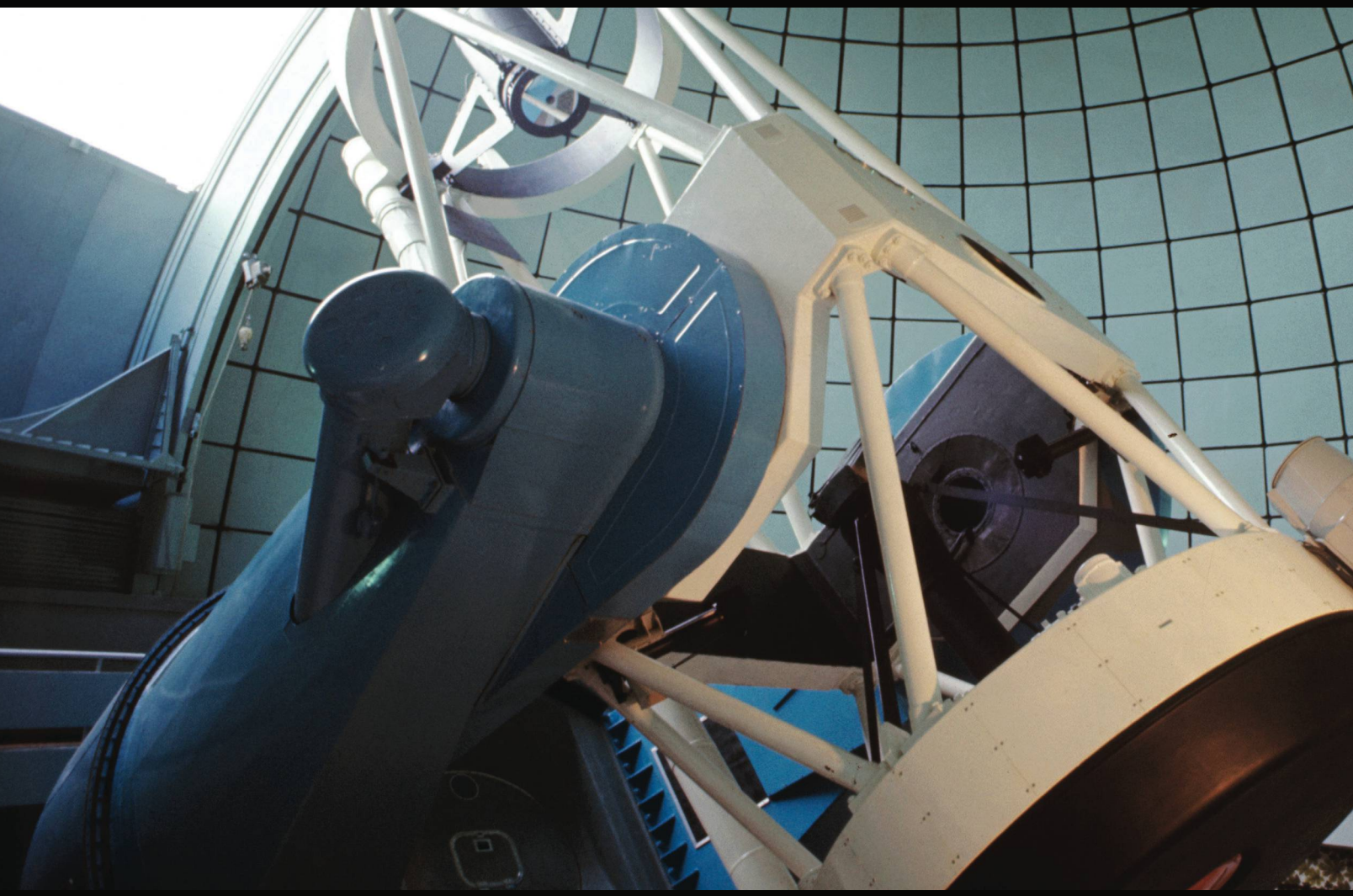
$$\cos^2 i = \frac{n^2 - 1}{8}$$



▲ **Figure 4.95**
Problème 12.

CHAPITRE 5

LES LENTILLES ET LES INSTRUMENTS OPTIQUES



SOMMAIRE

5.1 Les propriétés des lentilles

5.2 Les dioptres sphériques et la formule des opticiens

5.3 Les lentilles minces

5.4 Le grossissement angulaire des instruments optiques

5.5 La loupe

5.6 Le microscope composé

5.7 Le télescope

5.8 L'œil

Le fonctionnement de ce télescope à miroirs est plus simple que ne le suggère sa grande taille. À l'aide d'un grand miroir courbe et d'une petite lentille, il produit un grossissement angulaire, un des concepts que nous découvrirons dans ce chapitre.

À la fin du chapitre précédent, nous avons expliqué comment des réflexions ou des réfractions peuvent former des images, puis nous avons étudié plus en détail le cas des miroirs sphériques. Dans ce chapitre, nous allons faire la même étude dans le cas des images formées par réfraction, en particulier celles formées par des lentilles.

À la section 5.1, nous allons voir à quelles conditions une lentille peut se comporter de façon analogue à un miroir sphérique. Quand ces conditions sont respectées, la lentille focalise la lumière en un *foyer* et, si les rayons sont paraxiaux, elle peut former un point image unique à partir de chaque point objet. À la section 5.3, nous examinerons la formation des images produites par les lentilles qui respectent ces conditions et nous constaterons qu'elle est gouvernée par une équation *identique* à la formule des miroirs.

La production d'images ne se limite pas aux lentilles et aux miroirs individuels. À la section 5.4, nous montrerons qu'un dispositif optique peut servir à produire un grossissement, c'est-à-dire une augmentation de la taille *apparente* d'un objet. Ensuite, les sections 5.5 à 5.7 porteront sur l'analyse des propriétés optiques

d'instruments qui produisent un tel grossissement : la loupe, le microscope et le télescope. Enfin, à la section 5.8, nous traiterons d'une autre application pratique des lentilles : corriger certains défauts optiques de l'œil comme la myopie ou l'hypermétropie.

5.1 LES PROPRIÉTÉS DES LENTILLES

Une **lentille** est un ensemble de deux interfaces conçu pour qu'une onde qui le traverse subisse deux réfractions successives. Une lentille *optique* fait subir deux réfractions à la lumière et doit donc être constituée d'un matériau, habituellement solide, qui est transparent à la longueur d'onde voulue. Pour la lumière visible, ce matériau est typiquement du plastique ou du verre ; dans l'infrarouge, on fabrique des lentilles en polissant des cristaux de chlorure de sodium (NaCl). Les deux surfaces d'une lentille sont en général sphériques ou cylindriques, une des deux faces pouvant aussi être plane. Dans ce chapitre, nous considérons que l'axe de symétrie des deux surfaces coïncide et que cet axe commun constitue l'axe optique le long duquel sont mesurées les distances objet et les distances image, comme on l'a défini à la section 4.9.

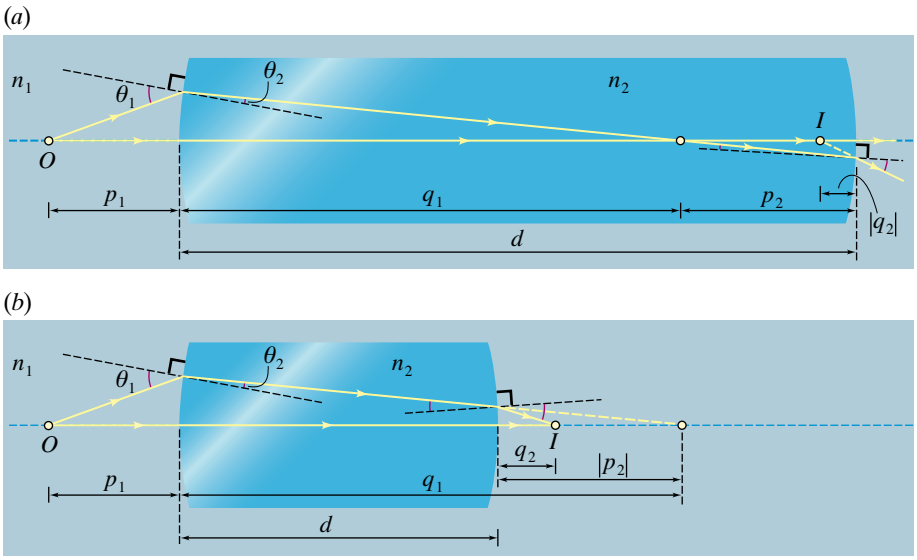
La lentille de Nimrud, la plus ancienne connue, est originaire d'Assyrie (l'Irak d'aujourd'hui). Elle était fabriquée avec du quartz poli il y a quelque 3000 ans et servait probablement de loupe. Plutôt que de polir des lentilles, les Grecs utilisaient des bols sphériques transparents remplis d'eau pour concentrer la lumière solaire. Bien que des lentilles aient déjà pu servir à corriger la vue dès l'Antiquité, c'est en Italie que furent inventées vers 1285 les premières lunettes qui pouvaient être portées.

La figure 5.1 illustre deux épaisses lentilles faites d'un même matériau et dont les surfaces sphériques sont identiques. Ces lentilles ne diffèrent que par leur épaisseur d, qui correspond à la distance entre les interfaces mesurée le long de l'axe optique. Si on place un point objet réel à la même distance devant la première interface de chaque lentille, on peut suivre dans chaque cas le parcours de deux rayons lumineux en appliquant la loi de la réfraction. Le premier rayon suit l'axe optique et n'est pas dévié. Le second rayon atteint la première interface avec un angle d'incidence θ_1 et il est réfracté avec un angle θ_2. Ces angles étant identiques pour les deux lentilles, le point image produit par la première interface se situe au même endroit dans les deux cas. Par contre, en raison de l'épaisseur différente des lentilles, la distance objet p_2 diffère. Cela fait en sorte que la position de l'image finale diffère aussi. De telles **lentilles épaisses** doivent être traitées comme une succession de deux interfaces, ce que nous ferons à la section 5.2. Dans le reste du chapitre, nous nous intéresserons au cas particulier des **lentilles minces**, pour lesquelles l'épaisseur a un effet négligeable sur le trajet des rayons lumineux :

Définition d'une lentille mince

Pour considérer une lentille comme mince, son épaisseur d, mesurée le long de l'axe optique, doit respecter deux conditions :

- être beaucoup plus faible que le rayon de courbure de chacune des faces ;
- être beaucoup plus faible que les distances objet et les distances image.

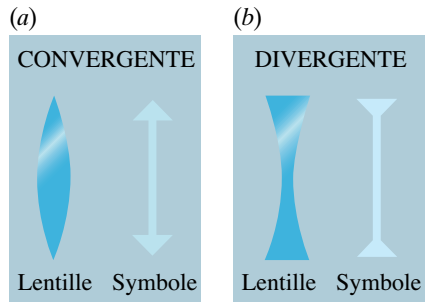


◀ Figure 5.1

À partir d'un même objet situé au même endroit, deux lentilles épaisses produisent des images complètement différentes, même si elles ne diffèrent que par leur épaisseur. Dans le cas illustré, la lentille en (*a*) donne une image virtuelle et celle en (*b*) donne une image réelle.

La première condition ne dépend que de la forme de la lentille et on peut facilement vérifier qu'elle est respectée pour toutes les lentilles de lunettes ou d'instruments optiques communs. En revanche, la seconde condition dépend de l'utilisation qu'on fait de la lentille. Par exemple, si on prend une loupe et qu'on la dépose directement sur la page d'un livre, on ne ferait qu'une analyse assez approximative en la considérant comme une lentille mince, et ce, même si son épaisseur se limite à quelques millimètres ; notre analyse serait juste si on la soulevait légèrement au-dessus de la page. Sauf à la section 5.2, nous considérons dans cet ouvrage que les lentilles sont minces, donc que les deux conditions mentionnées ci-dessus sont respectées.

Un peu comme les miroirs sphériques peuvent être concaves ou convexes, les lentilles minces se classent en deux catégories : les lentilles convergentes et les lentilles divergentes. Dans le cas des miroirs sphériques, cette catégorisation est basée sur la courbure de la surface réfléchissante. Dans le cas des lentilles minces, c'est l'épaisseur de la partie centrale en comparaison de celle des bords qui joue ce rôle. Supposons, comme c'est presque toujours le cas, que la lentille est faite d'un matériau dont l'indice de réfraction est plus élevé que celui du milieu dans lequel la lentille est plongée. Dans une **lentille convergente** (figure 5.2*a*), la partie centrale est alors plus épaisse que les bords. Une telle lentille a tendance à faire converger les rayons qui la traversent : si les rayons incidents sont déjà convergents, les rayons émergents convergent davantage, c'est-à-dire qu'ils vont se rejoindre en un point plus rapproché qu'en l'absence de la lentille ; si les rayons incidents sont divergents, la lentille convergente fait en sorte que les rayons émergents divergent moins ou alors qu'ils convergent.



▲ Figure 5.2

Dans un milieu moins réfringent qu'elle, (*a*) une lentille convergente est plus mince sur les bords, alors que (*b*) une lentille divergente est plus épaisse sur les bords.

Dans une **lentille divergente** (figure 5.2*b*), la partie centrale est plus mince que les bords. Une telle lentille a tendance à faire diverger les rayons qui la traversent : si les rayons incidents divergent déjà, les rayons émergents divergeront davantage ; si les rayons incidents convergent, les rayons émergents convergeront moins ou bien ils divergeront.

La figure 5.2 montre aussi les symboles utilisés pour représenter les lentilles convergentes ou divergentes. Ces symboles évoquent l'endroit où l'épaisseur de la lentille est habituellement la plus grande.

Cette classification ne s'applique pas aux lentilles épaisses. Par exemple, les deux lentilles de la figure 5.1 sont plus épaisses au centre que sur les bords, mais seule la lentille de la figure 5.1*b* a produit des rayons finaux qui convergent

davantage que les rayons issus de l'objet initial. La lentille de la figure 5.1*a*, prise comme un tout, ne pourrait pas être qualifiée de convergente dans le contexte illustré.

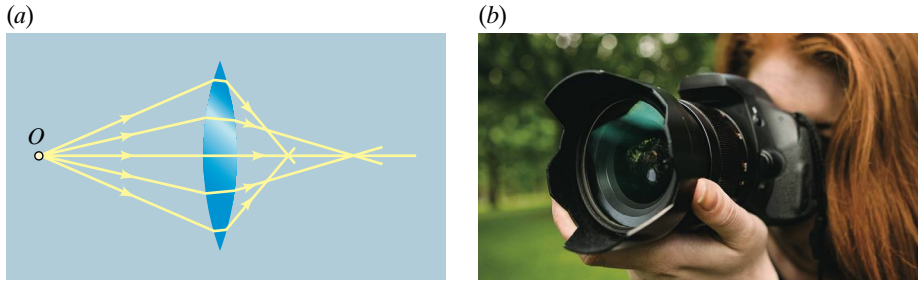
Les aberrations

Aberration de sphéricité

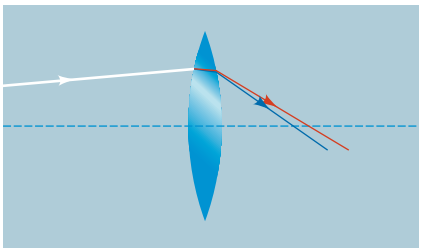
Exactement comme dans le cas des miroirs sphériques, la lumière d'un seul point objet forme en général *plusieurs* points images après avoir traversé une lentille mince. La lentille est donc sujette à une **aberration de sphéricité** (figure 5.3*a*). On peut éviter une telle aberration en utilisant seulement des lentilles de faible diamètre, mais cela n'est pas toujours possible. En photographie par exemple, un minimum d'énergie lumineuse doit atteindre le film ou le capteur numérique de l'appareil photo, ce qui peut se faire plus rapidement si les lentilles ont un gros diamètre (figure 5.3*b*) ; elles manifestent alors une légère aberration de sphéricité.

▶ Figure 5.3

(*a*) À cause de l'*aberration de sphéricité*, les rayons incidents à des distances différentes de l'axe central convergent en des points différents. Cependant, les rayons paraxiaux convergent tous au même endroit. (*b*) Certaines applications nécessitent des lentilles de grand diamètre, ce qui ne permet pas d'éviter toute aberration de sphéricité.



Même quand la lentille produit un seul point image à partir de chaque point objet, la distance image q ne dépend pas que de la distance objet p : elle dépend aussi de la distance entre l'objet et l'axe optique. Ce problème existait dans le cas des miroirs sphériques (voir la figure 4.62*b*, p. 168) et la solution demeure la même pour les lentilles : on peut négliger cette difficulté en ne considérant que des points objets situés *à proximité de l'axe optique*. En pratique, la distance à l'axe optique doit être nettement inférieure à p. On obtient alors des points images situés eux aussi à proximité de l'axe optique. Dans ces conditions, tous les objets situés à la même distance p produisent une image située à la *même* distance q.



▲ Figure 5.4

À cause de la variation de l'indice de réfraction avec la longueur d'onde, les rayons de couleurs différentes convergent en des points différents. Ce problème est appelé *aberration chromatique*.

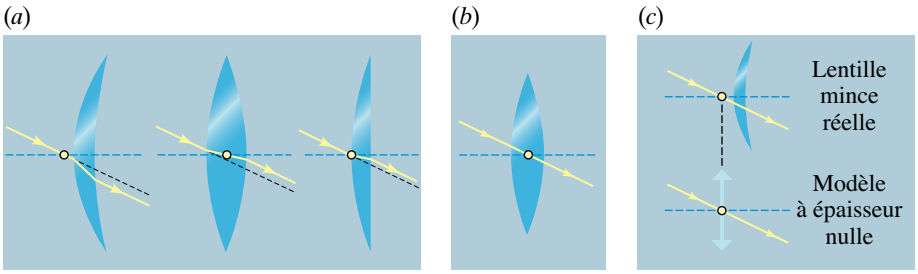
Comme dans le cas des miroirs, respecter à la fois la condition de faible diamètre et celle voulant que les objets et les images soient à proximité de l'axe optique fait en sorte que tous les rayons sont presque parallèles à l'axe optique. On appelle donc *approximation paraxiale* le fait de respecter simultanément ces deux conditions (voir la section 4.11).

Aberration chromatique

Les lentilles présentent un problème supplémentaire qui n'existait pas pour les miroirs : le fait que l'indice de réfraction dépende légèrement de la longueur d'onde (voir la section 4.8) est à l'origine d'une dispersion de la lumière dans le matériau de la lentille. Ainsi, des couleurs différentes suivent des trajets différents. Ce problème, que l'on appelle **aberration chromatique**, affecte même les rayons paraxiaux (figure 5.4). Il est d'une grande importance dans la fabrication des téléobjectifs utilisés en photographie. On peut y remédier en choisissant des matériaux dans lesquels la dispersion est plus faible. Une option moins coûteuse consiste à remplacer une lentille unique par deux lentilles juxtaposées constituées de matériaux dont les propriétés dispersives produisent des effets opposés. Nous négligerons l'aberration chromatique et supposerons que nos lentilles minces, dans l'approximation paraxiale, produisent un point image unique à partir de chaque point objet.

Le centre optique et les foyers d'une lentille mince

Une propriété importante des lentilles minces est de posséder, sur leur axe optique, un point appelé **centre optique**. Par définition, tout rayon qui passe par le centre optique émerge de la lentille selon une direction parallèle à la direction d'incidence (figure 5.5*a*). Au chapitre 4, on a montré qu'un rayon qui traverse une lame à faces parallèles ressort parallèlement au rayon incident (voir l'exemple 4.6). Or, sur la figure 5.5*a*, on remarque que chaque rayon illustré traverse effectivement les deux interfaces en des points où elles sont *localement* parallèles. Puisque l'épaisseur d'une lentille mince est négligeable comparativement aux autres longueurs en présence, on négligera la déviation latérale des rayons qui passent par le centre optique (figure 5.5*b*).



◀ Figure 5.5

(*a*) Une lentille mince possède un centre optique, c'est-à-dire un point de l'axe optique par lequel passent des rayons qui reprennent la même direction en émergeant de la lentille. Dans le cas de la lentille symétrique, le centre optique coïncide avec le centre géométrique. (*b*) Dans l'approximation des lentilles minces, on suppose qu'un rayon passant par le centre optique ne subit pas de déviation latérale. (*c*) Toute lentille mince réelle peut être remplacée par une lentille d'épaisseur nulle placée en son centre optique, si on considère que les rayons de courbure sont les mêmes.

Comme le montre la figure 5.5*a*, dans une lentille comportant deux faces symétriques entre elles, le centre optique coïncide avec le centre géométrique. Dans ce chapitre, le terme « centre », quand il est utilisé sans davantage de précision, désigne le centre optique.

Comme nous le verrons à la section 5.3, il est possible de traiter une lentille mince comme si elle formait une « interface » unique. En d'autres termes, au lieu de distinguer les distances objet et les distances image *de chaque surface*, on reliera directement la distance objet *de la lentille* avec la distance image *de la lentille*. Ces distances sont définies comme suit :

Distances *p* et *q* d'une lentille mince

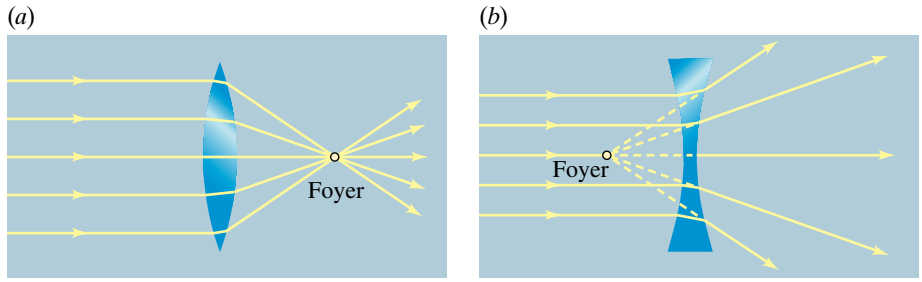
Pour une lentille mince, la distance objet p et la distance image q sont mesurées par rapport au centre optique. Elles respectent les conventions de signes définies à la section 4.9.

Supposons qu'on puisse faire tendre vers zéro la distance entre les deux faces d'une lentille, et ce, sans en modifier les rayons de courbure. La distance entre le centre optique et chaque face de la lentille tendrait aussi vers zéro. (Vérifiez-le en imaginant ce qui arriverait aux tracés de la figure 5.5*a*.) Dans la limite où la lentille a une épaisseur nulle, le centre optique et le centre géométrique sont confondus, même si la lentille est asymétrique. On peut donc remplacer toute lentille mince réelle par une lentille d'épaisseur nulle située au centre optique de la lentille réelle (figure 5.5*c*). Quand on néglige ainsi l'épaisseur de la lentille, comme nous le ferons la plupart du temps dans ce chapitre, il devient inutile de préciser la position de la lentille réelle.

Les lentilles minces présentent une autre propriété qui rend leur comportement analogue à celui d'un miroir sphérique : l'effet qu'elles produisent sur des rayons incidents parallèles à l'axe optique est caractérisé par un *foyer*. Dans l'approximation paraxiale, les rayons parallèles réfractés par une lentille convergente convergent en un *foyer réel* par lequel ils passent (figure 5.6*a*). Les rayons

▶ Figure 5.6

(*a*) Dans une lentille convergente, les rayons parallèles à l'axe optique convergent en un foyer réel. (*b*) Dans une lentille divergente, le foyer est virtuel.



parallèles réfractés par une lentille divergente semblent diverger à partir d'un *foyer virtuel* (figure 5.6*b*). Comparez la figure 5.6 à la figure 4.64 (p. 169), valable pour les miroirs.

Contrairement à un miroir, une lentille mince possède cependant *deux* foyers. Les figures 5.7*a* et 5.7*b* montrent le cas d'une lentille convergente. À la figure 5.7*a*, les rayons incidents sont parallèles à l'axe optique et convergent en un point situé à droite de la lentille : il s'agit du **foyer image**, noté F'. À la figure 5.7*b*, les rayons incidents proviennent *du même côté de la lentille* (à gauche sur la figure) et deviennent parallèles à l'axe optique après le passage par la lentille. Le point par lequel ils passent tous avant d'atteindre la lentille est le **foyer objet**, noté F. Pour une lentille divergente, les positions de F et de F' sont inversées (figures 5.7*c* et 5.7*d*). Pour résumer, si on suit le sens de propagation des rayons, on rencontre les foyers dans l'ordre FF' dans le cas d'une lentille convergente et dans l'ordre $F'F$ dans le cas d'une lentille divergente.

Distance focale d'une lentille mince

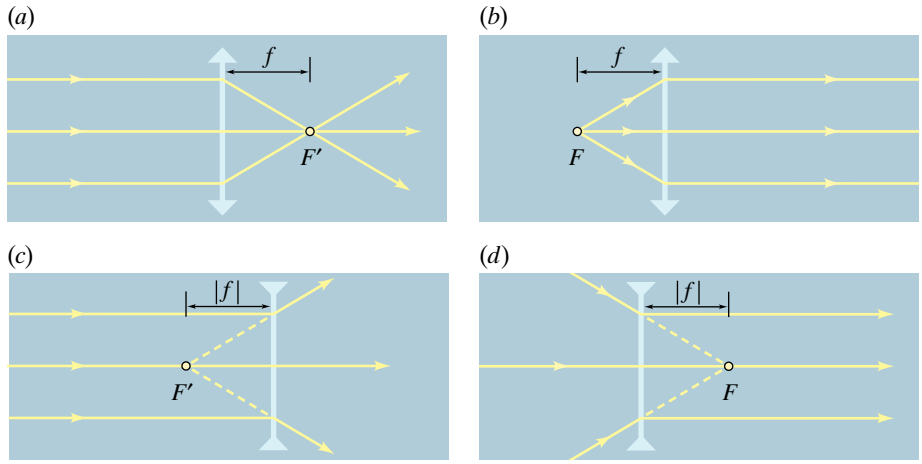
Que la lentille soit convergente ou divergente, on peut facilement montrer que les deux foyers sont situés à égale distance de chaque côté du centre optique de la lentille, et ce, même si la lentille n'est pas symétrique (voir le problème P15). La distance entre un des foyers et le centre optique de la lentille mince est la distance focale f de celle-ci. Quand on utilise un symbole pour représenter la lentille, comme à la figure 5.7, alors le symbole est situé *sur* le centre optique (voir la figure 5.5*c*) ; la distance focale devient donc la distance entre le foyer et le symbole représentant la lentille. Pour distinguer les lentilles convergentes des lentilles divergentes, nous utiliserons la convention de signes suivante :

Convention de signes de la distance focale d'une lentille mince

La distance focale f d'une lentille mince est positive si la lentille est convergente et négative si la lentille est divergente.

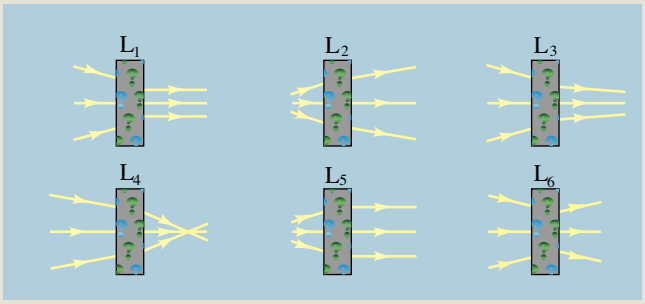
▶ Figure 5.7

(*a*) Les rayons parallèles à l'axe optique sont déviés vers le foyer image F'. (*b*) Les rayons qui passent par le foyer objet F ressortent parallèles à l'axe optique. (*c*) Les rayons initialement parallèles à l'axe optique semblent, une fois réfractés, provenir du foyer objet F'. (*d*) Les rayons qui se dirigeaient vers le foyer image F ressortent parallèles à l'axe optique.



Exemple 5.1

La figure 5.8 représente des rayons lumineux qui traversent des lentilles minces. (a) Classer les lentilles selon qu'elles sont convergentes ou divergentes. (b) Classer les lentilles divergentes de la plus divergente à la moins divergente. (c) Classer les lentilles convergentes de la plus convergente à la moins convergente.



▲ Figure 5.8
Chacune de ces lentilles est-elle convergente ou divergente ?

Solution

(a) Une erreur fréquente est de penser qu'une lentille convergente ne produit que des rayons convergents et une lentille divergente, que des rayons divergents. Une lentille convergente se reconnaît plutôt au fait qu'elle *tend* à faire converger : les rayons émergents convergent plus *ou divergent moins* que les rayons incidents. De même, une lentille divergente tend à faire diverger. ■

La lentille L_1 est divergente. Elle ne parvient pas à faire diverger les rayons, mais elle fait cesser leur convergence. De plus, si on utilise la loi du retour inverse de la lumière, on constate qu'elle fait diverger des rayons incidents parallèles à l'axe optique.

La lentille L_2 est convergente. Elle ne parvient pas à faire converger les rayons, mais elle diminue leur divergence. Des rayons qui traverseraient en sens inverse passeraient de peu convergents à plus convergents.

La lentille L_3 est divergente. Elle ne parvient pas à faire diverger les rayons, mais elle diminue leur convergence.

La lentille L_4 est convergente. Les rayons émergents convergent davantage que les rayons incidents.

La lentille L_5 est convergente. Elle ne parvient pas à faire converger les rayons, mais elle fait cesser leur divergence. Des rayons qui circulent en sens inverse sont incidents parallèlement à l'axe optique et convergent.

La lentille L_6 est divergente. Elle transforme des rayons convergents en rayons divergents.

(b) Les lentilles L_1, L_3 et L_6 reçoivent les mêmes rayons incidents (qui convergent). La lentille L_3 ne parvient qu'à diminuer leur convergence ; elle est donc faiblement divergente. La lentille L_2 parvient tout juste à éliminer leur convergence, donc elle est plus divergente. Enfin, la lentille L_6 parvient à les rendre divergents, ce qui en fait la lentille la plus divergente de toutes.

(c) Les lentilles L_2 et L_5 reçoivent les mêmes rayons incidents et on constate que la lentille L_5 parvient à éliminer leur divergence, ce qui n'est pas le cas de la lentille L_2. La lentille L_5 est donc la plus convergente. Par contre, les rayons des lentilles L_2 et L_4 sont le reflet miroir l'une de l'autre. Ces lentilles ont donc exactement la même capacité à faire converger les rayons.

La vergence d'une lentille

Au dernier exemple, il a été question de la lentille « la plus convergente ». Plus une lentille convergente a une *petite* distance focale, plus sa capacité à faire converger les rayons est *grande*. De même, la lentille « la plus divergente » est celle dont la distance focale, négative, est la plus petite en valeur absolue.

La capacité d'une lentille à faire converger ou diverger est appelée sa **vergence**, un terme qui peut désigner aussi bien la *con*vergence que la *di*vergence et que l'on définit simplement comme l'inverse de la distance focale en mètres :

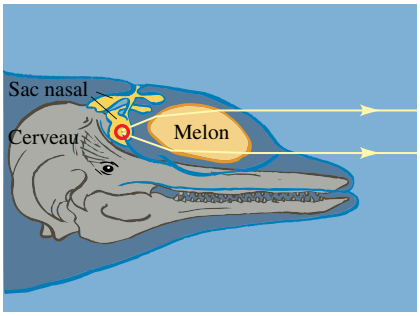
Vergence d'une lentille

$$V = \frac{1}{f} \qquad (5.1)$$

Cette équation suppose que la lentille est entourée d'air. La vergence d'une lentille est aussi appelée sa **puissance**. Nous utiliserons les deux termes

indifféremment. L'unité de vergence est la **dioptrie** (D) : 1 D = 1 m^{-1}. Une lentille convergente a une vergence positive, alors qu'une lentille divergente a une vergence négative. On utilise notamment la dioptrie en optométrie comme unité de mesure dans les prescriptions de lentilles correctrices.

Décrire une lentille en termes de vergence plutôt qu'en termes de distance focale présente certains avantages. Par exemple, si on colle l'une contre l'autre deux lentilles minces, la vergence du dispositif obtenu correspond simplement à la somme des vergences des deux lentilles (voir le problème P18).



▲ Figure 5.9

Le melon, en jaune sur cette image représentant la tête d'un dauphin, est une lentille acoustique d'origine biologique.

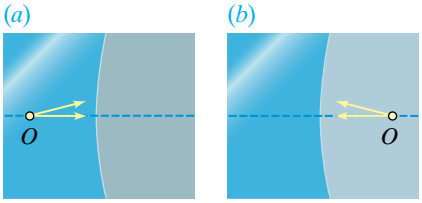
Jusqu'ici, il a été question de lentilles *optiques*, c'est-à-dire de lentilles qui réfractent une onde lumineuse. Mais on peut très bien utiliser la loi générale de la réfraction (équation 4.7*a*) pour concevoir des lentilles capables de réfracter n'importe quel type d'ondes, comme les ondes sonores. Les mammifères marins comme les dauphins utilisent une telle lentille acoustique, appelée *melon*, afin d'acheminer dans une direction précise les sons qu'ils émettent pour communiquer ou pour s'orienter (figure 5.9). Des baleines utilisent un organe similaire pour se défendre : elles s'en servent pour générer des ondes de choc acoustiques capables d'assommer d'autres animaux plus petits. ●

Comment peut-on prédire la distance focale d'une lentille donnée ? Dans le cas d'un miroir, on a vu au chapitre précédent que la position du foyer ne dépend que du rayon de courbure : $f = R/2$. Dans le cas d'une lentille, cette dernière équation n'aurait aucun sens puisque le concept de « rayon de courbure d'une lentille » n'existe pas : chacune des deux faces d'une lentille a son propre rayon de courbure et la distance focale dépend de *chacun* de ces rayons. De plus, les indices de réfraction (celui du matériau dont est faite la lentille et celui du milieu ambiant) affectent la déviation des rayons, et donc la distance focale.

Afin de déterminer la distance focale d'une lentille à partir des paramètres que nous venons d'énumérer, on doit d'abord étudier la déviation des rayons lumineux à travers un *dioptre sphérique*, c'est-à-dire une surface sphérique séparant deux milieux d'indices de réfraction différents. Une lentille étant constituée de deux dioptres, on pourra alors déterminer sa distance focale. Ces études seront réalisées à la prochaine section. Si on préfère étudier les images produites par une lentille mince de distance focale f donnée, sans se préoccuper de la façon dont on obtient cette distance focale, on pourra passer directement à la section 5.3 sans perte de continuité.

5.2 LES DIOPTRES SPHÉRIQUES ET LA FORMULE DES OPTICIENS

Nous avons dit qu'une lentille épaisse devait être traitée comme une succession de deux interfaces, dont chacune produit un point image à partir de chaque point objet (voir la figure 5.1, p. 193). Dans le contexte où on ne s'intéresse qu'aux rayons réfractés, on appelle *dioptre* de telles interfaces entre deux milieux transparents d'indices de réfraction différents. Dans cette section, nous étudierons les dioptres *sphériques*. Nous verrons les images formées par un dioptre seul, puis par deux dioptres successifs (lentille épaisse). Nous terminerons en montrant comment, lorsque la distance entre les deux dioptres devient négligeable, on obtient une équation qui prédit la distance focale d'une lentille mince.



▲ Figure 5.10

Le même dioptre peut recevoir les rayons incidents (*a*) de son côté convexe : (*b*) de son côté concave.

Au chapitre précédent, nous avons vu que le fond d'une cuillère est un miroir concave, alors que le dos de la même cuillère est un miroir convexe. De façon semblable, un même dioptre peut être concave ou convexe selon que les rayons lumineux sont incidents d'un côté ou de l'autre (figure 5.10). Alors que les

miroirs ayant deux côtés réfléchissants (comme une cuillère) sont rares, tout dioptre est nécessairement transparent des deux côtés. Pour déterminer si un dioptre doit être considéré comme concave ou convexe, il faut toujours *prendre le point de vue des rayons incidents.*

Chaque dioptre peut être concave ou convexe.

Comme les miroirs sphériques, un dioptre sphérique possède un rayon de courbure R. Pour distinguer les dioptres qui sont concaves de ceux qui sont convexes, on utilise la convention de signes suivante :

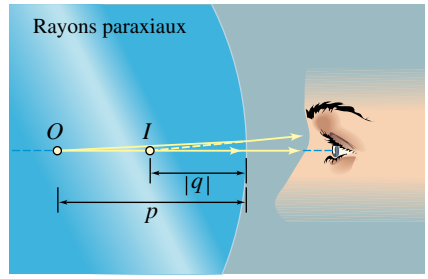
Le rayon de courbure R est positif si le dioptre est convexe *lorsqu'on le regarde depuis le milieu d'où proviennent les rayons incidents* et négatif si le dioptre est concave.

Convention de signes du rayon de courbure d'un dioptre

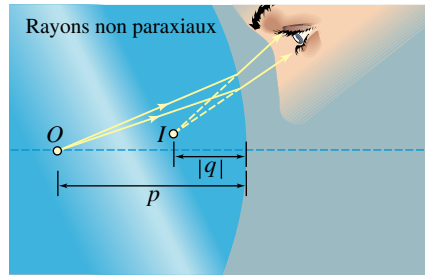
Remarquons que cette convention est contraire à celle adoptée pour le rayon R d'un miroir sphérique. La raison de cette inversion sera donnée plus loin.

Les aberrations qui affectent les lentilles minces découlent en partie de celles qui affectent les dioptres. D'abord, un dioptre sphérique est sujet aux aberrations de sphéricité, c'est-à-dire que les rayons d'un point objet ne se rejoignent pas en un point image unique. On note aussi que, pour une distance objet p donnée, la distance image q dépend de l'angle sous lequel l'observateur regarde le dioptre (figure 5.11). On évite ces problèmes de la même façon : en se limitant aux rayons qui sont paraxiaux. Comme pour les lentilles, on négligera l'aberration chromatique des dioptres.

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 5.11

En général, la position de l'image produite par un dioptre (sphérique ou non) dépend de l'angle selon lequel on le regarde. Notre étude se restreindra donc au cas des rayons paraxiaux.

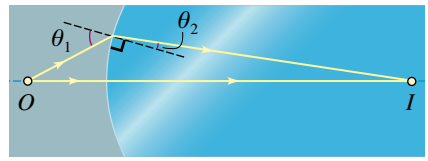
Dans le cas des miroirs, on pouvait, à condition de respecter l'approximation paraxiale, localiser le point image qui correspond à un point objet en utilisant la méthode des rayons principaux (voir la section 4.11). Nous n'étudierons pas la méthode équivalente dans le cas des dioptres, car elle est moins simple que pour les miroirs. En effet, la valeur des indices de réfraction des milieux situés de chaque côté du dioptre influence le trajet des rayons (figure 5.12). Nous utiliserons une équation pour localiser l'image.

Nous allons maintenant démontrer cette *formule des dioptres sphériques*. On s'attend à ce qu'elle exprime la distance image q en fonction de la distance objet p, du rayon de courbure R, mais aussi des indices de réfraction.

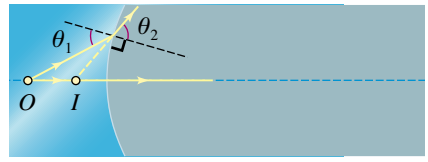
Considérons d'abord le cas où toutes les grandeurs sont positives : à la figure 5.13, le point objet et le point image sont réels et les rayons lumineux sont incidents sur la face convexe du dioptre. Nous considérerons les autres cas ensuite.

La figure illustre deux rayons issus du point objet O. L'un longe l'axe optique et ne change pas d'orientation. L'autre est un rayon paraxial arbitraire qui atteint le dioptre au point A situé à une distance h de l'axe optique. Il forme alors l'angle d'incidence θ_1 par rapport à la normale. Après avoir subi une réfraction, il fait dans le milieu 2 un angle θ_2 avec la normale. Puisque le dioptre est sphérique, le point C où la normale coupe l'axe optique est le centre de courbure du dioptre.

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 5.12

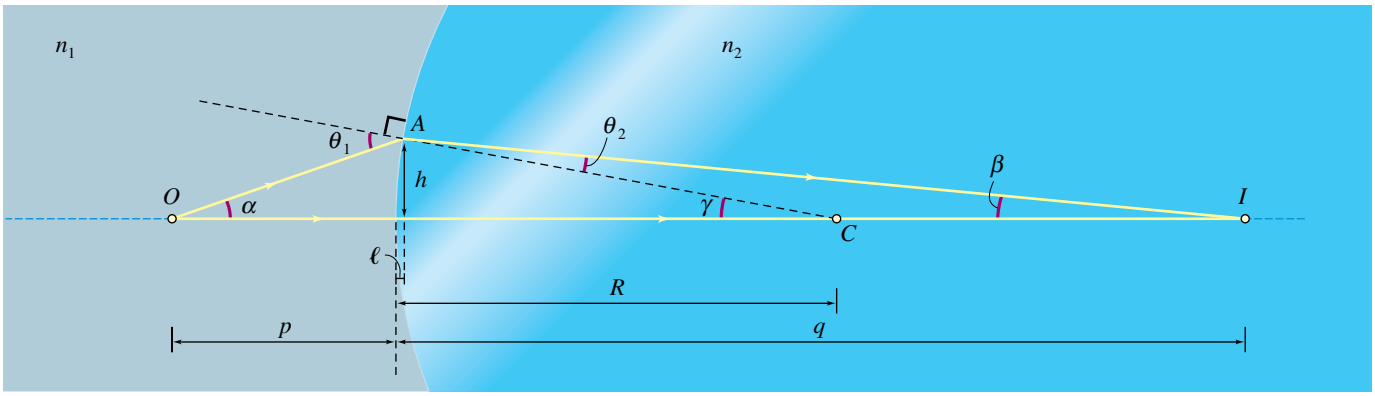
Si les indices de réfraction sont différents, des dioptres peuvent produire des images différentes bien que l'objet soit au même endroit par rapport au dioptre et que le rayon de courbure soit identique.

Si on imagine une droite horizontale qui coupe le dioptre au point A, il devient apparent sur la figure que

$$\theta_1 = \alpha + \gamma \qquad \theta_2 = \gamma - \beta \tag{i}$$

Ensuite, comme la distance ℓ est négligeable, on peut considérer que

$$\tan \alpha \approx h/p \qquad \tan \beta \approx h/q \qquad \tan \gamma \approx h/R \tag{ii}$$



▲ Figure 5.13

Un rayon issu d'un point objet O dans un milieu d'indice de réfraction n_1 donne un point image I dans un milieu d'indice de réfraction n_2.

Puisque nous ne nous intéressons qu'aux rayons paraxiaux, tous les angles de la figure 5.13 sont petits, donc sin $\theta \approx \theta$ et tan $\theta \approx \theta$. Ainsi, la loi de Snell-Descartes devient

$$n_1\theta_1 = n_2\theta_2 \qquad \text{(iii)}$$

et l'équation (ii) devient

$$\alpha \approx h/p \qquad \beta \approx h/q \qquad \gamma \approx h/R \qquad \text{(iv)}$$

En substituant l'équation (i) dans l'équation (iii), on obtient

$$n_1(\alpha + \gamma) = n_2(\gamma - \beta)$$

En tenant compte de l'équation (iv), cette dernière équation devient

$$n_1\left(\frac{h}{p} + \frac{h}{R}\right) = n_2\left(\frac{h}{R} - \frac{h}{q}\right)$$

ce qui donne, après simplification et regroupement des termes communs,

Formule des dioptres sphériques

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad (5.2)$$

Cette équation établit une relation entre la distance p séparant l'objet et le dioptre et la distance q séparant l'image et le dioptre, lorsque les rayons lumineux passent du milieu d'indice n_1 vers le milieu d'indice n_2. Comme on s'y attendait, cette équation contient les indices de réfraction n_1 et n_2.

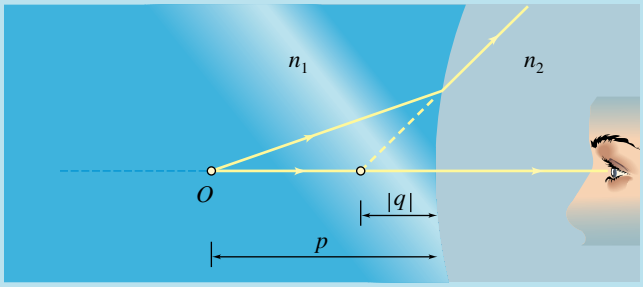
La hauteur h à laquelle les rayons lumineux frappent le dioptre n'apparaît pas dans l'équation 5.2. On peut donc conclure que, dans l'approximation paraxiale, tous les rayons issus du point objet O vont atteindre le point image I.

Nous venons d'étudier la situation où un dioptre convexe produit une image réelle à partir d'un objet réel. Toutefois, la figure 5.12 permet d'envisager qu'il existe de nombreux autres cas : par exemple, le même dioptre aurait pu produire une image virtuelle à partir du même objet, si ce dernier avait été placé suffisamment près pour que les rayons réfractés aient été divergents entre eux. En général, huit cas peuvent être étudiés, selon que l'objet est réel ou virtuel, que l'image est réelle ou virtuelle et que le dioptre est concave ou convexe (lorsqu'on le regarde depuis le milieu d'où proviennent les rayons). En étudiant les sept autres cas de la même façon que nous venons de le faire pour l'un d'entre eux, on s'apercevrait qu'on obtient chaque fois l'équation 5.2, pourvu que les conventions de signes pour p et q soient observées (voir la section 4.9), en plus de la convention que nous avons énoncée pour le rayon de courbure R du dioptre.

Nous avons déjà souligné que la convention pour le rayon de courbure d'un dioptre est l'inverse de celle applicable au rayon de courbure d'un miroir. On aurait très bien pu conserver la même convention et modifier l'équation 5.2 en conséquence. Mais on a inversé la convention pour maintenir l'association entre les grandeurs réelles et les quantités positives. Pour un miroir *concave*, le centre de courbure du miroir est du côté où se forment les images réelles (q positif), et son rayon R est considéré comme positif. Cependant, il faut qu'un dioptre soit *convexe* (du point de vue des rayons incidents) pour que son centre de courbure soit du côté des images réelles puisque les images réelles se formeront là où il y a de la lumière réfractée, donc *de l'autre côté* du dioptre. C'est pour cela que le rayon d'un dioptre convexe (du point de vue des rayons incidents) est considéré comme positif.

Exemple 5.2

Une source ponctuelle O est située à l'intérieur d'un bloc en verre d'indice de réfraction $n = 1{,}5$ (figure 5.14). Comme le montre la figure, on l'observe au travers d'un dioptre qui est concave du point de vue de l'observateur. Si la source est à 3 cm sous la surface du verre et que le rayon de courbure vaut 2 cm, quelle est la position de l'image ?



▲ Figure 5.14

Puisque $n_2 < n_1$, les rayons divergent davantage après la traversée du dioptre. L'image formée par le prolongement des rayons est virtuelle.

Solution

La source étant un objet matériel, il s'agit d'un point objet réel : $p = +3$ cm. Cet objet est situé dans le verre. Pour le premier milieu (verre), $n_1 = n = 1{,}5$ et, pour le deuxième milieu (air), $n_2 = 1$.

Le dioptre est concave du point de vue de l'observateur, mais il est convexe du point de vue des rayons incidents, d'où $R = +2$ cm. ■

D'après l'équation 5.2, on a

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

d'où

$$\frac{1{,}5}{3\text{ cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1 - 1{,}5}{2\text{ cm}}$$

Par conséquent, $q = -1{,}33$ cm. L'image est virtuelle et située 1,33 cm derrière le dioptre du point de vue de l'observateur.

Exemple 5.3

Une bille en verre ($n = 1{,}52$) d'un rayon de 2 cm est décorée d'une petite paillette située en son centre. (a) Déterminer, pour un observateur dans l'air, la position de l'image de la petite paillette. (b) Expliquer l'aspect particulier de votre résultat en ayant recours à des arguments physiques.

Solution

(a) Si on considère que la paillette est ponctuelle, la situation ne change pas si on fait pivoter la bille. La droite qui relie la paillette et l'observateur constitue l'axe optique. L'objet étant matériel, il est réel, d'où $p = +2$ cm. Comme il est situé dans le verre, $n_1 = n = 1{,}52$ et $n_2 = 1$.

La surface de la bille constitue un dioptre que la lumière provenant de la paillette atteint du côté concave : $R = -2$ cm.

En substituant dans la formule des dioptres sphériques, on a :

$$\frac{1{,}52}{2\text{ cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1 - 1{,}52}{-2\text{ cm}}$$

Par conséquent, $q = -2{,}00$ cm. On remarque que l'image est située au même endroit que l'objet et qu'elle est virtuelle (car q est négatif).

(b) Il est inhabituel que la position de l'image soit confondue avec celle de l'objet : lorsqu'un dioptre est

utilisé pour fabriquer un quelconque dispositif optique, c'est généralement pour produire une image dont la taille et la position sont différentes de celles de l'objet.

Cela se produit dans cette situation parce que l'objet est situé exactement au centre de courbure du dioptre. Les rayons qui en proviennent sont donc tous incidents sur la surface du dioptre avec un *angle d'incidence nul* et ne sont pas déviés lors de la réfraction. Les rayons transmis dans l'air semblent donc provenir du même endroit (image) que celui duquel provenaient les rayons incidents (objet). ■

Le grandissement transversal d'un dioptre

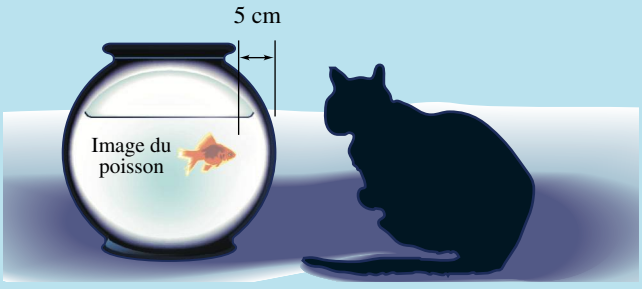
Dans les situations étudiées jusqu'à présent, les objets étaient ponctuels et placés sur l'axe optique. Mais si l'objet a une certaine hauteur y_O, l'image a une hauteur y_I, en général différente de y_O. Ces hauteurs suivent les conventions de signes définies à la section 4.9. Comme dans le cas des miroirs (voir la section 4.11), on définit le grandissement transversal d'un dioptre comme $m = y_I/y_O$. Dans l'approximation paraxiale, on peut démontrer que

$$m = \frac{y_I}{y_O} = -\frac{n_1}{n_2}\frac{q}{p} \qquad (5.3)$$

La démonstration de cette équation est laissée en exercice (voir le problème P14).

Exemple 5.4

Un chat a l'impression qu'un petit poisson se trouve à 5 cm derrière la paroi d'un aquarium de forme sphérique rempli d'eau (n = 1,33), tel qu'illustré à la figure 5.15. Le rayon de l'aquarium est de 15 cm. On néglige tous les effets liés à l'épaisseur de la paroi de verre de l'aquarium. (a) Décrire l'endroit où se trouve réellement le poisson. (b) Quel est le grandissement transversal de l'image du poisson ? (c) Reprendre les questions (a) et (b), en supposant cette fois que l'aquarium est de forme rectangulaire (ses parois de verre sont planes).



▲ Figure 5.15
L'image du poisson se trouve à 5 cm derrière la paroi, mais où se trouve le poisson ?

Solution

(a) Les indices de réfraction sont n_1 = 1,33 pour l'eau et n_2 = 1 pour l'air. Le chat voit l'image, mais il ignore où est l'objet. C'est donc q qui est connu et p qui est inconnu.

Les rayons que perçoit le chat semblent provenir d'un point situé du même côté que le poisson lui-même, ce qui signifie que *ces rayons divergent*. Ainsi, l'image est virtuelle : q = –5 cm. Vu du côté des rayons incidents (du côté du poisson), le dioptre est concave, donc R = –15 cm. ■

D'après l'équation 5.2, on a

$$\frac{1{,}33}{p} + \frac{1}{-5\text{ cm}} = \frac{1 - 1{,}33}{-15\text{ cm}}$$

Par conséquent, p = 6 cm. Le poisson est à 6 cm de la paroi de l'aquarium (du point de vue du chat, 1 cm plus loin derrière la paroi que ne l'est son image).

(b) D'après l'équation 5.3, le grandissement transversal correspond à

$$m = -\frac{n_1}{n_2}\frac{q}{p} = -\frac{1{,}33}{1}\frac{(-5\text{ cm})}{6\text{ cm}} = 1{,}11$$

L'image est à l'endroit et 11 % plus grosse que l'objet.

(c) Si les parois de l'aquarium sont planes, le rayon de courbure R du dioptre est *infini*. D'après l'équation 5.2, on a

$$\frac{1{,}33}{p} + \frac{1}{-5\text{ cm}} = 0$$

d'où $p = 6{,}65$ cm. D'après l'équation 5.3,

$$m = -\frac{n_1}{n_2}\frac{q}{p} = -\frac{1{,}33}{1}\frac{(-5\text{ cm})}{6{,}65\text{ cm}} = 1$$

L'image est de la même grosseur que l'objet et n'est pas inversée.

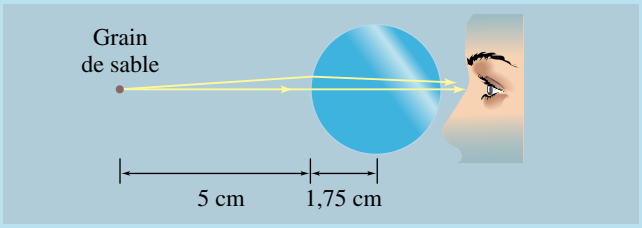
Les lentilles épaisses

Nous avons vu à la section 4.9 que la lumière qui provient d'un objet réel peut rencontrer une succession d'interfaces. On considère alors que l'image produite par chaque interface constitue l'objet de l'interface suivante.

Selon cette approche, une lentille épaisse est simplement une succession de deux dioptres sphériques, le premier produisant une image qui sert d'objet au second. C'est ce que montre l'exemple suivant.

Exemple 5.5

La figure 5.16 montre un grain de sable de 1 mm placé à 5 cm de la surface d'une sphère en verre ($n = 1{,}5$), dont le rayon est de 1,75 cm. (a) Obtenir la position et la hauteur de l'image finale du grain de sable pour un observateur situé de l'autre côté de la sphère (sur le même diamètre que le grain de sable). (b) Déterminer de quel type d'image il s'agit. Cette image semble-t-elle nette ou floue à l'observateur s'il regarde directement la sphère en y collant son œil, tel qu'illustré ?



▲ Figure 5.16

On regarde un grain de sable au travers d'une sphère en verre. Où est l'image ? Est-elle réelle ou virtuelle ?

Solution

(a) L'axe optique est l'axe de symétrie commun des deux dioptres, sur lequel est aussi placé le grain de sable. L'observateur étant situé sur le même axe, les rayons qu'il reçoit sont paraxiaux pour les deux dioptres et l'équation 5.2 peut donc être appliquée.

Pour le premier dioptre (la face gauche de la sphère), les indices de réfraction sont $n_1 = 1$ et $n_2 = 1{,}5$ puisque la lumière provient de l'air. De plus, ce premier dioptre est convexe lorsqu'on le regarde du côté d'où proviennent les rayons incidents, d'où $R_1 = +1{,}75$ cm. Enfin, l'objet étant matériel, $p_1 = +5$ cm. En substituant dans l'équation 5.2, on a :

$$\frac{1}{5\text{ cm}} + \frac{1{,}5}{q_1} = \frac{1{,}5 - 1}{1{,}75\text{ cm}}$$

Donc, $q_1 = +17{,}5$ cm. Par l'équation 5.3, le grandissement produit par le premier dioptre est

$$m_1 = -(1/1{,}5)(17{,}5\text{ cm})/(5\text{ cm}) = -2{,}33$$

L'image intermédiaire est agrandie et inversée. Puisqu'elle est réelle, elle est située à 17,5 cm *à droite* de la première face de la sphère, soit à 17,5 cm − 2(1,75 cm) = 14,0 cm à droite de la seconde face de la sphère. En d'autres termes, les rayons issus du premier dioptre convergent vers un point situé à 14,0 cm au-delà du second dioptre. Ce point image constitue le point objet du second dioptre. Ainsi, les rayons incidents sur le second dioptre sont convergents (objet virtuel), d'où $p_2 = -14{,}0$ cm. Pour ce second dioptre, on a $n_1 = 1{,}5$, $n_2 = 1$ et $R_2 = -1{,}75$ cm, ce qui donne :

$$\frac{1{,}5}{-14{,}0\text{ cm}} + \frac{1}{q_2} = \frac{1 - 1{,}5}{-1{,}75\text{ cm}}$$

Donc, $q_2 = +2{,}55$ cm. L'image finale est située à 2,55 cm à droite de la seconde face de la sphère. Le grandissement du second dioptre est

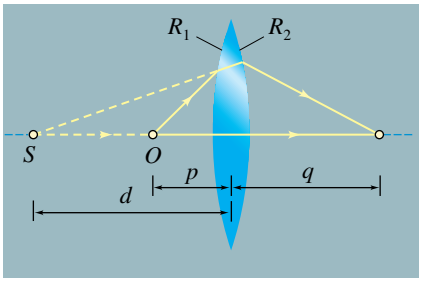
$$m_2 = -(1{,}5/1)(2{,}55\text{ cm})/(-14{,}0\text{ cm}) = 0{,}273$$

Puisque m_2 est le grandissement par rapport à l'objet du dioptre 2, c'est-à-dire l'image intermédiaire, le grandissement total est $m = m_1 m_2 = -0{,}637$. L'image finale mesure 0,637 mm et elle est inversée par rapport au grain de sable.

(b) Puisque q_2 est positif, l'image finale est réelle. Par conséquent, les rayons qui la forment *convergent* et on pourrait capter cette image en plaçant un écran à 2,55 cm de la surface de la sphère. Un œil normal peut percevoir les rayons qui *divergent* (voir la section 4.9). L'observateur étant à moins de 2,55 cm de la sphère (voir la figure), les rayons qu'il reçoit ne divergent pas, et donc l'image lui semble floue. ■

Les lentilles minces et la formule des opticiens

L'analyse que nous venons d'appliquer aux lentilles épaisses en les considérant comme deux dioptres successifs peut aussi être appliquée aux lentilles minces, définies à la section précédente. Nous allons maintenant nous en servir afin de déterminer leur distance focale, c'est-à-dire la distance entre un foyer et le centre optique.



▲ Figure 5.17

La première surface donne de l'objet réel en O une image virtuelle en S; cette image sert ensuite d'objet réel pour la deuxième surface. Dans ce cas, R_1 est positif et R_2 est négatif. Les distances p et q de la lentille, mesurées à partir du centre optique de cette dernière, correspondent approximativement à la distance objet du premier dioptre et à la distance image du second dioptre, respectivement.

La figure 5.17 représente une lentille d'indice de réfraction n_2 placée dans un milieu d'indice de réfraction n_1. Les surfaces ont pour rayons de courbure R_1 et R_2. Dans ce qui suit, ces deux grandeurs respectent la convention de signes des dioptres sphériques. Parmi les rayons issus d'un point objet réel O placé sur l'axe optique devant la lentille, considérons ceux qui traversent les deux dioptres en demeurant paraxiaux. Selon l'endroit où se situe l'objet O, l'image S produite après la première réfraction est soit réelle, soit virtuelle. La situation illustrée est celle où l'image S est virtuelle (les rayons issus du premier dioptre divergent), mais nous examinerons plus loin le cas où l'image S est réelle.

Sur la figure, p et q sont la distance objet et la distance image *de la lentille* prise comme un tout, comme nous les avons définies à la section 5.1; ces distances sont mesurées par rapport au centre optique de la lentille. Notons aussi qu'on a appelé d la distance entre le centre optique et le point S.

Dans l'approximation paraxiale, on peut appliquer l'équation 5.2 au premier dioptre, avec p_1 et q_1 mesurés par rapport au dioptre. Puisque l'épaisseur d'une lentille mince est très faible comparativement à p et à q (voir la section 5.1), les distances mesurées par rapport au centre optique correspondent approximativement à celles mesurées par rapport au dioptre: $p_1 \approx p$ et $|q_1| \approx d$. On a donc

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{-d} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \qquad \text{(i)}$$

On a mis un signe négatif devant d, car l'image S est virtuelle.

L'image S du premier dioptre constitue l'objet du second dioptre (voir la section 4.9). Dans le cas illustré, S constitue du point de vue du second dioptre un objet réel (les rayons incidents sur ce deuxième dioptre sont en effet divergents).

Dans l'approximation paraxiale, on peut appliquer l'équation 5.2 au second dioptre, avec p_2 et q_2 mesurés par rapport au dioptre. Comme précédemment, les distances mesurées par rapport au centre optique correspondent approximativement à celles mesurées par rapport au dioptre: $p_2 \approx +d$ et $q_2 \approx q$. On a donc, puisque les rayons traversent le dioptre du milieu d'indice n_2 vers le milieu d'indice n_1,

$$\frac{n_2}{d} + \frac{n_1}{q} = \frac{n_1 - n_2}{R_2} \qquad \text{(ii)}$$

En additionnant les équations (i) et (ii), on trouve:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{n_1 - n_2}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad (5.4a)$$

où p et q sont respectivement la distance objet et la distance image de la *lentille*. À partir de cette équation, on peut obtenir la distance focale f de deux façons.

Si on place un point objet réel au foyer objet d'une lentille convergente, les rayons réfractés sont par définition parallèles à l'axe optique : $p = f$ et $q \to \infty$. Si on place l'objet assez loin pour que les rayons incidents soient parallèles, l'image se forme par définition au foyer image : $p \to \infty$ et $q = f$. Dans les deux cas, le membre de gauche de l'équation 5.4*a* devient $1/f$. On trouve ainsi :

$$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad (5.4b)$$

Formule des opticiens

Ce résultat demeure valable dans l'éventualité où l'image produite par le premier dioptre aurait été réelle. En effet, la distance image du premier dioptre aurait alors été $q_1 \approx +d$, mais l'objet du second dioptre aurait été virtuel, de sorte qu'on aurait eu $p_2 \approx -d$. Il y aurait eu une inversion de signe dans chacune des équations (i) et (ii), mais la somme de ces équations, c'est-à-dire l'équation 5.4*a*, aurait été identique. La démonstration s'applique quels que soient les signes de R_1, de R_2 et de f, donc aussi bien aux lentilles convergentes qu'aux lentilles divergentes.

L'équation 5.4*b* est connue sous le nom de *formule des opticiens* ou *formule du lunetier*, car elle est utilisée par les fabricants de verres correcteurs pour calculer les rayons de courbure nécessaires à la fabrication d'une lentille de distance focale donnée. Elle s'applique seulement aux lentilles minces, dans l'approximation paraxiale. Pour l'utiliser, il faut choisir un sens arbitraire selon lequel des rayons lumineux traversent la lentille et, du point de vue de ces rayons incidents, appliquer à chacun des rayons de courbure R_1 et R_2 la *même convention de signes* que celle utilisée pour les dioptres. La distance focale f obtenue respecte automatiquement la convention de signes des distances focales des lentilles minces définie à la section 5.1.

L'équation 5.4*b* montre que la distance focale d'une lentille ne dépend pas de l'ordre dans lequel les rayons rencontrent les faces de la lentille : autrement dit, si on retourne une lentille, peu importe sa forme, sa distance focale demeure inchangée (voir l'exemple 5.6*b*). Cela confirme qu'une lentille possède *deux foyers* situés à la même distance f de part et d'autre de son centre optique. (Une preuve différente de l'égalité des distances focales est proposée au problème P15.)

En combinant les équations 5.4*a* et 5.4*b*, on peut écrire

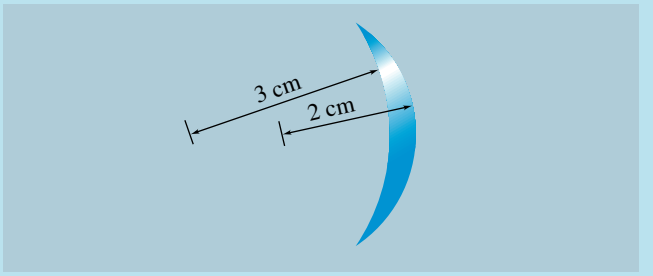
$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \qquad (5.5)$$

Formule des lentilles minces

On retrouve donc exactement la même relation entre la distance focale, la distance objet et la distance image que dans le cas des miroirs sphériques. À la prochaine section, nous démontrerons à nouveau cette équation avec une méthode qui ne fait pas appel à l'équation des dioptres sphériques.

Exemple 5.6

Une lentille convergente en verre (n = 1,5) placée dans l'air (n = 1) a des surfaces de rayons 2 cm et 3 cm, comme le montre la figure 5.18. (a) Quelle est sa distance focale ? (b) Reprendre la question, mais cette fois en considérant que la lentille est tournée de l'autre côté.



▶ Figure 5.18
Une lentille convergente dont les surfaces ont des courbures différentes.

Solution

(a) Si on suppose que les rayons viennent de la gauche, les deux surfaces sont concaves du point de vue des rayons incidents, et leurs rayons sont donc négatifs : $R_1 = -3$ cm et $R_2 = -2$ cm. D'après l'équation 5.4*b*,

$$\frac{1}{f} = (1{,}5 - 1)\left(\frac{1}{-3\text{ cm}} - \frac{1}{-2\text{ cm}}\right) = \frac{0{,}5}{6\text{ cm}}$$

Ainsi, $f = +12$ cm.

(b) On suppose maintenant que les rayons viennent de la droite, d'où $R_1 = +2$ cm et $R_2 = +3$ cm. Ainsi,

$$\frac{1}{f} = (1{,}5 - 1)\left(\frac{1}{+2\text{ cm}} - \frac{1}{+3\text{ cm}}\right)$$

ce qui donne $f = +12$ cm, comme auparavant.

Exemple 5.7

Donner la distance focale des lentilles illustrées à la figure 5.19, sachant que $n_{\text{verre}} = 1{,}5$, $n_{\text{glace}} = 1{,}309$ et $n_{\text{air}} = 1$ et qu'elles ont les caractéristiques suivantes si on suppose que les rayons lumineux viennent de la gauche :

(a) Lentille de verre dans l'air, $R_1 = +10$ cm, $R_2 = -10$ cm ;

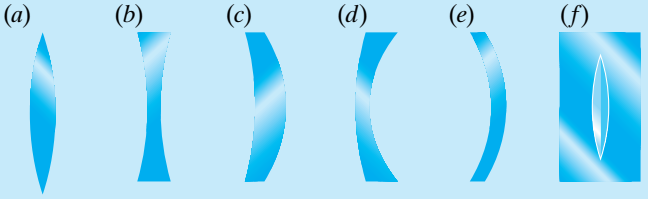
(b) Lentille de verre dans l'air, $R_1 = -10$ cm, $R_2 = +10$ cm ;

(c) Lentille de verre dans l'air, $R_1 = -20$ cm, $R_2 = -10$ cm ;

(d) Lentille de verre dans l'air, $R_1 = +20$ cm, $R_2 = +10$ cm ;

(e) Lentille de verre dans l'air, $R_1 = -10$ cm, $R_2 = -10$ cm ;

(f) Lentille de glace dans du verre, $R_1 = +10$ cm, $R_2 = -10$ cm.



▲ **Figure 5.19**
Lentilles diverses.

Solution

(a) Par l'équation 5.4*b*, on obtient

$$\frac{1}{f} = (1{,}5 - 1)\left(\frac{1}{+10\text{ cm}} + \frac{1}{-10\text{ cm}}\right) = +0{,}1\text{ cm}^{-1}$$

d'où $f = +10$ cm.

(b) $1/f = (1{,}5 - 1)(1/-10\text{ cm} - 1/+10\text{ cm}) = -0{,}1\text{ cm}^{-1}$, d'où $f = -10$ cm.

(c) $1/f = (1{,}5 - 1)(1/-20\text{ cm} - 1/-10\text{ cm}) = 0{,}025\text{ cm}^{-1}$, d'où $f = +40$ cm.

(d) $1/f = (1{,}5 - 1)(1/+20\text{ cm} - 1/+10\text{ cm}) = -0{,}025\text{ cm}^{-1}$, d'où $f = -40$ cm.

Pour les lentilles dont le matériau est plus réfringent que le milieu environnant (ce qui est presque toujours le cas), on confirme que, lorsque le centre de la lentille est plus épais que les bords (cas *a* et *c*), la lentille est convergente ; lorsque les bords sont plus épais que le centre (cas *b* et *d*), la lentille est divergente. ■

(e) $1/f = (1{,}5 - 1)(1/-10\text{ cm} - 1/-10\text{ cm}) = 0$, d'où $f \to \infty$.

Lorsque les deux rayons de courbure sont égaux, la distance focale est infinie, ce qui revient à dire qu'il n'y a pas de déviation nette des rayons lumineux. Les verres fumés qui ne corrigent pas la vue constituent de telles « lentilles ». ■

(f) $1/f = [(1{,}309 - 1{,}5)/1{,}5](1/+10\text{ cm} - 1/-10\text{ cm}) = -0{,}0255\text{ cm}^{-1}$, d'où $f = -39{,}3$ cm.

Bien que la lentille de la question (f) ait la même forme que la lentille convergente de la question (a), elle est divergente. Quand le matériau dont est faite la lentille est moins réfringent que le milieu environnant, la lentille est convergente si ses bords sont plus épais que le centre et divergente si le centre est plus épais que les bords. ■

5.3 LES LENTILLES MINCES

À la section 5.1, nous avons vu qu'il existe une catégorie de lentilles, les lentilles minces, qui se caractérisent par deux foyers équidistants d'un centre optique. Nous allons maintenant étudier la formation d'images par de telles lentilles lorsque leur distance focale est connue. En particulier, nous verrons que le comportement des lentilles minces est très analogue à celui des miroirs sphériques.

Le tracé des rayons principaux

On a vu à la section 5.1 que, dans l'approximation paraxiale, les lentilles minces sans aberration chromatique forment un point image unique à partir d'un point objet donné. Ce comportement est le même que celui des miroirs sphériques dans l'approximation paraxiale. Comme dans le cas des miroirs, il suffit donc de tracer le parcours de quelques rayons bien choisis pour localiser le point image où *tous* les rayons réfractés (ou leurs prolongements) se croisent.

Dans le cas des miroirs sphériques, une astuce importante permettait de tracer facilement de tels diagrammes de rayons dans l'approximation paraxiale : elle consistait à exagérer l'échelle verticale par rapport à l'échelle horizontale. Cette astuce est toujours pertinente dans le cas des lentilles. Puisqu'elle déforme les angles, cependant, nous devons nous limiter à tracer des **rayons principaux**, c'est-à-dire des rayons passant par des endroits bien précis qui rendent leur trajectoire prévisible sans avoir recours explicitement à la loi de la réfraction. Pour déterminer la position d'une image, il suffit de tracer au moins deux des rayons principaux suivants :

Rayons principaux d'une lentille mince

1. Un rayon qui passe par le centre optique de la lentille n'est pas dévié.

2. Un rayon parallèle à l'axe optique ressort de la lentille en passant par le foyer image F'.

3. Un rayon qui passe par le foyer objet F ressort de la lentille parallèlement à l'axe optique.

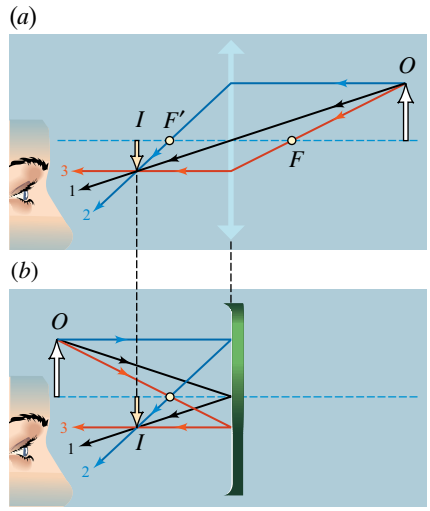
Le trajet du premier rayon principal découle de la définition du centre optique, alors que ceux des deux autres découlent de la définition des foyers (voir la section 5.1). Pour une lentille divergente, rappelons que les positions de F et de F' sont inversées (voir la figure 5.7, p. 196) et les règles 2 et 3 doivent être interprétées en termes de prolongements des rayons :

2′. Un rayon parallèle à l'axe optique ressort de la lentille *en donnant l'impression de venir du foyer image F′* (figure 5.7*c*, p. 196).

3′. Un rayon *qui serait passé par le foyer objet F* s'il n'avait pas été réfracté par la lentille ressort de la lentille parallèlement à l'axe optique (figure 5.7*d*, p. 196).

Notez que les rayons principaux 1, 2 et 3 d'une lentille sont respectivement analogues aux rayons principaux 1, 2 et 3 d'un miroir (figure 5.20). La principale différence découle du fait qu'un miroir possède un seul foyer, alors qu'une lentille en a deux : quand on trace les rayons principaux 2 et 3 d'une lentille, il faut éviter d'utiliser le mauvais foyer. Le rayon principal 4 d'un miroir est sans analogie pour une lentille (pourquoi ?).

Les tracés des rayons principaux pour diverses positions d'un objet sont illustrés à la figure 5.21. Comparez ces tracés à ceux d'un miroir (voir les figures 4.65 et 4.66, p. 170-171) : pour chaque distance objet p, on obtient la même distance image q avec un miroir ou avec une lentille (pourvu que distance focale soit la même). Cela signifie qu'en théorie toute application d'un miroir peut aussi être réalisée avec une lentille et vice versa. En réalité, toutefois, l'une s'avère plus pratique que l'autre selon les circonstances. Par exemple, la figure 5.21*c*

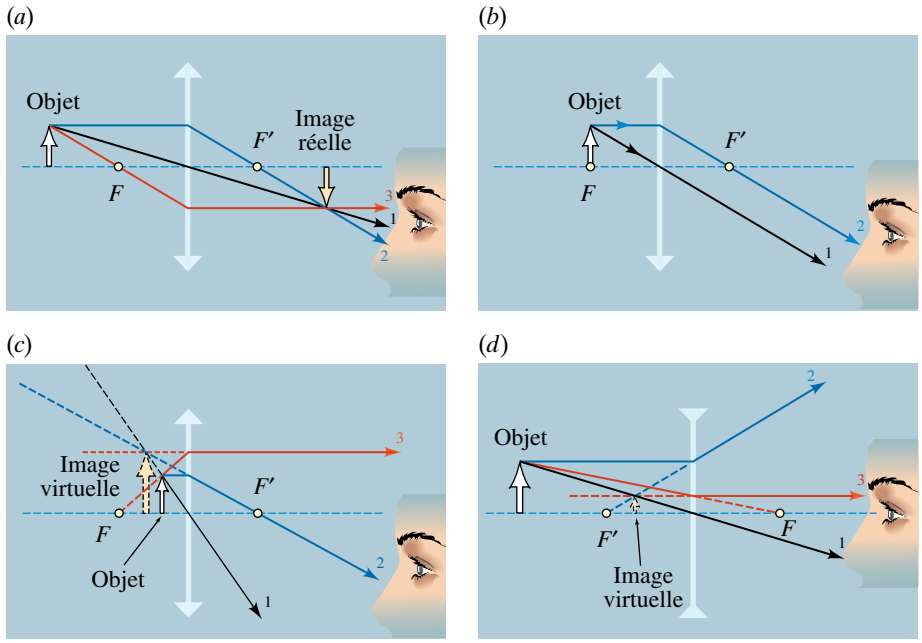


▲ Figure 5.20

Les rayons principaux d'une lentille convergente sont analogues à trois des rayons principaux d'un miroir concave. (La comparaison vaut aussi pour une lentille divergente et un miroir convexe.)

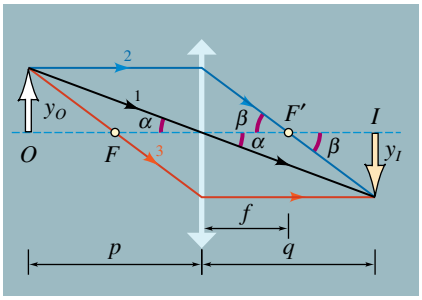
▶ Figure 5.21

Rayons principaux d'une lentille mince. Les numéros à côté des rayons se réfèrent aux trois règles énoncées dans le texte. (*a*) La lentille est convergente et l'objet est plus éloigné que le foyer objet *F*: l'image est réelle et inversée. (*b*) La lentille est convergente et l'objet est au foyer objet: les rayons ressortent parallèles entre eux et l'image est à l'infini. (*c*) La lentille est convergente et l'objet est plus rapproché que le foyer objet: l'image est virtuelle, agrandie et à l'endroit. (*d*) La lentille est divergente: l'image est virtuelle, plus petite que l'objet et à l'endroit.



correspond au cas des loupes utilisées pour la lecture: il serait difficile de produire le même résultat avec un miroir, car l'observateur devrait se placer du même côté que l'objet.

La formule des lentilles minces



▲ Figure 5.22

Les rayons principaux servant à trouver la position de l'image donnée par une lentille convergente.

On peut obtenir l'équation qui relie la distance focale *f*, la distance objet *p* et la distance image *q* pour une lentille mince en analysant successivement l'effet de chacune des faces de la lentille. C'est ce que nous avons fait à la section 5.2 (voir l'équation 5.5). Ici, nous allons arriver au même résultat de façon indépendante, en partant du simple fait qu'une lentille possède des foyers et que ces derniers sont situés à égale distance de part et d'autre du centre optique de la lentille. En traçant les rayons principaux définis à partir des propriétés de ces trois points, on obtient une situation géométrique simple à analyser. Pour une lentille convergente, on obtient le tracé de la figure 5.22. On suppose que tous les rayons sont paraxiaux et on fait donc l'approximation $\tan\theta \approx \theta$. En suivant les conventions de signes pour les hauteurs y_O et y_I et en considérant que p et q sont positifs dans le cas illustré, on trouve:

$$\alpha = \frac{y_O}{p} = \frac{-y_I}{q} \qquad \beta = \frac{y_O}{f} = \frac{-y_I}{q-f}$$

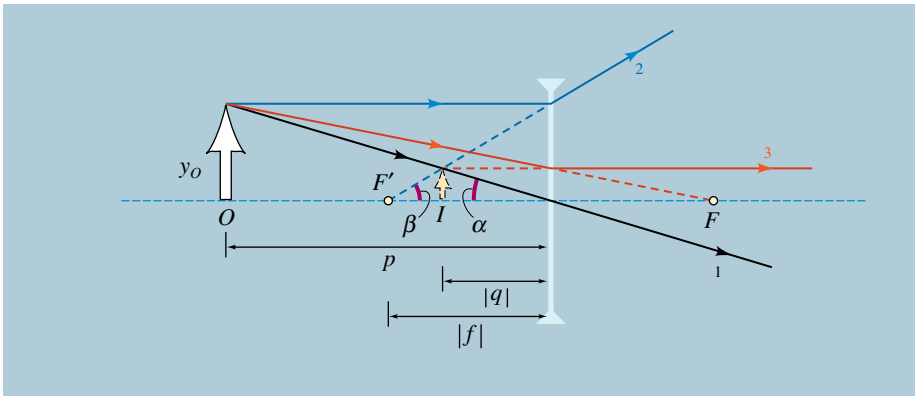
Ainsi, $y_I/y_O = -q/p$ et $y_I/y_O = -(q-f)/f$. En égalant ces deux résultats et en simplifiant, on trouve $-q/p = 1 - q/f$. En divisant par $-q$, cette équation devient

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

Les hauteurs y_O et y_I auxquelles des rayons lumineux frappent la lentille n'apparaissent pas dans cette équation. On peut donc conclure que, dans l'approximation paraxiale, tous les rayons issus d'un point objet vont atteindre le point image correspondant. C'est ce que nous avions annoncé à la section 5.1.

On peut faire une démonstration semblable pour une lentille divergente. D'après la figure 5.23, on voit que

$$\alpha = \frac{y_O}{p} = \frac{y_I}{|q|} \qquad \beta = \frac{y_O}{|f|} = \frac{y_I}{|f|-|q|}$$



◀ Figure 5.23

Les rayons principaux servant à trouver la position de l'image donnée par une lentille divergente.

En égalant les expressions obtenues pour y_I/y_O, on trouve $1/p - 1/|q| = -1/|f|$ (vérifiez). En l'absence des conventions de signes que nous avons définies, il faudrait utiliser cette équation différente quand on a affaire à une lentille divergente. Mais puisque $|q| = -q$ et que $|f| = -f$, cette équation devient identique à celle démontrée ci-dessus.

Il en va de même de tous les autres cas, y compris ceux faisant appel à un objet virtuel, de sorte que, comme pour les miroirs, nous utilisons une seule **formule des lentilles minces**:

Formule des lentilles minces

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \qquad (5.6a)$$

où p et q respectent la convention de signes définie à la section 4.9 et f, la convention de signes définie à la section 5.1. On peut aussi écrire l'équation 5.6*a* sous la forme

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = V$$

où V est la vergence (ou puissance) de la lentille, définie à la section 5.1.

Pour obtenir le grandissement transversal, on peut appliquer une preuve géométrique identique à celle utilisée à la figure 4.69 (p. 173) pour les miroirs. On obtient alors une équation identique:

Grandissement transversal pour une lentille mince

$$m = \frac{y_I}{y_O} = -\frac{q}{p} \qquad (5.6b)$$

Vous aurez remarqué que les équations 5.6*a* et 5.6*b*, s'appliquant aux lentilles, sont respectivement identiques aux équations 4.11 et 4.12, s'appliquant aux miroirs. Cette analogie entre les équations découle directement de l'analogie entre les tracés de rayons principaux dont nous avons parlé précédemment.

Dans certains des exemples qui suivent, nous considérerons des cas où la lumière qui provient d'un objet traverse plus d'une lentille. Ces situations sont

importantes, car les instruments optiques comme les microscopes et les télescopes (voir les sections 5.6 et 5.7) constituent de tels systèmes de lentilles. La méthode de résolution ci-dessous décrit la façon d'aborder ces situations.

Méthode de résolution

Système de deux lentilles

Nous indiquons ici la marche à suivre pour résoudre des problèmes faisant intervenir deux lentilles, mais une démarche similaire peut être appliquée s'il y en a un nombre différent. On suppose que la distance objet à la première lentille et la distance entre les lentilles sont connues. Si ce n'est pas le cas, les étapes ci-dessous peuvent être réalisées dans un ordre différent.

Formule des lentilles minces

1. Calculer la distance image de l'image I_1 donnée par la première lentille, L_1.
2. L'image de la première lentille sert d'*objet* pour la deuxième lentille, L_2. Déterminer la distance objet de la deuxième lentille. Ne pas oublier la convention de signes pour p et q.
3. Déterminer la distance image de l'image I_2.

Tracé des rayons principaux

1. Les valeurs obtenues ci-dessus doivent vous permettre de choisir une échelle convenable pour le tracé des rayons principaux. L'échelle verticale doit être différente de l'échelle horizontale.
2. Représenter chaque lentille par le symbole approprié défini à la figure 5.2 (p. 193). La hauteur du symbole peut être prolongée si besoin est.
3. N'utiliser que les rayons principaux pour localiser les images. Tracez en pointillés les prolongements des rayons. Un prolongement sert à indiquer vers quel point un rayon tend, mais il ne correspond pas à un trajet réel de la lumière.
4. Les rayons principaux servant à localiser l'image I_2 n'ont *pas* besoin d'être aussi des rayons principaux de la première lentille. Du point de vue de la première lentille, ce sont des rayons *quelconques* sortant de I_1.
5. Puisque les flèches indiquent le sens de propagation de la lumière, il ne devrait jamais y avoir de flèches qui pointent en sens inverse dans un système de lentilles. Ne pas confondre avec ce qui se produit pour un miroir !

Exemple 5.8

(a) Un petit objet est situé à 16 cm d'une lentille convergente de distance focale 12 cm. Trouver la position de l'image et déterminer le grandissement transversal. (b) Un objet de hauteur 0,8 cm se trouve à 25 cm d'une lentille divergente de distance focale –16 cm. Trouver la position de l'image et sa hauteur.

Solution

(a) On nous donne $p = 16$ cm et $f = +12$ cm. D'après la formule des lentilles, on obtient

$$\frac{1}{16\text{ cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{12\text{ cm}}$$

donc, $q = 48$ cm. Le grandissement transversal est

$$m = -\frac{q}{p} = -\frac{48\text{ cm}}{16\text{ cm}} = -3$$

L'image est réelle (q est positif), inversée (m est négatif) et agrandie ($|m| > 1$). La figure 5.21*a* (p. 208) représente un tracé convenable des rayons principaux (il n'est pas à l'échelle). ■

(b) La formule des lentilles minces donne

$$\frac{1}{25\text{ cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{-16\text{ cm}}$$

d'où l'on tire $q = -9{,}76$ cm. Le grandissement est

$$m = -\frac{q}{p} = -\frac{-9{,}76\text{ cm}}{25\text{ cm}} = +0{,}390$$

La hauteur de l'image est (0,8 cm)(0,390) = 0,312 cm. L'image est virtuelle (q est négatif), droite (m est positif) et réduite ($|m| < 1$), comme à la figure 5.21*d* (p. 208). ■

Exemple 5.9

Un petit objet est situé à 5 cm d'une lentille convergente de distance focale 12 cm. Trouver la position de l'image et déterminer son grandissement transversal.

Solution

Avec $p = 5$ cm et $f = 12$ cm, la formule des lentilles donne

$$\frac{1}{5\text{ cm}} + \frac{1}{q} = \frac{1}{12\text{ cm}}$$

Ainsi, $q = -8{,}57$ cm. Le grandissement transversal est $m = -q/p = +1{,}71$. L'image est virtuelle, droite et agrandie.

La figure 5.21*c* (p. 208) représente un tracé convenable des rayons principaux (il n'est pas à l'échelle).

Exemple 5.10

Une lentille L_1 forme à 5 cm d'elle une image réelle d'un objet réel situé à l'infini, alors qu'une lentille L_2 forme à 6 cm une image réelle d'un objet réel situé à 6 cm. Laquelle de ces lentilles est la plus convergente ?

Solution

Les distances p et q sont toutes positives. Pour L_1 et L_2 respectivement, la formule des lentilles exprimée en fonction de la vergence (puissance) des lentilles donne

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{0{,}05\text{ m}} = V_1 \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{0{,}06\text{ m}} + \frac{1}{0{,}06\text{ m}} = V_2$$

d'où l'on tire $V_1 = 20$ D et $V_2 = 33{,}3$ D. La lentille L_2 est donc la plus convergente, même si elle forme son image plus loin. En effet, la lentille L_1 fait converger des rayons incidents parallèles, tandis que la lentille L_2 doit faire converger des rayons qu'elle reçoit alors qu'ils divergent.

Comparez cet exemple avec la méthode qualitative utilisée à l'exemple 5.1. ■

Exemple 5.11

Une lentille convergente L_1 de distance focale 4 cm et une lentille divergente L_2 de distance focale −2 cm sont à 12 cm l'une de l'autre. Leurs axes optiques coïncident (figure 5.24). Un petit objet se trouve à 8 cm devant la lentille convergente. Déterminer : (a) la position de l'image finale ; (b) le grandissement transversal de l'image finale.

Solution

(a) Nous devons d'abord déterminer la distance image q_1 pour la lentille convergente (figure 5.24). En utilisant $p_1 = 8$ cm et $f_1 = 4$ cm dans la formule des lentilles, on obtient

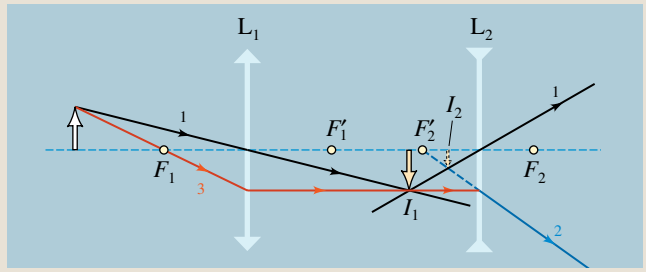
$$\frac{1}{8\text{ cm}} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{4\text{ cm}}$$

d'où l'on tire $q_1 = 8$ cm. Puisque q_1 est positif, l'image I_1 donnée par la première lentille est réelle : les rayons qui émergent de L_1 le font en convergeant. Ces rayons se croisent en un point image situé à droite de L_1 sur la figure. Deux rayons principaux seulement, de mêmes couleurs que celles des rayons de la figure 5.20 (p. 207), ont été utilisés pour localiser I_1 (ajoutez le troisième rayon).

Puisque les rayons qui se croisent en I_1 recommencent ensuite à diverger, ils atteignent L_2 en divergeant les uns des autres. Du point de vue de L_2, le point I_1 joue donc le rôle d'objet *réel*. En substituant $p_2 = +4$ cm et $f_2 = -2$ cm dans la formule des lentilles minces, on obtient

$$\frac{1}{4\text{ cm}} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{-2\text{ cm}}$$

et on trouve la distance image $q_2 = -1{,}33$ cm. Le signe négatif signifie que cette image est virtuelle : les rayons



▲ **Figure 5.24**

L'image I_1 formée par la lentille L_1 est un objet réel pour la lentille L_2. Pour compléter le tracé de rayons et trouver I_2, on a dessiné en noir un nouveau rayon issu de I_1.

qui émergent de L_2 le font en divergeant. Ils semblent donc provenir d'un point image I_2 situé à gauche de L_2 sur la figure.

Cette fois encore, deux rayons principaux seulement ont été utilisés pour localiser I_2.

On note que le rayon tracé en rouge et en bleu est le seul à être à la fois un rayon principal de L_1 et de L_2 : selon la numérotation définie à la figure 5.20 (p. 207), c'est le rayon 3 de L_1 et le rayon 2 de L_2. En revanche, si on avait poursuivi au-delà de I_1 la trajectoire du rayon 1 de L_1, ce rayon n'aurait pas correspondu à un rayon principal de L_2. De même, le rayon 1 de L_2, en noir, n'amorce pas sa trajectoire en I_2 : il fait partie des rayons ayant traversé L_1, mais comme il n'en constitue pas un rayon principal, cette partie de son trajet n'a pas été illustrée. Sachant qu'à chaque point objet correspond un point image unique, on peut, maintenant que la position de ces points est connue, compléter le trajet entier des deux rayons en noir depuis la gauche de L_1 jusqu'à la droite de L_2 (faites-le). ■

(b) Le grandissement produit par L_2 se calculant par rapport à *son* objet, c'est-à-dire l'image intermédiaire I_1, le grandissement transversal total est

$$m = m_1 m_2 = \left(-\frac{8}{8}\right)\left(-\frac{-1{,}33}{4}\right) = -0{,}333$$

L'image finale est virtuelle, inversée et réduite.

Exemple 5.12

Une lentille convergente L_1 de distance focale 4 cm et une autre lentille convergente L_2 de distance focale 7 cm sont à 12 cm l'une de l'autre. Leurs axes optiques coïncident (figure 5.25). Un petit objet se trouve à 5 cm devant L_1. (a) Trouver la position de l'image finale. (b) Quel est le grandissement transversal de l'image finale ? Décrire la nature de l'image finale.

Solution

(a) Il s'agit d'une situation plus complexe à deux lentilles puisque le tracé des rayons principaux est moins évident à faire. On détermine la position de l'image I_1 donnée par la première lentille à partir de la formule des lentilles avec $p_1 = 5$ cm et $f_1 = 4$ cm. Ainsi,

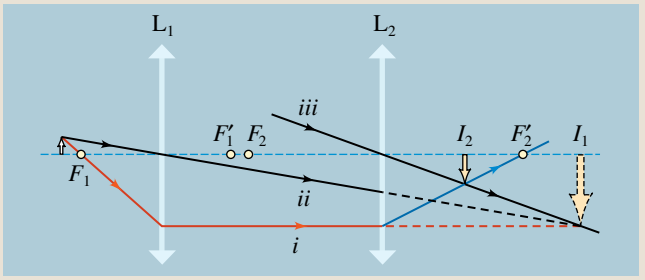
$$\frac{1}{5\text{ cm}} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{4\text{ cm}}$$

d'où l'on tire $q_1 = 20$ cm. La première image est réelle.

À la figure 5.25, deux rayons principaux seulement, de mêmes couleurs que celles des rayons de la figure 5.20 (p. 207), ont été utilisés pour localiser I_1. Il s'agit des rayons *i* et *ii* (ajoutez le troisième rayon). Au-delà de L_2, ces rayons ont été prolongés par des pointillés : en l'absence de L_2, ils auraient suivi ce trajet et l'image réelle I_1 se serait formée. Mais à cause de L_2, cette image ne pourra pas se former parce que les rayons sont réfractés par la deuxième lentille.

Comme les rayons incidents sur L_2 convergent, I_1 agit comme un *objet virtuel* pour cette lentille. En conséquence, $p_2 = -8$ cm. ■

La formule des lentilles appliquée à la deuxième lentille donne



▲ **Figure 5.25**

L'image I_1 donnée par la lentille L_1 est un objet virtuel (parce que les rayons convergent vers la lentille) pour la lentille L_2.

$$\frac{1}{-8\text{ cm}} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{7\text{ cm}}$$

d'où l'on tire $q_2 = +3{,}73$ cm. Comme q_2 est positif, l'image est réelle.

Dans le tracé des rayons principaux, le rayon *i*, qui sort de la lentille L_1 parallèlement à l'axe, va converger au foyer F_2' de la deuxième lentille. Bien qu'il s'agisse du même rayon, sa couleur passe au bleu pour permettre la comparaison avec la figure 5.21 (p. 208). Notre problème consiste à trouver un deuxième rayon pour déterminer la position de l'image I_2.

Pour ce faire, on remarque que, parmi les nombreux rayons qui forment l'image I_1, un rayon doit passer par le centre de L_2 sans être dévié. Ayant déjà trouvé la position de I_1, on peut tracer un rayon (continu) allant du centre de L_2 à l'extrémité de I_1. Il s'agit du rayon *iii*. L'intersection du rayon *iii* avec le rayon *i* passant par F_2' donne la position de l'image finale I_2. Tracez le troisième rayon principal de L_2.

On note que le rayon *i* est le seul à être à la fois un rayon principal de L_1 et de L_2 : selon la numérotation de la figure 5.20 (p. 207), c'est le rayon 3 de L_1 et le rayon 2 de L_2. En revanche, le rayon *ii* n'est pas un rayon principal de L_2, ce qui explique qu'on n'ait pas poursuivi sa trajectoire à droite de L_2. De même, le rayon *iii* n'est pas un rayon principal de L_1. Sachant qu'à chaque point objet correspond un point image unique, on peut compléter le trajet entier des rayons *ii* et *iii* depuis la gauche de L_1 jusqu'à la droite de L_2 (faites-le). ■

(b) Le grandissement total est

$$m = m_1 m_2 = \left(-\frac{20}{5}\right)\left(-\frac{3,73}{-8}\right) = -1,87$$

L'image finale est réelle, inversée et agrandie.

Exemple 5.13

Soit une lentille en plastique assez molle pour qu'on puisse modifier la courbure de ses faces en exerçant une force appropriée sur sa circonférence. On place un objet ponctuel d'un côté de cette lentille et un écran de l'autre. Alors que l'écran demeure immobile, on déplace l'objet et on ajuste la vergence de la lentille pour que l'image captée par l'écran demeure nette. (a) Quelle est la différence entre les vergences (puissances) requises quand $p = 25$ cm et quand $p \to \infty$? (b) Si l'écran est à 1,5 cm derrière la lentille, quelle est la vergence minimale utile ?

Solution

(a) Soit L, la distance inconnue (mais constante) entre la lentille et l'écran. L'image est réelle puisqu'on la capte avec un écran, donc $q = +L$. Quand $p = 25$ cm, la formule des lentilles donne

$$\frac{1}{0,25 \text{ m}} + \frac{1}{L} = V_{\max} \qquad \text{(i)}$$

et, quand $p \to \infty$, elle donne

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{L} = V_{\min} \qquad \text{(ii)}$$

La soustraction des équations (i) et (ii) donne $V_{\max} - V_{\min} = 4$ D. Notons que, pour un résultat en dioptries, il faut exprimer les distances en mètres.

(b) Puisque q est fixe, la vergence minimale est requise quand p est maximal. En utilisant $L = 0,015$ m dans l'équation (ii), on obtient directement $V_{\min} = 66,7$ D. Pour faire passer l'objet de l'infini à une distance de 25 cm, il fallait donc faire passer la vergence de la lentille de 66,7 D à 70,7 D.

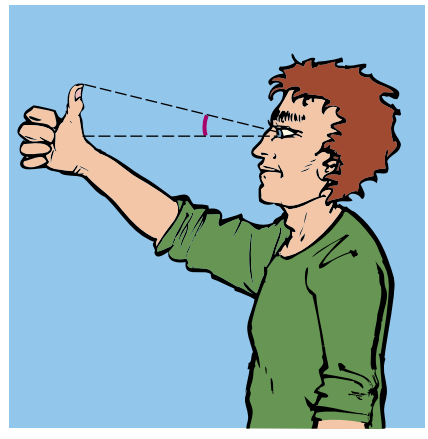
À la section 5.8, nous verrons que l'œil contient une lentille équivalente qui joue exactement le rôle que nous venons de décrire dans cet exemple. ■

5.4 LE GROSSISSEMENT ANGULAIRE DES INSTRUMENTS OPTIQUES

Dans les prochaines sections, nous allons étudier plusieurs instruments optiques conçus pour rendre apparents des détails qui ne sont pas visibles à l'œil nu. Dans cette section, nous allons voir que ces instruments produisent un *grossissement angulaire*. Alors que le grandissement $m = y_I/y_O$ compare les hauteurs réelles de l'image et de l'objet, le grossissement angulaire compare leurs tailles *apparentes*, du point de vue d'un observateur.

Pour comprendre la différence entre la taille réelle et la taille apparente, considérons d'abord des objets que l'on regarde à l'œil nu. Leur hauteur réelle, y_O, ne nous renseigne pas directement sur la *perception* que nous avons de cette hauteur. Par exemple, si on tend le bras vers la Lune et qu'on dresse le pouce, ce dernier aura une taille apparente plus grande que celle de la Lune ; il pourra même la cacher entièrement. La taille apparente d'un objet est déterminée par l'*angle qu'il sous-tend*, à l'œil, pour un observateur (figure 5.26).

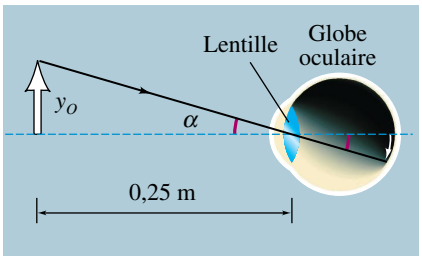
L'angle que sous-tend un objet dépend de la distance entre l'observateur et l'objet. Pour mieux observer un petit objet, par exemple chacun des petits caractères du texte écrit au bas d'un contrat, il suffit de l'approcher de notre œil et



▲ **Figure 5.26**
La taille apparente d'un objet (ici un pouce) est l'angle que sous-tend l'objet pour un observateur.

d'ainsi augmenter l'angle qu'il sous-tend. Il y a toutefois deux limites à cette tactique, selon le contexte :

- D'une part, il y a des objets lointains qu'il nous est impossible de rapprocher. L'astronome qui observe les étoiles ou l'ornithologue qui observe les oiseaux en vol n'ont pas le loisir de les approcher de leur œil.
- D'autre part, l'œil ne peut pas former une image nette d'un objet situé en deçà d'une certaine distance appelée *distance minimale de vision nette* (voir la section 5.8). Le biologiste qui veut observer des bactéries ne peut pas y parvenir à l'œil nu en les approchant à un millimètre de son œil.



▲ Figure 5.27

Quand un objet peut être approché de l'observateur, l'angle qu'il sous-tend est maximal lorsque cet objet est situé à la distance minimale de vision nette, supposée égale à 25 cm. C'est cet angle maximal que nous définissons comme l'angle α.

Il n'y a pas de symbole désignant l'angle que sous-tend un objet à l'œil nu dans une situation générale. Toutefois, nous utiliserons le symbole α pour désigner l'angle *maximal* que peut sous-tendre, selon le contexte, l'objet regardé à l'œil nu. Pour un objet lointain comme un astre, α est tout simplement l'angle qu'il sous-tend dans le ciel et sur lequel nous n'avons aucun contrôle. Pour un objet minuscule, α est l'angle obtenu quand l'observateur place l'objet le plus près possible de lui, c'est-à-dire à sa distance minimale de vision nette. Nous verrons à la section 5.8 que cette distance est de 25 cm pour un standard appelé « œil normal » (voir la figure 5.42*a*, p. 228). Nous considérons donc que, pour un objet qu'on peut placer à la distance voulue, α est l'angle qu'il sous-tend quand il est à 25 cm de distance de l'œil (figure 5.27).

Il arrive que l'angle α soit trop petit pour nous permettre d'observer les éléments qui composent l'objet. C'est le cas des objets trop lointains (par exemple les montagnes sur la Lune) ou réellement minuscules (par exemple les détails de la surface d'un grain de sable). Des instruments optiques permettent de franchir les limites imposées par l'angle α : les télescopes, les lunettes astronomiques et les longues-vues permettent de déceler les objets distants ; la loupe et le microscope permettent d'observer les objets minuscules.

Tous ces instruments ont en commun de produire une image dont la taille apparente est supérieure à la taille apparente maximale de l'objet à l'œil nu. En d'autres termes, si on utilise le symbole β pour désigner l'angle que sous-tend l'image finale produite par l'instrument, on obtient toujours $\beta > \alpha$. On définit le **grossissement angulaire** G d'un instrument comme le rapport des angles sous-tendus par l'image et l'objet d'après un observateur :

Grossissement angulaire

$$G = \frac{\beta}{\alpha} \qquad (5.7)$$

Par convention, quand la hauteur y_I d'une image est négative, ce qui indique qu'elle est inversée par rapport à l'objet, la mesure de l'angle β sous-tendu par cette image sera aussi négative.

Exemple 5.14

La Lune a un diamètre de 3480 km et se trouve à une distance de 384 000 km de la Terre. (a) Quel angle α sous-tend la Lune pour un observateur terrestre ? (b) On projette sur un écran une image de la Lune en utilisant une lentille convergente de distance focale 2 m. Quelle sera la taille de l'image ? (c) Si l'observateur est situé à 30 cm de l'écran, quel angle β sous-tendra l'image ? (d) Que vaut le grossissement G dans cette situation ?

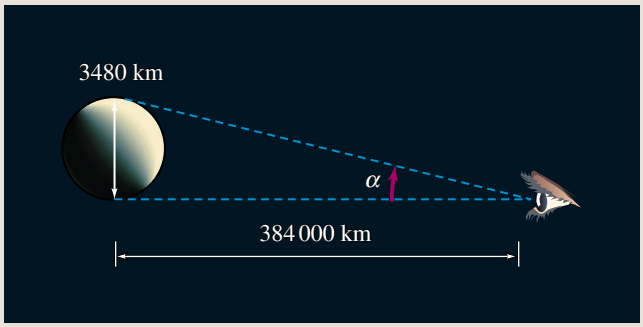
Solution

(a) Puisque la Lune ne peut pas être rapprochée de l'œil de l'observateur, l'angle α est l'angle qu'elle sous-tend dans le ciel, à la distance réelle où elle se trouve. ■

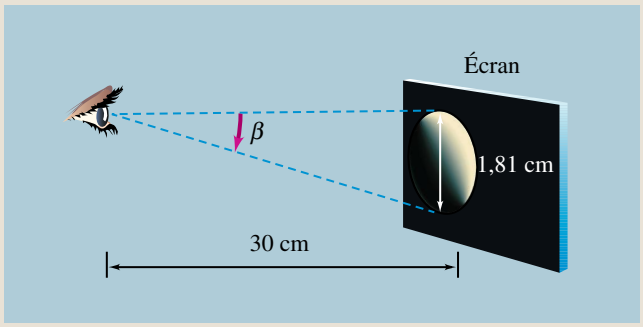
D'après la figure 5.28*a*,

$$\alpha = \arctan\left(\frac{3480\text{ km}}{384\,000\text{ km}}\right) = 0{,}519°$$

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 5.28

(*a*) L'angle α sous-tendu par la Lune pour un observateur terrestre. (*b*) L'angle β sous-tendu par l'image de la Lune pour un observateur placé à 30 cm de l'écran.

L'angle α étant très petit, il est aussi possible de le déterminer en utilisant l'approximation des petits angles $\alpha \approx \tan\alpha$. Cette approximation donne cependant l'angle en radians :

$$\alpha = 3480\text{ km}/384\,000\text{ km} = 0{,}00906\text{ rad}$$

Cet angle correspond bel et bien à 0,519°.

(b) La distance objet est $p = 384\,000\text{ km} = 3{,}84 \times 10^8\text{ m}$. Si l'on considère que $p \to \infty$, on trouve, par la formule des lentilles, $q \approx f = 2$ m. Il faut donc placer un écran à 2 m de la lentille pour y recueillir une image nette de la Lune. Par l'équation 5.6*b*, le grandissement correspond à

$$m = -\frac{q}{p} = -\frac{2\text{ m}}{3{,}84 \times 10^8\text{ m}} = -5{,}21 \times 10^{-9}$$

Le signe négatif du grandissement indique que l'image est inversée. Puisque la taille de l'objet est $y_O = 3480\text{ km} = 3{,}48 \times 10^6$ m, la taille de l'image est

$$y_I = my_O = -0{,}0181\text{ m} = -1{,}81\text{ cm}$$

Évidemment, la hauteur de l'image est nettement plus petite que celle de la Lune.

(c) D'après la figure 5.28*b*,

$$\beta = \arctan\left(\frac{-1{,}81\text{ cm}}{30\text{ cm}}\right) = -3{,}45°$$

(d) D'après les calculs précédents, on trouve

$$G = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{-3{,}45°}{0{,}519°} = -6{,}64$$

Bien que l'image de la Lune ait une hauteur nettement inférieure à celle de la Lune, elle apparaît 6,64 fois plus grosse que la Lune dans le ciel. De plus, elle est inversée. ■

5.5 LA LOUPE

Une lentille convergente projette une image réelle lorsque l'objet est plus éloigné que la distance focale (figure 5.21*a*, p. 208). En revanche, lorsque l'objet est plus rapproché que la distance focale (figure 5.21*c*, p. 208, et figure 5.29), l'image est virtuelle et agrandie, puis il faut regarder à travers la lentille pour la voir : la lentille agit alors comme une **loupe**. Les lentilles utilisées en guise de loupe ont typiquement des distances focales de quelques centimètres.

Pour évaluer le grossissement d'une loupe de distance focale f à l'aide de l'équation 5.7, on doit déterminer l'angle β que sous-tend l'image de l'objet, de même que l'angle α que sous-tend *à l'œil nu* l'objet que l'on veut observer. Puisque les objets qu'on examine avec une loupe pourraient être placés devant l'œil à la distance voulue, l'angle α sera celui que sous-tend l'objet quand il est placé

à 25 cm de l'observateur. De plus, ces objets étant habituellement petits, l'angle α pourra être considéré comme un petit angle. D'après la figure 5.27 (p. 214), en utilisant l'approximation des petits angles $\alpha \approx \tan \alpha$, on trouve

$$\alpha = \frac{y_O}{(0{,}25 \text{ m})} \qquad (5.8)$$

où y_O est en mètres. Puisqu'on a utilisé l'approximation des petits angles, l'angle α est en radians.

Pour évaluer β, on suppose d'abord que l'image est formée plus loin que la distance minimale de vision nette de l'œil. On doit ensuite tenir compte de la hauteur y_I de l'image, mais aussi de la distance entre l'œil et l'image :

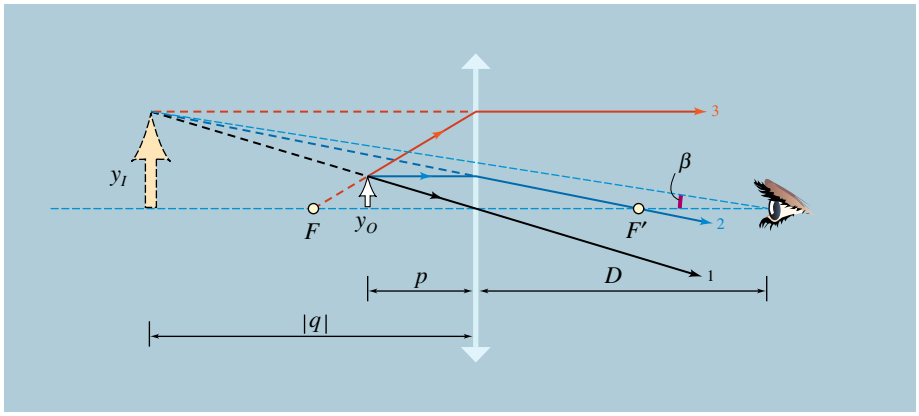
$$\beta = \frac{y_I}{\text{distance œil-image}}$$

où on a tenu compte du fait que β est un petit angle ($\beta \approx \tan \beta$). Quand on utilise une loupe, la distance entre elle et l'objet (distance objet p) doit rester inférieure à la distance focale f. Par contre, la distance D entre l'œil et la loupe peut prendre n'importe quelle valeur. Pour une distance image q donnée, plus on colle l'œil sur la loupe, plus la distance œil-image est faible, donc plus l'angle β est élevé. La figure 5.29 illustre deux valeurs différentes de β pour une même distance image q.

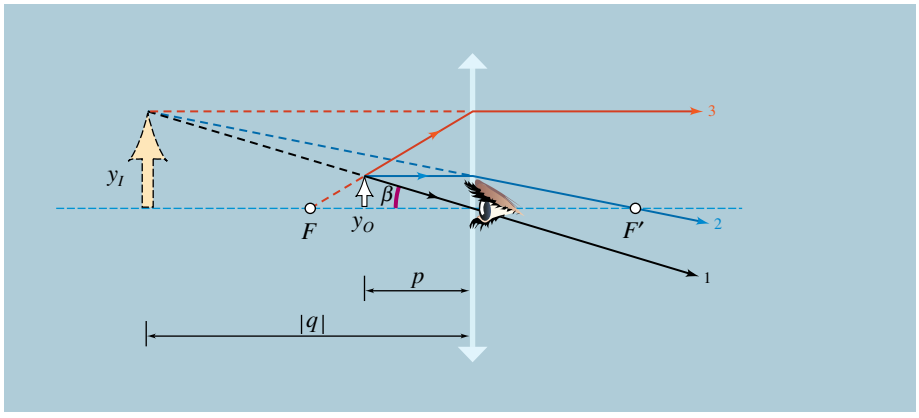
▶ Figure 5.29

Un objet réel situé à une distance $p < f$ d'une lentille convergente donne une image virtuelle agrandie. (*a*) En général, l'angle β que sous-tend l'image dépend de la position de l'œil. (*b*) Quand l'œil est collé sur la loupe, l'angle β (et donc le grossissement) est maximal.

(*a*)



(*b*)



En pratique, l'utilisation qu'on fait d'une loupe ne permet pas toujours d'obtenir l'angle β maximal. Par exemple, si on se sert d'une loupe pour faire la lecture, la distance D doit être assez grande (figure 5.29*a*). Il serait pénible de coller notre œil sur la loupe de façon prolongée puisqu'il faut aussi maintenir cette

dernière à quelques centimètres du texte (distance inférieure à la distance focale f). Dans de telles circonstances, la distance œil-image est $D + |q|$, d'où :

$$\beta = \frac{y_I}{D + |q|} = \frac{y_I}{D - q} \qquad (5.9a)$$

En revanche, un bijoutier qui observe les fins détails d'une pierre précieuse doit souvent obtenir le grossissement maximal, ce qu'il fait en collant la loupe contre son œil ($D \approx 0$), comme le montre la figure 5.29*b*. Il utilise à cette fin une loupe montée sur un support qui permet de la tenir près de l'œil. Dans ces circonstances*, la distance œil-image est $|q|$ et on obtient :

$$\beta = \frac{y_I}{|q|} = \frac{y_O}{p} \qquad (5.9b)$$

où la deuxième égalité découle de la géométrie illustrée à la figure 5.29*b*.

Soulignons que, dans les deux cas, l'objet doit être placé à une distance $p < f$ de la loupe. De plus, puisqu'on a utilisé l'approximation des petits angles, β est en radians.

On peut maintenant calculer le grossissement. Dans le cas général, il correspond au rapport de β donné par l'équation 5.9*a* et de α donné par l'équation 5.8. Mais dans le cas particulier où β est donné par l'équation 5.9*b*, on obtient

Grossissement angulaire de la loupe (quand l'œil est collé dessus)

$$G = \frac{(0{,}25\ \text{m})}{p} \qquad (5.10)$$

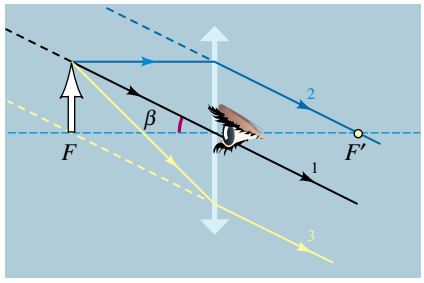
Cette équation n'est valable que lorsque la distance entre l'œil et la lentille est négligeable. Pour que la lentille agisse comme une loupe, la distance objet p doit être inférieure ou égale à la distance focale. Mais elle ne doit pas être trop petite, sinon l'image se forme à une distance q inférieure à la distance minimale de vision nette, et l'observateur voit une image floue.

Dans le cas particulier où $p = f$, l'image est à l'infini (figure 5.30). Quelle que soit la distance D entre l'œil et la loupe, elle est alors négligeable et l'équation 5.10 peut donc être utilisée. En y substituant $p = f$, on obtient

$$G_\infty = \frac{(0{,}25\ \text{m})}{f} \qquad (5.11)$$

Ce résultat particulier correspond à ce qu'on nomme le **grossissement commercial** de la loupe. Ainsi, le grossissement donné par un fabricant est toujours calculé en supposant que l'image finale obtenue est à l'infini. En effet, un œil qui correspond au standard de l'« œil normal » perçoit les images à l'infini sans aucun effort *d'accommodation* (voir la section 5.8). Le grossissement commercial d'une loupe ne correspond donc pas au grossissement maximal qu'elle peut produire, mais plutôt au grossissement obtenu lors de son utilisation la moins fatigante pour l'œil. L'équation 5.11 obtenue pour le grossissement commercial d'une loupe montre que plus la distance focale de la lentille est petite, plus le grossissement est important.

Un bijoutier regarde une pierre précieuse en tenant une loupe collée contre son œil.



▲ Figure 5.30

Lorsqu'on place un objet au foyer d'une lentille convergente, l'image est à l'infini. Une telle image ne semble toutefois pas minuscule (l'angle β qui la sous-tend est non nul) : elle est très distante, *mais très haute*.

* Dans les deux sections suivantes, nous verrons que l'oculaire d'un microscope ou d'un télescope est une lentille convergente qui agit comme une loupe. C'est un autre exemple de cas où l'observateur tient son œil très près de la « loupe ».

Exemple 5.15

On observe un objet avec une loupe de distance focale 5 cm. (a) Calculer les valeurs de grossissement correspondant aux positions extrêmes de l'objet qui donnent une image nette pour l'observateur dont l'œil est directement collé sur la lentille. On considère que la distance minimale de vision nette pour l'observateur est de 25 cm. (b) Reprendre la même question pour la situation où la loupe est tenue à 15 cm de l'œil.

Solution

(a) Pour $p = f = 0{,}05$ m, l'image est à l'infini et le grossissement est égal à $G_\infty = (0{,}25\text{ m})/(0{,}05\text{ m}) = 5$.

Notons qu'une image à l'infini forme néanmoins un angle fini pour l'observateur (voir l'angle β sur la figure 5.30). ■

L'autre position extrême qui donne une image nette, $p_{\min}$, se produit lorsque $|q|$ correspond à la distance minimale de vision nette, c'est-à-dire $q = -0{,}25$ m (le signe est négatif, car l'image est virtuelle). Par la formule des lentilles, $1/p + 1/q = 1/f$, on trouve $p_{\min} = 0{,}0417$ m. Par l'équation 5.10, on a $G = (0{,}25\text{ m})/(0{,}0417\text{ m}) = 6$.

Quand la loupe est collée sur l'œil, on obtient le grossissement maximal lorsque l'image est la plus proche possible de l'œil. ■

(b) On a $D = 15$ cm. Quand l'image est formée à l'infini, cette distance est négligeable et le grossissement demeure $G_\infty = 5$.

Quand l'image se forme à la distance minimale de vision nette, c'est-à-dire à 25 cm *de l'œil*, elle est à une distance $q = -0{,}10$ m *de la loupe*. La formule des lentilles donne alors $p_{\min} = 0{,}03333$ m. Cette fois, l'équation 5.10 n'est pas valable. Toutefois, le grandissement étant $m = -q/p = 3$, on a $y_I = 3y_O$. L'équation 5.9*a* donne alors $\beta = 3y_O/(0{,}25\text{ m})$. En substituant ce résultat ainsi que l'équation 5.8 dans la définition du grossissement, on obtient $G = 3$.

Remarquez que, l'œil n'étant plus collé sur la loupe, le grossissement maximal est obtenu quand l'image est la plus haute possible et non pas quand elle est la plus proche possible, comme c'était le cas à la question (a). ■

▲ Figure 5.31

Un des petits microscopes à lentille simple utilisés par van Leeuwenhoek. L'échantillon se place à l'extrémité du support monté sur une vis et la lentille se trouve dans le petit orifice qu'on décèle juste en dessous, sur la plaque inférieure.

C'est Roger Bacon (1214-1294) qui décrivit pour la première fois, au XIII^{e} siècle, comment utiliser une lentille convergente pour produire une image agrandie. Il la présenta comme un moyen de faciliter la lecture. Vers 1670, Antonie van Leeuwenhoek (1632-1723) employa de petites lentilles *simples* de distances focales voisines de 1,5 mm pour faire des observations détaillées d'insectes et même de bactéries*. Il réussit à confectionner des lentilles de surfaces non sphériques qui amélioraient considérablement la résolution des images. Il fabriqua ainsi près de 500 microscopes simples, dont 9 existent encore de nos jours (figure 5.31). Le meilleur d'entre eux a un grossissement de 275 environ, un résultat étonnant lorsqu'on sait que le grossissement d'un microscope moderne n'atteint qu'environ 1000 ! Avec la meilleure de ses lentilles, il aurait pu distinguer des détails de 1 µm. Toutefois, ces petits microscopes sont très fatigants pour l'œil. Pour remédier à ce problème, on fait appel au microscope composé.

5.6 LE MICROSCOPE COMPOSÉ

Un microscope comprenant une lentille convergente et une lentille divergente apparut en Hollande vers 1590 et fut utilisé pour la première fois à des fins scientifiques par Galilée en 1610. L'utilisation de deux lentilles *convergentes*, suggérée par Kepler en 1611, constitue le fondement du **microscope composé**. La publication du *Micrographia* par Robert Hooke en 1665 fut un événement important dans l'histoire du microscope. Dans cet ouvrage, Hooke donnait des illustrations détaillées des observations qu'il avait faites à l'aide du microscope

* Voir B. J. Ford, *Single Lens*, Londres, Heinemann, 1985. Cet ouvrage raconte comment van Leeuwenhoek établit à lui seul les fondements de la microbiologie.

composé représenté à la figure 5.32. C'est d'ailleurs les illustrations de fibres végétales données par Hooke qui encouragèrent van Leeuwenhoek, drapier de métier, à faire ses propres observations.

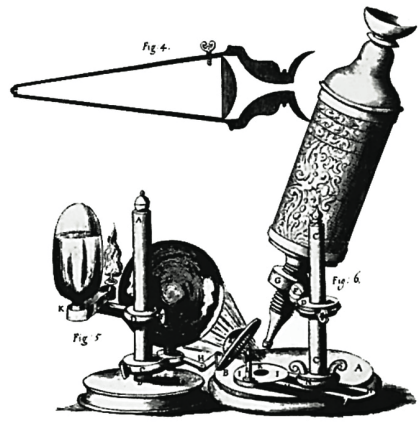
Dans un microscope composé, la première lentille est l'**objectif** (ob) et la deuxième est l'**oculaire** (oc) (figure 5.33). L'objectif, de distance focale f_{ob}, sert à produire une image agrandie de l'objet en un point situé à une distance de l'oculaire qui est inférieure à sa distance focale f_{oc}. L'oculaire joue alors le rôle d'une loupe simple sur laquelle l'observateur colle son œil. En d'autres termes, un microscope composé n'est rien de plus qu'une loupe qui sert à grossir une image intermédiaire plutôt qu'à grossir l'objet directement. Par exemple, si l'image intermédiaire est 10 fois plus grande que l'objet, l'image finale sera 10 fois plus grande que celle qu'on aurait obtenue avec l'oculaire (loupe) employé seul. L'utilisation d'une seconde lentille décuple donc les possibilités de la loupe.

La figure 5.33 (qui n'est pas dessinée à l'échelle) représente les deux lentilles et le parcours des rayons. La distance entre les foyers de l'objectif et de l'oculaire est appelée **longueur optique**, ℓ, et elle est en général égale à 16 cm. La distance d entre les lentilles est $d = \ell + f_{ob} + f_{oc}$. Les flèches verticales numérotées représentent :

1. l'objet, situé juste au-delà du foyer de l'objectif ($p_{ob} > f_{ob}$) ;

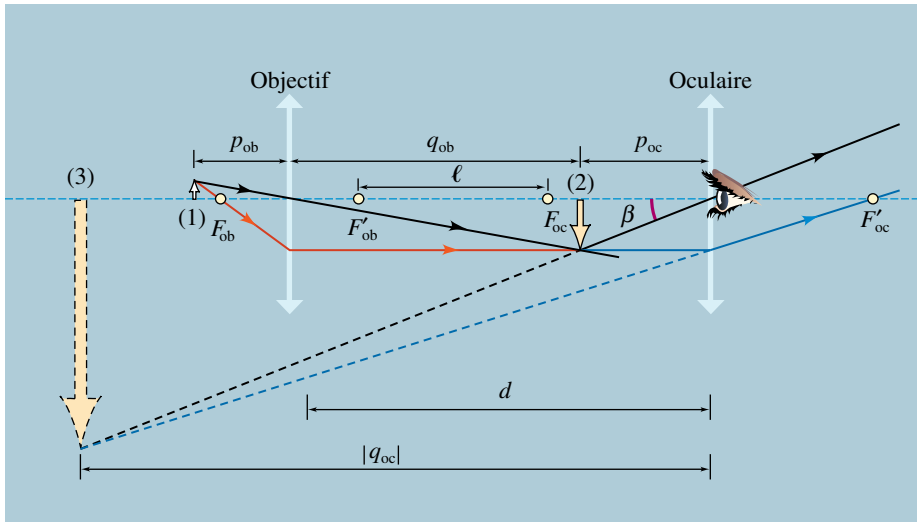
2. l'image réelle agrandie produite par l'objectif ($q_{ob} > \ell + f_{ob}$). Cette image constitue un objet réel pour l'oculaire ;

3. l'image finale virtuelle produite par l'oculaire.



▲ **Figure 5.32**

Le microscope composé utilisé par Robert Hooke était constitué de deux lentilles plan-convexes distantes de 15 cm environ.



▲ **Figure 5.33**

Dans un microscope composé, l'objectif donne une image réelle à une distance de l'oculaire inférieure à sa distance focale ; l'oculaire agit comme une loupe simple, sur laquelle l'observateur colle son œil. (Le schéma n'est pas à l'échelle.)

Ce microscope, semblable à celui de Hooke, fut fabriqué par C. Cock vers 1680 et a appartenu au roi George III.

La distance focale de l'objectif est assez faible, de l'ordre de 5 mm, ce qui permet de placer l'instrument près de l'objet à observer (pour que l'objectif produise une image réelle, il faut que $p_{ob} > f_{ob}$). Nous verrons également que la faible valeur de f_{ob} entraîne un grossissement plus important. La distance focale de l'oculaire est voisine de 15 mm.

Pour calculer le grossissement du microscope, il faut d'abord obtenir le grandissement. Celui-ci est engendré en deux étapes : d'abord, l'objectif produit un grandissement transversal $m_{ob} = y_{I_2}/y_O = -q_{ob}/p_{ob}$ (équation 5.6*b*), où la numérotation de l'indice I_2 correspond à celle des images de la figure 5.33. L'image

ainsi agrandie est alors observée à la loupe (lentille oculaire), ce qui produit un grandissement supplémentaire $m_{oc} = y_{I_3}/y_{I_2} = -q_{oc}/p_{oc}$ (où les indices I_2 et I_3 correspondent à nouveau à la numérotation des images de la figure 5.33).

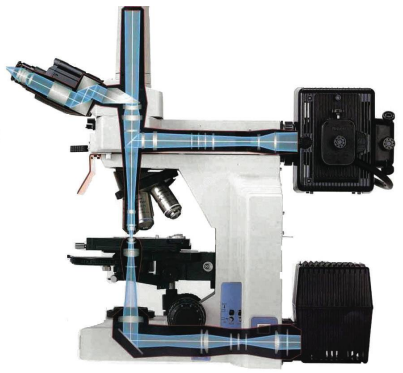
Le grossissement de l'ensemble est $G = \beta/\alpha$, où α est l'angle sous-tendu par l'objet lorsqu'il est le plus près possible de l'œil nu et β, l'angle sous-tendu par l'image *finale* produite par l'oculaire. Comme dans le cas de la loupe, l'angle α est donné par $\alpha = y_O/(0{,}25\text{ m})$ (équation 5.8) et, l'œil étant typiquement collé sur l'oculaire, l'angle β est donné par l'équation 5.9*b*, soit

$$\beta = \frac{y_{I_3}}{|q_{oc}|} = \frac{y_{I_2}}{p_{oc}}$$

Comme $y_{I_2} = -(q_{ob}/p_{ob})y_O$, on obtient :

Grossissement angulaire du microscope

$$G = -\frac{q_{ob}}{p_{ob}} \cdot \frac{(0{,}25\text{ m})}{p_{oc}} \qquad (5.12)$$



▲ Figure 5.34

Le système optique d'un microscope moderne. Notez qu'un dispositif rotatif permet de remplacer facilement la lentille qui joue le rôle d'objectif.

Si l'image donnée par l'objectif coïncide avec le foyer de l'oculaire, alors $p_{oc} = f_{oc}$. Dans ce cas, l'image virtuelle finale est à l'infini et un « œil normal » ne fait aucun effort d'accommodation, ce qui est moins fatigant. Puisqu'on a, dans ce cas, $q_{ob} = \ell + f_{ob}$, la formule des lentilles appliquée à l'objectif montre que le rapport q_{ob}/p_{ob} est égal à ℓ/f_{ob} (vérifiez). L'équation 5.12 donne le grossissement commercial qui prend alors la forme

$$G_\infty = -\frac{\ell}{f_{ob}} \cdot \frac{(0{,}25\text{ m})}{f_{oc}} \qquad (5.13)$$

On voit donc que le grossissement est d'autant plus grand que les distances focales sont petites. La figure 5.34 représente le système optique d'un microscope moderne.

Exemple 5.16

Un microscope a un objectif de distance focale 5 mm et un oculaire de distance focale 20 mm. La longueur optique est égale à 15 cm et l'image finale est située à 40 cm de l'oculaire. Déterminer : (a) la position de l'objet ; (b) le grossissement du microscope ; (c) le grossissement si l'image est déplacée à l'infini.

Solution

(a) La distance entre les lentilles est

$$d = \ell + f_{ob} + f_{oc} = 17{,}5\text{ cm}$$

Puisque nous connaissons la distance image de l'oculaire, nous pouvons déduire la distance objet à partir de $1/p_{oc} + 1/q_{oc} = 1/f_{oc}$, avec $f_{oc} = 2$ cm et $q_{oc} = -40$ cm, ce qui nous donne $p_{oc} = 1{,}90$ cm.

La distance image de l'objectif est $q_{ob} = d - p_{oc} = 15{,}6$ cm. Enfin, $1/p_{ob} + 1/q_{ob} = 1/f_{ob}$ donne $p_{ob} = 0{,}517$ cm. On remarque que cette distance est légèrement supérieure à f_{ob}.

(b) D'après l'équation 5.12, le grossissement est

$$G = -\left(\frac{15{,}6\text{ cm}}{0{,}517\text{ cm}}\right)\left(\frac{25\text{ cm}}{1{,}90\text{ cm}}\right) = -397$$

(c) D'après l'équation 5.13, on trouve

$$G_\infty = -\left(\frac{15\text{ cm}}{0{,}5\text{ cm}}\right)\left(\frac{25\text{ cm}}{2\text{ cm}}\right) = -375$$

qui est légèrement inférieur à la valeur trouvée à la question (b). Bien que le grossissement soit inférieur, il est plus reposant pour l'œil de regarder une image distante qu'une image située à 40 cm.

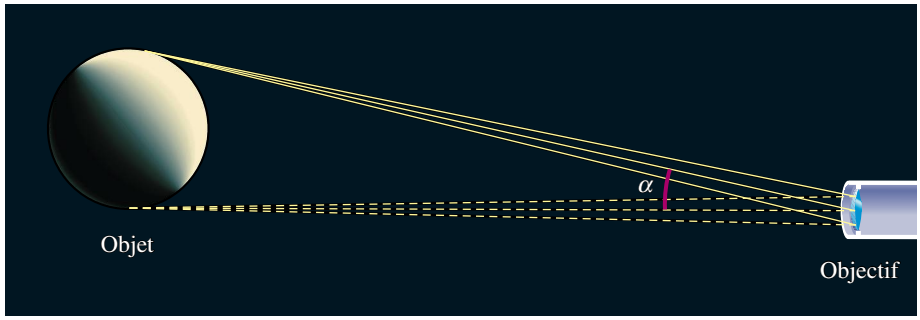
5.7 LE TÉLESCOPE

Un **télescope** est un instrument optique servant à observer des objets éloignés. Roger Bacon suggéra d'utiliser un miroir concave et une loupe pour « rapprocher de l'œil des objets lointains », mais on ne sait pas avec certitude s'il a réellement construit un télescope. L'utilisation d'une lentille divergente fut suggérée par la suite vers 1590. En 1611, Kepler établit les fondements qui allaient permettre la mise au point d'instruments optiques. Il fut le premier à étudier la relation entre des objets et leurs images données par des systèmes optiques et il fut capable de concevoir des télescopes en s'appuyant uniquement sur la loi approchée de la réfraction de Ptolémée, $n_1\theta_1 = n_2\theta_2$. De nos jours, on appelle **lunette astronomique** les télescopes n'utilisant que des lentilles dans leur construction. Le lunetier hollandais Hans Lippershey (1570-1619) construisit en 1608 la première lunette astronomique avec une lentille convergente et une lentille divergente. Comme dans un microscope, la première lentille traversée par la lumière est appelée l'objectif et la seconde, l'oculaire.

Lunettes astronomiques utilisées par Galilée.

Dès qu'il entendit parler de cet instrument, en juin 1609, Galilée en fabriqua un et l'orienta vers le ciel. Le paysage accidenté qu'il découvrit alors en observant la surface de la Lune venait contredire l'idée admise depuis longtemps que les corps célestes étaient « parfaits ». Sa découverte des satellites de Jupiter en 1610 vint également mettre en doute la théorie d'Aristote selon laquelle la Terre était au centre de l'Univers. Kepler s'étant montré incrédule devant cette découverte, Galilée lui envoya une lunette pour qu'il puisse juger par lui-même. Ainsi encouragé à poursuivre ses propres travaux d'optique, Kepler suggéra la même année que deux lentilles convergentes pouvaient constituer une lunette astronomique. La première lunette de ce type fut construite près de cinquante ans plus tard par Huygens. C'est ce type de télescope que nous allons examiner en premier lieu.

La principale différence entre une lunette astronomique et les autres instruments optiques décrits jusqu'à présent est qu'elle sert à observer des objets éloignés. En conséquence, l'angle α sous-tendu par l'objet à l'œil nu n'est pas mesuré quand on place l'objet à 25 cm de l'œil; il correspond plutôt à l'angle sous-tendu par l'objet dans le ciel (figure 5.35). De plus, l'objet est tellement distant que la lumière issue de chacun des points qui le composent forme, en arrivant à la lunette astronomique, une « famille » de rayons parallèles.



◀ Figure 5.35

Les rayons provenant de deux points objets situés aux extrémités d'un objet de taille angulaire α constituent deux familles de rayons quasi parallèles formant le même angle α.

Considérons maintenant deux points objets, situés aux extrémités de l'objet. Comme le montre la figure 5.35, les deux « familles » de rayons parallèles issus de ces points objets forment entre elles un angle α. À la figure 5.36, les deux points objets illustrés à la figure 5.35 ne sont pas illustrés, car ils sont loin à gauche, hors du champ de la figure, mais on considère que l'un d'eux est sur l'axe optique et l'autre, au-dessus. Le point objet situé sur l'axe optique produisant une image sur l'axe optique, les rayons correspondants ne sont pas illustrés.

Seuls les rayons provenant du point objet du « haut » sont représentés. On constate que deux d'entre eux sont des rayons principaux de l'objectif. Puisque l'objet est très éloigné, il n'est pas surprenant que l'image soit au foyer de l'objectif : les rayons parallèles incidents se rejoignent en un point image situé à $q_{ob} = f_{ob}$.

Au-delà de ces différences, le fonctionnement d'une lunette astronomique est très similaire à celui d'un microscope : l'objectif produit une image réelle qui sert d'objet réel pour l'oculaire, lequel produit une image finale virtuelle. Comme le montre la figure 5.36, l'image réelle produite par l'objectif doit être située à une distance de l'oculaire qui est inférieure à sa distance focale ; l'oculaire agit donc comme une simple loupe, exactement comme dans le cas d'un microscope.

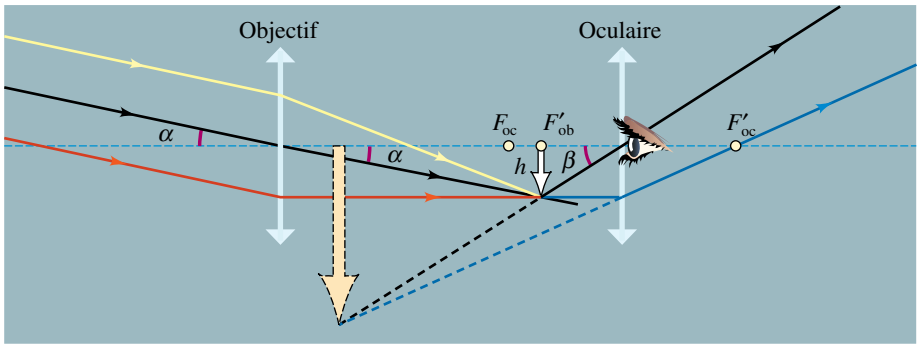


Figure 5.36

L'objectif d'une lunette astronomique donne une image réelle à une distance de l'oculaire inférieure à sa distance focale ; l'oculaire joue le rôle d'une simple loupe, sur laquelle l'observateur colle son œil, exactement comme dans le cas d'un microscope.

L'image formée dans la lunette astronomique sous-tend un angle β (voir la figure 5.36), de sorte que le grossissement du télescope est

$$G = \frac{\beta}{\alpha} \tag{5.14}$$

Les angles étant petits et, puisque p_{ob} est beaucoup plus grand que la distance qui sépare les deux lentilles, $\alpha \approx h/f_{ob}$ et $\beta \approx h/p_{oc}$, et l'équation 5.14 devient

Grossissement angulaire de la lunette astronomique

$$G = -\frac{f_{ob}}{p_{oc}} \tag{5.15}$$

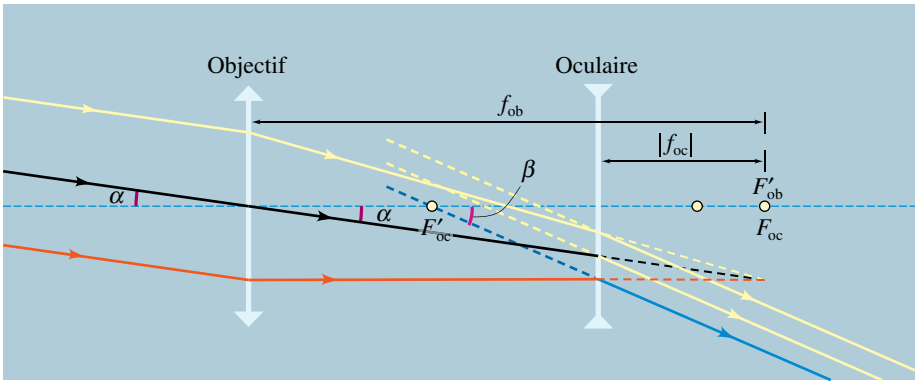
Si l'image finale est également à l'infini, ce qui est nécessaire pour qu'il n'y ait aucun effort d'accommodation pour un « œil normal », la distance entre l'objectif et l'oculaire est alors ajustée de façon que leurs foyers soient confondus ; on a alors $p_{oc} = f_{oc}$. Dans ce cas, le grossissement s'écrit

$$G_\infty = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}} \tag{5.16}$$

Le grossissement est grand si $f_{ob} \gg f_{oc}$. Pour que cette condition soit vérifiée, il faut que la lunette astronomique soit assez longue. De plus, comme elle donne une image inversée (G est négatif), elle ne convient pas à l'observation terrestre. (On peut utiliser une troisième lentille pour obtenir une image finale droite.)

Dans la **lunette de Galilée**, l'oculaire est une lentille divergente. Si la distance entre les deux lentilles est ajustée de façon à ce que leurs foyers soient confondus, cas représenté à la figure 5.37, alors l'objectif produit une image réelle au foyer de l'oculaire. L'oculaire, lui, produit ensuite des rayons parallèles

(figure 5.21*b*, p. 208), ce qui correspond à une image virtuelle à l'infini. Les expressions donnant le grossissement total sont les mêmes que pour la lunette astronomique, mais sans le signe moins puisque l'image finale est droite. C'est cette caractéristique, combinée à une courte distance entre les lentilles, qui rend ce montage intéressant pour la confection des jumelles de spectacle.



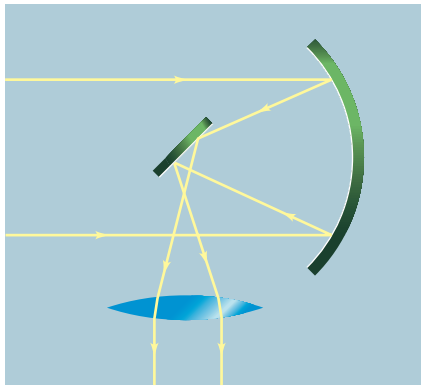
◀ Figure 5.37

Dans une lunette de Galilée, l'oculaire est une lentille divergente. Dans le cas représenté, les foyers des deux lentilles sont confondus (*à droite* de l'oculaire).

Newton pensait (à tort, voir la section 5.1) qu'il n'était pas possible d'éliminer l'aberration chromatique dans les lentilles. Il construisit un **télescope à miroirs** (figure 5.38), comprenant un miroir concave et un petit miroir plan qui réfléchit la lumière vers l'oculaire (figure 5.39). Le fonctionnement d'un télescope à miroirs est très similaire à celui d'une lunette astronomique : le miroir concave donne une image réelle située à une distance de l'oculaire inférieure à sa distance focale ; l'oculaire agit ensuite comme une simple loupe. Puisqu'il est difficile de réaliser des lentilles de grand diamètre (qui sont nécessaires pour capter le plus de lumière possible) et qu'elles ont tendance à se déformer sous leur propre poids, on emploie en général un miroir (parabolique) dans les télescopes modernes. Le télescope du mont Palomar a un miroir de 200 po (5,08 m) de diamètre (figure 5.40). Le grossissement d'un télescope à miroirs est donné par l'équation 5.16, où f_{ob} représente la distance focale du miroir.

▲ Figure 5.38

Une réplique du télescope à miroirs de Newton.

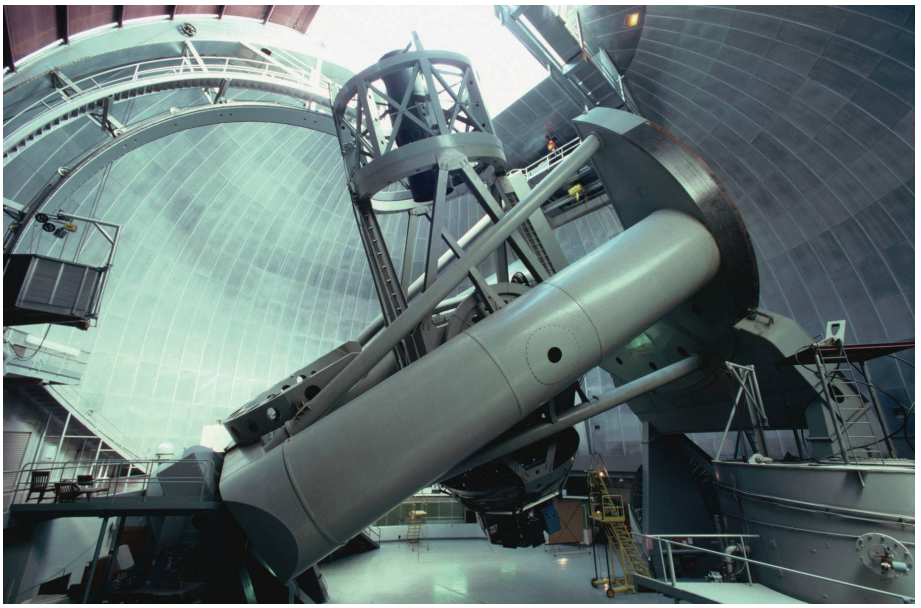


▲ Figure 5.39

Dans un télescope à miroirs, c'est un miroir concave qui joue le rôle d'objectif (alors que c'est une lentille convergente dans une lunette astronomique). L'oculaire demeure toutefois une lentille convergente qui agit comme une loupe simple. Notez aussi que, contrairement à ce qu'on pourrait penser, le miroir plan ne cause pas une ombre au milieu de l'image produite, mais il réduit la quantité de lumière qui atteint le miroir concave.

▶ Figure 5.40

Le miroir du télescope du mont Palomar, en Californie, est constitué de quatorze tonnes et demie de verre Pyrex et a un diamètre de 5 m. Jugez-en par la taille des marches de l'escalier mobile qu'on distingue en bas à droite.



APERÇU HISTORIQUE

L'évolution des télescopes

Si le télescope peut sembler, parmi les instruments optiques présentés dans ce chapitre, être peu *utile* dans notre vie quotidienne, on lui doit en revanche de grands bouleversements de nature philosophique et scientifique. Dès le départ, les premières observations au télescope réalisées par Galilée furent tellement importantes qu'elles contribuèrent à vider une antique querelle à propos de la place de la Terre dans l'Univers (voir l'aperçu historique dans le chapitre 1 du tome 1). Quatre cents ans plus tard, ce sont les télescopes géants d'Hawaï et ceux en orbite qui ont pris le relais. Les nombreuses découvertes qu'on leur doit continuent d'alimenter l'éternel questionnement concernant la place que nous occupons au sein de l'Univers.

Des débuts modestes

C'est avec un télescope de 1,2 m de long et grossissant 33 fois que Galilée obtint ses meilleures observations. En ce début du XVII^{e} siècle, personne ne comprenait très bien le comportement des rayons lumineux dans ce genre d'instrument. Si Galilée est parvenu à fabriquer de bons télescopes, c'est d'abord et avant tout parce qu'il avait appris rapidement à fabriquer d'excellentes lentilles. Malgré tous ses efforts, cependant, il n'arriva jamais à obtenir des images aussi nettes qu'il le souhaitait. C'est que Galilée, comme tous ceux qui allaient le suivre pendant plus de cent ans, ne connaissait pas le phénomène des aberrations sphérique et chromatique (voir la section 5.1).

En l'absence d'un modèle théorique assez complet qui aurait permis de corriger les aberrations, les astronomes inventèrent des solutions pratiques, empiriques. L'une d'elles consistait à augmenter autant que possible la distance focale de l'objectif. Poussée à sa limite, cette technique a donné naissance à des télescopes presque impossibles à manœuvrer. Il est difficile d'imaginer l'exploit consistant à maintenir l'alignement entre deux petites lentilles situées aux extrémités de gigantesques tubes filiformes mesurant jusqu'à 60 m de long. C'est pourtant avec des instruments de ce genre que les pionniers de l'observation télescopique découvrirent entre autres les détails de la structure des spectaculaires anneaux de Saturne !

La lutte contre les aberrations se déroula sur deux fronts distincts. D'un côté, on apprit comment la lumière blanche pouvait être décomposée à l'aide d'un prisme. La séparation des couleurs vient du fait que chaque constituant de la lumière blanche est réfracté par le prisme en verre selon un indice différent. Or, les télescopes de l'époque utilisaient justement des lentilles en verre qui réfractaient la lumière pour composer des images. La découverte de Newton montrait que l'aberration chromatique est en quelque sorte inévitable dans tous les dispositifs qui utilisent la réfraction pour dévier

la lumière. Fort de cette explication, Newton suggéra d'utiliser un miroir à la place d'une lentille puisqu'ainsi les différentes couleurs allaient toutes être réfléchies de la même façon. Mais, à sa grande surprise, il dut admettre que les images obtenues à l'aide de miroirs n'étaient pas parfaites !

Au-delà de l'aberration chromatique qu'un miroir permet d'éliminer, il restait l'aberration sphérique. Ce problème est lié à la forme même des miroirs et des lentilles qu'on construisait à cette époque. C'est en 1721 que John Hadley (1682-1744) apporta le correctif ultime aux problèmes d'aberration en utilisant des miroirs de forme parabolique. À peine dix ans plus tard, Chester Moore Hall (1703-1771) réussit à construire les premières lentilles achromatiques en combinant des matériaux d'indices de réfraction différents.

La course aux télescopes géants

Un bon télescope n'est pas uniquement un instrument optique qui donne des images agrandies des objets observés, il doit aussi fournir des images brillantes. Généralement, plus les objets célestes qu'on désire observer sont situés loin de nous, plus leur intensité lumineuse est faible. Pour pouvoir observer toujours plus loin, les astronomes se sont employés à améliorer le pouvoir de captation de la lumière de leurs instruments. Ce pouvoir est directement proportionnel à la surface de l'objectif. Plus le miroir ou la lentille est de grande taille, plus il capte de lumière, permettant ainsi l'observation d'objets peu lumineux. La course aux télescopes géants a ainsi succédé à la lutte contre l'aberration. Du milieu du XVIII^{e} siècle jusqu'à la fin du XIX^{e}, on s'affaira à construire des télescopes de plus en plus grands. Bien que tous les grands télescopes modernes utilisent des miroirs comme objectifs, à cette époque on n'avait pas de préférence marquée pour les miroirs ou les lentilles achromatiques.

La dernière et la plus grande des lunettes astronomiques fut mise en service en 1897, au Wisconsin. Avec un diamètre de 1 m et ses 250 kg, la lentille du télescope Yerkes, nommé ainsi en l'honneur du généreux bailleur de fonds qui en assura la construction, est un véritable chef-d'œuvre. George Ellery Hale (1868-1938), qui supervisa la réalisation de l'instrument, poussa jusqu'à ses derniers retranchements la technologie des télescopes à lentilles. S'il pouvait envisager sans peine la construction d'une lentille plus grande, il se rendit compte qu'il deviendrait impossible de l'utiliser dans un télescope parce qu'elle se déformerait sous l'effet de son propre poids. La seule façon de continuer la course consistait désormais à se tourner vers les télescopes utilisant des miroirs.

La technique de fabrication des miroirs géants est sensiblement la même que celle des lentilles. Il s'agit de tailler un bloc de verre et de lui donner une forme bien précise. À la différence d'une lentille, le bloc de verre destiné à devenir un miroir se voit recouvrir d'une couche d'aluminium. Fort de son expérience acquise au Wisconsin, Hale construisit coup sur coup un télescope de 1,6 m et un autre de 2,5 m. Ce dernier a été inauguré en 1917 au mont Wilson, en Californie. Il s'agissait alors du plus grand télescope jamais construit. Il garda ce titre pendant plus de trente ans. C'est sur cet instrument qu'Edwin Hubble (1889-1953) découvrit, entre autres, que la majorité des nébuleuses observées jusque-là avec de plus petits télescopes étaient en réalité ce qu'on nomme aujourd'hui des galaxies. Ces « îlots d'étoiles » se comptent aujourd'hui par milliards et chacun peut contenir plusieurs milliards d'étoiles comme le Soleil. C'est aussi sur ce même télescope qu'il découvrit le décalage des longueurs d'onde qu'il attribua à une expansion de l'Univers. Plus tard, la théorie du Big Bang fournit une explication théorique à cette conclusion, avec l'appui de la théorie de la relativité.

On réalise à quel point le dernier télescope construit par Hale représentait une avancée technologique spectaculaire lorsqu'on apprend que le télescope spatial nommé en l'honneur d'Edwin Hubble possède un diamètre du même ordre. Ce dernier doit la très grande qualité de ses images au fait qu'il est situé au-dessus de l'atmosphère. Ce faisant, il dispose d'un pouvoir de résolution (voir la section 7.3) impossible à égaler par les télescopes terrestres.

Le télescope du mont Wilson ne fut surpassé en taille que par le télescope de 5 m du mont Palomar, inauguré en 1948. Il n'est pas surprenant qu'on l'ait nommé le télescope Hale ! Tout comme le Yerkes représentait le summum des télescopes à lentille unique, le Hale s'approchait des limites techniques inhérentes aux télescopes à miroir unique. Il n'a été détrôné du titre de plus grand télescope du monde qu'en 1976 par un télescope soviétique utilisant un miroir de 6 m de diamètre. La construction de ce télescope avait toutefois été encouragée par une logique de compétition due à la guerre froide : trop gros, il n'a jamais donné les résultats anticipés. L'avenir était ailleurs.

Les télescopes de l'avenir

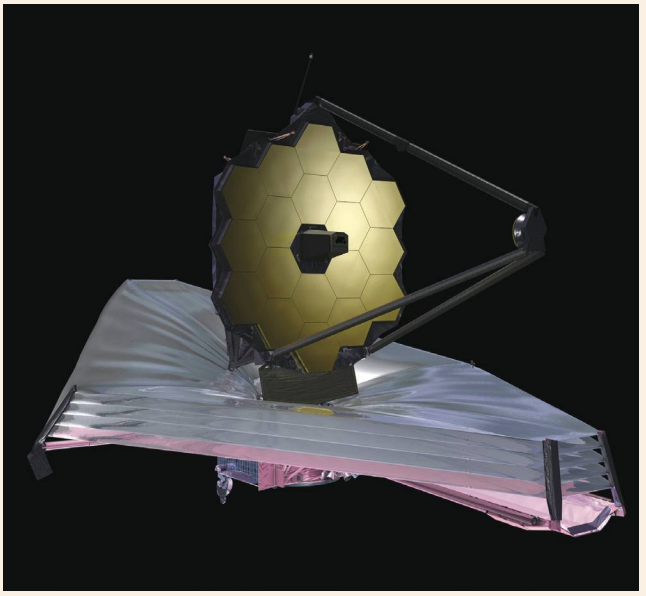
En 1979, on inaugurait au mont Hopkins, en Arizona, un télescope à miroirs multiples. Ce prototype est constitué de six miroirs classiques de 1,6 m de diamètre chacun, agencés de façon à obtenir le pouvoir de captation d'un miroir de 4,5 m. Faciles à construire et à manipuler, ces miroirs fonctionnent grâce à un système d'alignement par laser commandé en temps réel par

►►►

des ordinateurs. La technologie des télescopes à miroirs multiples a aujourd'hui atteint sa maturité. À Hawaï, au sommet du Mauna Kea, trônent actuellement les deux télescopes jumeaux Keck 1 et 2, qui ont chacun un diamètre effectif de 10 m. Ils sont constitués de 36 miroirs hexagonaux de 0,9 m de côté. Le pouvoir de captation de la lumière de ces instruments est quatre fois plus grand que celui du Hale.

L'avenir prochain sera marqué par le télescope spatial James Webb, dont le lancement est prévu en 2018. Conçu pour succéder au télescope Hubble, il sera six fois plus grand que lui et son miroir, constitué de 18 segments, mesurera 6,5 m de diamètre. Contrairement à Hubble, qui est en basse orbite, ce nouveau télescope mènera sa vie active à 1,5 million de kilomètres de la Terre, où il évitera l'ombre de la Terre et pourra être protégé du Soleil avec un bouclier situé d'un seul côté.

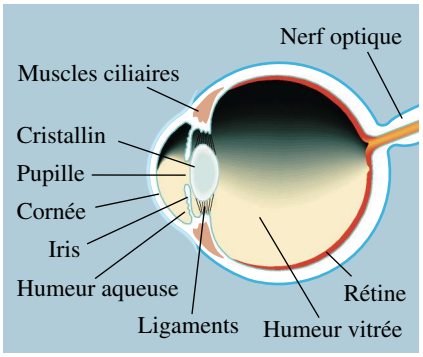
La course aux télescopes géants ne s'arrêtera probablement jamais. Dès qu'une technologie semble sur le point d'atteindre sa limite, ingénieurs et astronomes se dépêchent d'en créer une nouvelle pour prendre le relais.



Le télescope spatial James Webb, en construction en vue d'un lancement en 2018, aura un miroir de 6,5 m de diamètre et sera protégé du Soleil par un bouclier latéral.

5.8 L'ŒIL

L'œil humain est un instrument optique alliant précision et polyvalence d'une façon spectaculaire, compte tenu de sa petite taille. On peut comprendre une bonne partie de son fonctionnement en ayant recours au modèle du rayon lumineux, ce que nous ferons dans cette section. Nous examinerons d'abord le fonctionnement de l'œil normal, puis nous étudierons trois défauts biologiques affectant les yeux et, enfin, nous expliquerons comment des lentilles correctrices peuvent corriger ces défauts.



▲ Figure 5.41

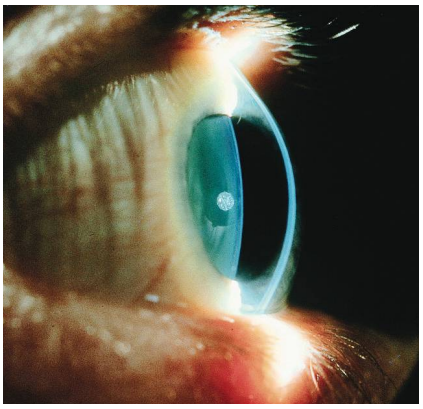
L'œil humain. La plus grande partie de la convergence de l'œil est due à la réfraction produite par la cornée. La distance focale du cristallin varie lorsque les muscles ciliaires se contractent ou se relâchent.

La figure 5.41 permet de comprendre le parcours des rayons lumineux lorsqu'ils pénètrent dans l'œil et traversent le globe oculaire. Ils rencontrent d'abord un tissu transparent appelé **cornée**, puis ils passent dans un liquide (l'humeur aqueuse). Ensuite, ils traversent le **cristallin** et pénètrent à nouveau dans un liquide, l'humeur vitrée, avant de terminer leur parcours sur une mince membrane située au fond du globe oculaire, la **rétine**. Cette dernière contient des cellules sensibles à la lumière, en forme de cônes ou de bâtonnets, qui déclenchent des influx nerveux acheminés par le nerf optique jusqu'au cerveau. Collectivement, ces différentes cellules photosensibles détectent des longueurs d'onde entre 400 nm et 700 nm, ce qui correspond à la lumière visible (voir la section 4.2).

La cornée et les humeurs ont des indices de réfraction proches de celui de l'eau (de 1,34 à 1,38), alors que le cristallin est formé de plusieurs couches en « pelures d'oignon » dont les indices de réfraction sont plus élevés au centre qu'en périphérie. Les rayons paraxiaux qui pénètrent dans l'œil subissent donc de nombreuses réfractions puis, après avoir traversé le cristallin, poursuivent leur chemin en ligne droite. L'effet équivalent de ces réfractions est celui d'une lentille convergente, les deux tiers de la vergence totale de ce dispositif étant dus à la toute première réfraction, quand la lumière passe de l'air ($n = 1$) à la cornée ($n = 1{,}38$). Le reste de la convergence est dû au cristallin.

La *pupille*, l'orifice par lequel le faisceau lumineux pénètre dans l'œil, n'a pas d'effet sur les réfractions. Par contre, son diamètre, commandé par l'*iris* (partie colorée), détermine la quantité totale de lumière incidente sur la rétine.

Dans le raisonnement qui suit, nous allons considérer un modèle simple de l'œil où la cornée, les humeurs et le cristallin sont remplacés par une lentille convergente unique baignant dans l'air. Cette lentille est intégrée à un globe oculaire de diamètre ℓ, plein d'air, au fond duquel se trouve la rétine. Pour faciliter la compréhension plus loin dans la section, nous décrirons cette lentille en utilisant le concept de vergence (puissance) plutôt que de distance focale. Nous allons maintenant montrer que cette « lentille équivalente » a une vergence *variable*.



Cette photographie montre la cornée et le cristallin.

L'accommodation

Considérons les rayons lumineux qui proviennent d'un point objet matériel situé devant l'œil. Quand l'œil joue correctement son rôle, sa lentille équivalente fait converger ces rayons lumineux en un point image situé *sur la surface de la rétine*. L'œil procure alors une vision nette. En d'autres termes, sur le plan optique, le rôle de la rétine n'est rien de plus que celui d'un écran sur lequel on essaie de capter une image nette. Nous reviendrons sur son fonctionnement biologique au sujet connexe de la section 9.7. Quand l'œil est incapable de jouer son rôle, soit parce qu'il est affecté par un défaut biologique, soit parce que l'objet matériel est situé trop proche, alors la lumière converge vers un point situé devant ou derrière la rétine et on voit une tache floue. Cette tache ressemble à ce qu'on observe en tentant de capter l'image réelle produite par un système optique à l'aide d'un écran qui est mal placé (voir la figure 4.52*f*, p. 161).

On constate une différence manifeste entre le dispositif convergent de l'œil et une lentille convergente ordinaire : quelle que soit la distance objet p, l'œil doit produire l'image *à la même distance image* q, c'est-à-dire sur la surface de la rétine. C'est pour réussir ce tour de force que sa vergence doit être variable.

Dans un œil réel, la variabilité de la vergence est due au cristallin. Quand on dissèque un œil, on constate que le cristallin isolé a une forme bombée et une texture élastique. Mais dans un œil au repos, le cristallin est maintenu en place par des ligaments qui l'étirent, ce qui tend à l'aplatir (voir la figure 5.41). Ainsi étiré, le cristallin a sa convergence minimale. Le processus appelé **accommodation** consiste à contracter les **muscles ciliaires**, ce qui réduit temporairement la tension dans ces ligaments, laissant le cristallin, sous l'effet de sa propre élasticité, reprendre sa forme naturelle plus bombée. Or, une lentille bombée est plus convergente qu'une lentille plutôt aplatie (voir l'équation 5.4*b*). Au prix d'un certain effort, on peut donc augmenter temporairement la vergence de la lentille équivalente de l'œil.

En somme, lorsque les muscles ciliaires sont complètement relâchés, le cristallin est sous tension, sa courbure et sa convergence sont minimales ; l'œil est « au repos ». En revanche, lorsque les muscles ciliaires sont contractés au maximum, la courbure du cristallin et sa convergence sont maximales ; l'œil « force ».

L'œil normal

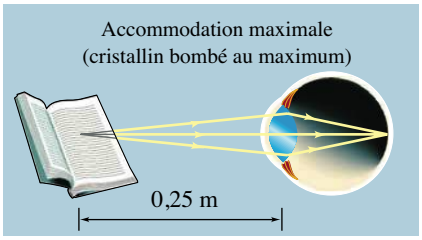
Nous allons maintenant définir ce qu'est un « œil normal », le standard auquel nous avons fait référence dans les sections précédentes. Ce standard ne correspond pas à un œil idéal mais plutôt au minimum nécessaire pour qu'une personne soit en mesure de vaquer à différentes occupations habituelles, comme la conduite automobile ou la lecture.

Plus un point objet est situé à proximité de l'œil, plus il faut accommoder pour faire converger sur la rétine les rayons qui proviennent de cet objet. Quand l'œil accommode au maximum, il atteint sa convergence maximale et l'objet qu'il peut voir nettement est placé à la *distance minimale de vision nette*. On peut regarder un objet situé plus loin en diminuant l'accommodation, mais il est impossible de voir nettement un objet situé plus proche. Chez certaines personnes, la distance minimale de vision nette est de l'ordre de quelques centimètres, mais cette aptitude impressionnante à voir un objet aussi rapproché est de peu d'utilité. En revanche, quand cette distance excède environ 25 cm, la lecture commence à devenir difficile. Par définition, on pose donc que 25 cm est le minimum pour pouvoir vivre un quotidien normal :

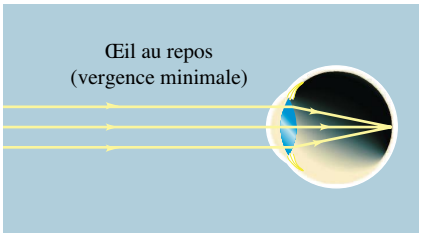
Distance minimale de vision nette de l'œil normal

L'œil normal a une distance minimale de vision nette de 25 cm. En d'autres termes, il doit accommoder au maximum pour regarder un objet placé 25 cm devant lui.

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 5.42

Un « œil normal » peut voir tout objet situé entre 25 cm et l'infini. De plus, il peut voir à l'infini sans devoir accommoder.

La figure 5.42*a* illustre un œil normal qui observe un objet situé à la distance minimale de vision nette. Les muscles ciliaires ont été représentés en rouge pour qu'on comprenne qu'ils forcent au maximum.

Dès qu'un point objet est situé à plus d'une dizaine de mètres devant l'œil, les rayons qui en proviennent sont presque parallèles entre eux et la vergence que doit adopter l'œil pour les faire converger sur la rétine n'est pas différente du cas où l'objet se trouve à l'infini. Considérons un point situé à 25 cm de l'œil et éloignons-le graduellement en supposant que l'œil le fixe continuellement. Plus l'objet s'éloigne, moins l'œil doit accommoder pour faire converger sur la rétine les rayons qui en proviennent. Selon l'individu, trois possibilités peuvent se produire alors qu'on continue d'éloigner l'objet. Premièrement, si l'accommodation devient nulle alors que l'objet est encore à une distance finie, l'œil est incapable de voir nettement quoi que ce soit qui est plus lointain. La distance finie en question est sa *distance maximale de vision nette*. Deuxièmement, l'objet peut atteindre l'infini alors que l'œil accommode encore. Troisièmement, il peut atteindre l'infini *en même temps* que l'œil cesse d'accommoder. Dans ces deux derniers c as, la distance maximale de vision nette est infinie.

La capacité de voir nettement des objets situés à plus d'une dizaine de mètres est évidemment essentielle à des activités courantes comme la conduite automobile. Mais puisque l'accommodation demande un effort qui est fatigant à la longue, il n'est pas suffisant d'avoir une distance maximale de vision nette infinie pour vaquer normalement à ses occupations. Il faut aussi pouvoir regarder des objets à l'infini *sans accommoder*. En d'autres termes, c'est la troisième possibilité ci-dessus que nous définissons comme la normale :

Distance maximale de vision nette de l'œil normal

L'œil normal a une distance maximale de vision nette infinie. De plus, il peut voir nettement un objet situé à l'infini sans avoir à accommoder.

La figure 5.42*b* illustre cette situation. Cette fois, la couleur des muscles ciliaires symbolise le fait qu'ils ne forcent pas du tout. On note d'ailleurs que la lentille équivalente de l'œil est beaucoup moins bombée qu'à la figure 5.42*a*.

Le **domaine de vision nette** est l'intervalle de distances où on peut placer un point objet que l'œil sera en mesure de voir nettement. Il comprend tous les points situés entre les distances minimale et maximale de vision nette. Pour un œil normal, il s'étend donc de 25 cm à l'infini.

Le passage entre la vergence (puissance) minimale et maximale repose surtout sur l'élasticité du cristallin, qui diminue avec l'âge. L'**amplitude d'accommodation** ΔV_{acc}, définie comme la différence entre la vergence maximale et la vergence minimale de la lentille équivalente de l'œil, donne une bonne idée de la souplesse du cristallin :

$$\Delta V_{acc} = V_{max} - V_{min} \qquad (5.17a)$$

L'amplitude d'accommodation prend des valeurs de 1 à 10 D environ selon les gens. L'exemple suivant montrera que le standard de l'œil normal correspond à une amplitude d'accommodation de 4 D.

Exemple 5.17

(a) Trouver l'amplitude d'accommodation d'un œil normal. (b) De combien un œil normal doit-il augmenter sa vergence (puissance) si l'objet qu'il regarde passe de l'infini à des distances de 10 m, 2 m, 1 m et 40 cm ?

Solution

(a) La vergence d'une lentille, $V = 1/f$, est reliée à la distance objet p et à la distance image q par la formule des lentilles minces (équation 5.6*a*). Dans le cas d'un œil, la vergence peut varier, mais la distance image demeure toujours $q = \ell$, le diamètre du globe oculaire qui correspond à la distance entre la lentille équivalente et la rétine. Pour la distance minimale de vision nette, on a donc

$$V_{max} = \frac{1}{f_{min}} = \frac{1}{0{,}25\ \text{m}} + \frac{1}{\ell} \qquad \text{(i)}$$

et pour la distance maximale de vision nette,

$$V_{min} = \frac{1}{f_{max}} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{\ell} = \frac{1}{\ell} \qquad \text{(ii)}$$

En substituant dans l'équation 5.17*a*, on trouve $\Delta V_{acc} = 4$ D.

(b) Pour une distance objet p quelconque, la vergence de l'œil a une valeur quelconque et la formule des lentilles s'écrit

$$V = \frac{1}{p} + \frac{1}{\ell} \qquad \text{(iii)}$$

En comparant avec l'équation (ii), on obtient

$$V = 1/p + V_{min}$$

Quand la distance objet p passe de l'infini à 10 m, V passe donc de V_{min} à 0,1 D + V_{min}. Le gain est de 0,1 D. Si elle passe de l'infini à 2 m, V passe de V_{min} à 0,5 D + V_{min} et le gain est de 0,5 D. Si elle passe de l'infini à 1 m, V passe de V_{min} à 1 D + V_{min} et le gain est donc de 1 D. Enfin, si elle passe de l'infini à 0,4 m, V passe de V_{min} à 2,5 D + V_{min}. Le gain est donc de 2,5 D.

On remarque que le gain de vergence requis pour regarder un objet qui s'approche de l'infini à 10 m est 25 fois plus faible que celui requis pour regarder un objet qui s'approche à 40 cm. L'accommodation ne prend des valeurs appréciables que si on regarde des objets situés vraiment près. ■

Les défauts biologiques de l'œil

Nous allons maintenant étudier trois défauts qui peuvent faire en sorte que la performance de l'œil soit inférieure au standard de l'« œil normal » : la *myopie*, l'*hypermétropie* et la *presbytie*.

Pour décrire ces défauts, il importera de distinguer les deux situations où la distance maximale de vision nette est infinie : la première, normale, où l'œil n'accommode pas et la seconde, anormale, où l'œil doit accommoder. Pour ce faire, on définit le **punctum remotum (PR)** de l'œil (ce qui signifie « point éloigné » en latin), qui est le point de l'axe optique où l'on doit placer un point objet pour qu'on en voie une image nette *sans accommodation*. Pour un œil normal, le PR est situé à l'infini. Pour un œil dont la distance maximale de vision nette est finie, le PR se situe devant l'œil et la distance maximale de vision nette

correspond à la distance entre le PR et l'œil. Pour un œil qui voit à l'infini en accommodant, nous constaterons que le PR est situé *derrière* l'œil, ce qui signifie que le seul point objet que peut distinguer l'œil sans accommoder est un point objet *virtuel*. Notez que, dans ce dernier cas, la distance maximale de vision nette est identique à celle d'un œil normal, même si le PR n'est pas au même endroit.

De façon semblable, on définit le **punctum proximum (PP)** de l'œil (ce qui signifie « point rapproché » en latin). Il s'agit du point de l'axe optique où l'on doit placer un point objet pour qu'on en voie une image nette *lorsque l'effort d'accommodation est maximal*. Ce point est toujours situé devant l'œil, à une distance égale à la distance minimale de vision nette. Pour un œil normal, il se situe à 25 cm devant l'œil.

Selon ces définitions, le domaine de vision nette s'étend soit du PP au PR, soit du PP à l'infini (dans le cas où le PR est virtuel).

Si le punctum remotum est à l'infini, l'un des deux critères du standard de l'œil normal est respecté et on dit que l'œil est **emmétrope**. Une personne dont les yeux ne sont pas emmétropes souffre soit de **myopie**, soit d'**hypermétropie**.

Chez une personne myope, la vergence de l'œil au repos est trop grande (ce qui revient à dire que le globe oculaire est trop profond par rapport à la distance focale de l'œil au repos). Un objet à l'infini donne une image située devant la rétine (figure 5.43*a*). Comparons un œil myope et un œil emmétrope formant une image nette en utilisant la même accommodation : puisque l'œil myope est plus convergent, il doit recevoir des rayons plus divergents que ceux de l'œil emmétrope. L'objet doit donc être plus proche, de sorte que les rayons qui en proviennent divergent davantage en arrivant à l'œil. Puisque ce raisonnement est valable quelle que soit l'accommodation, on en déduit que la myopie a pour effet de *rapprocher* de l'œil l'entièreté du domaine de vision nette, donc à la fois le PP et le PR (figure 5.43*b*).

En revanche, chez une personne hypermétrope, la vergence de l'œil au repos est trop petite (ou encore, le globe oculaire est trop peu profond par rapport à la distance focale de l'œil au repos). Un objet à l'infini donne une image située en arrière de la rétine (figure 5.43*c*). On pourrait s'attendre à ce que l'hypermétropie ait l'effet inverse de la myopie : éloigner à la fois le PP et le PR. Le raisonnement est valable, mais comment pourrait-on éloigner davantage le PR d'un œil emmétrope puisqu'il est situé à l'infini ?

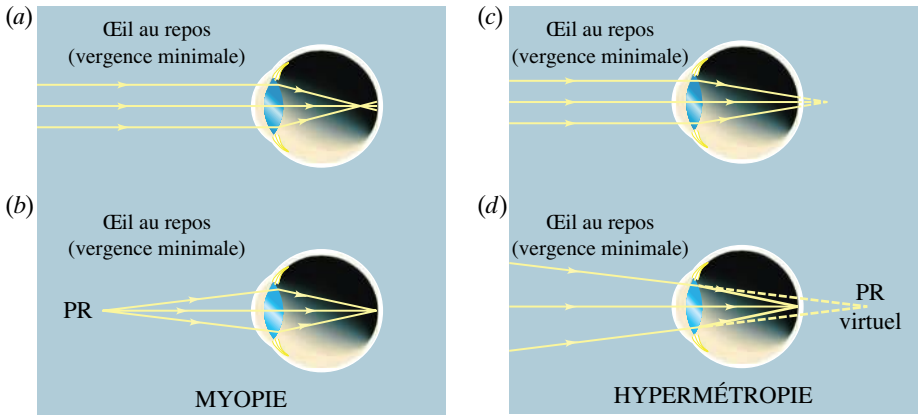
Si on compare un œil hypermétrope et un œil emmétrope à accommodation égale, on constate effectivement que l'œil hypermétrope a besoin de l'inverse de l'œil myope : pour former une image nette, il doit recevoir des rayons moins divergents (ou plus convergents) que ceux que doit recevoir l'œil emmétrope. Si l'œil emmétrope observe un objet rapproché, l'œil hypermétrope qui accommode autant doit regarder un objet plus éloigné ; le PP d'un hypermétrope est donc plus éloigné de l'œil que celui d'un emmétrope ayant la même amplitude d'accommodation. Si l'œil emmétrope regarde un objet à l'infini (rayons incidents parallèles), l'œil hypermétrope à accommodation égale doit recevoir des rayons plus convergents. Cela signifie qu'il faut l'éclairer avec un objet virtuel. C'est pourquoi le PR d'un œil hypermétrope est situé derrière l'œil : il s'agit du point vers lequel doivent converger des rayons incidents dans l'œil pour que celui-ci puisse les focaliser sur la rétine sans accommoder (figure 5.43*d*). Dans un certain sens, on peut considérer que l'hypermétropie a l'effet inverse de la myopie : *éloigner* l'entièreté du domaine de vision nette, le PR devenant virtuel.

Bien que la myopie et l'hypermétropie affectent à la fois le PP et le PR, elles ne déterminent pas la position du PP, qui dépend aussi de l'amplitude

d'accommodation. On définit donc ces deux défauts uniquement en fonction de leur effet sur la distance d_{PR} à laquelle se trouve le PR :

(myopie) $\quad d_{PR} < \infty$

(hypermétropie) $\quad d_{PR} < 0$



◀ Figure 5.43

Myopie : (*a*) En l'absence d'accommodation, les rayons lumineux venant de l'infini convergent en un point situé devant la rétine. (*b*) Pour converger sur la rétine, ils doivent provenir d'un PR plus rapproché que celui d'un œil normal. Hypermétropie : (*c*) En l'absence d'accommodation, les rayons parallèles convergent en un point situé derrière la rétine. (*d*) Pour converger sur la rétine, ils doivent déjà converger (vers un PR virtuel) quand ils atteignent l'œil.

Un troisième défaut, la **presbytie**, correspond au fait qu'il est *de moins en moins possible d'accommoder avec l'âge*. Cette détérioration progressive est due à la perte de flexibilité du cristallin et à une possible diminution de la force des muscles ciliaires. Ce défaut n'a aucun effet sur le PR, mais il rapproche la position du PP de celle du PR, ce qui finit à la longue par rendre difficile la vision rapprochée. La myopie et l'hypermétropie sont des défauts mutuellement exclusifs, mais pas la presbytie. Toute personne devient inévitablement presbyte avec l'âge : si elle a des yeux emmétropes, la presbytie sera le seul défaut dont elle souffrira ; sinon, la presbytie s'ajoutera au défaut affectant le PR.

Nous avons déjà mentionné que l'amplitude d'accommodation donne une bonne indication de la flexibilité du cristallin. Si on suppose que le PP et le PR sont tous deux situés devant l'œil, on peut suivre le raisonnement de l'exemple 5.17 pour obtenir l'amplitude d'accommodation en fonction de leur distance à l'œil. On applique la formule des lentilles minces ($V = 1/p + 1/q$) à l'œil qui n'accommode pas ainsi qu'à l'œil dont l'accommodation est maximale, ce qui donne respectivement

$$V_{min} = \frac{1}{f_{max}} = \frac{1}{d_{PR}} + \frac{1}{\ell} \qquad \text{et} \qquad V_{max} = \frac{1}{f_{min}} = \frac{1}{d_{PP}} + \frac{1}{\ell}$$

où d_{PP} est la distance entre l'œil et le PP, d_{PR} est la distance entre l'œil et le PR et ℓ est le diamètre du globe oculaire (la distance entre la lentille équivalente et la rétine). L'équation 5.17*a* devient donc

$$\Delta V_{acc} = V_{max} - V_{min} = \frac{1}{d_{PP}} - \frac{1}{d_{PR}} \qquad (5.17b)$$

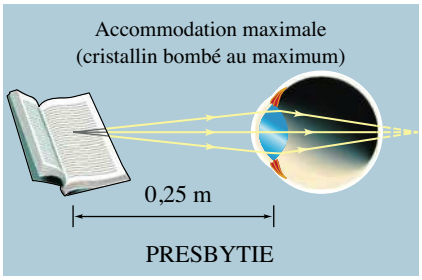
Dans l'éventualité où le PR est virtuel, l'équation 5.17*b* demeure valable si on utilise une convention de signes selon laquelle d_{PR} est alors négatif. L'équation 5.17*b* permet de vérifier directement le résultat de l'exemple 5.17 selon lequel l'amplitude d'accommodation d'un œil normal est de 4 D.

Si la position du PR et l'amplitude d'accommodation sont connues, l'équation 5.17*b* permet de déterminer la position du PP. Cela permet de comprendre en quoi la presbytie modifie la position du PP : quand l'amplitude d'accommodation diminue graduellement avec l'âge alors que le PR demeure au même endroit, le PP s'éloigne graduellement de l'œil. Il finit tôt ou tard par se situer au-delà de 25 cm, ce qui nuit à la lecture. Le tableau 5.1 illustre l'augmentation

▼ Tableau 5.1

Distance typique du punctum proximum d'un œil emmétrope, en fonction de l'âge de l'individu

Âge (années)	Distance du punctum proximum (cm)
20	10
30	13
40	20
50	60
60	85
70	100



▲ Figure 5.44

Presbytie : en raison de la perte d'amplitude d'accommodation, le PP s'éloigne inexorablement. Tôt ou tard, même en accommodant au maximum, les rayons lumineux provenant d'objets proches de l'œil convergent derrière la rétine.

inexorable de la distance du PP avec l'âge pour un œil emmétrope. Ainsi, dans la quarantaine, les gens commencent à avoir de la difficulté à lire. Même avec le cristallin bombé au maximum, l'accommodation est insuffisante et l'image d'un objet situé à 25 cm de distance se forme en arrière de la rétine (figure 5.44).

On définit la presbytie comme la diminution de l'amplitude d'accommodation à une valeur inférieure à celle qu'aurait un œil normal, soit 4 D :

(presbytie) $\Delta V_{acc} < 4$ D

Selon cette définition, tout être humain qui vit au-delà de 40 à 50 ans devient presbyte, mais le PP d'un œil presbyte n'est pas forcément situé au-delà de 25 cm. En effet, selon l'équation 5.17*b*, une personne myope dont l'amplitude d'accommodation est tout juste sous 4 D a encore une distance minimale de vision nette inférieure à 25 cm.

Exemple 5.18

L'œil d'un individu de 20 ans peut accommoder entre 9,1 cm et 100 cm. La distance entre la rétine et le centre optique de la lentille équivalente de l'œil est de 2 cm. Calculer : (a) la vergence (puissance) minimale de cette lentille ; (b) sa vergence maximale ; (c) son amplitude d'accommodation.

Solution

(a) Lorsque la vergence est minimale, l'image d'un objet au PR (ici, $p = 100$ cm) se forme sur la rétine (figure 5.45*a*). L'image est réelle et elle est sur la rétine : $q = 2$ cm. Ainsi, la vergence minimale de l'œil est

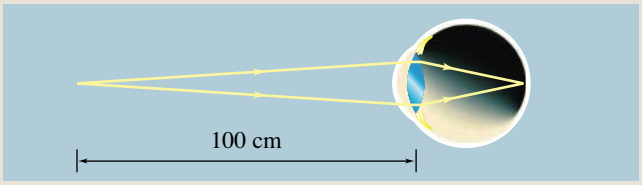
$$V_{min} = 1/f = 1/p + 1/q = 1/(0{,}02 \text{ m}) = 51 \text{ D}$$

(b) Lorsque la vergence est maximale, l'image d'un objet au PP (ici, $p = 9{,}1$ cm) se forme sur la rétine (figure 5.45*b*). L'image est réelle et elle est sur la rétine : $q = 2$ cm. Ainsi, la vergence maximale de l'œil est

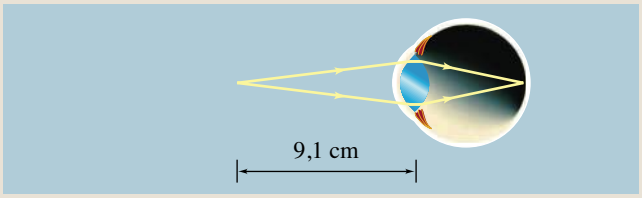
$$V_{max} = 1/f = 1/p + 1/q = 1/(0{,}091 \text{ m}) + 1/(0{,}02 \text{ m}) = 61 \text{ D}$$

(c) Par l'équation 5.17*a*, l'amplitude d'accommodation est $\Delta V_{acc} = 61 \text{ D} - 51 \text{ D} = 10$ D. (On peut aussi utiliser directement l'équation 5.17*b*.)

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 5.45

Un individu de 20 ans a une amplitude d'accommodation élevée.

Les lunettes

Nous allons maintenant nous intéresser à la façon de fabriquer des lunettes, c'est-à-dire des lentilles correctrices ajoutées à une distance négligeable devant l'œil pour en corriger les défauts. Bien qu'on puisse fabriquer des lunettes à double foyer, dont la partie supérieure corrige le problème de la vision de loin et la partie inférieure corrige le problème de la vision de près, nous ne considérerons ici que les lentilles ordinaires dont la vergence (puissance) est unique. De telles lentilles ne peuvent corriger qu'une extrémité du domaine de vision nette à la fois.

Une personne qui porte des lunettes ne voit aucun objet ; elle passe sa journée à ne regarder que des images, celles produites par les lentilles correctrices. Le rôle des lunettes est donc de prendre les *objets* situés là où un œil normal pourrait les voir et d'en faire des *images* là où l'œil à corriger est en mesure de les voir. Les lunettes affectent tout le domaine de vision nette, mais on choisit leur

vergence en considérant exclusivement une des extrémités de ce domaine, selon qu'on veut corriger la vision lointaine ou rapprochée.

Considérons d'abord les lunettes prescrites aux personnes myopes ou hypermétropes, c'est-à-dire celles qui corrigent la vision éloignée :

Lunettes de vision éloignée

Les lunettes corrigeant la vision éloignée ont une vergence qui permet de produire, à partir d'un objet situé à l'infini, une image située au PR de l'œil à corriger.

Si le PR est situé devant l'œil (myopie), les lunettes doivent produire une image virtuelle. Ainsi, l'œil recevra des rayons qui divergent et semblant provenir de son PR. Si le PR est situé derrière l'œil (hypermétropie), l'image produite par les lunettes doit être réelle. Ainsi, l'œil recevra des rayons qui convergent et se dirigent vers son PR.

Le principe est le même pour des lunettes permettant une vision rapprochée que l'on prescrit à certains presbytes :

Lunettes de vision rapprochée

Les lunettes corrigeant la vision rapprochée ont une vergence qui permet de produire, à partir d'un objet situé à 25 cm, une image située au PP de l'œil à corriger.

L'image produite par ces lunettes est toujours virtuelle puisque le PP est toujours situé devant l'œil. Rappelons que le simple fait d'être presbyte (avoir une amplitude d'accommodation inférieure à 4 D) n'oblige pas forcément à porter des lunettes de vision rapprochée : si l'œil presbyte est aussi myope, son PP peut se trouver à une position acceptable malgré la presbytie.

Exemple 5.19

Le punctum proximum (PP) d'une personne de 70 ans est à 1 m. Quelle est la distance focale de la lentille que l'on doit prescrire pour le ramener à 25 cm ?

Solution

En accommodant au maximum, l'œil sans lentille correctrice peut former une image nette d'un objet situé à une distance de 100 cm. Avec la lentille correctrice, on veut pouvoir distinguer clairement un objet placé à 25 cm.

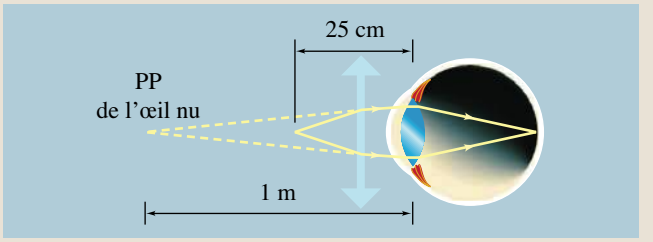
Ainsi, le rôle de la lentille correctrice est de *former une image à 100 cm d'un objet situé à 25 cm* (figure 5.46). L'image formée à 100 cm devient l'objet pour l'œil. ■

L'image formée par la lentille est virtuelle puisque les rayons qui pénètrent dans l'œil doivent diverger : $q = -100$ cm.

D'après la formule des lentilles, $1/p + 1/q = 1/f$, on a

$$\frac{1}{25\text{ cm}} + \frac{1}{-100\text{ cm}} = \frac{1}{f}$$

Donc, $f = 33{,}3$ cm. Il s'agit donc d'une lentille convergente.



▲ **Figure 5.46**

Quand l'objet est à 25 cm de l'œil, les rayons qui pénètrent dans l'œil semblent provenir du punctum proximum, où est située l'image virtuelle formée par la lentille.

Exemple 5.20

Le punctum remotum (PR) d'une personne myope est à 2 m. (a) Quelle est la distance focale des verres correcteurs que l'on doit prescrire pour corriger la vision lointaine ? (b) Avec les verres correcteurs, le punctum proximum est situé à 25 cm. Où se trouve-t-il lorsque la personne enlève ses lunettes ?

Solution

(a) L'œil au repos, sans lentille correctrice, est capable de distinguer clairement un objet à une distance de 2 m. Avec la lentille correctrice, on veut pouvoir distinguer clairement un objet placé à l'infini.

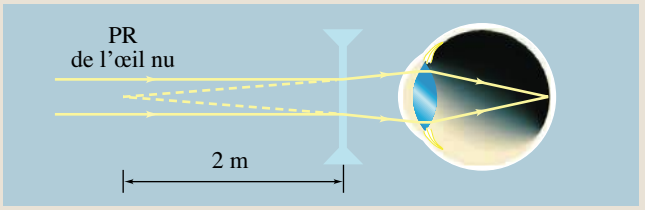
Ainsi, le rôle de la lentille correctrice est de *former une image à 2 m d'un objet situé à l'infini* (figure 5.47*a*). L'image formée à 2 m devient l'objet pour l'œil. ■

L'image formée par la lentille est virtuelle, car les rayons qui pénètrent dans l'œil doivent diverger, donc $q = -2$ m. D'après la formule des lentilles, $1/p + 1/q = 1/f$, pour $p \to \infty$, $f = q = -2$ m. Il s'agit donc d'une lentille divergente.

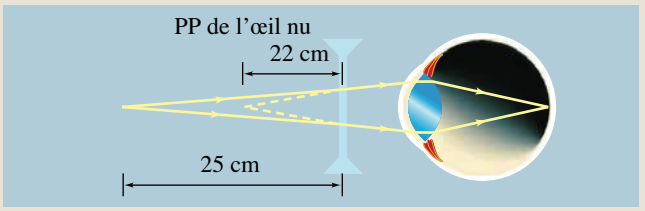
(b) Le punctum proximum est à 25 cm avec les lunettes : cela signifie que, lorsque l'objet est placé à 25 cm devant la lentille correctrice, l'image formée par la lentille est située au punctum proximum de l'œil nu. Par la formule des lentilles, avec $p = 25$ cm et $f = -2$ m, on obtient $q = -22$ cm.

Ainsi, sans lentille correctrice, le punctum proximum est à 22 cm devant l'œil, donc plus rapproché qu'avec la lentille correctrice (figure 5.47*b*). Les verres qui corrigent la myopie ne font pas qu'éloigner le PR : ils ont aussi pour effet d'éloigner le PP. Dans cet exemple, le PP est suffisamment rapproché, même avec les verres correcteurs. Toutefois, si l'œil est aussi presbyte, les lunettes qui corrigent la vision de loin peuvent éloigner le PP suffisamment pour rendre la lecture difficile. La personne doit alors enlever ses lunettes pour lire (voir l'exercice E47), ou encore se doter de lunettes à double foyer. ■

(*a*)



(*b*)



▲ **Figure 5.47**

(*a*) Les rayons lumineux provenant de l'infini semblent diverger à partir du punctum remotum. (*b*) La lentille divergente d'une lunette éloigne le punctum proximum de l'œil. Notez que les dessins ne sont pas à l'échelle.

Exemple 5.21

Une personne dont le PP est à 30 cm devant l'œil quand elle ne porte pas de lunettes s'est fait prescrire des lunettes de +2,5 D pour corriger un problème de vision éloignée. Localiser : (a) son punctum remotum (PR) sans lunettes ; (b) son punctum proximum (PP) corrigé.

Solution

(a) Les lunettes produisent une image au PR à partir d'un objet à l'infini. La formule des lentilles minces, $V = 1/p + 1/q$, avec $V = 2{,}5$ D et $p \to \infty$, donne $q = 0{,}40$ m. Les lunettes produisent une image réelle, c'est-à-dire des rayons qui convergent vers un point situé à 40 cm derrière l'œil. Le PR se situe donc 40 cm derrière l'œil. Il s'agit d'un œil hypermétrope.

(b) Il faut trouver la position de l'objet pour lequel les lunettes produisent une image à 30 cm devant l'œil. Cette image est virtuelle : $q = -30$ cm. La formule des lentilles minces, $V = 1/p + 1/q$, avec $V = 2{,}5$ D et $q = -0{,}30$ m, donne donc $p = 0{,}171$ m. Les lunettes conçues pour corriger le PR ont aussi pour effet de rapprocher le PP.

L'effet des lunettes sur le domaine de vision nette

Comme l'ont montré les deux derniers exemples, les lunettes conçues pour corriger le PR ne font pas *que* corriger le PR : elles affectent tout le domaine de vision nette. Il en va de même des lunettes conçues pour corriger le PP.

On peut comprendre cet effet en utilisant le résultat suivant : la vergence d'un dispositif obtenu en collant l'une contre l'autre deux lentilles minces correspond à la *somme* des vergences des deux lentilles (voir le problème P18). Or, la lentille équivalente de l'œil et la lentille des lunettes constituent un tel système de deux lentilles ; le fait d'ajouter une lentille correctrice convergente devant l'œil augmente la vergence totale et ajouter une lentille divergente la diminue.

Plus haut, on a expliqué que l'œil myope est trop convergent, ce qui a pour effet de rapprocher l'entièreté de son domaine de vision nette. En ajoutant une lentille divergente devant cet œil, on obtient l'effet inverse : éloigner le domaine de vision nette. Toutefois, le prix à payer pour éloigner le PR jusqu'à l'infini est donc d'éloigner le PP lui aussi, de même que tous les points situés entre les deux, qui correspondent à une accommodation intermédiaire. Grâce à cette approche, on comprend mieux que la myopie compense en partie les problèmes de vision rapprochés dus à la presbytie.

Le fait de considérer le système « œil + lunettes » comme deux lentilles collées permet d'obtenir un autre résultat important : *la présence des lunettes n'a aucun effet sur l'amplitude d'accommodation de l'œil*. En effet, la vergence ajoutée par les lunettes est constante. On peut donc utiliser aussi l'équation 5.17*b* pour relier la position du PP et du PR « corrigés ».

Exemple 5.22

En plus de son problème de vision lointaine, la personne du dernier exemple est-elle aussi presbyte ?

Solution

L'équation 5.17*b*, $\Delta V_{acc} = 1/d_{PP} - 1/d_{PR}$, a été présentée en prenant pour référence le PP et le PR d'un œil sans lunettes, mais elle peut aussi s'appliquer en utilisant le PP et le PR corrigés. Avec les distances corrigées, elle donne

$$\Delta V_{acc} = \frac{1}{0{,}171\text{ cm}} - \frac{1}{+\infty} = 5{,}83\text{ D}$$

Avec les distances à l'œil nu, elle donne

$$\Delta V_{acc} = \frac{1}{0{,}30\text{ cm}} - \frac{1}{-0{,}40\text{ cm}} = 5{,}83\text{ D}$$

où on a tenu compte de la convention de signes définie sous l'équation 5.17*b*. On note que les deux résultats sont identiques.

Puisque l'amplitude d'accommodation dépasse 4 D, la personne n'est pas presbyte, même si son PP sans lunettes se situe au-delà de 25 cm. Pour corriger son PP, il lui suffit de porter ses lunettes conçues pour corriger la vision éloignée : elles rapprochent le PP à 17,1 cm. ■

Exemple 5.23

Une personne myope a une amplitude d'accommodation de 2 D et peut lire à 20 cm sans lunettes. Quel est son domaine de vision nette : (a) sans lunettes ; (b) avec des lunettes corrigeant sa myopie. (c) Comment faire pour qu'elle puisse voir un objet situé à 50 cm ?

Solution

(a) Puisque $\Delta V_{acc} = 2$ D et $d_{PP} = 0{,}20$ m, l'équation 5.17*b*, $\Delta V_{acc} = 1/d_{PP} - 1/d_{PR}$, donne $d_{PR} = 0{,}333$ m. Sans lunettes, son domaine de vision nette ne comprend que les points situés entre 20,0 cm et 33,3 cm devant l'œil.

(b) Il est inutile de calculer la vergence des lunettes puisque l'amplitude d'accommodation demeure de 2 D avec les lunettes. Or, on sait que le PR passe à l'infini grâce aux lunettes. L'équation 5.17*b* montre donc que d_{PP} devient 0,5 m. ■

Avec ses lunettes, son domaine de vision nette comprend alors tous les points situés au-delà de 50,0 cm de l'œil.

(c) Cette personne n'a pas besoin de lunettes pour lire : il lui suffit d'enlever ses lunettes de vision lointaine pour être en mesure de voir à 20 cm. *Mais avec ou sans ses lunettes, il lui est impossible de voir nettement ce qui est situé entre 33,3 cm et 50 cm.*

Une solution consiste à lui prescrire quand même des lunettes de vision rapprochées qui, contrairement au cas le plus fréquent, *éloigneront* son PP à 25 cm au lieu de le rapprocher. Avec ces lunettes, l'équation 5.17*b* indique que le PR passe à 50 cm. En combinant les deux prescriptions sous forme de lunettes à double foyer, il n'y a donc plus de « trou » dans le domaine de vision nette. ■

L'œil et les instruments optiques

Lorsqu'un œil regarde dans un instrument optique comme une loupe, un microscope ou un télescope, il importe que l'image finale produite par l'instrument soit située entre le punctum proximum et le punctum remotum de l'observateur, sinon elle sera floue. Varier la distance objet p (en déplaçant l'objet ou les composantes optiques de l'instrument) pour que l'image soit quelque part dans ce domaine de vision nette s'appelle faire la **mise au point**. Dans une situation donnée, il y a plusieurs valeurs de p pour lesquelles l'image est ainsi visible, et la distance séparant les positions extrêmes de l'objet pour lesquelles l'image demeure mise au point s'appelle la **latitude de mise au point**.

Exemple 5.24

Un microscope est constitué d'un objectif et d'un oculaire séparés de 18,4 cm (f_{ob} = 0,4 cm et f_{oc} = 2,0 cm). Le champ de vision de l'utilisateur du microscope s'étend de 30 cm à 1,2 m, et l'on considère qu'il colle son œil directement sur l'oculaire. Quelle est la latitude de mise au point ?

Solution

Quand l'image finale est au PR, on a q_{oc} = –120 cm et la formule des lentilles appliquée à l'oculaire donne alors p_{oc} = 1,9672 cm. Les lentilles étant séparées de 18,4 cm, on a q_{ob} = 18,4 cm – 1,9672 cm = 16,4328 cm et la formule des lentilles appliquée à l'objectif donne p_{ob} = 0,409 980 cm.

Quand l'image finale est au PP, une démarche identique donne q_{oc} = –30 cm, donc p_{oc} = 1,8750 cm. Ensuite, on a q_{ob} = 18,4 cm – 1,8750 cm = 16,5250 cm, puis p_{ob} = 0,409 922 cm.

La latitude de mise au point est donc

$$0{,}409\,980 \text{ cm} - 0{,}409\,922 \text{ cm} = 0{,}58 \text{ µm}$$

SUJET CONNEXE

Les lentilles cornéennes

À la section 5.8, on a appris à calculer la vergence (puissance) des lentilles nécessaire pour corriger la vision lointaine ou rapprochée en supposant que le résultat allait être mis en œuvre à l'aide de lunettes ordinaires. Or, de nos jours, une proportion grandissante de gens opte pour l'utilisation de lentilles cornéennes, c'est-à-dire de lentilles posées directement sur la cornée de l'œil. Si l'idée de placer une lentille directement sur l'œil remonte aussi loin qu'à René Descartes (en 1636), la mise au point des lentilles souples modernes a nécessité un important travail de recherche multidisciplinaire portant aussi bien sur les matériaux que sur la physiologie de l'œil.

À la fin du XIX^{e} siècle, l'Allemand Adolf Eugen Fick (1829-1901) découvrit, après avoir fait des expériences sur des lapins, qu'une lentille dont la face interne épouse à peu près la forme de l'œil pouvait tenir en place simplement par l'effet de la capillarité. Pour obtenir une lentille divergente, on utilise un rayon de courbure plus petit pour la face de la lentille qui est en contact avec l'œil, alors qu'à l'inverse, avec un rayon de courbure plus grand du côté de l'œil, on obtient une lentille convergente. Fick se fit d'ailleurs fabriquer des lentilles à partir de verre soufflé, qu'il a lui-même portées pendant des périodes maximales de deux heures.

Dans les années 1930, la compagnie Zeiss commença à produire des lentilles en verre obtenues par surfaçage dont le diamètre était d'environ 20 mm et l'épaisseur centrale, de 0,50 mm. Si ces lentilles parvenaient à corriger les défauts de l'œil de façon à peu près adéquate, leur port occasionnait certains problèmes aux utilisateurs. L'irritation et l'enflure de la cornée se produisaient fréquemment, malgré l'application d'un liquide physiologique entre la cornée et la lentille. Deux causes très différentes expliquent ces malaises. La première est liée au fait que la cornée est dépourvue de vaisseaux sanguins ; pour rester saine, elle a donc besoin d'un apport direct d'oxygène. En isolant la cornée derrière une

lentille, on la prive de tout contact avec l'air ambiant riche en oxygène, ce qui provoque l'apparition de l'enflure. Quant à l'irritation, elle s'explique surtout par la forme de la cornée. Le rayon de courbure de celle-ci augmente du centre vers les bords ; autrement dit, la cornée s'aplatit du centre vers les bords. Ainsi, même si une lentille sphérique épouse bien la forme de la cornée près du centre de l'œil, elle exerce une pression sur la cornée en périphérie, d'où l'irritation.

C'est en modifiant la courbure périphérique de la lentille qu'on règle les deux problèmes simultanément. L'augmentation du rayon de courbure du bord extérieur de la lentille réduit les cas d'irritation. En augmentant davantage la courbure périphérique, on obtient un *dégagement périphérique* qui ouvre une porte d'entrée aux larmes. Celles-ci peuvent circuler sous la lentille et apporter l'oxygène nécessaire à la cornée, en plus de contribuer à l'expulsion des débris qui ont pu s'être logés sous la lentille.

C'est ce qu'on a réussi à réaliser à la fin des années 1960, grâce à un matériau polymère, le polyméthylméthacrylate (PMMA). Il s'agissait des premières lentilles cornéennes rigides réellement confortables. Pour les façonner, on procède à partir d'un bouton cylindrique d'une douzaine de millimètres de diamètre et de quelques millimètres d'épaisseur, qu'on taille de manière à obtenir des lentilles dont l'épaisseur finale est inférieure à 0,20 mm. Bien que les lentilles rigides soient très efficaces, il n'y a qu'environ 10 % des utilisateurs de lentilles cornéennes qui les portent. Elles ont été supplantées progressivement par les lentilles *souples*. Le matériau à l'origine de cette invention révolutionnaire est un *hydrogel*. Au début, il s'agissait du polyméthacrylate d'hydroxyéthyle. Ce polymère est hydrophile ; il attire les molécules d'eau. Une fois saturée, une lentille peut contenir plus de 50 % de sa masse totale en eau. Il y a aujourd'hui une très grande variété de polymères hydrophiles qui entrent dans la fabrication de lentilles souples pouvant contenir de 25 % à 75 % de leur masse en eau. Bien qu'elles aient tendance à recouvrir la cornée et à réduire la circulation des larmes, ces lentilles ont une propriété qui fait défaut au PMMA : elles sont perméables aux gaz. Ainsi, malgré un plus faible apport d'oxygène provenant des larmes, l'apport net résultant de la diffusion de l'oxygène atmosphérique à travers la lentille et de celle des larmes est supérieur à celui obtenu avec les lentilles rigides. Bien que les fabricants de lentilles rigides proposent maintenant toute une variété de nouveaux matériaux rigides perméables aux gaz, ce type de lentilles ne semble pas réussir à regagner la faveur populaire.

Le processus de fabrication de la plupart des lentilles souples diffère de celui des lentilles rigides. Les fabricants font appel à trois différents procédés. Celui du moulage consiste à verser un prépolymère (ou monomère) liquide entre deux moules de plastique pressés l'un contre l'autre et portés à haute température afin de déclencher la réaction chimique de polymérisation. La lentille ainsi formée est rigide jusqu'à ce qu'on la sature d'eau en la plongeant dans un bain. Lors de l'hydratation, la lentille change de forme et, par conséquent, de vergence. L'effet de l'hydratation sur la forme varie d'un matériau à l'autre, et il n'est pas toujours simple de déterminer la forme initiale du moule qui permettra d'obtenir une vergence donnée. Une variante consiste à mouler le prépolymère en présence d'eau et de déclencher la polymérisation à l'aide d'un rayonnement ultraviolet. Une fois sortie du moule, la lentille est déjà prête à être portée.

Le procédé de centrifugation consiste à verser un prépolymère liquide dans un moule que l'on fait tourner à grande vitesse. Le liquide en rotation prendra une forme qui dépend à la fois de la quantité de liquide présent, de la forme du moule ainsi que de la vitesse de rotation. Lorsqu'on atteint les conditions requises pour une forme donnée, on expose le liquide en rotation à un rayonnement ultraviolet pour déclencher la réaction chimique de polymérisation. La lentille est ensuite plongée dans un bain pour être hydratée. Ce procédé permet de produire des lentilles ultraminces, dont l'épaisseur est de l'ordre de 0,05 mm. Un dernier procédé consiste à façonner les lentilles à partir de petits boutons cylindriques semblables à ceux qu'on utilise pour les lentilles rigides. Après les avoir taillées à la forme voulue, on hydrate les lentilles.

Malgré le grand confort des lentilles cornéennes modernes, le problème de leur entretien et du maintien de leurs propriétés optiques sur une longue période constitue un défi de taille pour les fabricants. Le simple port des lentilles les expose à une certaine forme de dégradation : rapidement, des débris organiques et des dépôts calcaires se fixent sur leur surface. De plus, le simple geste de les mettre ou de les enlever dans des conditions variables d'hygiène les expose à toutes sortes de contaminants. La seule solution consiste à nettoyer, à désinfecter, à rincer et à recommencer encore et encore… Malheureusement, il semble que les utilisateurs de lentilles ne mettent pas tous le soin qui s'impose à leur entretien. Malgré l'efficacité des produits existants, il survient encore des cas d'infection et de dégradation des lentilles, qui sont presque tous le fait de l'insouciance des utilisateurs.

La réponse des fabricants à la négligence de nombreux utilisateurs a porté sur plusieurs fronts. Premièrement, on a simplifié l'opération en offrant des solutions d'entretien *tout-en-un*. Bien qu'il soit moins efficace, ce traitement est tout à fait adapté aux lentilles de type *jetable*, qu'on change chaque semaine ou chaque mois. On a fait encore mieux en proposant des lentilles à port

►►►

prolongé, qu'on peut garder jour et nuit jusqu'à ce qu'il soit temps de les jeter tout simplement, au bout de quelques semaines. Autre avancée notable, qui n'a rien à voir avec le confort : l'apparition et la popularité grandissante des lentilles colorées. Le temps est proche où il sera difficile de distinguer les couleurs réelles des yeux des couleurs artificielles…

RÉSUMÉ

Une lentille est considérée comme mince si son épaisseur est négligeable par rapport aux rayons de courbure de ses faces et par rapport aux distances objet et image. Dans l'approximation paraxiale, la position de l'image produite par une telle lentille à partir d'un objet peut être prédite à l'aide d'un tracé des rayons principaux. On peut aussi utiliser un calcul puisque, dans l'approximation paraxiale, la distance objet p et la distance image q, mesurées à partir du centre optique de la lentille mince de distance focale f, sont liées par la formule des lentilles minces

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \qquad (5.6a)$$

où les variables obéissent à une convention de signes.

L'inverse de la distance focale est appelé la vergence (puissance) d'une lentille (exprimée en dioptries) :

$$V = \frac{1}{f} \qquad (5.1)$$

Le grandissement transversal d'une lentille mince est

$$m = \frac{y_I}{y_O} = -\frac{q}{p} \qquad (5.6b)$$

Le grossissement angulaire est

$$G = \frac{\beta}{\alpha} \qquad (5.7)$$

où l'angle α est celui que sous-tend l'objet et l'angle β, celui que sous-tend l'image.

Le grossissement angulaire de la loupe, dans le cas où l'œil est collé dessus, est

$$G = \frac{(0{,}25\ \text{m})}{p} \qquad (5.10)$$

où p désigne la distance objet en mètres et où 0,25 m correspond à la distance minimale de vision nette pour un œil normal.

Le grossissement d'un microscope composé s'écrit

$$G = -\frac{q_{\text{ob}}}{p_{\text{ob}}} \cdot \frac{(0{,}25\ \text{m})}{p_{\text{oc}}} \qquad (5.12)$$

où p_{ob} est la distance entre l'objet et l'objectif, q_{ob} est la distance entre l'image formée par l'objectif et l'objectif, et p_{oc} est la distance entre l'image formée par l'objectif et l'oculaire.

Le grossissement d'une lunette astronomique est

$$G = -\frac{f_{\text{ob}}}{p_{\text{oc}}} \qquad (5.15)$$

où f_{ob} et p_{oc} sont la distance focale de l'objectif et la distance objet de l'oculaire respectivement.

Le punctum proximum (PP) d'un œil normal est à 25 cm. Les lunettes qui corrigent la vision rapprochée ont une vergence qui permet de produire, à partir d'un objet à 25 cm, une image au PP de l'œil. Le punctum remotum (PR) d'un œil normal est à l'infini. Les lunettes qui corrigent la vision éloignée ont une vergence qui permet de produire, à partir d'un objet à l'infini, une image au PR de l'œil. La nature (réelle ou virtuelle) des images produites par les lunettes dépend du défaut qui affecte le PR.

TERMES IMPORTANTS

aberration chromatique (p. 194)
aberration de sphéricité (p. 194)
accommodation (p. 227)
amplitude d'accommodation (p. 229)
centre optique (p. 195)
cornée (p. 226)
cristallin (p. 226)
dioptrie (p. 198)
domaine de vision nette (p. 229)
emmétrope (adj.) (p. 230)
formule des lentilles minces (p. 209)
foyer image (p. 196)
foyer objet (p. 196)
grossissement angulaire (p. 214)
grossissement commercial (p. 217)
hypermétropie (p. 230)
latitude de mise au point (p. 236)
lentille (p. 192)
lentille convergente (p. 193)
lentille divergente (p. 193)
lentille épaisse (p. 192)
lentille mince (p. 192)
longueur optique (p. 219)
loupe (p. 215)
lunette astronomique (p. 221)
lunette de Galilée (p. 222)
microscope composé (p. 218)
mise au point (p. 236)
muscles ciliaires (p. 227)
myopie (p. 230)
objectif (p. 219)
oculaire (p. 219)
presbytie (p. 231)
puissance (d'une lentille) (p. 197)
punctum proximum (PP) (p. 230)
punctum remotum (PR) (p. 229)
rayons principaux (p. 207)
rétine (p. 226)
télescope (p. 221)
télescope à miroirs (p. 223)
vergence (p. 197)

RÉVISION

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

R1. Quelle est la différence entre le foyer objet et le foyer image ?

R2. Expliquez pourquoi un rayon qui passe par le centre d'une lentille n'est pas dévié.

R3. (a) Énoncez les règles du tracé des rayons principaux pour les lentilles minces. Tracez un exemple avec les deux types de lentilles pour : (b) un objet réel ; (c) un objet virtuel.

R4. À quelle distance doit-on placer l'objet par rapport au foyer d'une lentille convergente pour que la lentille agisse : (a) comme une loupe ; (b) comme un projecteur ?

R5. Quelle est la différence entre le grandissement transversal et le grossissement angulaire ?

R6. Vrai ou faux ? Plus la distance focale d'une loupe est grande, plus le grossissement est important.

R7. D'après l'équation 5.10, le grossissement tend vers l'infini lorsque p tend vers zéro. Pourquoi ne peut-on pas affirmer que le grossissement maximal d'une loupe est infini ?

R8. Quel scientifique, pionnier de l'utilisation du pouvoir grossissant des lentilles, est considéré comme le père fondateur de la microbiologie ?

R9. Quel scientifique a été le premier à utiliser un télescope en astronomie ? Énoncez deux de ses découvertes.

R10. (a) Quelle est la différence entre la lunette astronomique et la lunette de Galilée ? (b) Pourquoi vaut-il mieux utiliser une lunette de Galilée pour regarder une pièce de théâtre ?

R11. Pourquoi préfère-t-on les miroirs aux lentilles dans les grands télescopes modernes ?

R12. Quel mécanisme rend possible l'accommodation de l'œil ?

R13. Doit-on utiliser une lentille convergente ou une lentille divergente pour corriger : (a) l'hypermétropie ; (b) la myopie ; (c) la presbytie ?

R14. Dessinez un œil avec sa lentille équivalente. Tracez le trajet des rayons en provenance de l'infini pour : (a) un œil emmétrope au repos (cristallin relâché) ; (b) un œil hypermétrope au repos ; (c) un œil myope au repos.

QUESTIONS

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Q1. Lorsqu'on tient une loupe près de l'œil, l'angle sous-tendu par l'objet et celui sous-tendu par l'image sont à peu près les mêmes à partir de l'œil. À quoi sert la lentille ?

Q2. Comment peut-on déterminer la distance focale d'une lentille divergente ?

Q3. Pourquoi les yeux ont-ils de la difficulté à former une image nette sous l'eau ? Pourquoi est-ce plus facile avec des lunettes de nageur ?

Q4. La distance focale d'un télescope a-t-elle un effet sur la taille de l'image d'un objet ?

Q5. Citez tous les cas que vous connaissez où le diamètre d'une lentille modifie l'image qu'elle produit.

Q6. En quoi l'accommodation d'une lentille d'appareil photographique diffère-t-elle de celle du cristallin de l'œil ?

Q7. Que devient la distance focale d'une lentille lorsqu'on la plonge dans l'eau ? Examinez le cas des lentilles convergentes et des lentilles divergentes.

Q8. (a) Une image réelle peut-elle être photographiée ? À quelles conditions ? (b) Qu'en est-il d'une image virtuelle ?

Q9. Une lentille divergente peut-elle produire une image réelle ? Si oui, expliquez comment.

Q10. Une lentille convergente peut-elle produire une image virtuelle inversée ? Si oui, expliquez comment.

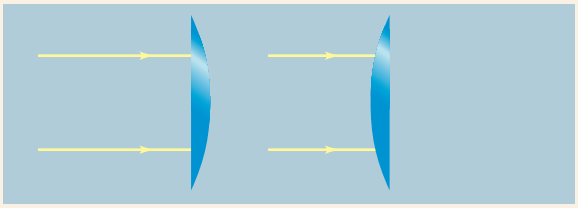
Q11. Deux lentilles minces plan-convexes sont mises en contact. Comparez les distances focales totales lorsque les surfaces planes se touchent (figure 5.48*a*) et lorsque les surfaces courbées se touchent (figure 5.48*b*).

(*a*) (*b*)

▲ Figure 5.48
Question 11.

Q12. Parmi les deux dispositions de lentilles plan-convexes représentées à la figure 5.49, laquelle devrait produire une image plus nette d'un objet à l'infini ? Expliquez pourquoi.

Q13. Pour une lentille convergente, indiquez dans quelles conditions l'image est (si possible) : (a) réelle ; (b) virtuelle ; (c) droite ; (d) inversée ; (e) agrandie ; (f) réduite.



▲ Figure 5.49
Question 12 et exercice 6.

Q14. Reprenez la question précédente pour une lentille divergente.

Q15. Un objet virtuel peut-il produire une image réelle ? Si oui, faites un tracé des rayons principaux pour montrer comment.

Q16. (a) Étant donné une lentille convergente, où doit-on placer un objet pour obtenir une image de même taille ? (b) Peut-on obtenir ce résultat avec une lentille divergente ? Si oui, comment ?

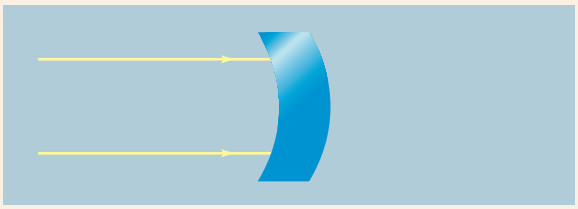
Q17. Pourquoi est-il déconseillé de laisser des gouttelettes d'eau sur la carrosserie d'une voiture en plein soleil ?

Q18. (a) Comment peut-on faire des lentilles focalisant les ondes sonores ? Considérez les ondes dans l'air et dans l'eau. (b) Quel avantage possède un animal dont l'anatomie comprend une telle lentille ?

Q19. Un sac de plastique transparent et mince a la forme d'une lentille convergente lorsqu'on le gonfle d'air. Quel est son comportement optique lorsqu'on le place dans l'eau ?

Q20. Lorsqu'un télescope servant à observer la Lune est réglé pour l'œil normal au repos, l'objet et l'image sont tous deux à l'infini. Pourquoi la Lune apparaît-elle plus grande lorsqu'on l'observe à l'aide de l'instrument ?

Q21. Soit un élément optique ayant deux surfaces de rayons de courbure égaux (figure 5.50). Dessinez un tracé des rayons principaux montrant le trajet des rayons parallèles incidents issus de la gauche.



▲ Figure 5.50
Question 21.

Q22. Pourquoi est-il impossible en pratique qu'une lentille convergente ait une épaisseur nulle sur l'axe optique ?

Dans tous les exercices et les problèmes de ce chapitre, on suppose que l'approximation paraxiale est respectée. Lorsqu'il est question d'une lentille, son épaisseur est négligeable.

5.2 Dioptres sphériques et formule des opticiens

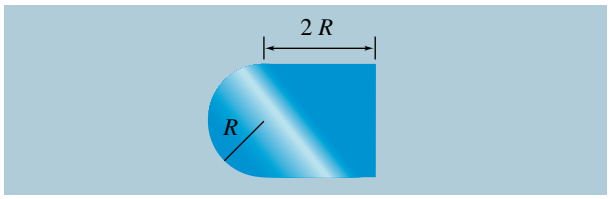
E1. (I) Un chat regarde un poisson dans un bocal sphérique de 20 cm de rayon rempli d'eau (n = 1,33). (a) Où voit-il l'image du poisson si celui-ci se déplace à 10 cm derrière la paroi ? (b) Si le poisson a 2 cm de hauteur, quelle taille a l'image du poisson pour le chat ? (c) Où le poisson voit-il l'image du chat, qui est situé à 15 cm du bocal ? (d) De quel facteur la tête du chat est-elle grossie dans cette situation ?

E2. (I) Un ours est penché au-dessus d'une rivière et observe un saumon. Si le saumon lui semble se trouver à 0,5 m sous la surface de l'eau, à quelle profondeur se trouve réellement le saumon ? Supposez que l'ours est directement au-dessus du saumon.

E3. MonLab (II) Une plaque de verre de 10 cm d'épaisseur (n = 1,5) repose au fond d'un bassin de 0,4 m de profondeur rempli d'eau. Une mouche est coincée sous la plaque de verre. À quelle profondeur apparente se trouve-t-elle pour un observateur situé directement au-dessus du bassin ?

E4. (II) Trouvez la position de l'image d'un petit objet donnée par une sphère en verre (n = 1,5) de rayon 4 cm, sachant que l'objet est situé dans l'air : (a) à l'infini ; (b) à 20 cm du centre de la sphère.

E5. MonLab (II) Une tige de verre (n = 1,5) de longueur $3R$ = 24 cm a une surface convexe de rayon de courbure R = 8 cm et une surface plane (figure 5.51). Trouvez la position de l'image finale d'un petit objet placé aux distances suivantes à partir de la surface convexe, sur l'axe de la tige de verre : (a) 24 cm ; (b) 6 cm.



▲ **Figure 5.51**
Exercice 5.

E6. MonLab (I) La surface courbe d'une lentille mince plan-convexe (n = 1,5) a un rayon de courbure de 12 cm (figure 5.49). Trouvez la position de l'image d'un objet dans l'air à l'infini sachant que la surface faisant face de l'objet est : (a) courbée ; (b) plane.

E7. (I) Une lentille mince en verre (n = 1,5) a une surface convexe de rayon de courbure 12 cm. Quel doit être le rayon de l'autre surface pour que la distance focale soit : (a) de +16 cm ; (b) de −40 cm ?

5.3 Lentilles minces

E8. (I) Un objet de 2 m de hauteur est situé à 4 m d'une lentille convergente. Quelle est la dimension de l'image sur un écran sachant que la distance focale vaut : (a) 5 cm ; (b) 20 cm ?

E9. (I) Quelle est la dimension de l'image produite par une lentille convergente de distance focale 2 m servant à observer : (a) la Lune ; (b) le Soleil ?

E10. (I) Un objet d'une taille de 1 cm est projeté sur un écran situé à 2 m d'une lentille mince et forme une image de 5 cm. (a) Quelle est la position de l'objet ? (b) Quelle est la distance focale de la lentille ?

E11. (I) Une lentille donne une image virtuelle agrandie de quatre fois et située à 16 cm devant la lentille du même côté que l'objet. (a) Où se trouve l'objet ? (b) Quelle est la distance focale de la lentille ?

E12. (I) Une lentille donne une image réelle, de taille égale au tiers de la taille de l'objet et située à 6 cm derrière la lentille (du côté opposé à l'objet). (a) Où se trouve l'objet ? (b) Quelle est la distance focale de la lentille ?

E13. (I) L'émetteur d'un projecteur numérique a une largeur de 36 mm et l'appareil permet de couvrir la totalité d'un écran. Décrivez la lentille du projecteur si l'écran est large de 2 m et qu'il se trouve à 7 m de la lentille.

E14. (I) Un appareil photographique simple a une seule lentille convergente de distance focale 50 mm. À quelle distance de la pellicule se trouve la lentille si l'objet photographié est : (a) à 2 m de la lentille ; (b) à 0,5 m de la lentille ?

E15. MonLab (II) Une lentille convergente a une distance focale de 15 cm. Quelles sont les deux positions de l'objet pour lesquelles la dimension de l'image est le double de celle de l'objet ?

E16. (I) L'image d'un objet situé à 12 cm d'une lentille convergente a un grandissement transversal de –2/3. (a) Où est située l'image ? (b) Quelle est la distance focale de la lentille ?

E17. (I) Une lentille convergente de distance focale 35 cm donne une image agrandie de dimension égale à 2,5 fois la dimension d'un objet réel. Quelle est la distance de l'objet si l'image est : (a) réelle ; (b) virtuelle ?

E18. (II) Une lentille convergente de distance focale 20 cm donne une image réduite de dimension égale à 40 % de la dimension de l'objet. Trouvez la position de l'objet sachant que : (a) l'image est de même nature (réelle ou virtuelle) que l'objet ; (b) l'image et l'objet sont de natures différentes. (c) En (b), est-il possible que l'image soit virtuelle ? Expliquez.

E19. (II) Une lentille mince biconvexe (figure 5.19*a*, p. 206) en verre (n = 1,5) a des surfaces de rayons de courbure 12 cm et 16 cm. Un objet est situé à 20 cm de la lentille. Quels sont la position et le grandissement transversal de l'image ?

E20. (II) Une lentille mince biconcave (figure 5.19*b*, p. 206) en verre (n = 1,5) a deux surfaces de rayons de courbure 12 cm et 16 cm. Un objet est situé à 20 cm de la lentille. Quels sont la position et le grandissement transversal de l'image ?

E21. MonLab (II) La distance focale d'une lentille divergente est de –20 cm. Trouvez la position de l'objet sachant que l'image est : (a) virtuelle, droite et de dimension égale à 20 % de la dimension de l'objet ; (b) réelle, droite et de dimension égale à 150 % de la dimension de l'objet.

E22. MonLab (II) Une lentille convergente (f_1 = 10 cm) est à 10 cm d'une lentille divergente (f_2 = –15 cm). Un objet se trouve à 20 cm devant la première lentille. Trouvez la position de l'image finale.

E23. (II) Deux lentilles convergentes de distances focales 10 cm et 20 cm sont éloignées de 15 cm. Un objet est situé à 12 cm devant la lentille de 10 cm. Où est l'image finale ?

E24. (II) Deux lentilles convergentes de distances focales 8 cm et 12 cm sont éloignées de 20 cm. Un objet est situé à 40 cm devant la lentille de 8 cm. Trouvez la position et le grandissement transversal de l'image finale. Faites le tracé des rayons principaux.

E25. (II) On met en contact deux lentilles minces de distances focales f_1 et f_2. Montrez que la distance focale associée à l'effet combiné des deux lentilles est $f \approx f_1 f_2/(f_1 + f_2)$.

E26. (I) Une lentille convergente de distance focale f_1 = 10 cm est mise en contact avec une lentille divergente de distance focale f_2. Sachant que la distance focale de l'ensemble vaut 14 cm, trouvez f_2.

5.4, 5.5 et 5.6 Grossissement, loupe, microscope

E27. (I) Une pierre précieuse est située à 5,7 cm d'une loupe de distance focale 6 cm (on suppose que la lentille est proche de l'œil). Trouvez : (a) le grossissement angulaire ; (b) la position de l'image.

E28. (I) Sur un timbre, un détail a une largeur de 1 mm. On utilise une lentille convergente de distance focale 4 cm pour obtenir une image virtuelle à 40 cm de la lentille (qui est proche de l'œil). Trouvez : (a) la dimension de l'image donnée par la lentille ; (b) le grossissement angulaire.

E29. (II) (a) Montrez que, si l'image donnée par une loupe se trouve au punctum proximum normal (0,25 m), alors l'équation 5.10 devient

$$G = 1 + \frac{(0{,}25\ \text{m})}{f}$$

On suppose que la lentille est proche de l'œil. (b) Quelle est la distance focale maximale pouvant produire un grossissement de 2,4 pour un œil normal ?

E30. MonLab (II) La distance focale d'une loupe est de 10 cm. (a) Où doit être placé un objet pour que le grossissement soit maximal ? On suppose l'œil normal et collé sur la loupe. (b) Avec la condition décrite en (a), si la taille de l'objet vaut 2 mm, quelle est la taille de l'image ? (c) Répondez à nouveau à la question (a) dans le cas où l'utilisateur a un œil normal qu'il tient à 20 cm de la loupe.

E31. (I) Le grossissement d'un microscope est de 400 lorsque l'image finale est à l'infini. La longueur optique vaut 16 cm et la distance focale de l'objectif est de 5 mm. Quelle est la distance focale de l'oculaire ?

E32. MonLab (II) La distance focale de l'objectif d'un microscope est de 8 mm et celle de l'oculaire est de 3 cm. La distance entre les lentilles est de 17,5 cm. Trouvez le grossissement angulaire si l'image finale est à 40 cm de l'oculaire.

E33. (II) Dans un microscope, les distances focales de l'objectif et de l'oculaire sont respectivement de 6 mm et de 2,4 cm. L'objet est situé à 6,25 mm de l'objectif. Trouvez le grossissement angulaire si l'image finale est à l'infini.

5.7 Télescope

E34. (I) L'objectif d'une lunette astronomique a une distance focale de 60 cm. La distance entre les lentilles est de 65 cm. Quel est le grossissement si l'instrument est réglé pour un œil normal au repos ?

E35. MonLab (I) Un télescope à miroirs a un miroir de distance focale 180 cm et un oculaire de distance focale 5 cm. Quel est le grossissement si l'image finale est à l'infini ?

E36. (I) Utilisé avec un œil au repos, le grossissement d'une lunette de Galilée est de 8. Quelle est la distance focale de l'oculaire si la distance focale de l'objectif est de 36 cm ?

E37. (I) Une lunette astronomique a un objectif de distance focale égale à 5 m et un oculaire de distance focale égale à 10 cm. Quel est le grossissement si l'image finale est : (a) à l'infini ; (b) à 40 cm de l'oculaire ?

E38. (I) Les lentilles d'une lunette astronomique sont distantes de 65 cm. L'image finale étant à l'infini et le grossissement étant de 25, trouvez les distances focales des lentilles.

E39. (I) Une lunette de Galilée est longue de 15 cm et a un objectif de distance focale 20 cm. Si l'image finale est à l'infini, quel est son grossissement ?

E40. (I) Le miroir de 200 po (5,1 m) de diamètre du télescope du mont Palomar a une distance focale de 16,8 m. Sachant que l'image est observée avec un oculaire de distance focale 3,5 cm, quel est le grossissement si l'image finale est à l'infini ?

E41. MonLab (II) Une lunette astronomique servant à observer la Lune a un objectif de distance focale 1,8 m et un oculaire de distance focale 11 cm. Quel est le grossissement si l'image finale est à 40 cm de l'œil ?

E42. (II) Une lunette de Galilée est constituée d'une lentille convergente de distance focale 24 cm et d'une lentille divergente de distance focale −8 cm, les deux lentilles étant distantes de 16 cm. L'objet est situé à 12 m. (a) Où se trouve l'image finale ? (b) Quelle doit être la distance entre les deux lentilles pour que l'image finale soit à l'infini ?

5.8 Œil

E43. (I) Une personne hypermétrope porte des verres correcteurs de +2,8 D qui lui permettent de voir avec netteté à partir d'une distance de 25 cm. Où se trouve le punctum proximum (PP) lorsque la personne enlève ses lunettes ?

E44. (I) Soit une personne dont les yeux ont un pouvoir d'accommodation lui permettant de voir avec netteté les objets se situant entre 15 cm et 40 cm. (a) Pour régler son problème de vision de loin, quelle est la distance focale des verres correcteurs que l'on doit lui prescrire ? (b) Avec ces verres correcteurs, à quelle distance se trouve le punctum proximum (PP) ?

E45. MonLab (I) Une personne dont les yeux ont un pouvoir d'accommodation lui permettant de voir avec netteté les objets se situant entre 40 cm et 4,0 m se fait prescrire des lunettes à double foyer. (a) Calculez les vergences (puissances) nécessaires pour corriger la vision de loin et la vision de près. (b) Que devient le domaine de vision nette lorsque la personne regarde à travers la partie des verres qui corrige la vision de loin ? (c) Que devient le domaine de vision nette lorsque la personne regarde à travers la partie des verres qui corrige la vision de près ?

E46. (I) Déterminez la vergence (puissance) des lunettes que l'on doit prescrire pour corriger les problèmes suivants : (a) un punctum proximum (PP) situé à 34 cm ; (b) un punctum remotum (PR) situé à 34 cm.

E47. (II) Une personne a des yeux dont le punctum remotum (PR), sans lunettes, est situé à 2 m. Lorsqu'elle porte une paire de lunettes qui corrigent ce problème, son punctum proximum (PP) est situé à 28 cm. À quelle distance se situe le punctum proximum (PP) lorsque la personne enlève ses lunettes ?

E48. (II) Albert possède une vieille paire de lunettes de +1,5 D. Lorsqu'il les a achetées, elles ramenaient correctement son punctum proximum (PP) à 25 cm. Mais aujourd'hui, sa presbytie a continué d'augmenter et il doit tenir le journal à au moins 40 cm pour voir les lettres avec netteté. Il va chez l'optométriste pour se faire prescrire une nouvelle paire de lunettes qui lui permettra de lire normalement à 25 cm. Quelle sera leur vergence (puissance) ?

E49. (II) Une personne myope a des lunettes de prescription −2 D. (a) Où est situé le punctum remotum (PR) sans lunettes ? (b) Si le punctum proximum (PP) est à 20 cm de l'œil sans lunettes, où est-il avec les lunettes ?

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Dans tous les exercices et les problèmes de ce chapitre, on suppose que l'approximation paraxiale est respectée. Lorsqu'il est question d'une lentille, son épaisseur est négligeable.

5.3 Lentilles minces

E50. (I) Un objet est placé à 50 cm à gauche d'une lentille mince. Trouvez la distance focale de cette lentille si l'image est : (a) à 20 cm à gauche de la lentille ; (b) à 20 cm à droite de la lentille.

E51. (I) Une source ponctuelle est à $x = 0$ et l'écran, à $x = 100$ cm. Une lentille de 20 cm de distance focale produit une image nette de cette source sur l'écran. Quelles sont les deux positions possibles de la lentille ?

E52. (I) Une lentille convergente de distance focale 12 cm produit une image 50 % plus grande que son objet. Quelle est la position de cet objet si l'image est : (a) droite ; (b) inversée ?

E53. (I) Une caméra ayant une lentille de distance focale 55 mm est utilisée pour photographier une personne mesurant 1,8 m. Quelle est la distance entre la caméra et cette personne pour que son image entre complètement sur la pellicule de 24 mm de hauteur ?

E54. (II) Un objet de 1,2 cm est situé à 10 cm à gauche d'une lentille convergente de distance focale 12 cm. Une lentille divergente de distance focale –30 cm est située à 15 cm à droite de la première lentille. Quelles sont la position et la taille de l'image finale ?

E55. (II) Un objet est placé à 40 cm à gauche d'une lentille convergente de distance focale 15 cm. Une lentille divergente de distance focale –10 cm est placée à 10 cm à droite de la première lentille. (a) Où est située l'image finale ? (b) Quel est le grandissement transversal de cette image finale ?

E56. (II) Une lentille convergente ($f_1 = 10$ cm) est placée à 30 cm à gauche d'une lentille divergente ($f_2 = -15$ cm). Un objet est placé à 18 cm à gauche de la première lentille. Trouvez la position et le grandissement transversal de l'image finale.

5.4, 5.5 et 5.7 Grossissement, loupe, télescope

E57. (I) Une personne jouissant d'une vision normale utilise comme loupe une lentille convergente de distance focale 10 cm. (a) Où doit être placé un objet pour que le grossissement angulaire soit maximal ? (b) Quelle est la valeur de ce grossissement maximal ? On suppose que la loupe est collée sur l'œil de la personne.

E58. (I) La Lune, vue de la Terre, sous-tend un angle de 0,52°. Quelle est la taille de son image formée par une lentille convergente de 2 m de distance focale ?

E59. (II) La Lune sous-tend un angle de 0,52° lorsqu'on l'observe de la Terre. On la regarde à l'aide d'une lunette astronomique dont les distances focales de l'objectif et de l'oculaire sont respectivement de 2,4 m et de 12 cm. Quel est l'angle sous-tendu pour l'œil, si ce dernier est près de l'oculaire, lorsque l'image finale est : (a) à l'infini ; (b) à 25 cm de l'œil ?

5.8 Œil

E60. (I) Une personne myope ne peut voir clairement au-delà de 75 cm. Quelle lentille lui prescririez-vous pour corriger son problème de vision de loin ?

E61. (I) Une personne ne peut voir clairement qu'à partir de 80 cm. Quelle lentille lui prescririez-vous pour corriger son problème de vision de près ?

E62. (I) Un utilisateur capable d'accommoder de 50 cm à 90 cm utilise une loupe ($f = 5$ cm) pour lire. Quelles sont les positions extrêmes de l'objet et la latitude de mise au point s'il tient la loupe : (a) à 20 cm de son œil ; (b) à 50 cm de son œil ?

PROBLÈMES

Dans tous les problèmes de ce chapitre, on suppose que l'approximation paraxiale est respectée. Lorsqu'il est question d'une lentille, son épaisseur est négligeable.

P1. (I) Une lentille convergente ($f = 4$ cm) est à 12 cm devant une deuxième lentille convergente ($f = 7$ cm). Trouvez la position de l'image finale et le grandissement transversal pour les distances objet suivantes à partir de la première lentille : (a) 5 cm ; (b) 12 cm. Faites un tracé des rayons principaux dans chaque cas.

P2. (I) Une lentille convergente ($f = 10$ cm) est à 30 cm devant une lentille divergente ($f = -5$ cm). Trouvez l'image finale et le grandissement transversal lorsque la distance objet à partir de la première lentille est de 20 cm. Faites un tracé des rayons principaux.

P3. (I) Un objet de hauteur 2 cm est à 20 cm d'une lentille convergente ($f = 10$ cm), qui est située à une distance de 12 cm devant une lentille divergente ($f = -15$ cm). Trouvez la position de l'image finale et son grandissement transversal. Tracez les rayons principaux.

P4. (I) Une lentille divergente de distance focale –15 cm est située à 12 cm devant une lentille convergente de distance focale 14 cm. Un objet est situé à 25 cm devant la lentille divergente. (a) Trouvez la position de l'image finale. (b) Quel est le grandissement transversal de l'image finale ? Faites un tracé des rayons principaux.

P5. (II) Une source ponctuelle et un écran sont séparés par une distance fixe égale à D. Une lentille convergente de distance focale f est placée entre eux. (a) Montrez qu'il existe deux positions de la lentille pour lesquelles on obtient une image nette. (b) Montrez que la distance entre les deux positions possibles de la lentille est donnée par $d = \sqrt{D(D - 4f)}$.

P6. (I) La forme newtonienne de la formule des lentilles minces est

$$xx' = f^2$$

où x et x' sont les distances de l'objet et de l'image mesurées respectivement par rapport au foyer objet et au foyer image. Démontrez cette relation.

P7. (II) On utilise une lunette astronomique pour observer un objet de taille 4 cm à une distance de 20 m. Les distances focales de l'objectif et de l'oculaire sont de 80 cm et de 5 cm respectivement. L'image finale est à 25 cm de l'oculaire. (a) Quelle est la dimension de l'image finale ? (b) Quel est le grossissement angulaire ? (Remplacez f_{ob} par q_{ob} dans l'équation 5.15. Tracez les rayons principaux afin de voir pourquoi.)

P8. (I) Une source ponctuelle est à 15 cm d'une lentille convergente de distance focale 10 cm. Un miroir plan est à 10 cm derrière la lentille. Trouvez la position de l'image finale.

P9. (I) Un bloc de verre hémisphérique (n = 1,5) de rayon 3 cm a une tache circulaire au centre de sa face plane (figure 5.52). Où est située l'image de la tache lorsqu'on l'observe verticalement d'au-dessus ?

▲ Figure 5.52
Problème 9.

P10. (I) On vous donne une lentille convergente de distance focale f. Comment pouvez-vous doubler la largeur d'un faisceau parallèle en utilisant une deuxième lentille qui est : (a) convergente ; (b) divergente ? Précisez la distance focale de la deuxième lentille et la distance séparant les lentilles. Faites un tracé des rayons principaux.

P11. (I) Pour un certain type de verre, les indices de réfraction de la lumière bleue et de la lumière rouge sont n_{bleu} = 1,62 et n_{rouge} = 1,58. Quelle est la différence des distances focales pour ces couleurs dans une lentille convergente symétrique dont les surfaces ont un rayon de courbure de 10 cm ?

P12. (I) Pour exprimer le diamètre de l'ouverture d'une caméra, on utilise la distance focale f de la lentille, que l'on divise par un nombre. Les valeurs courantes de ce nombre sont les suivantes : 1,4 ; 2,0 ; 2,8 ; 4,0 ; 5,6 ; 8 ; 11 ; 16. De quel facteur varie la quantité de lumière traversant la lentille lorsqu'on passe : (a) de f/2,0 à f/2,8 ; (b) de f/5,6 à f/8 ?

P13. (I) Une lentille remplie d'air a des parois minces en plastique de rayons de courbure 12 cm et −16 cm. Quelle est la distance focale de la « lentille d'air » dans l'eau (n = 1,33) ? On néglige l'effet du plastique.

P14. (I) Montrez que le grandissement transversal d'un dioptre sphérique est donné, dans l'approximation paraxiale, par

$$m = \frac{y_I}{y_O} = -\frac{n_1}{n_2}\frac{q}{p}$$

(*Indice* : Prenez un point objet qui n'est pas sur l'axe optique ; utilisez un rayon qui frappe le dioptre sur l'axe optique et un autre qui passe par le centre de courbure du dioptre et n'est donc pas dévié.)

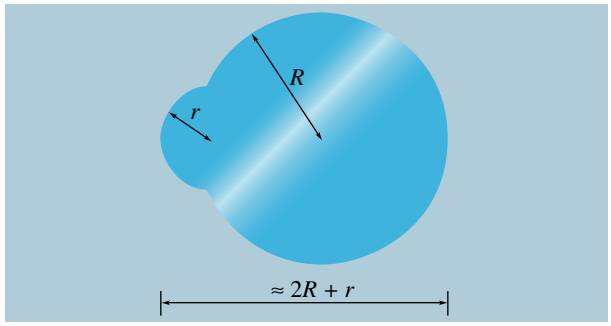
P15. (I) Sachant qu'une lentille forme un unique point image à partir d'un point objet, démontrez que le centre optique est à mi-chemin entre les deux foyers d'une lentille : (a) convergente ; (b) divergente. (*Indice* : Utilisez un diagramme des rayons pour un objet donné et localisez d'abord l'image sans utiliser le rayon qui passe par le centre optique.)

P16. (I) Soit une lentille mince convergente en verre (n = 1,5) dont les faces ont des rayons de +10 cm et +20 cm et sont séparées par 1 cm sur l'axe optique. On place un objet réel à 80 cm devant la première face. (a) En considérant séparément chaque dioptre, obtenez la hauteur relative de l'image finale et la distance qui la sépare de l'objet. (b) Selon votre réponse à la question (a), quelle est la distance entre le centre géométrique et le centre optique ? (*Indice* : Utilisez la définition du centre optique et considérez un rayon issu de l'objet. Négligez la déviation latérale d'un rayon qui passe par le centre optique.)

P17. (II) Soit une lentille plan-convexe dont la face courbe a un rayon de courbure R. Quelle est son épaisseur sur l'axe optique si son diamètre est D ?

P18. (I) En vous servant de la formule des lentilles minces, démontrez que la vergence (puissance) du dispositif obtenu en collant deux lentilles minces coaxiales correspond à la somme des vergences des deux lentilles.

P19. (I) Considérons le modèle simple de l'œil illustré à la figure 5.53, fait d'un matériau uniforme ayant un indice de réfraction n = 1,35, le tout baignant dans l'air. (a) Quel est le rapport r/R, sachant qu'un objet à l'infini donne une image sur la « rétine » ? Ne considérez que les rayons paraxiaux. (b) Si on plonge ce dispositif dans l'eau, devient-il myope ou hypermétrope ? (c) Quelle est la distance focale que doivent avoir, dans l'eau, les lentilles correctrices requises si elles sont collées sur l'œil ? Exprimez la réponse comme un multiple de R.



▲ Figure 5.53
Problème 19.

CHAPITRE 6

L'OPTIQUE ONDULATOIRE

PARTIE 1 : L'INTERFÉRENCE

SOMMAIRE

6.1 L'interférence

6.2 Utiliser la diffraction pour obtenir des sources lumineuses en phase

6.3 L'expérience de Young

6.4 L'amplitude de l'onde et l'intensité lumineuse dans l'expérience de Young

6.5 Les pellicules minces

6.6 L'interféromètre de Michelson

6.7 La cohérence

Bien que ces bulles de savon soient éclairées par de la lumière blanche, composée d'un mélange de toutes les couleurs, on observe que chaque portion de la surface d'une bulle réfléchit plus que les autres une couleur précise. Comme nous le verrons dans ce chapitre, se représenter la lumière comme une onde permet de comprendre ce phénomène en invoquant l'interférence.

Alors que les chapitres 4 et 5 ont porté sur les phénomènes pouvant s'expliquer grâce au modèle du rayon lumineux, les chapitres 6 et 7 traiteront des phénomènes pouvant s'expliquer grâce au modèle ondulatoire de la lumière, c'est-à-dire en représentant la lumière comme une *onde*. Bien que nous ayons décrit un modèle ondulatoire dans lequel la lumière est considérée comme une onde électromagnétique (voir la section 4.1), il ne sera pas nécessaire de recourir aux équations de Maxwell ici. En effet, la théorie présentée dans les chapitres 6 et 7 a été élaborée en grande partie *avant* le modèle électromagnétique de Maxwell. Pour l'exposer, il nous suffira de recourir au principe de Huygens, présenté à la section 4.3. Rappelons que, lors de l'application de ce principe, tout le modèle électromagnétique de la lumière se trouve réduit à sa caractéristique principale : la lumière est représentée comme une onde et non comme un jet de particules.

Trois types de phénomènes font l'objet de ce chapitre et du chapitre suivant : ceux dus à l'interférence, ceux dus à la diffraction et ceux dus à la polarisation des ondes lumineuses. La section 6.1 développera le concept d'*interférence* dont nous avons amorcé l'étude au chapitre 2. Il y sera question d'ondes mécaniques, mais les concepts exposés s'appliqueront sans problème aux ondes

lumineuses. Les sections 6.3 et 6.4 traiteront d'une expérience cruciale, la première dont les résultats ne pouvaient s'expliquer que si on considérait la lumière comme une onde. Cette expérience a ouvert la voie aux travaux de Maxwell, réalisés des décennies plus tard. Enfin, la section 6.5 portera sur l'interférence dans les pellicules minces, qui donne notamment leurs couleurs aux bulles d'eau savonneuse.

6.1 L'INTERFÉRENCE

Nous allons d'abord revoir le phénomène, présenté au chapitre 2, où deux ondes mécaniques manifestent de l'interférence, puis étendre cette étude au cas d'ondes mécaniques qui se propagent selon plus d'une dimension. Plus loin dans ce chapitre, nous pourrons comparer le comportement de ces ondes à celui de la lumière.

À la section 2.6, on a vu que deux ondes linéaires qui se propagent le long d'une corde peuvent se superposer. Les figures 6.1*a* et 6.1*b* montrent ce qui se produit quand deux impulsions ondulatoires identiques voyagent en sens inverse, alors que les figures 6.1*c* et 6.1*d* montrent des cas d'impulsions identiques qui se propagent dans le même sens. Ces deux figures illustrent le phénomène d'**interférence**. Quand les impulsions voyagent en sens inverse, l'interférence est temporaire et le profil des ondes ne change de forme que pendant qu'elles se croisent. Quand les impulsions voyagent dans le même sens, l'interférence dure dans le temps, c'est-à-dire que le profil résultant reste constant dans le temps. Dans ce chapitre, nous considérerons exclusivement l'interférence d'ondes qui se propagent *dans le même sens*. Quand deux ondes se renforcent pour donner une onde de plus grande amplitude, c'est-à-dire quand le déplacement résultant est plus élevé, on dit qu'elles manifestent de l'**interférence constructive** (figure 6.1*c*). L'**interférence destructive** correspond aux cas où le déplacement résultant est plus faible (figure 6.1*d*).

Rappelons aussi que, dans le cas d'ondes transversales, comme celles qui se propagent sur une corde, seules les composantes de fonctions d'onde oscillant dans un même plan peuvent donner lieu à une interférence. Considérons par exemple une corde orientée selon l'axe des x (horizontal). Les déplacements verticaux selon l'axe des y ne peuvent produire d'interférence destructive avec les déplacements horizontaux selon l'axe des z. Les ondes longitudinales, comme les ondes sonores, n'ont pas cette limitation et produisent toujours des interférences lorsqu'elles sont superposées.

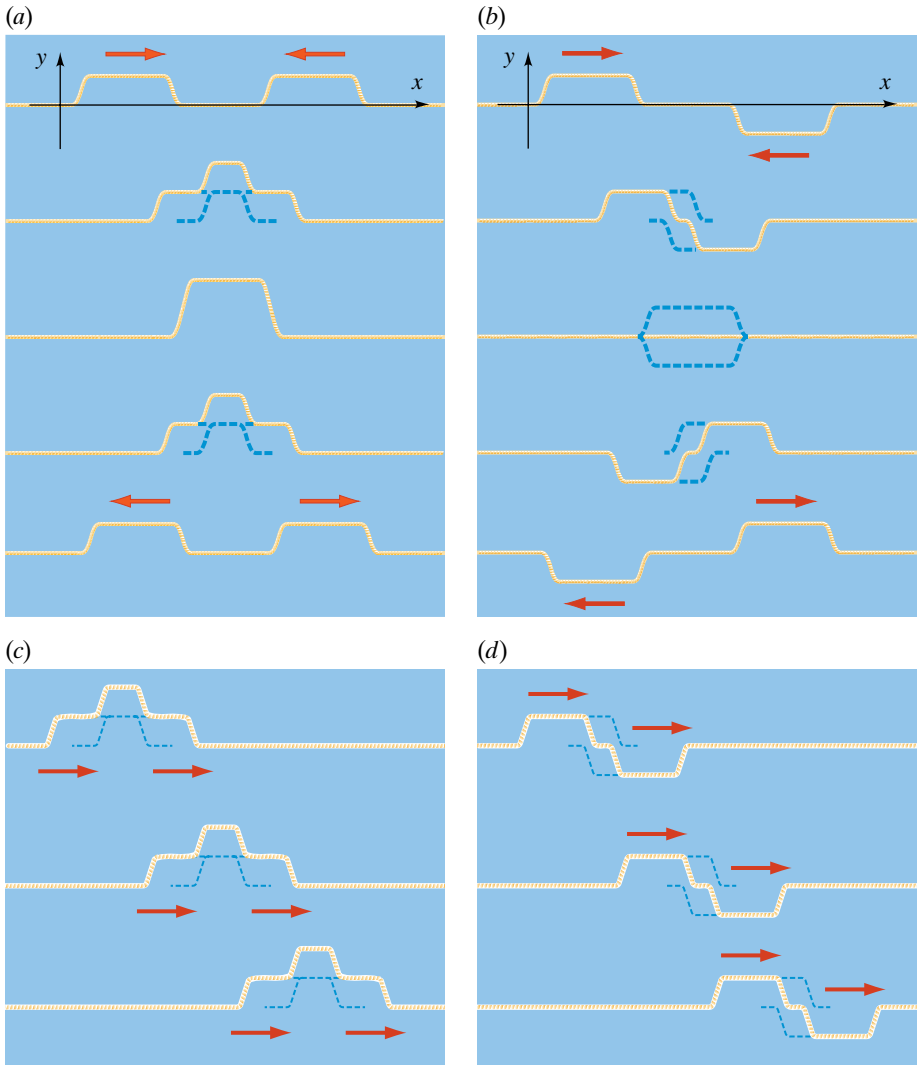
À la section 2.7, nous avons vu ce qui se produit quand on remplace les impulsions par des ondes sinusoïdales qui voyagent dans le même sens. Si les ondes ont la même longueur d'onde λ et la même amplitude A, elles ne diffèrent que par leurs constantes de phase ϕ_1 et ϕ_2. On constate alors que l'onde résultante a la même longueur d'onde λ mais une amplitude A_T qui dépend de la **différence de phase** $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$, aussi appelée **déphasage**. Puisque les deux ondes voyagent dans le même sens dans un même milieu de propagation, leur différence de phase demeure constante. Selon l'équation 2.13, l'amplitude résultante, elle aussi constante, est donnée par

$$A_T = 2A\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

À partir de cette équation, on peut facilement vérifier que l'amplitude résultante est maximale ($A_T = 2A$) si

Condition d'interférence parfaitement constructive

$$\Delta\phi = m(2\pi) \qquad m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$$



◀ Figure 6.1

(*a*) Interférence constructive entre deux ondes se propageant en sens inverse. (*b*) Interférence destructive entre deux ondes se propageant en sens inverse. (*c*) Interférence constructive entre deux ondes se propageant dans le même sens. (*d*) Interférence destructive entre deux ondes se propageant dans le même sens. Toutes les impulsions sont considérées comme linéaires, leur amplitude étant exagérée pour améliorer la lisibilité de la figure.

c'est-à-dire quand le déphasage est nul ou vaut un multiple entier m de 2π, alors que l'amplitude résultante est nulle si

Condition d'interférence parfaitement destructive

$$\Delta\phi = (m + \tfrac{1}{2})(2\pi) \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Ces deux résultats correspondent aux équations 2.12*a* et 2.12*c**.

Pour produire une différence de phase donnée entre deux ondes qui parviennent à un point P, on peut employer deux méthodes (voir la figure 2.23, p. 63). On peut d'abord utiliser deux sources qui oscillent en phase mais qui ne sont pas placées à la même distance de P. La différence de distance δ parcourue par les deux ondes jusqu'à P est appelée **différence de marche**. Puisqu'une différence de marche d'une longueur d'onde correspond à une différence de phase de 2π, on peut utiliser une règle de trois pour faire la conversion entre les deux (voir l'équation 2.11*a*). On peut aussi produire une différence de phase entre les ondes au point P même si les deux sources sont placées à la même distance de P: il suffit que les oscillations des sources soient séparées par un délai Δt. Un délai d'une période correspondant à une différence de phase de 2π, on peut à nouveau utiliser une règle de trois pour convertir (voir l'équation 2.11*b*). Si une situation présente simultanément une différence de marche et un délai,

* On utilisera désormais la lettre m (plutôt que n) pour représenter un entier dans le contexte de l'interférence. Cela évitera la confusion avec l'indice de réfraction n, qui sera utile dans la section 6.5.

il faut convertir chacun en radians, puis additionner, en tenant compte du signe de chaque contribution, afin d'obtenir la différence de phase entre les ondes.

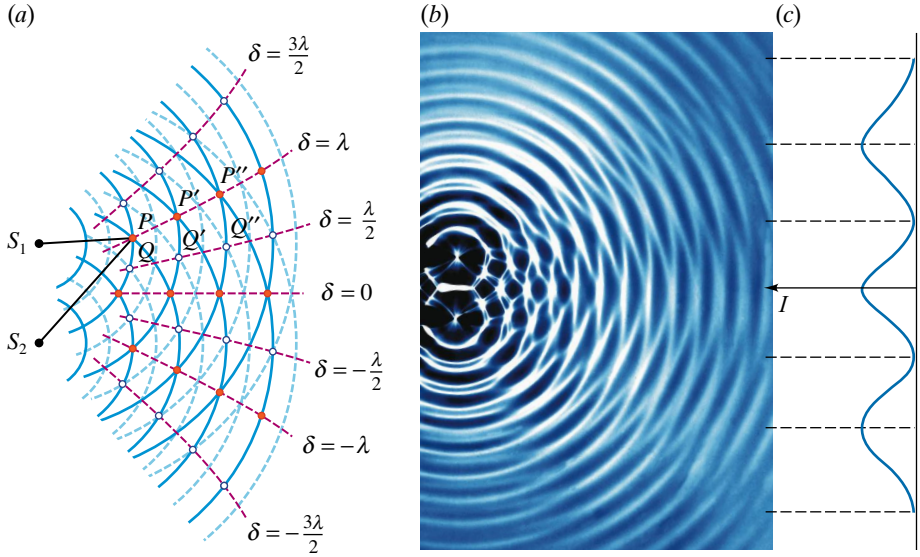
L'interférence d'ondes se propageant en deux dimensions

À la figure 2.21 (p. 62), nous avons rapidement évoqué que l'étude d'ondes sinusoïdales se propageant dans le même sens pouvait servir à modéliser des situations où deux ondes se propageant en plus d'une dimension se rejoignaient en un point. Nous allons maintenant considérer une telle situation, celle où deux sources ponctuelles S_1 et S_2 vibrent à la surface de l'eau de façon à produire des ondes circulaires d'amplitude identique qui interfèrent entre elles (figure 6.2). Il s'agit d'ondes mécaniques voyageant en deux dimensions, mais les conclusions que nous allons tirer s'appliquent aussi à des ondes qui voyagent en trois dimensions, comme le son.

Sur la figure 6.2*a*, qui schématise la photo de la figure 6.2*b*, les crêtes ont été dessinées en lignes continues et les creux, en pointillés. Pour simplifier l'analyse, nous ne tiendrons pas compte du fait que l'amplitude des ondes diminue avec la distance. Considérons un des points blancs sur la figure 6.2*a*, par exemple le point Q. À l'instant illustré, une crête provenant de la source S_1 rencontre en ce point un creux provenant de la source S_2. La surface de l'eau en ce point a donc un déplacement résultant nul. Si on considère le même point une fraction de seconde plus tard, la différence de phase entre les deux ondes y demeure la même. Ainsi, le déplacement résultant demeure nul même si la crête et le creux ont tous deux progressé. En d'autres termes, le point blanc s'est déplacé le long de sa courbe pointillée rose, mais tous les points de cette courbe restent en permanence des points d'interférence parfaitement destructive.

Considérons maintenant un des points rouges sur la figure 6.2*a*, par exemple le point P. À l'instant illustré, deux crêtes s'y rencontrent, produisant une interférence parfaitement constructive. Ce point rouge se déplace le long de sa courbe pointillée rose, mais tous les points de cette courbe demeurent en permanence des points d'interférence parfaitement constructive : il s'y produit des oscillations dont l'amplitude est le double de l'amplitude de chaque onde. La figure 6.2*c* montre comment se répartit l'intensité de l'onde (voir la section 6.4) à l'extrémité droite de la figure 6.2*b*.

Le motif formé par l'eau à la figure 6.2*b* s'appelle une **figure d'interférence**, souvent désignée par l'anglicisme *patron d'interférence*. Dans les zones de



▶ Figure 6.2

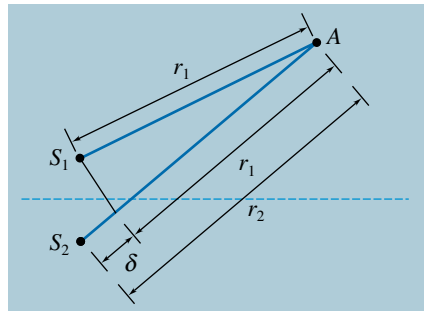
(*a*) Fronts d'onde circulaires émis par deux sources en phase. Les arcs en lignes continues bleues sont des crêtes et les arcs en pointillés bleus sont des creux. Les points rouges désignent des points d'interférence constructive, où la différence de marche est $\delta = m\lambda$. Les points blancs désignent des points d'interférence destructive, où $\delta = (m + 1/2)\lambda$. (*b*) Une figure d'interférence dans un bac à ondes. On remarque les courbes le long desquelles l'eau est calme (le lieu des points d'interférence destructive). (*c*) L'amplitude résultante à l'extrémité droite de la figure. (Pour simplifier, on tient seulement compte de l'interférence, pas de la baisse d'amplitude avec la distance parcourue.)

cette figure qui sont situées entre les courbes pointillées roses, l'interférence n'est ni parfaitement constructive ni parfaitement destructive. Dans ce chapitre, nous nous intéresserons seulement aux points situés sur les pointillés roses. Par conséquent, le terme « parfaitement » sera toujours sous-entendu lorsque nous parlerons d'interférence constructive ou destructive. À partir d'ici, nous allégerons le texte en évitant de l'écrire chaque fois.

Pour prédire si un point A donné est un point d'interférence constructive ou un point d'interférence destructive, il suffit de calculer la différence de marche entre les deux ondes qui parviennent en A, puis d'appliquer les équations de la section 2.7. Dans ce cas-ci, la différence de marche est

$$\delta = r_2 - r_1 \qquad (6.1)$$

où r_1 et r_2 sont respectivement les distances entre le point A et les sources S_1 et S_2 (figure 6.3).



▲ **Figure 6.3**

Au point A, la différence de marche entre les trajets S_1A et S_2A équivaut à $\delta = r_2 - r_1$.

Puisque la différence de marche est la seule cause du déphasage entre les deux ondes qui parviennent au point A, on peut directement exprimer les conditions d'interférence constructive ou destructive en fonction de la différence de marche (voir les équations 2.12*b* et 2.12*d*). Ainsi, quand δ est un multiple entier de la longueur d'onde, l'interférence est constructive :

Interférence constructive

$$\delta = m\lambda \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (6.2)$$

et quand la différence de marche est à mi-chemin entre deux de ces valeurs, l'interférence est destructive :

Interférence destructive

$$\delta = (m + \tfrac{1}{2})\lambda \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (6.3)$$

Cette analyse permet effectivement de construire la figure 6.2*a*. D'abord, en tout point de la médiatrice (en pointillé sur la figure 6.3), la différence de marche est nulle ($\delta = 0$) puisque les ondes ont parcouru des distances égales. L'interférence est donc parfaitement constructive le long de cette droite, ce qui correspond effectivement à ce que l'on constate sur les figures 6.2*a* et 6.2*b*.

Ensuite, considérons le point P de la figure 6.2*a*. Ce point n'étant pas situé sur la médiatrice, la différence de marche entre les ondes qui y parviennent est non nulle. Néanmoins, on voit sur la figure 6.2*a* que les ondes sont quand même en phase au moment de leur arrivée. En effet, une crête rencontre une crête en ce point bien que les ondes issues de S_1 et de S_2 n'aient pas parcouru la même distance pour atteindre ce point. Cette situation d'interférence constructive est due au fait que l'onde issue de S_2 a parcouru une distance supplémentaire (différence de marche) égale à une longueur d'onde λ. Autrement dit, $\delta = S_2P - S_1P = \lambda$. On trouve la même différence de marche entre les vagues qui atteignent les points P' et P''. En joignant tous ces points successifs, on obtient la courbe pointillée rose (qui a la forme d'une hyperbole) sur la figure 6.2*a*.

Enfin, considérons le point Q de la figure 6.2*a*. On voit qu'une crête rencontre un creux, ce qui est dû au fait qu'une onde a parcouru une demi-longueur

d'onde de plus que l'autre ($\delta = S_2Q - S_1Q = \lambda/2$). À leur arrivée en ce point, les ondes sont déphasées de 180°, ou π rad, et donnent donc lieu à une interférence destructive. On trouve la même différence de marche entre les vagues qui atteignent les points Q' et Q''. En joignant tous ces points successifs, on obtient une courbe (hyperbole).

Soulignons que les ondes se déplacent en permanence vers l'avant, alors que la figure d'interférence est stationnaire. En d'autres termes, les pointillés roses sur la figure 6.2*a* demeurent immobiles même si les points rouges et blancs progressent le long de ces pointillés.

Si on considère plutôt des ondes sonores et que les sources sont des haut-parleurs reliés au même générateur de signaux, on peut facilement détecter à l'oreille la figure d'interférence. En marchant parallèlement à la droite joignant les haut-parleurs, on remarque que l'intensité du son augmente et diminue par intermittence, comme celle illustrée à la figure 6.2*c*. (L'expérience réussit mieux si on la fait à l'extérieur pour éviter les réflexions sur les murs et si on utilise une fréquence sonore relativement basse parmi les fréquences audibles.)

L'interférence entre des ondes sonores explique aussi plusieurs phénomènes quotidiens. Par exemple, la mauvaise acoustique de certaines salles de concert provient des effets d'interférence entre le son direct et le son réfléchi sur les murs et le plafond. Les ondes électromagnétiques manifestent des phénomènes semblables : par exemple, les interférences entre des ondes radio qui ont suivi des chemins différents peuvent compromettre la qualité de la réception. Il se peut en effet qu'un des signaux se propage en ligne droite jusqu'à l'antenne réceptrice et qu'un autre soit réfléchi sur un bâtiment ou un avion, et que la différence de marche ait la valeur correspondant aux interférences destructives. À la section 6.3, nous allons voir l'expérience historique qui a montré pour la première fois que la lumière peut manifester de l'interférence.

Exemple 6.1

Deux haut-parleurs S_1 et S_2 distants de 6 m émettent des ondes sonores en phase. Le point P de la figure 6.4 est à 8 m de S_1, et le module de la vitesse du son est de 340 m/s. Quelle est la fréquence minimale à laquelle l'intensité en P est : (a) minimale ; (b) maximale ?

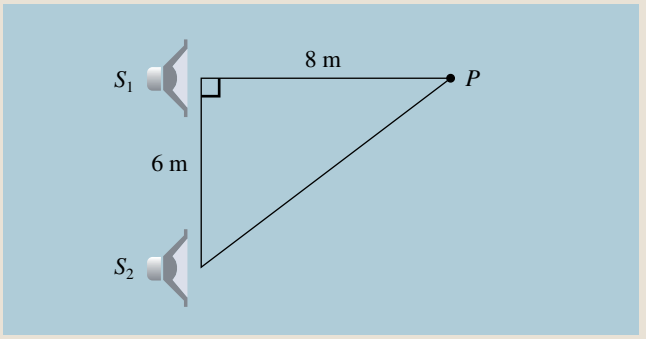
Solution

Déterminer les fréquences minimales revient à déterminer les longueurs d'onde maximales qui vérifient les conditions d'interférence constructive ou destructive. Ce sont celles pour lesquelles l'entier m a la plus petite valeur dans les équations 6.2 et 6.3.

On trouve d'abord la distance de S_2 à P à l'aide du théorème de Pythagore : $S_2P = (6^2 + 8^2)^{1/2} = 10$ m. La différence de marche entre les ondes issues de S_1 et S_2 et qui atteignent le point P est $\delta = S_2P - S_1P = 10\text{ m} - 8\text{ m} = 2$ m et a une valeur fixe. ■

(a) Une intensité sonore minimale correspond à une interférence destructive. D'après l'équation 6.3, on voit que la longueur d'onde maximale correspond à $m = 0$ et $\lambda = 2\delta = 4$ m. La fréquence correspondante est $f = v/\lambda = (340\text{ m/s})/(4\text{ m}) = 85$ Hz.

(b) Une intensité sonore maximale correspond à une interférence constructive. Dans l'équation 6.2, la valeur $m = 0$ n'est pas acceptable (pourquoi ?). Par conséquent, $m = 1$ pour la longueur d'onde maximale, de sorte que $\lambda = \delta = 2$ m. La fréquence correspondante est $f = v/\lambda = (340\text{ m/s})/(2\text{ m}) = 170$ Hz.



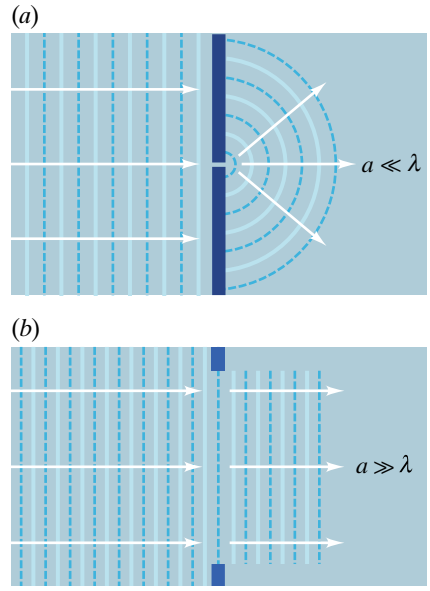
▲ **Figure 6.4**
Deux haut-parleurs émettent des ondes sonores en phase. La différence de marche entre les ondes qui atteignent le point P est fixe. Selon la longueur d'onde, les ondes peuvent donner lieu à une interférence constructive ou destructive.

6.2 UTILISER LA DIFFRACTION POUR OBTENIR DES SOURCES LUMINEUSES EN PHASE

Pour observer l'interférence entre deux vagues, à la figure 6.2 (p. 250), il suffisait de produire celles-ci à l'aide de deux sources qui oscillent en phase. Pour réaliser une expérience analogue avec des ondes électromagnétiques, on pourrait utiliser des antennes comme celles de la figure 4.5 (p. 130), où on ferait osciller les courants avec la même phase. Un tel dispositif émettrait effectivement des ondes avec la même phase, mais il s'agirait d'ondes radio ou de micro-ondes, pas de lumière visible. Deux sources lumineuses macroscopiques, par exemple deux ampoules incandescentes, ne permettent *pas* d'émettre avec la même phase deux ondes lumineuses, car chacune est composée, en fait, de milliards de sources désynchronisées (de dimensions atomiques). Comme nous le verrons plus loin, on dit que deux sources lumineuses ordinaires ne sont pas *cohérentes*.

Pour contourner ce problème, on peut utiliser le phénomène de la **diffraction**, que nous étudierons au chapitre 7. Pour le moment, il suffit de savoir qu'il s'agit d'un « étalement » qui se produit quand une onde rencontre un obstacle ou traverse un orifice. En effet, comme le montre la figure 6.5*a*, la diffraction fait en sorte qu'un orifice de largeur $a \ll \lambda$ produit des fronts d'onde sphériques d'intensité quasi uniforme : *cet orifice se comporte comme une source ponctuelle*. Pour obtenir deux sources ponctuelles en phase, il suffit donc d'éclairer deux fentes ultraminces avec une même source lumineuse (cohérente), par exemple un faisceau laser.

En pratique, la petitesse des longueurs d'onde visibles (400-700 nm) fait en sorte que la condition $a \ll \lambda$ est difficile à respecter. Il faut néanmoins se servir de fentes très minces. En effet, l'onde qui traverserait un orifice trop large ($a \gg \lambda$) ne serait pas significativement diffractée (figure 6.5*b*). On utilise donc typiquement des fentes dont la largeur se compare à quelques dizaines ou centaines de fois la longueur d'onde. Pour ce genre de valeurs de a, on observe une situation intermédiaire entre celle des figures 6.5*a* et 6.5*b* : chaque fente produit des fronts d'onde quasi sphériques mais dont l'intensité n'est pas du tout uniforme. Leur intensité est maximale au centre et décroît d'une façon complexe de chaque côté. Au chapitre 7, nous étudierons la façon dont l'intensité diffractée dépend de la direction ; dans ce chapitre, nous considérerons que toute fente qui diffracte la lumière est assez étroite pour être assimilée à une source ponctuelle.



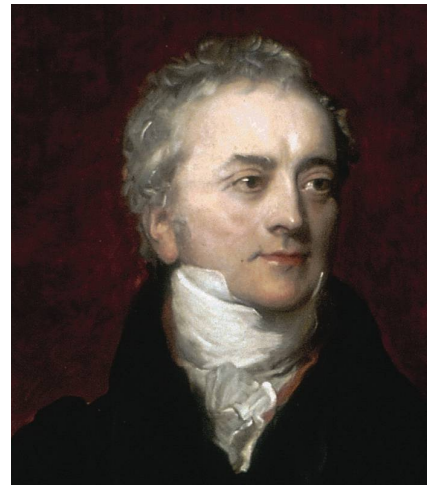
▲ **Figure 6.5**

(*a*) Quand une onde de longueur d'onde λ traverse une ouverture de dimension $a \ll \lambda$, la diffraction fait en sorte que l'ouverture se comporte comme une source ponctuelle : les fronts d'onde (en bleu) sont sphériques et les rayons lumineux (en blanc) sont radiaux. (*b*) Si $a \gg \lambda$, l'onde continue de se propager dans la même direction ; la diffraction est négligeable.

6.3 L'EXPÉRIENCE DE YOUNG

Nous avons dit dans l'introduction du chapitre 4 que la lumière qui se propage se comporte comme une onde transversale et que Maxwell savait cela au moment d'entreprendre ses travaux. Dans cette section, nous présentons l'une des expériences que connaissait Maxwell et qui montre ce comportement ondulatoire. Nous en décrirons d'autres au chapitre 7.

Pour montrer que la lumière se comporte comme une onde, il faut concevoir une expérience permettant d'obtenir des résultats qu'il est impossible d'expliquer si on représente la lumière comme un jet de particules, mais qui s'expliquent facilement si on la considère comme une onde. Or, on sait que deux ondes peuvent interférer entre elles, alors que deux jets de particules ne présenteraient aucun comportement analogue. C'est cette caractéristique qu'a exploitée Thomas Young (figure 6.6). En 1802, il réalisa avec de la lumière une expérience qui s'apparente à celle des vagues présentée à la figure 6.2 (p. 250).



▲ **Figure 6.6**

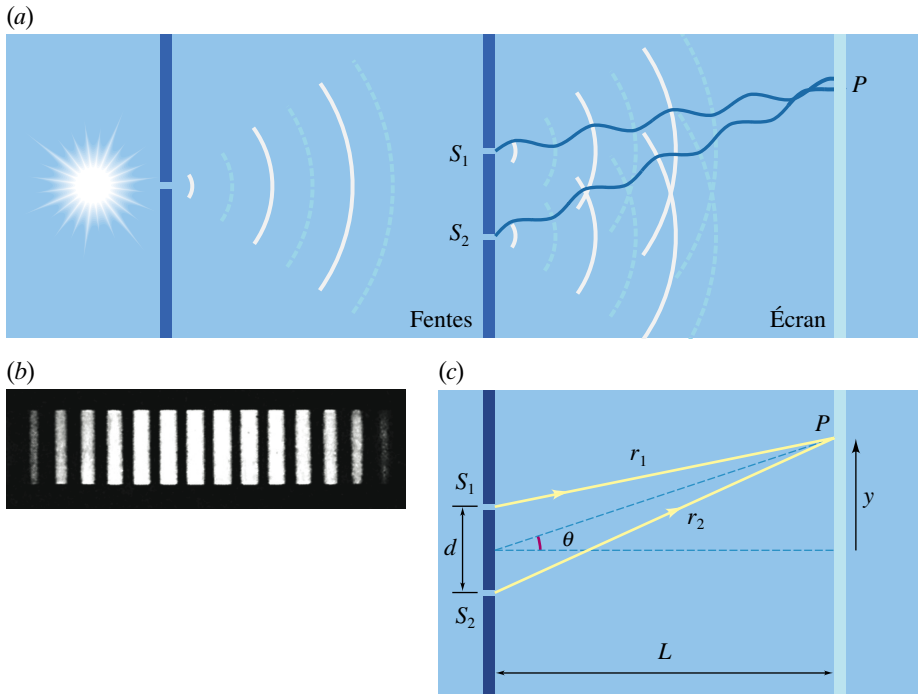
Thomas Young (1773-1829).

Pour obtenir l'équivalent de sources ponctuelles, Young procéda tel que décrit à la section précédente. Cependant, puisqu'il ne disposait pas d'un laser pour éclairer deux fentes, il eut recours à deux étapes successives de diffraction :

❶ la lumière du Soleil pénètre dans une pièce par un trou d'aiguille et, en diffractant, elle produit des fronts d'onde cohérents utilisés pour éclairer deux fentes étroites, S_1 et S_2, assez proches l'une de l'autre ;

❷ en traversant ces fentes, la lumière diffracte à nouveau, de sorte que S_1 et S_2 se comportent comme des sources ponctuelles si les fentes sont assez étroites. Les ondes émergeant des fentes sont en phase puisqu'elles proviennent toujours des mêmes fronts d'onde (figure 6.7*a*). L'utilisation de ce dispositif, avec ou sans la première étape de diffraction, est appelée **expérience des fentes de Young**. Nous supposerons dans ce qui suit que la lumière en cause possède une seule longueur d'onde λ, comme ce serait le cas si on réalisait cette expérience avec un laser.

Sur l'écran utilisé pour capter la lumière ayant traversé les deux fentes, Young observa des bandes brillantes et sombres appelées *franges d'interférence* (figure 6.7*b*). Ces franges d'intensité lumineuse s'apparentent à la façon dont l'amplitude des vagues dépend de la position à la figure 6.2*c* (p. 250). On ne peut expliquer ces franges à partir du modèle corpusculaire de la lumière qui était préconisé par Newton et couramment accepté au XVIII^{e} siècle. L'expérience de Young prouve donc que ce modèle corpusculaire n'est pas adéquat et que le modèle ondulatoire est meilleur (voir l'aperçu historique à la fin du chapitre). Young, toutefois, considérait son expérience comme la preuve que la lumière *est* une onde*. La figure 6.7*c* illustre la géométrie de son montage, dont il sera maintenant question.



▶ Figure 6.7

(*a*) Dans l'expérience de Young, une mince fente laisse passer une partie de la lumière émise par une source. Les fronts d'onde progressifs sont pratiquement plans lorsqu'ils atteignent les deux fentes S_1 et S_2. La phase de la source peut varier, mais les variations se produisent simultanément aux deux fentes, qui restent donc en phase. Les ondes qui diffractent à partir de ces deux fentes se superposent ensuite et les franges d'interférence se forment sur l'écran. (*b*) Un ensemble de franges produites par une paire de fentes et prises en photo sur l'écran. (*c*) La différence de marche est $\delta = r_2 - r_1$, mais deux simplifications sont possibles puisque $d \ll L$ et que θ est un petit angle.

* C'est là un bel exemple d'une dérive fréquente : le modèle ondulatoire permet certes d'expliquer parfaitement les résultats de Young, mais on ne devrait jamais présumer qu'un modèle peut expliquer toutes les expériences, incluant celles qui n'ont pas encore été conçues… D'ailleurs, des observations plus récentes, que nous étudierons à partir du chapitre 9, montrent que le modèle ondulatoire (électromagnétique) de la lumière n'explique *pas* tout.

La géométrie de l'expérience de Young

Sur la figure 6.7*b*, on note que les franges d'interférence obtenues dans l'expérience de Young sont à intervalles réguliers sur l'écran. Cela n'était pourtant pas le cas à la figure 6.2*c* (p. 250). Nous allons montrer que cette équidistance est une conséquence de l'extrême petitesse de la longueur d'onde λ.

Considérons le point arbitraire P sur l'écran de la figure 6.7*c*. On peut déterminer la position de ce point grâce à la distance y mesurée par rapport au centre de l'écran ou, de façon équivalente, grâce à l'angle θ mesuré par rapport à l'axe de symétrie du montage. La conversion entre ces deux mesures est donnée par

Relation entre une position angulaire et un point sur l'écran

$$\tan\theta = \frac{y}{L} \tag{6.4}$$

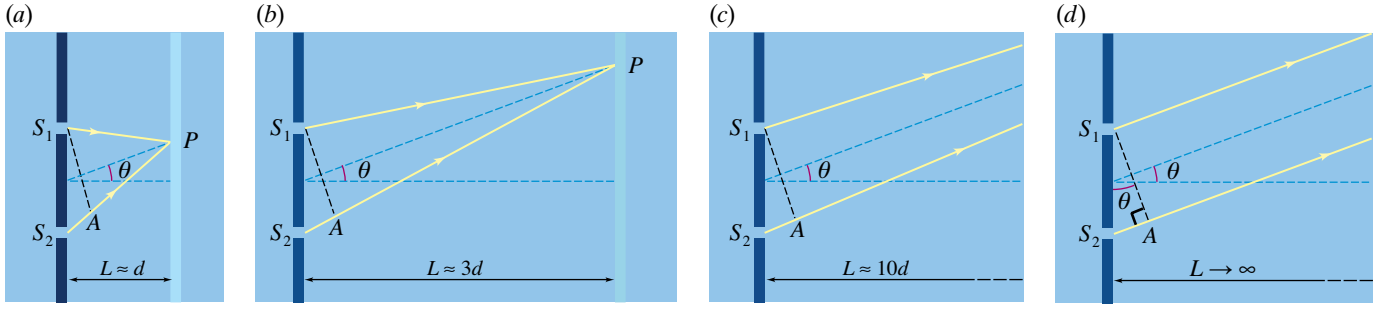
où L est la distance entre l'écran et la plaque qui possède les deux fentes.

Le point P est soit brillant, soit sombre, selon la différence de marche entre les ondes provenant des fentes S_1 et S_2. À la section 6.1, on a montré que cette différence de marche est $\delta = r_2 - r_1$ et on a obtenu les distances r_1 et r_2 grâce au théorème de Pythagore (voir l'exemple 6.1). On pourrait analyser l'expérience de Young en ayant recours aux mêmes calculs, mais nous allons voir que deux simplifications sont possibles. La première est due au fait que la distance d entre les fentes est nettement plus petite que la distance séparant les fentes de l'écran ($d \ll L$) et la seconde, au fait qu'on s'intéresse à une zone proche du centre de l'écran, donc aux franges pour lesquelles l'angle θ est un petit angle.

La figure 6.8 montre l'effet de la première simplification : à mesure que la distance L croît comparativement à d, les rayons r_1 et r_2 deviennent parallèles, l'angle au point A diminue jusqu'à 90°, l'angle en S_1 augmente jusqu'à θ et la différence de marche entre les deux rayons devient

Différence de marche dans l'expérience de Young

$$\delta \approx d\sin\theta \tag{6.5}$$



▲ Figure 6.8
Sur chaque figure, le triangle S_1AP est isocèle, donc la différence de marche est égale à la distance S_2A. La distance L croît d'une figure à la suivante, mais l'angle θ et la distance d entre les fentes demeurent identiques. On voit qu'à mesure que L croît, l'angle en A tend vers 90°, ce qui permet de calculer facilement la différence de marche.

Il s'agit d'une égalité approximative, car, pour avoir $\delta = d\sin\theta$, il faudrait que r_2 et r_1 soient parfaitement parallèles et donc que l'angle en A soit précisément de 90° (figure 6.8*d*). Nous allons néanmoins considérer à partir d'ici que l'angle en A est de 90°, comme l'illustre la figure 6.9*a*, même s'il ne l'est pas tout à fait en réalité. En combinant l'équation 6.5 avec les équations 6.2 et 6.3, on peut déterminer les angles θ qui correspondent aux maxima et aux minima d'intensité, c'est-à-dire aux centres des franges brillantes et sombres : $d\sin\theta = m\lambda$ pour les maxima (interférence constructive) et $d\sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$ pour les

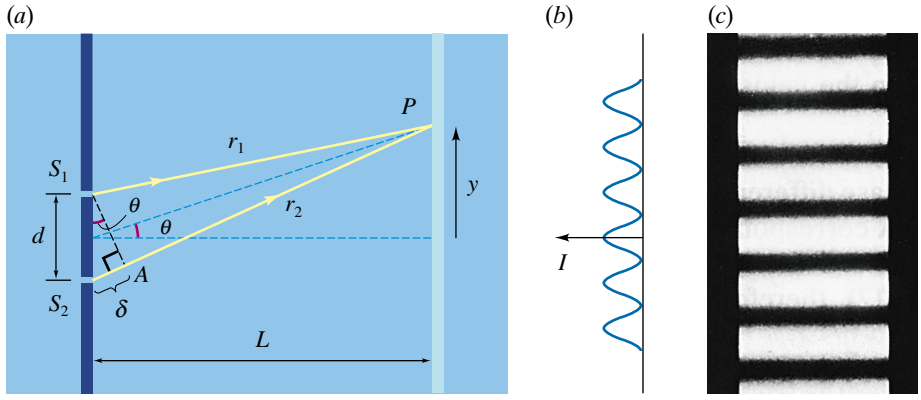
minima (interférence destructive). L'entier m correspond à l'**ordre de la frange**. La frange brillante d'ordre 0 est située au centre de l'écran, suivie des franges brillantes d'ordre 1, 2, 3, … (Quel est l'ordre le plus élevé visible sur la photo de la figure 6.2*b*, p. 250 ?)

Pour montrer que ces franges sont équidistantes, il faut calculer leur position y sur l'écran. C'est ici qu'intervient la seconde simplification : quand on considère des franges situées à proximité du centre de l'écran, comme à la figure 6.7*b*, la condition $y \ll L$ est respectée. Selon l'équation 6.4, l'angle θ est donc un petit angle et on peut utiliser l'approximation des petits angles $\sin\theta \approx \tan\theta$ (voir l'annexe B). Dans ces circonstances, l'équation 6.4 devient $\sin\theta \approx y/L$, et l'équation 6.5, $\delta = d(y/L)$. La condition d'interférence constructive (équation 6.2) permet alors de calculer directement la position y des maxima d'intensité sur l'écran, soit

$$\text{(maxima, } \theta \text{ petit, } L \gg d) \qquad y = \frac{m\lambda L}{d}$$

On note, comme attendu, que y est proportionnel à l'entier m, c'est-à-dire que les franges sont équidistantes sur l'écran. Un raisonnement similaire donne la position des minima.

Quand la longueur d'onde est assez grande pour être une fraction appréciable de la distance d, la distance entre les franges augmente et il ne reste que la frange brillante centrale ($m = 0$) pour laquelle l'équation ci-dessus reste valable. Par exemple, à la figure 6.2*b* (p. 250), la frange constructive d'ordre $m = 1$ est déjà à $\theta \approx 30°$, ce qui n'est plus un petit angle. Dans un tel cas, on ne peut obtenir y qu'en isolant θ dans l'équation 6.5 et en le substituant ensuite dans l'équation 6.4.



▶ Figure 6.9

(*a*) Si l'écran est très éloigné des fentes, les rayons r_1 et r_2 sont presque parallèles et l'angle en A est presque de 90°, donc la différence de marche entre les ondes qui parviennent au point P est $\delta \approx d \sin\theta$, où d est la distance entre les fentes. (*b*) Graphique de l'intensité de la lumière en fonction de la position sur l'écran. (*c*) Figure d'interférence telle qu'on la voit sur l'écran ou telle que l'enregistre une plaque photographique. L'échelle verticale du graphique illustré en (*b*) correspond à celle de la figure présentée en (*c*).

La figure 6.9*c* montre la figure d'interférence, formée de franges brillantes et sombres, qu'on obtient sur l'écran quand on se limite à une zone à proximité du centre. La figure 6.9*b* montre l'intensité de la lumière prédite par le modèle ondulatoire (voir la section suivante). Si on les compare avec la figure 6.7*b*, on note d'abord sur cette dernière une atténuation de l'intensité des franges à chacune des deux extrémités de l'écran. Cette atténuation serait absente si les fentes S_1 et S_2 avaient une largeur nettement inférieure à la longueur d'onde λ de la lumière utilisée et si la diffraction par chaque fente générait donc un front d'onde d'intensité uniforme (voir la section 6.2). La petitesse de λ rendant cette condition difficile à remplir en pratique, les fentes sont un peu plus larges et la diffraction par chaque fente ne fait *pas* en sorte que la lumière s'étale de façon uniforme sur toute la surface de l'écran. On constate sur la figure que cela n'a aucun effet sur la position des franges d'interférence.

Exemple 6.2

Une source lumineuse de longueur d'onde 600 nm éclaire deux fentes comme dans l'expérience de Young. La distance séparant les fentes est de 0,8 mm et l'écran est à 2 m des fentes. (a) Calculer l'espacement entre les franges brillantes successives produites près du centre de l'écran. (b) Calculer l'espacement entre les franges brillantes d'ordre $m = 500$ et $m = 501$. (c) Si l'écran avait une largeur infinie, combien de franges y verrait-on en tout ? (Négliger la baisse d'intensité due à la diffraction.)

Solution

Puisque la distance L à l'écran est grande par rapport à d ($2\text{ m} \gg 0{,}8\text{ mm}$), la situation est similaire à celle de la figure 6.8*d* et on peut utiliser l'équation 6.5 quelle que soit la position considérée sur l'écran. ■

(a) Puisqu'on ne considère d'abord que les franges situées près du centre de l'écran, on peut écrire $\sin\theta \approx \tan\theta$; en substituant cette égalité dans l'équation 6.4, l'équation 6.5 devient $\delta = d(y/L)$. D'après l'équation 6.2, les maxima (centres des franges brillantes) correspondent à $\delta = m\lambda$. Ainsi, $d(y/L) = m\lambda$; la position de la frange brillante d'ordre m est donc donnée par

$$y_m = \frac{m\lambda L}{d}$$

L'espacement entre ces franges est

$$\begin{aligned}\Delta y = y_{m+1} - y_m &= \frac{(m+1)\lambda L}{d} - \frac{m\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d} \\ &= \frac{(6\times10^{-7}\text{ m})(2\text{ m})}{8\times10^{-4}\text{ m}} \\ &= 1{,}50\times10^{-3}\text{ m} \;= 1{,}50\text{ mm}\end{aligned}$$

On note que l'espacement entre les franges est régulier, tel qu'attendu. L'espacement entre les franges sombres est le même.

(b) La condition $L \gg d$ demeure remplie, donc on peut utiliser l'équation 6.5, mais θ n'est plus un petit angle, donc $\sin\theta \neq \tan\theta$. Pour $m = 500$, on remplace $\delta = 500\lambda$ dans l'équation 6.5 et on obtient

$$\sin\theta = 500(6\times10^{-7}\text{ m})/(8\times10^{-4}\text{ m}) = 0{,}375$$

En isolant $\theta = 22{,}0°$ et en le substituant dans l'équation 6.4, on obtient que la frange $m = 500$ est située à la position $y_{500} = 809{,}04$ mm. (On confirme au passage que $\theta = 22{,}0°$ n'est pas un petit angle.) Le même raisonnement conduit, pour $m = 501$, à $y_{501} = 810{,}92$ mm.

Ainsi, $\Delta y = y_{501} - y_{500} = 1{,}88$ mm. En s'éloignant du centre de l'écran, l'intervalle entre les franges voisines augmente. ■

(c) Sur un écran infiniment large, y peut croître sans borne. Quand y tend vers l'infini, l'angle θ tend vers 90°, mais il ne peut pas dépasser cette valeur (voir la figure 6.9*a*). On cherche donc la valeur la plus élevée de m qui permettra à θ dans l'équation $d\sin\theta = m\lambda$ de rester tout juste au-dessous de 90°. En d'autres termes, on cherche l'entier m le plus élevé tel que $d\sin 90° > m\lambda$, donc tel que $m < d/\lambda$, ce qui donne $m_{\max} = 1333$.

Puisqu'il y a une seule frange d'ordre 0 au centre mais des franges d'ordre 1 à 1333 de chaque côté, il y aurait donc $2\times1333 + 1 = 2667$ franges brillantes sur l'écran.

Exemple 6.3

Une paire de fentes séparées de 0,8 mm est éclairée par de la lumière contenant deux longueurs d'onde, de 450 nm et de 680 nm. Quelle est la distance séparant les maxima des franges brillantes de sixième ordre sur un écran situé à 3,2 m des fentes ?

Solution

Pour les franges situées suffisamment près du centre de l'écran pour que $\sin\theta \approx \tan\theta$, la position sur l'écran est donnée par $y = m\lambda L/d$. D'après cette équation, on voit que

$$\begin{aligned}\Delta y &= \frac{m\Delta\lambda L}{d} \\ &= \frac{(6)(2{,}3\times10^{-7}\text{ m})(3{,}2\text{ m})}{8\times10^{-4}\text{ m}} \\ &= 5{,}52\text{ mm}\end{aligned}$$

Les sources doivent être cohérentes

Dans quelles conditions peut-on observer une figure d'interférence ? Nous avons vu que les sources devaient être en phase mais, en réalité, elles ont

seulement besoin d'avoir une différence de phase constante. La position du pic central ($m = 0$) de la figure d'interférence dépend de la différence de phase entre les sources. De même, les fréquences des sources doivent être les mêmes, sinon la relation de phase en un point donné va fluctuer dans le temps et l'on ne pourra observer d'interférence stable.

Des **sources cohérentes** sont des sources qui émettent des ondes de même fréquence et qui ont un déphasage constant. Dans le cas des ondes sonores ou des ondes radio, il est facile d'obtenir des sources cohérentes en reliant les haut-parleurs ou les émetteurs au même oscillateur. Dans le montage de Young, la lumière qui atteint les deux fentes S_1 et S_2 provient d'une même source ponctuelle. Toute variation de phase à la source se produit simultanément aux deux fentes, qui restent donc en phase. La cohérence est encore plus facile à obtenir si on éclaire les deux fentes avec un même faisceau laser. Nous étudierons de manière plus détaillée la cohérence des ondes lumineuses à la section 6.7.

6.4 L'AMPLITUDE DE L'ONDE ET L'INTENSITÉ LUMINEUSE DANS L'EXPÉRIENCE DE YOUNG

Dans l'étude précédente de l'interférence produite par deux sources, seules les positions des minima et des maxima ont été déterminées. Nous allons maintenant établir l'expression donnant la distribution de l'amplitude et de l'intensité de l'onde résultante à partir de deux sources qui oscillent en phase.

Pour mieux visualiser, considérons d'abord les vagues illustrées à la figure 6.2*b* (p. 250). Si on observe les deux vagues qui atteignent un point P situé loin des sources (loin à droite, hors du cadre de la photo de la figure 6.2*b*, p. 250), on peut estimer que leurs directions sont quasi parallèles. Si on imagine un axe des x le long de cette direction commune, les déplacements transversaux des deux vagues sont modélisés par les fonctions d'onde

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t + \phi_1) \qquad y_2 = A\sin(kx - \omega t + \phi_2)$$

qui ne diffèrent que par leur déphasage $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$, lequel dépend de la différence de marche. Dans ces équations, on a ignoré la baisse d'amplitude avec la distance, mais on peut considérer que A est l'amplitude qu'aurait chaque vague individuelle en arrivant au point P.

La fonction d'onde résultante est $y_T = y_1 + y_2$. Pour obtenir de façon quantitative l'amplitude résultante, on doit additionner les deux fonctions d'onde. Si on choisit $t = 0$ de façon que $\phi_2 = 0$, alors $\phi_1 = \Delta\phi$. On peut ensuite utiliser l'identité trigonométrique $\sin A + \sin B = 2\sin(\frac{A+B}{2})\cos(\frac{A-B}{2})$, de sorte que la fonction d'onde résultante peut s'exprimer sous la forme

$$y_T = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t + \frac{\Delta\phi}{2}\right) \qquad (6.6)$$

On note que cette fonction d'onde a une amplitude donnée par l'équation suivante, identique à l'équation 2.13 :

$$A_T = 2A\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

Sur la médiatrice, la différence de phase est nulle, de sorte que $A_T = 2A \equiv A_{max}$. L'équation ci-dessus peut donc s'écrire

$$A_T = A_{max}\cos\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \qquad (6.7)$$

Pour utiliser cette équation, il faut d'abord évaluer $\Delta\phi$. Pour ce faire, on commence par calculer la différence de marche. Or, puisqu'on a considéré un point

situé loin des deux sources, l'équation 6.5 est valable. Comme il n'y a pas d'autre source de différence de phase ici, on obtient directement $\Delta\phi$ en convertissant δ en différence de phase (voir l'équation 2.11*a*), ce qui donne

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi d \sin\theta}{\lambda} \qquad (6.8)$$

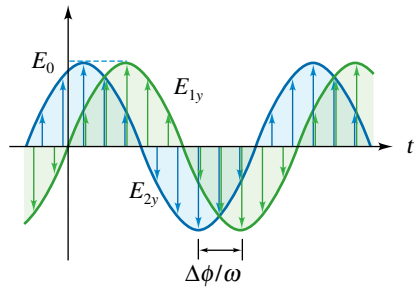
où θ est l'angle entre l'axe des x parallèle à la direction commune de propagation des deux ondes et la médiatrice du montage expérimental (voir la figure 6.9*a*, p. 256). En somme, pour obtenir l'amplitude de l'onde résultante dans une direction θ, on trouve d'abord $\Delta\phi$ avec l'équation 6.8 et on le substitue dans l'équation 6.7.

Intéressons-nous maintenant au cas de la lumière, qui peut être représentée comme une onde électromagnétique. Le raisonnement ci-dessus demeure valable pour des ondes électromagnétiques, sauf que la variable y d'une onde mécanique est remplacée par le champ électrique ou le champ magnétique d'une onde électromagnétique, chacun oscillant avec la même phase dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation (voir la section 4.1).

Considérons le champ électrique. Pour simplifier, supposons de nouveau que les deux ondes se propagent le long de l'axe des x et que le champ électrique oscille selon l'axe des y. Les deux fonctions d'onde ci-dessus deviennent donc

$$E_{1y} = E_0 \sin(kx - \omega t + \phi_1) \qquad E_{2y} = E_0 \sin(kx - \omega t + \phi_2)$$

où E_0 désigne l'amplitude du champ électrique que posséderait chaque onde individuelle en arrivant à l'écran. Si les fentes sont assez étroites, on peut considérer que l'onde lumineuse est diffractée avec une amplitude uniforme dans chaque direction, donc que E_0 ne varie pas d'un point à l'autre de l'écran (seule l'amplitude de la résultante des deux ondes varie). Comme on l'a fait au chapitre 2, on peut illustrer les deux fonctions d'onde ci-dessus si on fixe le temps t ou la position x ; la figure 6.10 illustre l'oscillation des deux champs en fonction du temps à une position x fixe.



▲ Figure 6.10

En un point x donné (par exemple, là où l'écran est situé) se superposent les composantes du champ électrique des ondes issues des deux fentes. La figure montre comment varient ces composantes en fonction du temps dans le plan d'oscillation. La différence de phase $\Delta\phi$ entre les deux sources équivaut à un délai $\Delta\phi/\omega$ (voir le chapitre 1).

Comme précédemment, la façon dont ϕ_1 et ϕ_2 sont choisies est arbitraire, seule la différence de phase ayant une importance. En suivant la même démarche que ci-dessus, on obtient que l'amplitude de l'onde résultante est $2E_0 \cos(\Delta\phi/2)$, un résultat identique à l'équation 6.7. Au centre de l'écran, l'amplitude résultante est $2E_0$.

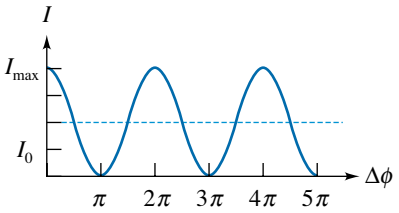
L'intensité de l'onde

Dans le cas des vagues, on peut mesurer facilement l'amplitude donnée par l'équation 6.7 mais, dans le cas de la lumière, c'est l'intensité moyenne, c'est-à-dire la puissance moyenne qu'elle véhicule par unité de surface de front d'onde (voir l'équation 3.9), qui est plus facilement observable par les sens. Or, l'intensité d'une onde est proportionnelle au *carré* de son amplitude* : ce résultat est valable pour les ondes mécaniques (voir par exemple les équations 2.19 et 3.11) et l'est également pour les ondes électromagnétiques (voir l'équation 4.3). À partir de l'amplitude que nous venons d'obtenir pour l'onde résultante en un point de l'écran, on a donc

Intensité dans l'expérience de Young

$$I = I_{\max} \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \qquad (6.9a)$$

* Au moment de présenter l'équation 2.19, nous avions souligné le caractère général de la proportionnalité entre l'intensité d'une onde et le carré de son amplitude.



▲ Figure 6.11

L'intensité lumineuse dans l'expérience de Young en fonction de la différence de phase $\Delta\phi$.

où I_{max} est l'intensité au centre de l'écran. Il est intéressant de relier I_{max} à la valeur *uniforme* I_0 que prendrait l'intensité sur l'écran si une seule des deux sources était présente. Une source unique aurait produit l'amplitude E_0 au centre de l'écran mais, selon l'équation 6.7, les deux sources qui interfèrent produisent l'amplitude $2E_0$ au centre de l'écran. Puisque l'intensité est proportionnelle au carré de l'amplitude, il s'ensuit que $I_{max} = 4I_0$. On peut donc réécrire l'équation 6.9*a* sous la forme

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \qquad (6.9b)$$

Les équations 6.9*a* et 6.9*b* sont représentées à la figure 6.11.

Nous allons maintenant montrer que l'équation 6.9*a* donne les mêmes positions pour les franges que ce que nous avons obtenu à la section précédente. Selon l'équation 6.9*a*, les points où l'intensité est nulle (centres des franges sombres) sont ceux pour lesquels $\cos(\Delta\phi/2) = 0$. De même, l'intensité maximale (centres des franges brillantes) est obtenue pour $\cos(\Delta\phi/2) = \pm 1$. On en déduit que les maxima d'intensité se produisent pour $\Delta\phi = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots = m(2\pi)$, un résultat identique à l'équation 2.12*a*. En ces points, $I = I_{max} = 4I_0$; autrement dit, l'intensité est égale à quatre fois l'intensité d'une source unique. Les minima ($I = 0$) se produisent pour $\Delta\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots = (m + \frac{1}{2})(2\pi)$, un résultat identique à l'équation 2.12*c*. En utilisant l'équation 2.11*a* pour convertir ces différences de phase en différence de marche, on obtient tel qu'attendu $\delta = m\lambda$ pour les centres des franges brillantes et $\delta = (m + \frac{1}{2})\lambda$ pour les centres des franges sombres. En somme :

(maxima)	$\Delta\phi = m(2\pi)$	$d \sin\theta = m\lambda$	$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$
(minima)	$\Delta\phi = (m + \frac{1}{2})(2\pi)$	$d \sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$	

Exemple 6.4

On réalise l'expérience de Young avec une source monochromatique de longueur d'onde λ. (a) Quelle est l'intensité (en fonction de I_{max} et de I_0) mesurée sur l'écran à mi-chemin entre le centre de la frange sombre d'ordre 1 et celui de la frange brillante d'ordre 2 ? (b) Si $d = 0{,}1$ mm, $L = 2$ m et $\lambda = 500$ nm, quelle est l'intensité mesurée à une distance $y = 3$ cm du centre de l'écran ?

Solution

(a) La frange sombre d'ordre 1 se produit quand la différence de marche est $\delta_1 = 1{,}5\lambda$ (équation 6.3), alors que la frange brillante d'ordre 2 se produit quand la différence de marche est $\delta_2 = 2\lambda$ (équation 6.2). En général, ces deux différences de marche correspondent à des positions y_1 et y_2 de l'écran qui sont difficiles à déterminer. Toutefois, dans l'approximation des petits angles, $\delta = d \sin\theta$ devient $\delta = d(y/L)$, et la différence de marche est donc proportionnelle à y. La position « à mi-chemin » $(y_1 + y_2)/2$ correspond donc à une différence de marche $(\delta_1 + \delta_2)/2 = 1{,}75\lambda$. Selon l'équation 2.11*a*, la différence de phase correspondante est $\Delta\phi = 1{,}75(2\pi) = 3{,}5\pi$. Les équations 6.9*a* et 6.9*b* donnent alors $I = I_{max}/2 = 2I_0$. Notez que ce résultat ne dépend pas de la longueur d'onde λ et peut donc être obtenu même si celle-ci est inconnue.

(b) Comme $y = 3$ cm est de loin inférieur à $L = 2$ m, il est clair que l'angle θ est un petit angle, et la différence de marche est donc $\delta = d(y/L) = 1{,}5$ µm. D'après l'équation 2.11*a*, la différence de phase correspondante est $\Delta\phi = 6\pi$. Les équations 6.9*a* et 6.9*b* donnent alors $I = I_{max} = 4I_0$, c'est-à-dire l'intensité maximale. En effet, la position $y = 3$ cm correspond à la frange brillante d'ordre 3 (vérifiez), et il est donc normal, l'interférence étant constructive, que l'intensité y soit maximale.

6.5 LES PELLICULES MINCES

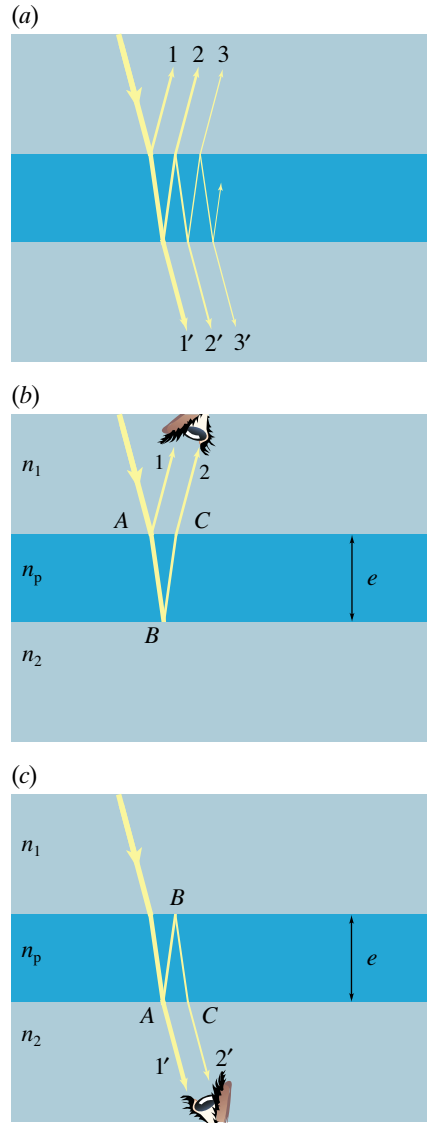
Dans l'expérience de Young, l'interférence se produit entre les ondes lumineuses provenant de deux fentes. Les couleurs des bulles de savon, des taches

d'huile sur la route et des plumes de paon sont aussi dues au phénomène d'interférence mais, dans ces cas, c'est l'interaction de la lumière avec une mince pellicule transparente qui donne naissance aux ondes lumineuses qui interfèrent entre elles. En effet, la figure 6.12*a* montre comment, par le jeu des réflexions et des transmissions partielles, un rayon lumineux qui atteint la pellicule se subdivise successivement. À chaque interface entre deux milieux, une partie de l'intensité lumineuse (habituellement, une petite fraction*) est réfléchie. Le processus de réflexion peut se poursuivre indéfiniment, mais les réflexions successives donnent lieu à des rayons de moins en moins intenses.

Selon le côté où il se situe par rapport à la source lumineuse, un observateur peut recevoir les rayons qui sont réfléchis par la pellicule mince (figure 6.12*b*) ou ceux qui sont transmis à travers elle (figure 6.12*c*). Dans les deux cas, ces rayons se superposent et interfèrent entre eux. Si la pellicule mince est une tache d'huile au sol, on observe la lumière réfléchie ; si elle est un revêtement sur une lentille de caméra, le photographe observe la lumière transmise ; pour les bulles de savon, on peut observer l'un ou l'autre. Dans la discussion qui suit, nous n'analyserons que le cas de la lumière *réfléchie*. Les exercices E60 et E66 porteront sur des cas de lumière *transmise*.

Pour calculer précisément l'intensité réfléchie à une longueur d'onde donnée, il faudrait tenir compte de tous les rayons réfléchis et du fait que leur amplitude est de plus en plus faible, mais cette étude est inutilement complexe. On obtient une excellente approximation en ne considérant que les rayons 1 et 2 illustrés à la figure 6.12*b* puisque tous les autres rayons réfléchis ont une amplitude plus petite. Si ces deux rayons interfèrent constructivement entre eux, il y a *accentuation* de l'intensité de la lumière réfléchie (à la longueur d'onde considérée). Si les rayons 1 et 2 interfèrent de façon destructive, il y a *atténuation* de l'intensité réfléchie. Dans le cas particulier où les rayons 1 et 2 ont la même amplitude, il y a même élimination de l'intensité réfléchie (à la longueur d'onde considérée). (Si les amplitudes sont très différentes, il est possible que l'accentuation ou l'atténuation soit très légère.)

On pourrait penser que les rayons 1 et 2 n'interfèrent pas, car ils sont parallèles entre eux et non superposés. Mais si on garde à l'esprit que chaque rayon représente la direction de propagation d'une onde dont les fronts d'onde ont une certaine largeur (voir la figure 4.15, p. 141), il devient clair que ces ondes se superposent bel et bien. Toutefois, pour que l'interférence se manifeste, les rayons 1 et 2 doivent être cohérents (voir la section 6.3) ; en pratique, cela requiert que les interfaces ayant causé les réflexions délimitent une **pellicule mince**, c'est-à-dire une pellicule dont l'épaisseur e est égale tout au plus à quelques fois la longueur d'onde de la lumière.



▲ Figure 6.12

(*a*) La rencontre d'un rayon lumineux et des deux faces d'une pellicule mince donne naissance à toute une série de rayons réfléchis et transmis. (*b*) Il suffit d'analyser les rayons 1 et 2 pour déterminer comment interfèrent tous les rayons *réfléchis*. Le rayon 1 subit une réflexion au point *A*. Le rayon 2 subit une réflexion au point *B* et ressort après avoir décrit le parcours supplémentaire *ABC* (en forme de V). Ces deux rayons se superposent ensuite, ce qui peut donner lieu, selon le cas, à une interférence constructive ou à une interférence destructive. (*c*) Il suffit d'analyser les rayons 1′ et 2′ pour déterminer comment interfèrent l'ensemble des rayons *transmis*.

Le calcul de la différence de phase

Dans l'interférence de Young, la différence de phase entre les deux rayons qui interfèrent provient d'un seul phénomène : leur différence de marche. Nous allons maintenant voir que, dans une pellicule mince, deux phénomènes contribuent

* On peut montrer que l'amplitude de l'onde réfléchie est d'autant plus grande que les indices de réfraction diffèrent. Pour de la lumière atteignant perpendiculairement une interface entre des milieux d'indices n_1 et n_2, le rapport des amplitudes des ondes réfléchie et incidente est $|n_1 - n_2|/(n_1 + n_2)$. Puisque l'intensité est proportionnelle au carré de l'amplitude, le rapport des intensités est donc le carré de cette valeur. Ainsi, pour une interface entre de l'air ($n = 1$) et du verre ($n = 1{,}5$), seulement 4 % de l'intensité est réfléchie. Pour une interface entre de l'air et un milieu $n = 5$, la proportion d'intensité réfléchie grimpe à 20 %, mais cela demeure une minorité de l'énergie lumineuse incidente.

à la différence de phase $\Delta\phi$ entre les rayons 1 et 2 : leur différence de marche δ et les réflexions qu'ils ont subies. On peut donc écrire

$$\Delta\phi = \Delta\phi_\delta + \Delta\phi_\mathrm{r} \qquad (6.10)$$

Nous allons voir que le premier terme de cette équation découle du parcours supplémentaire d'un des rayons (le trajet ABC sur la figure 6.12*b*), alors que le second nécessite de comparer les réflexions subies par chaque rayon.

Rappelons d'abord deux phénomènes, présentés à la section 4.1, qui se produisent quand une onde électromagnétique est partiellement réfléchie et partiellement transmise en arrivant à l'interface entre deux milieux de propagation.

Premièrement, l'onde réfléchie peut subir deux types de réflexions (voir la figure 4.6, p. 131). Une *réflexion dure* (avec inversion transversale) se produit si la lumière atteint un milieu d'indice de réfraction plus élevé, alors qu'une *réflexion molle* (sans inversion transversale) se produit sinon. La partie transmise ne subit jamais d'inversion transversale, quelle que soit la valeur de l'indice de réfraction.

Deuxièmement, l'onde qui est transmise (réfractée), puisqu'elle pénètre dans un nouveau milieu de propagation, *change de longueur d'onde*. En effet, la vitesse v des ondes est d'autant plus faible que l'indice de réfraction est élevé (voir l'équation 4.2*a*), mais la fréquence f de l'onde demeure la même dans les deux milieux. Puisque $v = \lambda f$, il s'ensuit l'équation 4.5, qui relie λ_n (la longueur d'onde dans un milieu d'indice n) et λ_0 (la longueur d'onde dans le vide) :

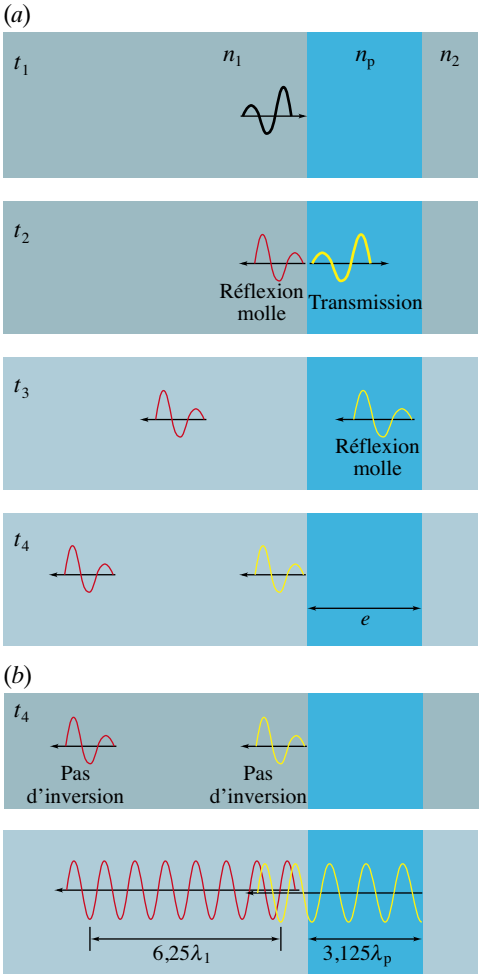
$$\lambda_n = \frac{\lambda_0}{n}$$

Ainsi, la longueur d'onde est d'autant plus courte que l'indice de réfraction est élevé.

Les figures 6.13 et 6.14 illustrent l'effet de ces deux phénomènes sur l'interférence dans une pellicule mince. Débutons avec la figure 6.13*a* qui, au lieu d'une onde sinusoïdale, représente une impulsion ondulatoire à laquelle nous avons donné une forme particulière afin d'en distinguer les différentes parties à mesure que surviennent les réflexions et les inversions transversales. On considère que l'angle d'incidence est nul.

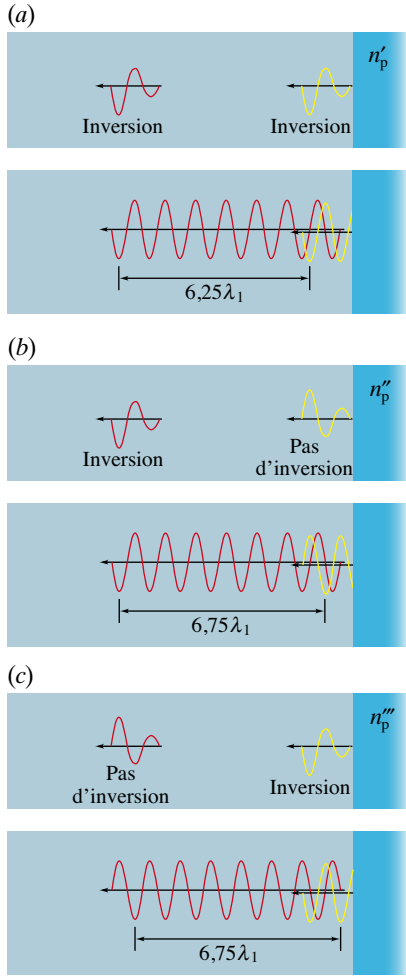
Sur la figure 6.13*a*, les indices de réfraction $n_1 > n_\mathrm{p} > n_2$ ont été choisis de façon que les deux réflexions soient molles. À $t = t_1$, l'impulsion atteint la première interface. À mesure qu'elle la traverse, elle se sépare en deux impulsions, de sorte qu'on obtient, à $t = t_2$, une impulsion transmise dans la pellicule mince et une première impulsion réfléchie. On voit sur la figure que l'impulsion dans la pellicule mince a une plus grande longueur d'onde et une plus grande vitesse puisque $n_\mathrm{p} < n_1$. Quand l'impulsion transmise atteint la seconde interface, elle se sépare elle aussi en deux, donnant lieu à une seconde impulsion réfléchie (l'impulsion transmise dans le milieu d'indice n_2 n'est pas illustrée). À $t = t_3$, on a donc deux impulsions qui se propagent vers la gauche. Quand la seconde impulsion réfléchie revient à l'interface de gauche, elle se sépare encore. À $t = t_4$, les deux impulsions d'intérêt sont dans le milieu d'indice n_1.

Supposons maintenant que l'impulsion soit remplacée par une onde sinusoïdale dont la longueur d'onde est λ_1 dans le milieu d'indice n_1 et λ_p dans la pellicule d'indice n_p. La figure 6.13*b* compare le résultat obtenu à $t = t_4$ avec cette onde à celui obtenu au même instant avec les impulsions. Afin d'éviter des chevauchements sur la figure, nous avons choisi d'illustrer la longueur d'onde $\lambda_\mathrm{p} = 0{,}32e$, où e est l'épaisseur de la pellicule, mais le raisonnement qui suit ne dépend pas de ce choix particulier. Toutes les distances étant à l'échelle, la figure 6.13*b*



▲ Figure 6.13

(*a*) Une impulsion se subdivise à chaque interface qu'elle rencontre. La figure ne montre que les deux réflexions pertinentes. La forme particulière de l'impulsion permet de vérifier que, dans ce cas-ci, il n'y a aucune inversion transversale. (*b*) Effet final obtenu si l'impulsion est remplacée par une onde sinusoïdale.



▲ Figure 6.14

La différence de phase entre les deux rayons réfléchis dépend à la fois de la différence de marche et des réflexions. Chaque situation se compare à la figure 6.13*b*.

permet de visualiser le déphasage qu'on obtiendrait au temps $t = t_4$ entre les ondes réfléchies vers le milieu d'indice n_1. Pour l'instant, il provient entièrement de la différence de marche (parcours physique supplémentaire de l'impulsion de droite comparativement à celui de l'impulsion de gauche), qui correspond à la longueur de l'aller-retour dans la pellicule, soit :

$$\delta = 2e$$

Notons un fait important : en raison du changement de vitesse de l'onde, cette différence de marche, parcourue dans la pellicule, ne correspond *pas* à la distance qui sépare les deux ondes dans le milieu d'indice n_1. Pour les valeurs illustrées ($\lambda_p = 0{,}32e$), on a $\delta = 2e = 2\lambda_p/0{,}32 = 6{,}25\lambda_p$ mais, dans le milieu d'indice n_1, la première onde devance la seconde d'une distance de $6{,}25\lambda_1$!

L'utilisation de la différence de phase, obtenue grâce à l'équation $\frac{\Delta\phi_\delta}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda}$ (équation 2.11*a*), ne cause pas ce genre d'ambiguïté. En effet, qu'on convertisse la différence de marche (parcourue dans le milieu d'indice n_p) ou la distance qui sépare les deux ondes dans un autre milieu, on obtient le *même résultat* : dans le premier cas, le membre de droite de l'équation 2.11*a* devient $(6{,}25\lambda_p)/\lambda_p$ et,

dans le second cas, il devient $(6{,}25\lambda_1)/\lambda_1$. Puisque la différence de marche correspond à $2e$ dans tous les cas où la lumière atteint la pellicule mince à incidence normale, on peut alors écrire

Différence de phase due à la différence de marche

$$\Delta\phi_\delta = \frac{2\pi}{\lambda_p}\delta = \frac{4\pi e}{\lambda_p} \qquad (6.11)$$

Dans cette équation, il faut utiliser λ_p, la longueur d'onde *dans la pellicule*, donnée par l'équation 4.5,

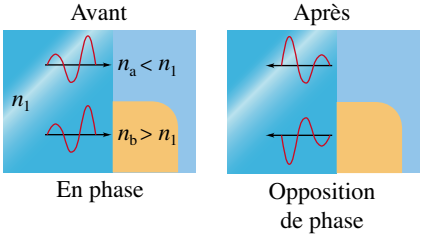
$$\lambda_p = \frac{\lambda_0}{n_p} \qquad (6.12)$$

où λ_0 est la longueur d'onde de la lumière dans le vide et n_p est l'indice de réfraction de la pellicule. L'équation 6.11 ne s'applique pas si les rayons qui interfèrent ne sont pas perpendiculaires à la pellicule mince. Il suffit alors d'un peu de géométrie pour tenir compte du fait que le parcours supplémentaire dans la pellicule mince a une longueur supérieure à $2e$ (voir le problème P14). Sauf indication contraire, nous supposons que les rayons sont perpendiculaires à la pellicule (angles d'incidence de 0°).

Considérons maintenant les figures 6.14*a* à 6.14*c*, qui ne diffèrent de la figure 6.13*b* que par les types de réflexions. (Pour tracer la figure, on a supposé que chaque pellicule, illustrée seulement en partie, a encore une épaisseur telle que $2e = 6{,}25\lambda_p$ même si λ_p est différent.) On constate que la différence de phase obtenue dans le milieu d'indice n_1 demeure la même si on remplace les deux réflexions molles par deux réflexions dures (figure 6.14*a*). Toutefois, quand les deux réflexions sont différentes, on obtient une différence de phase supplémentaire de π rad. Du point de vue de l'interférence, la situation est la même si la réflexion dure est la première (figure 6.13*b*) ou la seconde (figure 6.13*c*), de sorte qu'on peut écrire :

Différence de phase due à la réflexion

$$\Delta\phi_r = \begin{cases} 0 & \text{réflexions de même type} \\ \pi & \text{réflexions de types différents} \end{cases} \qquad (6.13)$$



▲ Figure 6.15

Selon que les deux réflexions sont de même type ou de types différents, la portion du déphasage qui est due aux réflexions est 0 ou π respectivement.

Ce déphasage dû aux réflexions n'a pas été étudié à la section 2.7. La figure 6.15 en illustre l'origine selon un point de vue différent. On y voit deux rayons qui circulent parallèlement dans un milieu d'indice n_1. Ces rayons ne se superposent jamais, mais on constate qu'ils ont initialement la même phase à la figure 6.15*a*. Chacun atteint ensuite une interface différente où il est réfléchi. La distance parcourue étant la même, il ressort de cela que la *seule* différence de phase qui apparaît à la figure 6.15*b* est celle donnée par l'équation 6.13.

Dans une situation donnée, on doit considérer chaque contribution à la différence de phase (équations 6.11 et 6.13) pour déterminer si l'interférence est constructive ou destructive. La méthode de résolution suivante détaille la marche à suivre.

Méthode de résolution

Voici comment déterminer s'il y a interférence constructive ou destructive dans la lumière *réfléchie* par une pellicule mince d'épaisseur e uniforme. On considère le cas où la lumière a une incidence normale à la pellicule.

1. Tracer un schéma qui représente le parcours des rayons dans la pellicule mince (voir la figure 6.12*b*, p. 261). Sur ce schéma, *écrire si chacune des deux réflexions est dure ou molle.*
2. Selon que les réflexions sont de même type ou de types différents, poser que $\Delta\phi_r$ vaut 0 ou π (équation 6.13).
3. La lumière se propageant perpendiculairement à la pellicule, la différence de marche entre les rayons réfléchis est $2e$. Obtenir $\Delta\phi_\delta$ en convertissant cette différence de marche en différence de phase (équation 6.11).
4. Faire la somme $\Delta\phi = \Delta\phi_\delta + \Delta\phi_r$ (équation 6.10).
5. Si $\Delta\phi$ vaut 0 (ou n'importe quel multiple de 2π), les deux rayons sont en phase, et il y aura interférence constructive (voir l'équation 2.12*a*). Si $\Delta\phi$ vaut π (ou n'importe quel multiple impair de π: 3π, 5π, 7π, …), les deux rayons sont déphasés d'une demi-longueur d'onde, et il y aura interférence destructive (voir l'équation 2.12*c*). Puisque $e > 0$, $\Delta\phi$ est toujours positif, ce qui nécessite de fixer selon le contexte une valeur minimale pour m.

Pour une pellicule où e est uniforme, la différence de phase $\Delta\phi$ est la même, peu importe où la lumière atteint la pellicule. Sinon, elle dépend de l'épaisseur e au point où la lumière est incidente.

Exemple 6.5

Un rayon de lumière de longueur d'onde λ_0 dans l'air frappe perpendiculairement une pellicule d'épaisseur e et d'indice de réfraction n_p entourée d'air ($n = 1$). Déterminer les épaisseurs de la pellicule qui correspondent à l'interférence constructive et à l'interférence destructive.

Solution

Dans cette situation, $n_1 = n_2 = 1$ (figure 6.12*b*, p. 261). La première réflexion est dure (car $n_p > n_1$), alors que la seconde est molle (car $n_2 < n_p$), d'où $\Delta\phi_r = \pi$. La différence de marche entre les deux rayons égale $\delta = 2e$, ce qui correspond, par l'équation 6.11, à un déphasage supplémentaire $\Delta\phi_\delta = 2\pi(2e)/\lambda_p = 4\pi e/\lambda_p$. Ainsi, par l'équation 6.10, on a

$$\Delta\phi = (4\pi e/\lambda_p) + \pi \qquad \text{(i)}$$

Il y aura interférence constructive lorsque $\Delta\phi = m(2\pi)$, où m est un entier. On a donc $4\pi e/\lambda_p + \pi = m(2\pi)$, ce qui donne les épaisseurs de pellicule

$$e = \frac{(2m-1)\lambda_p}{4} = \frac{1}{4}\lambda_p,\ \frac{3}{4}\lambda_p,\ \frac{5}{4}\lambda_p,\ \ldots$$

où $\lambda_p = \lambda_0/n_p$. À ces épaisseurs, la pellicule semble plus brillante que la normale dans la lumière réfléchie.

La pellicule apparaîtra sombre en réflexion lorsque l'interférence est destructive, ce qui se produit quand $\Delta\phi$ est un multiple impair de π: $\Delta\phi = (m + \frac{1}{2})(2\pi)$. En substituant dans l'équation (i), on a donc après simplification, $4\pi e/\lambda_p = m(2\pi)$, ce qui donne les épaisseurs de pellicule

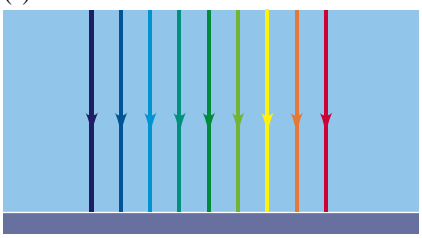
$$e = \frac{m}{2}\lambda_p = \frac{1}{2}\lambda_p,\ \lambda_p,\ \frac{3}{2}\lambda_p,\ \ldots$$

On note que les épaisseurs e pour lesquelles l'interférence est constructive sont à mi-chemin des épaisseurs pour lesquelles l'interférence est destructive. Les expressions que nous venons de trouver ne sont valables que dans ce cas particulier (une pellicule entourée de chaque côté par un milieu d'indice de réfraction plus faible). Dans tout autre cas, il faut refaire le raisonnement depuis le début en suivant la méthode de résolution. ■

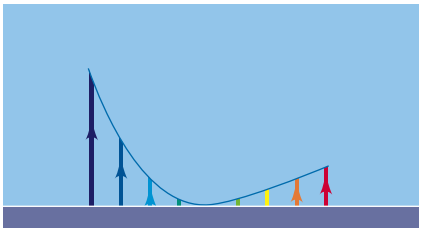
L'exemple précédent a porté sur l'éventualité où les réflexions subies de part et d'autre d'une pellicule mince sont de types différents. En utilisant la même démarche, vérifiez que les épaisseurs produisant une interférence constructive et celles produisant une interférence destructive sont simplement inversées si on considère une pellicule mince où les réflexions sont de même type (voir aussi l'exemple 6.6).

Notons que, pour une pellicule dont l'épaisseur est uniforme, l'intensité réfléchie est elle aussi uniforme. Pour obtenir des intensités qui changent d'un endroit à l'autre, comme dans les bulles de savon, il faut considérer des pellicules d'épaisseur variable, comme nous le ferons plus loin.

(*a*)



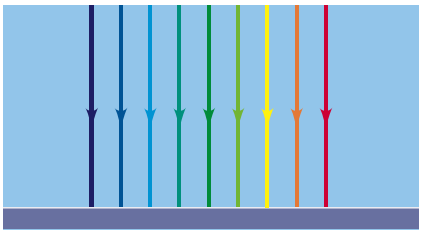
(*b*)



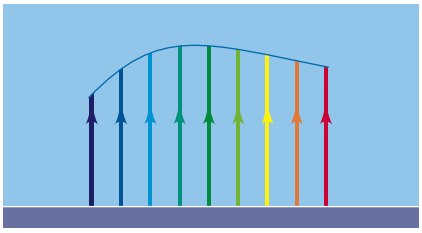
▲ Figure 6.16

(*a*) On suppose que la lumière blanche tombant en un point d'une pellicule (le mince trait blanc sur la figure) est un mélange dans lequel toutes les couleurs sont également représentées. (*b*) L'épaisseur de la pellicule est telle qu'il y a interférence destructive pour le jaune-vert.

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 6.17

(*a*) On suppose que la lumière blanche incidente est la même qu'à la figure 6.16*a*. (*b*) L'épaisseur de la pellicule est telle que le jaune-vert est renforcé dans la réflexion.

L'origine de la couleur dans les pellicules minces

Jusqu'ici, nous avons considéré que la lumière incidente sur la pellicule mince était monochromatique (une seule fréquence, donc une seule couleur). Mais l'observation quotidienne de bulles de savon, de taches d'huile ou d'enduits antireflets montre que l'interférence dans les pellicules minces permet d'accentuer certaines des couleurs présentes dans la lumière blanche de l'éclairage ambiant.

Pour expliquer ce phénomène, considérons des rayons de lumière blanche arrivant perpendiculairement à une pellicule mince d'épaisseur e uniforme. Les indices de réfraction sont tels que les réflexions sont de types différents. Pour simplifier, on suppose que les intensités de toutes les couleurs sont les mêmes et on les représente par des traits de même longueur à la figure 6.16*a*.

D'après l'exemple 6.5, on obtient une atténuation maximale de la lumière réfléchie ayant la longueur d'onde λ_0 quand l'épaisseur de la pellicule est $e = \lambda_0/2n_p$, $2\lambda_0/2n_p$, $3\lambda_0/2n_p$, etc. Pour une épaisseur donnée, il est donc impossible que toutes les longueurs d'onde subissent une atténuation maximale.

La figure 6.16*b* représente les intensités réfléchies pour une pellicule d'indice n_p dont l'épaisseur est $e = (550\text{ nm})/2n_p$, dans l'hypothèse où les deux rayons réfléchis ont la même amplitude*. La composante jaune-vert ($\lambda \approx 550$ nm dans l'air), qui correspond au centre du spectre visible, est donc atténuée au maximum. Pour les autres longueurs d'onde, la même épaisseur et les mêmes réflexions donneront lieu à une différence de phase $\Delta\phi = \Delta\phi_\delta + \Delta\phi_r = 2\pi(2e)/\lambda_p + \pi$, qui n'est pas parfaitement 3π, mais s'en approche. On observe donc les atténuations diverses qui sont illustrées.

Au lieu d'atténuer la réflexion, l'épaisseur de la pellicule peut être telle que la réflexion soit accentuée au centre du spectre visible (figure 6.17). Dans ce cas, les intensités réfléchies des longueurs d'onde voisines ne sont pas nettement plus faibles (figure 6.17*b*).

Les couleurs qu'on voit quand on observe la lumière réfléchie par une pellicule mince ne sont pas les couleurs pures (monochromatiques) d'un spectre créé par un prisme. On dit qu'il s'agit de couleurs de synthèse *soustractive* puisque la couleur apparente est principalement déterminée par les longueurs d'onde *absentes* de la lumière réfléchie. En l'absence du vert, la couleur apparente de la pellicule est magenta ; en l'absence du rouge, la couleur apparente est cyan ; et en l'absence du bleu, la couleur apparente est jaune. La question de la synthèse de couleurs est aussi traitée dans le sujet connexe de la section 2.4 du tome 2.

L'enduit antireflet sur les lentilles

Nous avons déjà dit que 4 % de l'intensité lumineuse est réfléchie à une interface air-verre, ce qui signifie que la portion transmise est seulement de 96 %. Cela peut sembler une perte acceptable mais, dans un appareil photographique comportant 6 lentilles, donc 12 interfaces air-verre, seulement $(0{,}96)^{12} = 61\,\%$ de l'énergie incidente est transmise. Comment faire mieux ?

On peut réduire les pertes par réflexion en recouvrant chaque surface des lentilles d'une pellicule mince appelée *enduit antireflet*. On choisit l'épaisseur de la pellicule de sorte que, dans la lumière réfléchie, il y ait interférence destructive pour le jaune-vert (550 nm), qui correspond au milieu du spectre visible. Puisqu'il y a interférence destructive dans la lumière réfléchie, il y a interférence constructive entre les rayons transmis (voir l'exercice E66), ce qui augmente la

* On a utilisé l'équation 6.9*a* pour tracer cette figure.

proportion de l'énergie incidente qui pénètre dans l'appareil. On peut même améliorer davantage le rendement en choisissant avec soin l'indice de réfraction de la pellicule en question : sachant le rapport entre les amplitudes incidente et transmise (voir la note au bas de la page 261), on peut montrer que, si l'indice de réfraction de la pellicule est $n_p = (n_{air} n_v)^{1/2}$, les amplitudes des rayons réfléchis 1 et 2 à la figure 6.12*a* (p. 261) sont égales. C'est alors que la longueur d'onde considérée est *complètement* supprimée dans la réflexion*. Dans la pratique, on utilise souvent du fluorure de magnésium (MgF_2), d'indice $n = 1{,}38$, à cause de sa durabilité, bien qu'il ne vérifie pas ce critère. La présence de ces enduits antireflets est facile à vérifier : le spectre de la lumière réfléchie ne comportant qu'un minimum de jaune-vert, on observe toujours un reflet magenta, fait d'un mélange de bleu et de rouge, lorsqu'on regarde des lentilles qui portent un enduit antireflet (figure 6.18). Cela montre qu'il est impossible d'éliminer complètement *tout reflet* : en pratique, l'utilisation d'une seule pellicule a pour effet net de réduire de 4 % à 1 % environ la proportion de l'énergie qui est réfléchie. Pour améliorer davantage ce résultat, on utilise parfois des enduits multiples d'épaisseurs différentes pour éliminer la réflexion de plusieurs longueurs d'onde.

▲ Figure 6.18

En l'absence d'enduit antireflet, le reflet sur la lentille ne serait pas coloré (lumière blanche). La couleur magenta du reflet montre que le jaune-vert est complètement absent de la lumière réfléchie.

Exemple 6.6

Un faisceau de lumière blanche tombe suivant la normale sur une lentille ($n = 1{,}52$) qui est recouverte d'une pellicule de fluorure de magnésium (MgF_2) ($n = 1{,}38$). (a) Quelle est l'épaisseur minimale de la pellicule pour laquelle la lumière jaune-vert de longueur d'onde égale à 550 nm (dans l'air) sera transmise au maximum dans le verre ? (b) Pour quelle épaisseur minimale (autre que zéro) y a-t-il interférence constructive dans la lumière réfléchie ?

Solution

(a) L'énergie incidente correspondant à la somme des énergies transmise et réfléchie, la lumière jaune-vert est transmise au maximum dans le verre quand elle est réfléchie au minimum. On cherche donc l'épaisseur e pour laquelle il y a interférence *destructive* des rayons réfléchis. ■

Dans cette situation, $n_1 = 1$, $n_p = 1{,}38$ et $n_2 = 1{,}52$ (figure 6.19). On a donc deux réflexions dures (car $n_p > n_1$ et $n_2 > n_p$) et le déphasage dû aux réflexions est $\Delta\phi_r = 0$. Le seul déphasage entre les deux rayons est celui produit par la différence de marche $\delta = 2e$: $\Delta\phi = \Delta\phi_\delta = 2\pi(2e)/\lambda_p = 4\pi e/\lambda_p$.

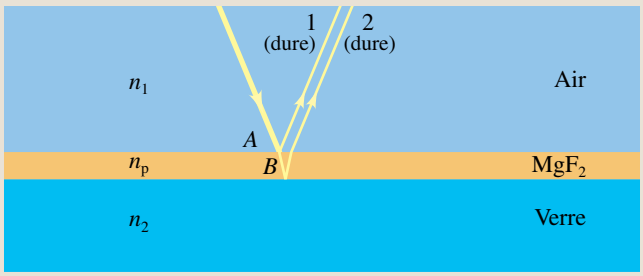
On veut que l'interférence soit destructive, donc que $\Delta\phi = (m + \frac{1}{2})(2\pi)$. On a donc $4\pi e/\lambda_p = (2m + 1)\pi$, ce qui donne les épaisseurs de pellicule

$$e = \frac{(2m+1)\lambda_p}{4}$$

où $\lambda_p = \lambda_0/n_p$. Notez que ce résultat est celui dont il est question dans le texte qui suit l'exemple 6.5. L'épaisseur minimale correspond à $m = 0$; donc

$$e_{min} = \frac{\lambda_0}{4n_p} = \frac{5{,}5 \times 10^{-7}\ \text{m}}{(4)(1{,}38)} = 99{,}6\ \text{nm}$$

La condition d'interférence destructive n'est valable que pour une seule longueur d'onde, mais la réflexion des autres longueurs d'onde visibles est également réduite.



▲ Figure 6.19

Une pellicule mince de MgF_2 ($n_p = 1{,}38$) sur une lentille de verre ($n = 1{,}52$). Les deux rayons réfléchis subissent une inversion transversale (réflexion dure). Pour qu'il y ait interférence destructive dans la lumière réfléchie, l'épaisseur minimale de la pellicule est $\lambda_p/4$ (la différence de marche est ainsi égale à une demi-longueur d'onde dans la pellicule).

* Avec ce choix d'indice de réfraction, les réflexions sont alors de même type, et les proportions de chaque couleur réfléchie sont alors légèrement différentes de celles illustrées à la figure 6.16*b*.

(b) Le déphasage total étant toujours $\Delta\phi = 4\pi e/\lambda_p$, la condition d'interférence constructive $\Delta\phi = m(2\pi)$ donne $e = m\lambda_p/2$. Puisque $\lambda_p = \lambda_0/n_p$, on trouve l'épaisseur minimale $e_{min} = \lambda_0/2n_p = 199$ nm (pour $m = 1$). On a écarté la solution pour $m = 0$, car elle donne une épaisseur nulle.

Les pellicules d'épaisseur variable

Jusqu'ici, nous avons considéré des pellicules dont l'épaisseur e était constante. Pour une longueur d'onde donnée, la différence de phase $\Delta\phi$ était donc la même, peu importe l'endroit où la lumière atteint la pellicule. Ainsi, quand on regarde une telle pellicule, on voit une couleur uniforme (voir la figure 6.18). Ce scénario ne correspond évidemment pas aux bulles de savon ni aux taches d'huile sur une route (voir la photo de la page titre du chapitre). On en déduit que celles-ci n'ont *pas* une épaisseur uniforme. Conformément à la méthode de résolution, c'est alors l'épaisseur de la pellicule *en un point donné* qui détermine si la lumière réfléchie depuis ce point a une intensité maximale ou minimale.

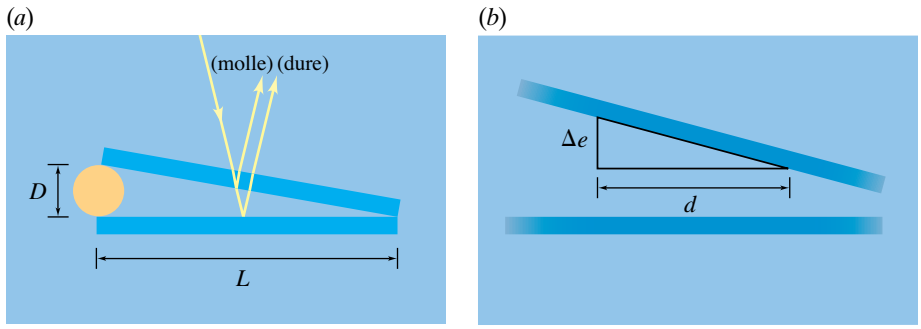
Supposons qu'on éclaire une pellicule d'épaisseur variable avec de la lumière monochromatique et qu'on regarde la lumière réfléchie. Tous les points où la pellicule a une même épaisseur apparaîtront de la même intensité lumineuse. Cette intensité se distinguera de celle provenant des points voisins où l'épaisseur est différente, formant ainsi une frange. Si on utilise plutôt de la lumière blanche, chaque longueur d'onde a sa propre configuration de franges. En un point donné de la pellicule, une longueur d'onde peut être renforcée et une autre, supprimée. Cette prédiction montre que le modèle ondulatoire de la lumière permet d'expliquer les couleurs que nous observons dans les bulles de savon et les pellicules d'huile sur la route.

On peut produire une pellicule d'air d'épaisseur variable, en forme de coin, en plaçant une feuille de papier ou un cheveu entre les extrémités de deux lames de verre (figure 6.20). Si les lames sont planes et que le coin est éclairé avec de la lumière monochromatique, on observe une série de franges rectilignes brillantes et sombres. Chacune de ces franges relie les points où la pellicule d'air a une épaisseur identique qui correspond à de l'interférence constructive ou destructive (figure 6.21*a*). Si les lames ne sont pas planes, les franges ne sont pas rectilignes puisque chacune des franges relie quand même les points de même épaisseur. Si l'une des lames est plane, les franges observées révèlent les irrégularités de l'autre lame (figure 6.21*b*). La configuration obtenue montre où la lame a besoin d'être polie pour devenir « plane au sens optique ».

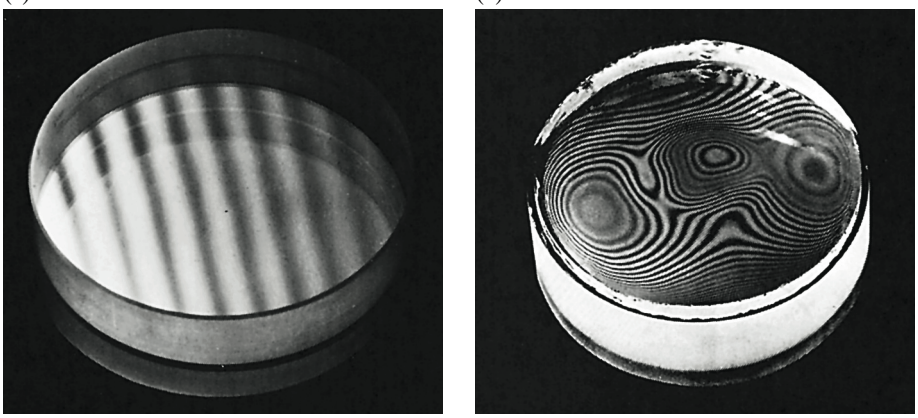
Supposons que l'on veuille déterminer la distance d, mesurée horizontalement, entre les centres de deux franges sombres successives (figure 6.20*b*). L'épaisseur de la pellicule vis-à-vis de ces deux franges n'est manifestement pas la même (sinon il s'agirait de la même frange) et diffère donc de Δe. Mais l'interférence

▶ Figure 6.20

(*a*) Un coin d'air formé par deux lames séparées à une extrémité par un cheveu ou un fil fin. (*b*) La différence d'épaisseur Δe entre deux franges sombres successives est égale à la moitié de la longueur d'onde de la lumière dans la pellicule, ce qui augmente la différence de marche $2e$ par une longueur d'onde.



(*a*) (*b*)



◀ Figure 6.21

(*a*) Lorsque les deux lames formant une pellicule d'air sont planes, les franges sont rectilignes et uniformément espacées. (*b*) Si l'une ou l'autre des lames n'est pas « optiquement plane », chaque frange relie des points d'égale épaisseur de la pellicule d'air.

est quand même destructive aux deux endroits puisqu'il s'agit de franges sombres. On en déduit que la différence d'épaisseur Δe augmente la différence de marche de précisément une longueur d'onde. Le déphasage supplémentaire entre les deux rayons vaut alors 2π, ce qui ne change rien à l'intensité de la réflexion obtenue (on passe d'une frange sombre à une autre frange sombre). Puisque la différence de marche est un aller-retour dans la pellicule, on trouve

$$\Delta e = \frac{\lambda_p}{2} \qquad (6.14)$$

où λ_p est la longueur d'onde dans la pellicule. Dans le cas du coin d'air (figure 6.20*a*), $\lambda_p = \lambda_0$, car la différence de marche s'effectue dans l'air. L'équation 6.14 s'applique également si on considère deux franges brillantes successives. (Que vaut Δe si on compare une frange brillante et une frange sombre adjacentes ?)

Exemple 6.7

On produit un coin d'air en plaçant un fil mince de diamètre D entre les extrémités de deux lames de verre planes de longueur $L = 20$ cm (figure 6.20*a*). Lorsqu'on éclaire cette pellicule d'air selon une incidence normale avec une lumière de longueur d'onde $\lambda = 550$ nm, on observe 12 franges sombres par centimètre. Trouver D.

Solution

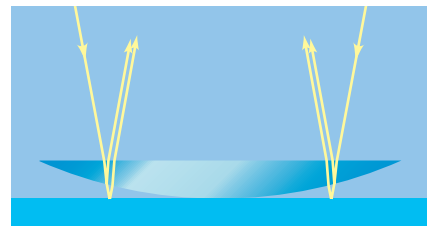
La variation d'épaisseur entre les franges successives est $\Delta e = \lambda/2$. Puisqu'il s'agit d'une pellicule d'air, $n = 1$ et $\lambda_p = \lambda$. L'espacement horizontal entre les franges est $d = (1\text{ cm})/12 = 8{,}33 \times 10^{-4}$ m. D'après la figure 6.20*b*, on voit que $D/L = \Delta e/d$ (triangles semblables), donc

$$D = \frac{\lambda L}{2d}$$
$$= \frac{(5{,}5 \times 10^{-7}\text{ m})(0{,}2\text{ m})}{16{,}7 \times 10^{-4}\text{ m}}$$

On obtient ainsi $D = 6{,}59 \times 10^{-5}$ m.

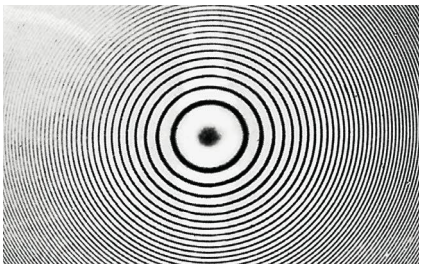
Les anneaux de Newton

Lorsqu'on pose une lentille de grand rayon de courbure sur une plaque plane en verre (figure 6.22), on forme une mince pellicule d'air entre les deux. Contrairement à la pellicule d'air de la figure 6.20, celle-ci n'est cependant pas en forme de coin, son épaisseur augmentant de façon de plus en plus prononcée à mesure qu'on s'éloigne du centre. En éclairant cette pellicule selon une incidence normale avec une lumière monochromatique, on peut observer à l'œil nu (ou avec un microscope de faible puissance) des franges circulaires appelées *anneaux de Newton* (figure 6.23). Un élément important de cette figure est la tache sombre au centre. Newton essaya de la faire disparaître en polissant les



▲ Figure 6.22

On produit une pellicule d'air en plaçant une lentille plan-convexe sur une lame plane. Ce montage fut utilisé par Newton.



▲ Figure 6.23

Les anneaux de Newton. Les franges ne sont pas également espacées. On remarque la tache sombre au centre. Bien que Newton observât ces franges brillantes et sombres, il n'en tira pas la conclusion que la lumière devait être représentée comme une onde.

surfaces. Elle intriguait également Young puisqu'il suspectait que la présence de cette tache implique que l'onde lumineuse subit une inversion à la réflexion sur un milieu d'indice de réfraction plus élevé. Son raisonnement était valable car, dans ce montage, il y a réflexion molle à la première interface (verre-air) mais réflexion dure à la seconde (air-verre). Ainsi, tout près du centre, là où l'épaisseur de la couche d'air, et donc la différence de marche, est négligeable, les rayons qui interfèrent se détruisent à cause de l'inversion transversale due à la réflexion dure. Young mit cette idée à l'épreuve en plaçant de l'huile de sassafras entre une lentille achromatique et une plaque de verre flint. L'huile a un indice de réfraction qui se situe entre les valeurs des indices de ces deux verres. Dans ces conditions, les deux réflexions sont dures. On s'attend donc à ce qu'au centre, là où la différence de marche est négligeable, l'interférence soit constructive. Lorsque Young tenta cette expérience, c'est précisément ce qu'il obtint : à sa grande satisfaction, la tache centrale devint brillante.

Exemple 6.8

Lors d'une expérience sur les anneaux de Newton, la lumière a une longueur d'onde de 600 nm. La lentille a un indice de réfraction de 1,5 et un rayon de courbure de 2,5 m. Chacune des franges ayant la forme d'un cercle, trouver le rayon de ce cercle pour la cinquième frange brillante.

Solution

Le rayon r d'une frange correspond à la distance horizontale entre le point de contact et la frange. Si R est le rayon de courbure de la lentille, on voit d'après la figure 6.24 que $r^2 = R^2 - (R - e)^2$, où r est le rayon d'une frange et e est l'épaisseur de la pellicule pour cette frange. Puisque e est très petit, on peut négliger les termes en e^2 et on obtient

$$r^2 \approx 2Re \qquad \text{(i)}$$

Pour trouver r, on doit d'abord déterminer e. Ici, l'interférence se produit entre les rayons réfléchis de part et d'autre de la pellicule d'air entre la lentille et la lame qui la soutient. On a donc $\Delta\phi_r = \pi$ (vérifiez-le). La condition pour obtenir une frange brillante dans la réflexion s'écrit

$$\Delta\phi = \frac{4\pi e}{\lambda_p} + \pi = m(2\pi)$$

d'où

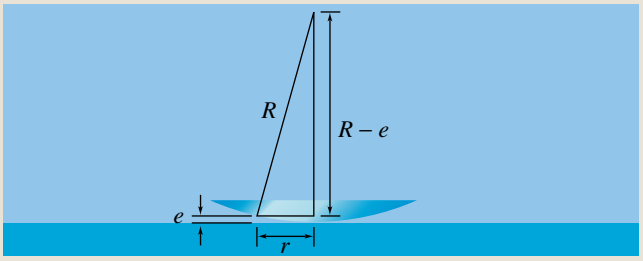
$$e = \frac{(2m - 1)\lambda_p}{4} \qquad \text{(ii)}$$

où $\lambda_p = \lambda_0 = 600$ nm, car $n = 1$ pour la pellicule d'air (l'indice du verre n'a pas d'importance). Puisque $m = 0$ conduit à une épaisseur négative, les cinq premières franges brillantes vont de $m = 1$ à $m = 5$ (et non de $m = 0$ à $m = 4$). D'après l'équation (ii), on a donc, pour la cinquième frange,

$$e = \frac{(9)(6 \times 10^{-7}\ \text{m})}{4} = 1{,}35 \times 10^{-6}\ \text{m}$$

En remplaçant cette valeur dans (i), on trouve

$$r = \sqrt{2Re} = 2{,}60 \times 10^{-3}\ \text{m}$$



▲ Figure 6.24

On peut établir une relation entre le rayon r d'une frange, le rayon de courbure R de la lentille et l'épaisseur e de la pellicule d'air.

6.6 L'INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON

Un *interféromètre* est un dispositif qui utilise le phénomène d'interférence pour mesurer avec précision les distances, sous forme de multiples d'une longueur d'onde lumineuse. Vers 1880, Albert Abraham Michelson (figure 6.25*a*) inventa l'instrument qui est représenté à la figure 6.25*b*. Dans cet **interféromètre de Michelson**, la lumière issue d'une source monochromatique étendue S (pouvant

aujourd'hui être remplacée par un laser) est partiellement réfléchie et partiellement transmise par une plaque de verre P qui porte, sur une face, un infime enduit métallique semi-réfléchissant. Environ la moitié de la lumière incidente se dirige vers un miroir M_1, où elle est réfléchie, puis traverse P pour atteindre l'observateur en O. La lumière issue de S qui est transmise par P est réfléchie par le miroir M_2, puis atteint l'observateur après avoir été réfléchie par P. PM_1 et PM_2 sont appelés les « bras » de l'interféromètre. La plaque C est un compensateur qui sert à rendre identiques les distances parcourues dans le verre par les deux faisceaux. Pour mieux visualiser la différence de marche entre les deux rayons, nous avons identifié l'image du miroir M_2 dans la surface semi-réfléchissante de P : il s'agit de M_2' sur la figure.

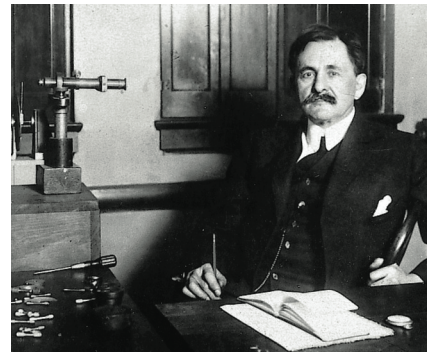
Si les ondes lumineuses parcourent des distances légèrement différentes jusqu'aux miroirs, le système est analogue à une pellicule mince dont les interfaces seraient M_1 et M_2' puisque la différence de marche équivaut à la distance entre M_1 et M_2'. La principale différence avec une pellicule mince est que la distance parcourue par les rayons entre leur séparation et leur recombinaison est de loin supérieure à la différence de marche, ce qui requiert que la source lumineuse ait une excellente longueur de cohérence (voir la prochaine section).

La différence de phase entre les deux rayons peut donner une interférence constructive ou destructive. Si les miroirs sont parfaitement perpendiculaires, la « pellicule » est d'épaisseur uniforme et l'on observe, selon la nature de la source, des intensités relativement uniformes. Si les miroirs ne sont pas perpendiculaires, la pellicule est un coin et l'on observe des franges rectilignes.

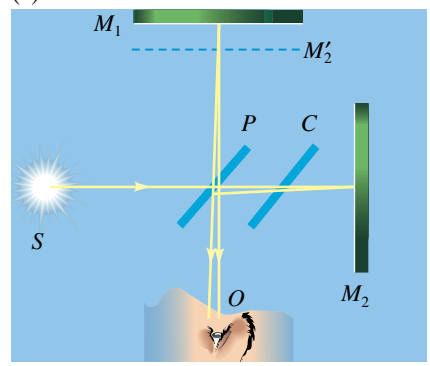
L'interféromètre de Michelson présente l'avantage de permettre, à l'aide d'une vis à pas très fin, de déplacer l'un des miroirs, de sorte que l'épaisseur de la pellicule peut être constamment réglée. Si M_1 recule de $\lambda/4$, une différence de marche de $\lambda/2$ s'ajoute au trajet parcouru par la lumière dans ce bras. Ainsi, en un point donné de la figure de franges, une frange brillante est remplacée par une frange sombre et vice versa. En comptant le nombre de franges qui défilent dans le champ de vision de l'observateur, on peut déterminer la distance parcourue par un miroir avec une incertitude égale à une fraction de la longueur d'onde de la lumière !

Michelson utilisa son interféromètre pour mesurer, en fonction de la longueur d'onde de la lumière quasi monochromatique du césium, la longueur de ce qui était à l'époque le « mètre étalon ». Cette mesure fut utilisée par la suite pour reformuler la définition du mètre étalon en fonction de la longueur d'onde (voir le chapitre 1 du tome 1). On peut également utiliser un interféromètre pour déterminer l'indice de réfraction d'un gaz, comme nous allons le voir dans l'exemple qui suit. Nous verrons aussi, à la section 8.1, que l'interféromètre de Michelson a joué un rôle dans l'abandon du concept d'éther, ce milieu matériel imaginaire qui aurait permis à la lumière de se propager.

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 6.25

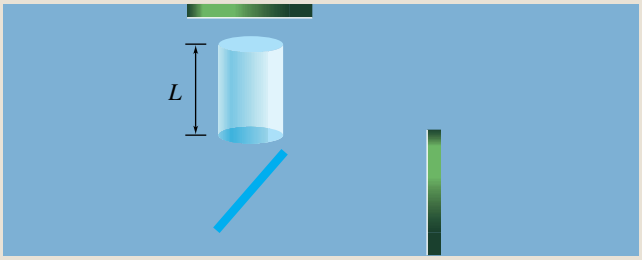
(*a*) Albert Abraham Michelson (1852-1931) et son interféromètre. (*b*) Le résultat produit est analogue au phénomène observé dans une pellicule mince, la distance parcourue par les rayons entre leur séparation et leur recombinaison étant cependant de loin supérieure. Si les miroirs ne sont pas parfaitement perpendiculaires, on observe les franges rectilignes d'une pellicule en forme de coin (voir la figure 6.21*a*).

Exemple 6.9

L'un des bras d'un interféromètre de Michelson contient un cylindre transparent de longueur $L = 1{,}5$ cm (figure 6.26). On observe la lumière issue de l'interféromètre à l'aide d'un télescope. On fait le vide dans le cylindre et on centre le réticule du télescope sur une frange brillante donnée avec une lumière de longueur d'onde 600 nm (dans le vide). On introduit ensuite un gaz dans le cylindre. Pendant l'introduction du gaz, on observe que 14 franges défilent graduellement devant l'observateur. Quel est l'indice de réfraction du gaz ?

Solution

La lumière parcourt deux fois le cylindre. Le nombre de longueurs d'onde comprises dans la distance $2L$ est $2L/\lambda_0$, où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide.



▲ Figure 6.26

Lorsqu'on introduit un gaz dans un cylindre transparent dans l'un des bras de l'interféromètre, le nombre de franges qui défilent peut servir à calculer l'indice de réfraction du gaz.

Lorsqu'on introduit le gaz, la longueur d'onde varie et devient $\lambda = \lambda_0/n$, où n est l'indice de réfraction. Le nombre de longueurs d'onde comprises dans la même distance est $2L/\lambda = 2nL/\lambda_0$. Le décalage d'une frange à la suivante implique que la différence de marche a varié d'une longueur d'onde. Par conséquent,

$$\frac{2nL}{\lambda_0} - \frac{2L}{\lambda_0} = \Delta m$$

où Δm est le nombre de franges qui a défilé devant le réticule. On obtient finalement

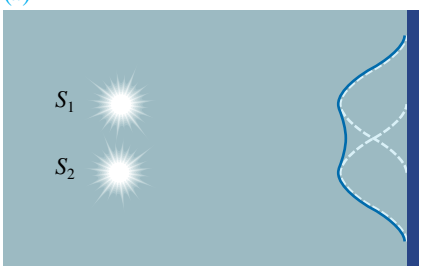
$$n = \frac{\lambda_0 \Delta m}{2L} + 1$$
$$= \frac{(14)(6 \times 10^{-7}\ \text{m})}{0{,}03\ \text{m}} + 1 = 1{,}000\ 28$$

6.7 LA COHÉRENCE

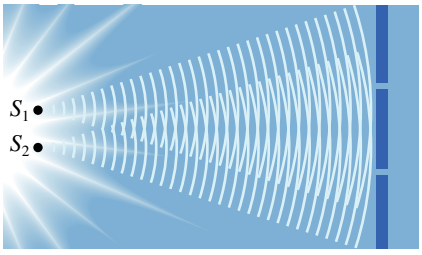
Pour mieux comprendre le phénomène de cohérence des ondes lumineuses, nous devons examiner le mécanisme qui régit l'émission de lumière. Comme nous l'avons expliqué à la section 4.1, la lumière visible est émise par des charges situées dans un atome. Chaque atome émet de la lumière lorsqu'il passe d'un état excité à un état d'énergie inférieure. Ce processus dure en général 10^{-8} s environ et il est aléatoire, en ce sens que l'on ne peut pas prédire à quel moment un atome donné va rayonner. Du point de vue du modèle ondulatoire, puisque la fréquence de la lumière visible se situe autour de 5×10^{14} Hz, un *train d'ondes* comportant à peu près 5×10^6 longueurs d'onde (3 m) est émis durant ce temps.

Considérons l'interférence entre les trains d'ondes provenant de deux sources indépendantes (figure 6.27*a*). La différence de marche entre deux ondes qui parviennent en un point donné de l'écran est fixe, donc la différence de phase correspondante est constante. À un instant donné, il y a une certaine différence de phase entre les sources elles-mêmes, mais elle ne dure que le temps du processus d'émission, c'est-à-dire 10^{-8} s. Une figure d'interférence correspondant à une valeur de $\Delta\phi$ va être remplacée 10^{-8} s plus tard par une figure d'interférence décalée correspondant à une autre valeur de $\Delta\phi$. Pour un groupe d'atomes, $\Delta\phi$ fluctue de façon aléatoire. Par conséquent, il n'y a pas de déphasage fixe et donc pas de figure d'interférence stable. C'est pourquoi des régions différentes d'une même source étendue, comme un tube à décharge gazeuse ou le fil incandescent d'une ampoule, sont aussi incohérentes. L'intensité en un point quelconque de l'écran est simplement la somme des intensités dues à chacune des sources et on n'y observe aucune frange.

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 6.27

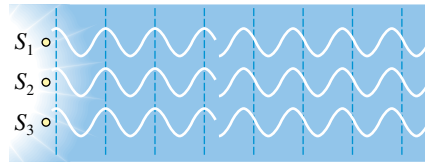
(*a*) Avec deux sources indépendantes, l'intensité est simplement égale à la somme des intensités de chaque source. (*b*) Deux points séparés sur une source étendue agissent comme des sources indépendantes et ne maintiennent donc pas constante la relation de phase. Toutefois, sur un écran éloigné, les fronts d'onde provenant des deux points sont presque plans, ce qui signifie que les deux fentes sont en phase, même si cette phase fluctue.

La *cohérence spatiale* d'une source est indiquée par la taille de la région la plus étendue de la source qui produit une figure d'interférence. L'incohérence spatiale est due au caractère aléatoire des phases et des directions des événements qui constituent l'émission. Une source lumineuse ordinaire a une faible cohérence spatiale. Pour produire une figure d'interférence, il faut donc utiliser une petite ouverture de manière à prélever la lumière issue d'une très petite région, laquelle agit à peu près comme une source ponctuelle. Une source étendue très éloignée agit elle aussi comme une source ponctuelle. Imaginons deux fentes suffisamment éloignées (un grand nombre de longueurs d'onde) de la source (figure 6.27*b*). Les fronts d'onde sphériques provenant des points S_1 et S_2

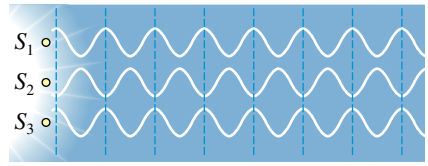
deviennent des ondes presque planes qui se propagent à peu près dans la même direction lorsqu'elles atteignent les fentes. Les trains d'ondes issus d'atomes différents atteignent les fentes avec des phases différentes. Toutefois, même si la phase de l'onde plane varie rapidement, elle est toujours la même pour les deux fentes. Les fentes sont donc toujours en phase. Un laser (voir le sujet connexe du chapitre 9) a une cohérence spatiale exceptionnelle. On obtient une figure d'interférence même si les fentes sont placées sur les deux bords extrêmes du faisceau. Bien qu'elles soient émises par des atomes différents, les ondes traversant les deux fentes sont en phase.

Puisque le processus d'émission pour un atome donné est de courte durée, les trains d'ondes ont une longueur finie ℓ_c, appelée *longueur de cohérence*. La *cohérence temporelle* des ondes est indiquée par la *durée de cohérence*, $\tau_c = \ell_c/c$. La figure 6.28 illustre la différence entre la cohérence spatiale et la cohérence temporelle.

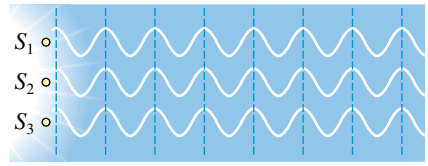
On ne peut observer de figure d'interférence stable que si un même train d'ondes est divisé en deux parties qui parcourent des distances différentes avant d'être superposées. Supposons qu'à la figure 6.7*a* (p. 254), nous ajoutions des miroirs pour allonger le parcours de l'onde se dirigeant vers l'une des deux fentes (figure 6.29). Si la distance supplémentaire est supérieure à ℓ_c ou si le temps supplémentaire est supérieur à τ_c, il ne peut pas y avoir de chevauchement entre les deux parties W_1 et W_2 et l'on n'observe aucune interférence : c'est la *perte de cohérence* qui se produit, par exemple, dans une pellicule dont l'épaisseur n'est pas suffisamment mince. La longueur de cohérence de la lumière issue d'une source ordinaire, comme une lampe à sodium ($\lambda = 590$ nm), est de 3 mm environ. Cette valeur est très inférieure à 3 m, la valeur mentionnée plus haut pour un atome isolé, à cause du mouvement aléatoire des atomes et des collisions entre eux. Les meilleures sources, pour lesquelles ℓ_c est comprise entre 20 cm et 30 cm, sont les tubes à décharge de césium ou de potassium gazeux de faible densité. Le laser à gaz hélium-néon a une longueur de cohérence voisine de 20 cm. Mais certains lasers peuvent avoir une longueur de cohérence de 30 km !



Bonne cohérence spatiale, mauvaise cohérence temporelle



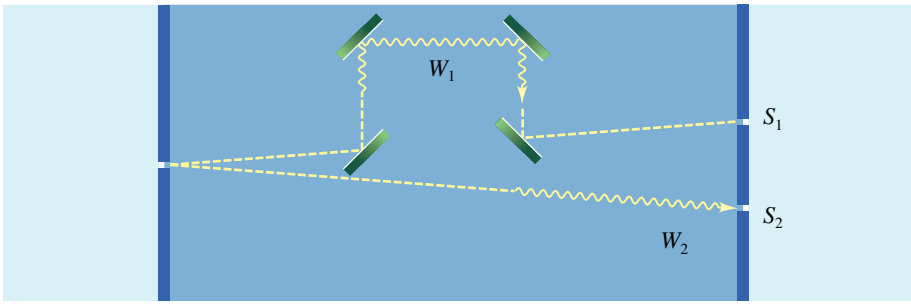
Bonne cohérence temporelle, mauvaise cohérence spatiale



Bonne cohérence spatiale, bonne cohérence temporelle

▲ Figure 6.28

Une bonne cohérence spatiale (ou latérale) signifie que des points différents d'une source étendue sont cohérents. Une bonne cohérence temporelle (ou longitudinale) signifie que les trains d'ondes provenant de chaque source ponctuelle sont longs.



◀ Figure 6.29

On utilise des miroirs pour allonger le chemin parcouru par les ondes passant par une des fentes. Si la distance supplémentaire est supérieure à la longueur de cohérence, il n'y a pas de figure d'interférence.

Dans l'étude des interférences produites par deux sources ponctuelles *cohérentes* de la section 6.4, nous avons obtenu que l'intensité produite sur l'écran est donnée par l'équation 6.9*b*, soit

(deux sources cohérentes) $$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)$$

Dans cette équation, $\Delta\phi$ varie graduellement à mesure qu'on se déplace le long de l'écran.

Considérons maintenant l'intensité sur l'écran produite par deux sources *incohérentes*. L'équation ci-dessus est encore valable à chaque instant donné, mais la différence de phase $\Delta\phi$ en un point donné quelconque de l'écran n'est plus

constante : elle fluctue de manière aléatoire dans le temps. Par conséquent, il n'y a pas de figure d'interférence stable.

Pour prédire l'intensité moyenne obtenue, on doit évaluer la moyenne dans le temps de l'équation 6.9*b*. Cette tâche est facilitée si on utilise une identité trigonométrique (voir l'annexe B) pour la réécrire sous la forme $I = 2I_0(1 + \cos \Delta\phi)$. Puisque $\Delta\phi$ est une variable aléatoire, la moyenne dans le temps du terme $\cos \Delta\phi$ est nulle et l'intensité devient simplement

(deux sources incohérentes) $$I = 2I_0$$

Dans ces circonstances, il est impossible d'observer de l'interférence.

Soulignons qu'à la figure 6.11 (p. 260), la grandeur $2I_0$ correspond à la valeur moyenne de l'intensité calculée sur un grand nombre de franges provenant de l'interférence de deux sources cohérentes. L'énergie totale arrivant sur l'écran est la même pour les deux types de sources, mais elle est redistribuée par interférence lorsque les sources sont cohérentes.

APERÇU HISTORIQUE

Les deux théories de la lumière

La nature de la lumière fit l'objet d'un vif débat au cours du XVII^e^ siècle. Pour Descartes, la lumière était un flux de particules, ou « corpuscules », auxquelles on pouvait appliquer les principes de la mécanique. Il considérait la réflexion d'un faisceau de lumière comme étant analogue à la collision élastique d'une balle de tennis sur une surface plane. Pour expliquer la réfraction de la lumière au passage de l'air au verre, il supposait que la vitesse des particules avait une composante perpendiculaire à la surface qui était plus grande dans le verre, alors que la composante parallèle ne changeait pas. Newton appuyait l'hypothèse corpusculaire, mais estimait néanmoins que la description de la réflexion était un peu simpliste. Il fit remarquer qu'un faisceau de lumière initialement dans le verre est aussi partiellement réfléchi lorsqu'il rencontre le vide. Dans ce cas, que pouvaient bien rencontrer les particules ?

Christiaan Huygens écarta l'hypothèse corpusculaire et proposa plutôt de considérer la lumière comme une impulsion (longitudinale) ou une perturbation dans un milieu appelé *éther* (voir l'aperçu historique de la section 4.3). Sa théorie n'était pas une théorie ondulatoire au sens contemporain du terme : Huygens n'avait pas associé à la lumière une forme quelconque de périodicité (comme une fréquence ou une longueur d'onde).

Les phénomènes de réflexion et de réfraction de la lumière pouvaient être expliqués soit par la théorie de Huygens, soit par la théorie corpusculaire, ce qui ne permettait pas de favoriser l'un des modèles. Mais les phénomènes d'interférence et de diffraction relancèrent le débat. En 1665, Robert Hooke donna une description des couleurs qu'il avait observées dans de fines couches de mica et dans des pellicules minces de liquide placées entre deux plaques de verre. En exerçant une pression sur les plaques avec ses mains, il s'aperçut que la couleur d'une région donnée dépend de l'épaisseur de la pellicule. Hooke fit appel à une sorte de théorie ondulatoire pour donner une explication qualitative des couleurs faisant intervenir l'interférence des impulsions réfléchies sur les surfaces supérieure et inférieure de la pellicule. Comme Huygens, il n'associait aucun caractère périodique (fréquence ou longueur d'onde) aux impulsions lumineuses. Il ne put poursuivre son analyse du phénomène parce qu'il ne savait pas comment déterminer les épaisseurs de pellicules aussi minces. C'est Newton qui s'en chargea.

Les contributions de Newton et de Grimaldi

Entre 1666 et 1672, Newton étudia les couleurs dans les pellicules minces. Dans l'un de ses montages expérimentaux, d'abord utilisé par Hooke, une lentille de grand rayon de courbure était placée sur une plaque plane pour former une pellicule d'air (voir la figure 6.22, p. 269). Lorsqu'on éclairait selon une incidence normale, on pouvait observer une série d'anneaux concentriques alternativement brillants et sombres (voir la figure 6.23, p. 270). En éclairant le montage avec diverses couleurs du spectre d'un prisme, Newton remarqua que les anneaux s'élargissaient ou se contractaient selon la couleur utilisée. Il s'aperçut que, si l'épaisseur e_1 de la pellicule correspondait au premier anneau brillant, alors les autres anneaux brillants étaient situés à $3e_1$, $5e_1$,

$7e_1$, etc. Les anneaux sombres étaient situés à $2e_1$, $4e_1$, $6e_1$, etc. Constatant que les anneaux de lumière rouge étaient plus grands que les anneaux de lumière bleue, il conclut que les corpuscules de lumière rouge étaient plus gros que les bleus. La présence de ces anneaux démontrait que la lumière fait intervenir un phénomène périodique. Mais ni Hooke ni Newton n'eurent l'idée de faire correspondre la « grosseur » des corpuscules à une longueur d'onde.

Un autre phénomène lumineux intéressant fut découvert par le jésuite italien Francesco Maria Grimaldi (1618-1663). Dans ses travaux publiés à titre posthume en 1665, il décrivait plusieurs expériences montrant que la lumière ne se propage pas en ligne droite. Ayant placé une fine bande opaque à une certaine distance d'une source ponctuelle, il s'était aperçu que l'ombre était bordée de franges colorées. En remplaçant la bande par une ouverture, il avait à nouveau observé des franges autour de la région d'ombre géométrique. C'est lui qui inventa le terme « diffraction » pour désigner cette déviation des rayons lumineux dans la région de l'ombre géométrique. (Nous verrons au chapitre 7 pourquoi il y a des franges.)

Malgré les résultats de ses propres expériences (la périodicité des anneaux) et des expériences de Grimaldi, qui semblaient tous favorables à la théorie ondulatoire de la lumière, Newton préféra appuyer la théorie corpusculaire (quoique du bout des lèvres). Sa principale objection envers la théorie ondulatoire était que la lumière semble se propager en ligne droite, alors que les ondes, par exemple celles se déplaçant dans l'air et dans l'eau, s'étalent dans toute la région située derrière un obstacle. Il considérait la diffraction de la lumière comme étant un effet trop insignifiant pour justifier une théorie ondulatoire. Selon lui, un rayon lumineux était *réfracté* légèrement en passant au voisinage d'un objet parce que la densité de l'éther y est plus faible. Newton « expliquait » ainsi le changement de direction des rayons, mais ne répondait absolument pas à la question soulevée par les bandes colorées. Il est intéressant de noter que Huygens, qui est souvent considéré comme l'un des premiers défenseurs de la théorie ondulatoire de la lumière, n'avait même pas mentionné la diffraction dans son traité d'optique datant de 1690, bien qu'elle puisse clairement être expliquée par sa théorie. Il tenait principalement à déterminer que sa théorie « ondulatoire » pouvait expliquer la propagation *rectiligne* de la lumière ! Lui non plus n'avait pas cherché à étudier les couleurs dans les pellicules minces.

L'émergence de la théorie ondulatoire

Puisque Newton et Huygens avaient décidé tous les deux de passer sous silence les données expérimentales qui les gênaient, la théorie ondulatoire de la lumière avait bien peu d'espoir de s'imposer. Newton reconnaissait bien que cette théorie n'était pas tout à fait sans fondement, mais il hésitait parce qu'il ne se rendait pas compte à quel point les longueurs d'onde de la lumière sont petites. Malheureusement, son appui, bien que timide, au modèle corpusculaire freina les études sur la nature de la lumière pendant plus d'un siècle.

Le premier défi sérieux à la théorie corpusculaire fut posé par Thomas Young, qui énonça clairement le principe de superposition des ondes. Young pensait que les anneaux sombres observés dans l'expérience de Newton étaient produits par un processus analogue au phénomène des battements : lorsque deux ondes sonores de fréquences voisines sont superposées, elles peuvent s'annuler momentanément pour produire une intensité nulle. Comme Huygens, il ne pouvait pas imaginer que des particules aient un tel comportement. Young utilisa les résultats obtenus par Newton sur les anneaux pour calculer les longueurs d'onde de la lumière visible. Il est surtout connu pour son expérience de la double fente (voir la section 6.3), qu'il réalisa en 1802 et qui démontra clairement selon lui la nature ondulatoire de la lumière.

Cette interprétation que fit Young de la nature de la lumière ne s'imposa pas immédiatement, et il fallut attendre les travaux de Fresnel sur la diffraction (voir le chapitre 7) pour que le modèle ondulatoire acquière ses lettres de noblesse. Pendant tout le reste du XIX^{e} siècle, la lumière fut considérée comme une onde, jusqu'à ce que ce modèle soit à nouveau remis en question (voir le chapitre 9).

RÉSUMÉ

Les conditions d'interférence constructive et destructive des ondes issues de deux sources cohérentes peuvent s'exprimer en fonction de la différence de marche δ :

$$\left.\begin{array}{ll} \text{(constructive)} & \delta = m\lambda \\ \text{(destructive)} & \delta = (m + \frac{1}{2})\lambda \end{array}\right\} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad \text{(6.2 et 6.3)}$$

Dans l'expérience des fentes de Young, la distance entre les deux fentes (d), la distance entre les fentes et l'écran (L), la distance entre le centre de l'écran et le point P sur l'écran (y), l'angle que sous-tend cette distance vu des fentes (θ) et la différence de marche (δ) sont reliés par les équations suivantes :

$$\tan \theta = \frac{y}{L} \tag{6.4}$$

$$\delta = d \sin \theta \tag{6.5}$$

L'intensité dans la figure d'interférence produite par deux fentes est

$$I = I_{\max} \cos^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \tag{6.9a}$$

où $I_{\max}$ est l'intensité au centre de l'écran et où $\Delta\phi$ peut être obtenu à partir de la différence de marche (voir l'équation 2.11*a*). Dans cette équation, $I_{\max} = 4I_0$, où I_0 est l'intensité (supposée uniforme sur l'écran) due à une seule source.

La condition d'interférence constructive ou destructive dans les pellicules minces doit être établie dans chaque cas particulier en tenant compte des deux contributions suivantes :

1. L'onde lumineuse subit une inversion transversale lorsqu'elle est réfléchie sur un milieu d'indice de réfraction plus élevé. Selon que les rayons qui interfèrent ont subi des réflexions de même type ou de types différents, un déphasage donné par l'équation suivante sera introduit :

$$\Delta\phi_r = \begin{cases} 0 & \text{réflexions de même type} \\ \pi & \text{réflexions de types différents} \end{cases} \tag{6.13}$$

2. La longueur d'onde dans le milieu d'indice de réfraction n est $\lambda_n = \lambda_0/n$, où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide. Ainsi, la différence de marche $\delta = 2e$ donne lieu à la différence de phase suivante :

$$\Delta\phi_\delta = \frac{2\pi}{\lambda_p}\delta = \frac{4\pi e}{\lambda_p} \tag{6.11}$$

où λ_p est la longueur d'onde *dans la pellicule* d'indice de réfraction n_p.

TERMES IMPORTANTS

déphasage (p. 248)
différence de marche (p. 249)
différence de phase (p. 248)
diffraction (p. 253)
expérience des fentes de Young (p. 254)
figure d'interférence (p. 250)
interférence (p. 248)
interférence constructive (p. 248)
interférence destructive (p. 248)
interféromètre de Michelson (p. 270)
ordre de la frange (p. 256)
pellicule mince (p. 261)
source cohérente (p. 258)

RÉVISION

R1. Dessinez ce qui se produit lorsqu'une série de fronts d'onde parallèles rencontre : (a) un écran avec un trou beaucoup plus large que la longueur d'onde ; (b) un écran avec un trou de la même largeur que la longueur d'onde ; (c) un obstacle beaucoup plus large que la longueur d'onde ; (d) un obstacle de la même largeur que la longueur d'onde.

R2. L'équation 6.5 est-elle toujours valable ? Sinon, dans quelles conditions peut-on l'utiliser ?

R3. L'équation 6.4 est-elle toujours valable ? Sinon, dans quelles conditions peut-on l'utiliser ?

R4. Vrai ou faux ? Si on diminue la distance entre les fentes dans l'expérience de Young, la distance entre les franges sur l'écran diminue aussi.

R5. Dessinez le graphique de l'intensité en fonction du déphasage pour l'expérience de Young.

R6. Un rayon de lumière frappe la surface d'un lac. Dites s'il y a inversion transversale : (a) du rayon réfléchi ; (b) du rayon réfracté.

R7. Soit les deux pellicules minces suivantes : (a) une portion d'une bulle de savon dans l'air et (b) une couche d'huile légère flottant sur l'eau (l'indice de réfraction de l'huile est plus petit que celui de l'eau). Dans chaque cas, représentez le tracé d'un rayon lumineux réfléchi par les deux faces de la pellicule mince en précisant chaque fois les types de réflexions.

R8. Exprimez les conditions donnant lieu à une interférence constructive et à une interférence destructive entre les rayons réfléchis par les deux pellicules minces traitées à la question de révision R7.

R9. On éclaire une lame de verre entourée d'air. Si l'épaisseur de la lame tend vers zéro, deviendra-t-elle sombre ou brillante ?

R10. Dans un interféromètre de Michelson (figure 6.25*b*, p. 271), de combien doit-on reculer le miroir M_1 pour qu'une frange brillante soit remplacée par la frange brillante suivante ?

QUESTIONS

Q1. Lorsqu'un émetteur est masqué par une montagne, il est possible de recevoir un signal de radio AM mais pas un signal FM. Pourquoi ?

Q2. On suppose que l'expérience des deux fentes de Young est réalisée sous l'eau. La figure obtenue change-t-elle ? Si oui, comment ?

Q3. Les interférences sont-elles plus faciles à observer dans les pellicules *minces* que dans les pellicules épaisses ? (Considérez la séparation latérale des rayons réfléchis par les deux surfaces.)

Q4. Pourquoi l'espace horizontal entre les anneaux de Newton n'est-il pas constant ?

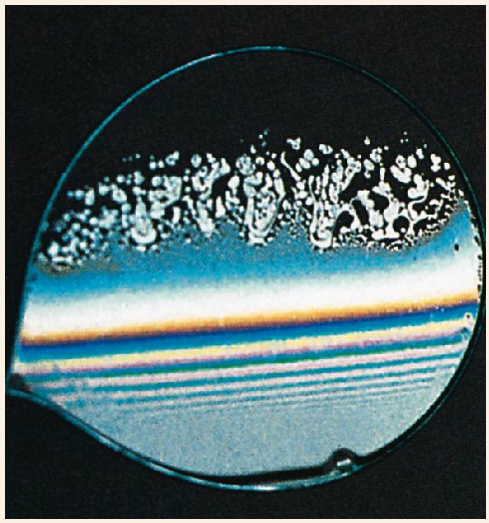
Q5. Une pellicule d'huile sur l'eau a un périmètre blanchâtre dont l'épaisseur est très inférieure à la longueur d'onde de la lumière dans la pellicule. Que pouvez-vous déduire de cette observation en ce qui concerne l'huile ?

Q6. Vrai ou faux ? Pour que deux ondes soient cohérentes, elles doivent avoir : (a) la même phase ; (b) la même longueur d'onde ; (c) la même direction de propagation.

Q7. Dans l'expérience des deux fentes de Young, on recouvre l'une des fentes avec une lame mince qui introduit un retard de phase de 90°. Quel est l'effet produit sur la figure obtenue sur l'écran ?

Q8. Peut-on obtenir une figure d'interférence à l'aide de deux ampoules de lampe de poche si celles-ci sont suffisamment petites ? Expliquez.

Q9. Au fur et à mesure que la région supérieure d'une pellicule de savon verticale s'amincit, elle apparaît sombre dans la lumière réfléchie, comme le montre la figure 6.30. Expliquez pourquoi.



▲ **Figure 6.30**
Question 9.

Q10. À quoi sert la première fente dans le montage des deux fentes de Young (à gauche sur la figure 6.7*a*, p. 254) ?

Q11. Dans l'expérience des deux fentes de Young, on suppose que l'une des fentes est deux fois plus large que l'autre. Quel est l'effet produit sur la figure obtenue sur l'écran ?

Q12. Lorsque la lumière pénètre dans un milieu différent, sa longueur d'onde varie. Sa couleur varie-t-elle également ? Justifiez votre réponse.

Q13. Pourquoi le passage d'un avion produit-il une perturbation dans la réception d'un signal FM ?

Q14. Les yeux des chats et de plusieurs autres animaux produisent une réflexion vive de toute lumière incidente (figure 6.31). On observe que l'intérieur de leurs yeux est tapissé, sous la rétine, d'une membrane appelée *tapetum lucidum*. (a) Formulez une hypothèse à propos du fonctionnement de cette intense réflexion. (b) Expliquez pourquoi cette réflexion rend l'œil plus sensible dans l'obscurité.

▲ Figure 6.31
Question 14.

EXERCICES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

6.1 et 6.3 Interférence, expérience de Young

E1. (I) Dans l'expérience des deux fentes de Young utilisant de la lumière de longueur d'onde 490 nm, la frange brillante de 6^{e} ordre (m = 6) est à 38 mm de la frange centrale sur un écran situé à 2,2 m des fentes. Quelle est la distance séparant les fentes ?

E2. (I) Deux fentes étroites séparées de 0,4 mm sont éclairées par de la lumière contenant deux longueurs d'onde, de 480 nm et de 650 nm. Quel est l'espace entre les franges brillantes de 2^{e} ordre de chaque type de lumière si l'écran est situé à 2,0 m des fentes ?

E3. (I) Dans l'expérience des deux fentes de Young, on observe la figure d'interférence sur un écran situé à 2 m des fentes. Sachant que la lumière incidente a une longueur d'onde de 450 nm, quelle doit être la distance minimale entre les fentes pour qu'un point situé à 3,2 mm du centre sur l'écran soit : (a) un minimum ; (b) un maximum ?

E4. (I) De la lumière de longueur d'onde 546 nm émise par une source au mercure éclaire deux fentes distantes de 0,32 mm. Quelle est la distance entre les franges sombres de 2^{e} et de 3^{e} ordre si l'écran est placé à 1,8 m des fentes ?

E5. (I) Dans la figure d'interférence obtenue avec deux fentes, la distance entre les quatrièmes franges brillantes (m = 4) de chaque côté du maximum central est de 7 cm. Si les fentes sont distantes de 0,2 mm et si l'écran est à 3,0 m des fentes, quelle est la longueur d'onde de la lumière ?

E6. (I) Dans l'expérience des deux fentes, la frange brillante de 3^{e} ordre est à 16 mm du centre sur un écran situé à 2 m des fentes. Si la longueur d'onde est de 590 nm, déterminez : (a) la distance entre les fentes ; (b) la distance entre les franges brillantes.

E7. (I) Deux fentes étroites sont distantes de 0,2 mm. La cinquième frange sombre est à 0,7° de la frange brillante centrale. Quelle est la longueur d'onde de la lumière ?

E8. MonLab (I) On éclaire un montage d'interférence de Young avec de la lumière contenant deux longueurs d'onde distinctes. La frange brillante de 10^{e} ordre pour la lumière de longueur d'onde 560 nm chevauche la frange sombre de 9^{e} ordre de l'autre longueur d'onde. Trouvez l'autre longueur d'onde.

E9. (I) Deux fentes distantes de 0,24 mm sont éclairées par de la lumière contenant deux longueurs d'onde, de 480 nm et de 560 nm. On observe la double figure d'interférence obtenue sur un écran situé à 1,2 m des fentes. Quelle est la première position par rapport au pic central pour laquelle les maxima des deux longueurs d'onde se superposent exactement ?

E10. (I) Une double fente est éclairée par de la lumière jaune (589,0 nm) émise par une vapeur de sodium. La huitième frange sombre est à 6,5 mm du maximum central. L'écran est situé à 1,2 m des fentes. Quelle est la distance entre les fentes ?

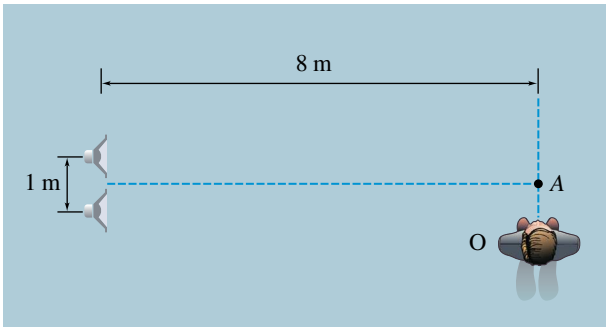
E11. (II) Deux sources émettent en phase des micro-ondes de longueur d'onde λ = 3 cm. À quelle distance doivent-elles se trouver l'une de l'autre pour que la première et la deuxième frange d'interférence constructive du même côté du pic central soient séparées par un angle de 10° ?

E12. (I) Dans un montage d'interférence de Young, il y a 1 cm entre la première et la huitième frange sombre sur un écran situé à 2 m des fentes. Quelle est la distance entre les fentes si λ = 510 nm ?

E13. (II) Une lame mince en verre placée devant la fente supérieure de l'expérience de Young (voir la figure 6.9*a*, p. 256) introduit un retard de phase de 270° entre les deux sources de lumière. On suppose que la lumière de longueur d'onde 600 nm éclaire les fentes, qui sont distantes de 0,5 mm, et que l'écran est situé à 2,4 m des fentes. De combien est décalée la frange centrale et dans quel sens ?

E14. MonLab (II) Un haut-parleur qui émet un signal sonore de 200 Hz est à 8 m d'un microphone. Les deux appareils sont à égale distance d'un mur. Quelle doit être la distance minimale au mur pour qu'il y ait interférence constructive entre le son qui atteint le microphone directement et celui qui est réfléchi par le mur ? Le module de la vitesse du son est de 340 m/s. (Il n'y a pas d'inversion à la réflexion.)

E15. MonLab (II) Deux haut-parleurs sont distants de 1 m et émettent en phase un son de fréquence 1000 Hz. Un auditeur O marche le long d'une droite parallèle à la droite joignant les haut-parleurs et distante de 8 m de celle-ci (figure 6.32). À partir du point A, quelle distance l'auditeur doit-il franchir pour ne plus entendre le signal ? Le module de la vitesse du son est de 340 m/s.

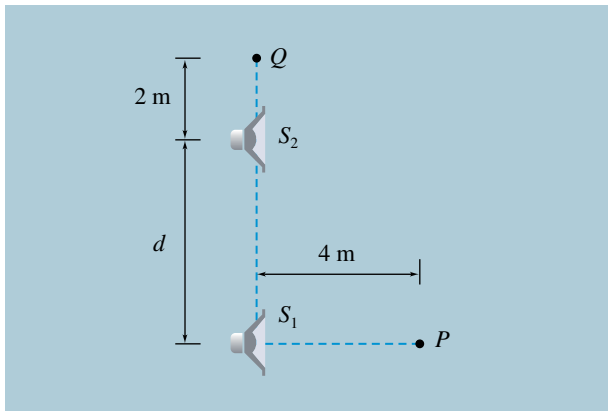


▲ **Figure 6.32**
Exercice 15.

E16. (II) Deux haut-parleurs S_1 et S_2 sont à une distance d l'un de l'autre (figure 6.33). Ils émettent en phase un son de fréquence f = 95 Hz. On suppose que l'intensité ne diminue pas avec la distance à partir des haut-parleurs et que le module de la vitesse du son est de 340 m/s. Quelle est la valeur minimale de d pour laquelle l'intensité est nulle à chacun des points suivants : (a) P ; (b) Q ?

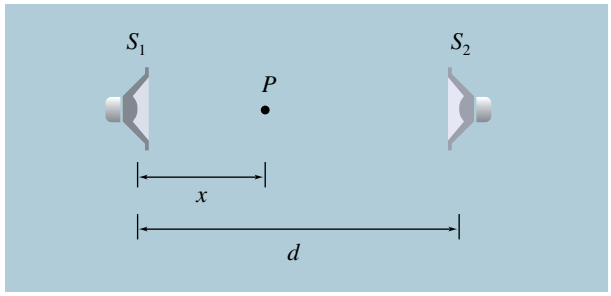
E17. (II) Les deux haut-parleurs de la figure 6.33 émettent le même signal sonore. On suppose que le signal émis par S_1 est déphasé de π rad par rapport à S_2. La fréquence est de 500 Hz. Quelle est la valeur minimale de d pour laquelle l'intensité en P est maximale ? Le module de la vitesse du son est de 340 m/s.

E18. (II) Soit les haut-parleurs de la figure 6.33, sur laquelle d = 2 m. Le module de la vitesse du son est de 340 m/s et les haut-parleurs émettent en phase. Quelle est la fréquence la plus basse pour laquelle l'intensité en P est : (a) maximale ; (b) minimale ?



▲ **Figure 6.33**
Exercices 16 à 18.

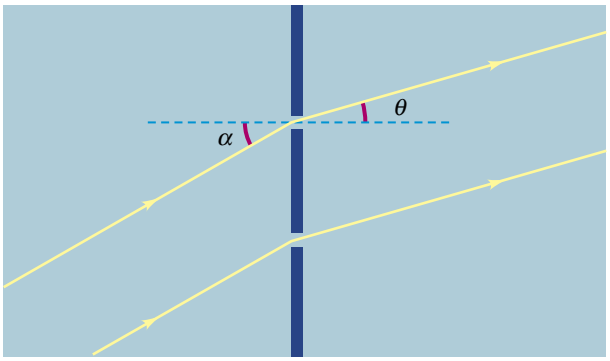
E19. MonLab (II) Deux sources ponctuelles S_1 et S_2 séparées par une distance d (figure 6.34) émettent des ondes sonores de même longueur d'onde ($\lambda \ll d$). Quelle est la condition que doit vérifier la distance x pour que le point P soit un point d'interférence destructive, sachant que : (a) S_1 et S_2 sont en phase ; (b) S_1 et S_2 sont déphasés de π rad ?



▲ **Figure 6.34**
Exercice 19.

E20. (II) Les signaux reçus par deux antennes micro-ondes distantes de 80 cm alimentent le même amplificateur situé à mi-chemin entre les antennes. Les deux antennes et l'amplificateur s'alignent dans la direction nord-sud. Pour assurer une bonne réception du signal à une longueur d'onde de 3 cm, on doit retarder de 5 rad le signal provenant de l'antenne la plus au nord. Dans quelle direction se trouve la source, en supposant qu'elle est très éloignée ?

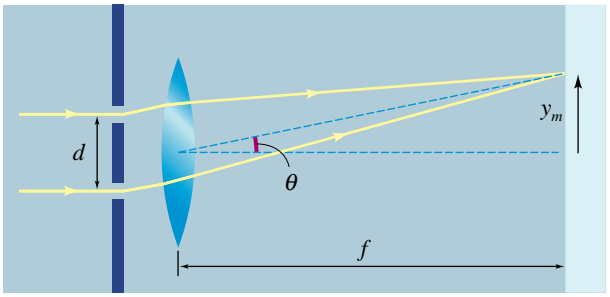
E21. (II) Soit des ondes tombant selon un angle α sur une paire de fentes (figure 6.35). (a) Quelle est la différence de marche entre les rayons sortant suivant l'angle θ ? (L'écran est très éloigné.) (b) À quelle valeur de θ correspond la position du pic central ? (c) Quelle est la valeur minimale de α pour laquelle l'intensité au centre de l'écran est minimale ?



▲ **Figure 6.35**

Exercice 21.

E22. (II) Une lentille de distance focale f sert à focaliser la lumière émergeant de deux fentes sur un écran distant qui est situé dans le plan focal de la lentille (figure 6.36). Montrez que les positions des minima sont données par $y_m = (2m + 1)f\lambda/2d$.

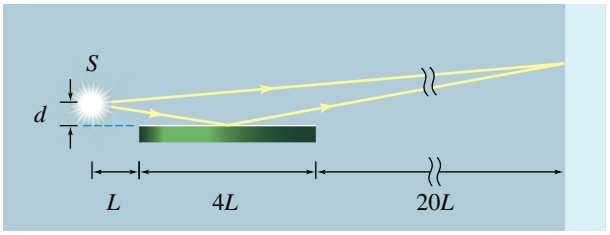


▲ **Figure 6.36**

Exercice 22.

E23. (II) Dans l'expérience des deux fentes de Young, une frange brillante est à 1,47 cm du centre de la figure. La lumière a une longueur d'onde de 600 nm et atteint un écran situé à 1,4 m des fentes, qui sont distantes de 0,4 mm. Combien y a-t-il de franges sombres entre le centre et la frange brillante située à 1,47 cm ?

E24. (II) En utilisant la lumière réfléchie par un miroir (figure 6.37), on peut produire des franges à l'aide d'une seule source. (a) Quel intervalle sépare les franges sur l'écran ? (b) Cet intervalle est-il régulier ? (c) Estimez la largeur totale de la figure formée par les franges sur l'écran. On donne d = 0,4 mm, L = 3 cm et λ = 600 nm.



▲ **Figure 6.37**

Exercice 24.

6.4 Intensité lumineuse dans l'expérience de Young

E25. (I) Montrez que l'intensité de la figure d'interférence produite par deux fentes (équation 6.9*b*) peut s'écrire sous la forme

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi dy}{\lambda L}\right)$$

où y est la distance au centre de la figure et I_0, l'intensité due à une source unique.

E26. MonLab (I) À quelle distance du centre d'une figure d'interférence produite par deux fentes l'intensité est-elle égale à 50 % de l'intensité maximale au centre, pour la première fois ? On suppose que les fentes sont distantes de 0,2 mm, que la longueur d'onde est de 560 nm et que l'écran est à 1,6 m des fentes. (Voir l'exercice E25.)

E27. (I) Deux fentes étroites distantes de 0,6 mm sont éclairées par de la lumière d'une longueur d'onde égale à 480 nm. On observe la figure d'interférence sur un écran situé à 1,25 m des fentes. Quelle est l'intensité de la figure en un point situé à 0,45 mm du centre, par rapport à celle que produirait une seule fente ? (Voir l'exercice E25.)

E28. (I) Quelle serait l'intensité (par rapport à celle d'une seule fente) au centre d'une figure obtenue dans l'expérience de Young si une feuille de plastique placée devant une des fentes introduisait un déphasage de $\pi/2$ rad entre les deux sources lumineuses ?

E29. MonLab (II) De la lumière d'une longueur d'onde égale à 627 nm éclaire deux fentes. Quelle doit être la différence de marche minimale entre les ondes issues des fentes pour que l'intensité résultante soit égale à 25 % de l'intensité du maximum central ?

E30. (II) L'intensité lumineuse dans l'expérience des deux fentes de Young est donnée par l'équation 6.9*a* pour deux sources lumineuses en phase. Tracez $I(\theta)$ en fonction de θ jusqu'à 1,5 rad. On donne $d = 2\lambda$ et on pose I_0 = 1 W/m^2.

6.5 Pellicules minces

Dans les exercices de cette section, quel que soit le milieu constituant la pellicule mince, les longueurs d'onde fournies correspondent à celle de la lumière dans le vide.

E31. MonLab (I) Soit une pellicule de MgF_2 (n = 1,38) ayant une épaisseur de $8{,}3 \times 10^{-5}$ cm déposée sur du verre (n = 1,6). Si de la lumière blanche tombe perpendiculairement à la surface, quelles sont les longueurs d'onde qui sont absentes de la lumière réfléchie ? (*Indice* : Ne retenez que les longueurs d'onde correspondant à la lumière visible, entre 400 nm et 700 nm.)

E32. (I) De la lumière blanche tombe suivant la normale sur une pellicule (n = 1,4) d'une épaisseur de 90 nm déposée sur du verre (n = 1,5). Quelle est la différence de phase entre des rayons réfléchis par les surfaces supérieure et inférieure pour chacune des longueurs d'onde suivantes : (a) 400 nm ; (b) 550 nm ; (c) 700 nm ?

E33. (I) De la lumière de longueur d'onde 600 nm éclaire un coin en verre (n = 1,5) plongé dans l'eau (n = 1,33). Si la distance séparant deux franges brillantes successives est égale à 2 mm, déterminez : (a) la variation d'épaisseur du verre entre ces franges ; (b) l'angle du coin (voir la figure 6.20, p. 268).

E34. (I) Un coin d'air est formé par deux lames de verre de longueur 12 cm séparées par un fil fin placé à une extrémité. De la lumière de longueur d'onde 480 nm tombe suivant la normale sur le coin. Trouvez le rayon du fil, sachant que l'on observe 6 franges sombres par centimètre.

E35. (I) De la lumière blanche tombe suivant la normale sur une pellicule d'eau uniforme (n = 1,33) recouvrant une plaque de verre (n = 1,6). Trouvez l'épaisseur minimale que peut avoir la pellicule, sachant que dans la lumière réfléchie : (a) la longueur d'onde de 550 nm est renforcée ; (b) la longueur d'onde de 550 nm est absente.

E36. (II) Dans l'expérience des anneaux de Newton, on observe un nombre total de 42 franges sombres (sans compter la tache centrale). La longueur d'onde utilisée est de 640 nm et l'anneau le plus grand a un diamètre de 2,2 cm. Déterminez : (a) l'épaisseur de la pellicule d'air à l'emplacement de la dernière frange ; (b) le rayon de courbure de la lentille.

E37. (II) Lorsqu'on remplit d'huile l'espace entre la lentille et la plaque dans le montage de Newton, le rayon du 8^{e} anneau sombre diminue et passe de 1,8 cm à 1,64 cm. Quel est l'indice de réfraction de l'huile ? On suppose que l'indice de réfraction du verre est supérieur à celui de l'huile.

6.6 Interféromètre de Michelson

E38. (I) Lorsqu'un des miroirs de l'interféromètre de Michelson se déplace de 0,08 mm, 240 franges défilent dans le champ de vision de l'observateur. Quelle est la longueur d'onde de la lumière ?

E39. (I) Lorsqu'on introduit une feuille transparente ayant une épaisseur de 2 µm dans l'un des bras d'un interféromètre de Michelson, on observe un décalage de 5 franges. Si la longueur d'onde utilisée est de 600 nm, quel est l'indice de réfraction de la feuille ?

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

6.1, 6.3 et 6.4 Interférence, expérience de Young, intensité lumineuse dans l'expérience de Young

E40. (I) (a) Dans un système d'interférence de Young, quelle est la plus petite différence de marche nécessaire pour produire un déphasage de $2\pi/3$ rad à une longueur d'onde de 600 nm ? (b) Quel est le déphasage associé à une différence de marche de 25 µm pour de la lumière de 480 nm ?

E41. (I) On éclaire, avec de la lumière cohérente à 600 nm, deux fentes parallèles recouvertes de pellicules différentes de 4 µm d'épaisseur. L'indice de réfraction des pellicules est respectivement de 1,52 et de 1,61. Quel est le déphasage entre les deux faisceaux émergents ?

E42. (I) Dans l'expérience de Young, les deux fentes sont distantes de 0,9 mm et éclairées par un laser à gaz hélium-néon dont la longueur d'onde est de 632,8 nm. L'écran est situé à une distance de 3,2 m des fentes. Quel est le nombre de franges sombres dans le premier centimètre à partir du maximum central ?

E43. (I) De la lumière monochromatique éclaire deux fentes distantes de 0,7 mm. Sur un écran situé à 3,7 m des fentes, on observe que la 8^{e} frange brillante d'un côté du maximum central est à 2,2 cm du centre. Quelle est la longueur d'onde de la lumière ?

E44. (I) On éclaire les deux fentes de l'expérience de Young à l'aide d'une source lumineuse de 575 nm de longueur d'onde. Quelle doit être la distance entre les fentes pour que la frange brillante d'ordre 4 soit à un centimètre du maximum central sur un écran situé à 3 m ?

E45. (I) De la lumière de 589 nm éclaire deux fentes séparées de 0,8 mm. Les franges sont observées sur un écran situé à 3,6 m des fentes. Quelle est la distance entre les 3^{e} et 5^{e} franges sombres ?

E46. (I) On observe 5 franges sombres par centimètre lorsqu'on éclaire deux fentes séparées de 0,5 mm avec de la lumière de longueur d'onde 513 nm. Quelle est la distance entre l'écran et les fentes ?

E47. (I) On éclaire deux fentes séparées de 0,4 mm avec de la lumière de 620 nm. Quel est le nombre de franges brillantes complètes entre le maximum central et un point faisant un angle de 1° avec le centre des deux sources (voir la figure 6.9*a*, p. 256) ?

E48. (I) On éclaire deux fentes séparées de 0,4 mm avec de la lumière de 648 nm. On observe les franges d'interférence sur un écran situé à 1,2 m des fentes.

Quel est le déphasage entre les deux faisceaux : (a) à $\theta = 0{,}4°$; (b) à une distance de 6 mm du maximum central ?

E49. (I) On éclaire deux fentes séparées de 0,5 mm avec de la lumière de 548 nm. À quel angle θ dans la figure 6.9*a* (p. 256) trouvera-t-on : (a) un déphasage de 4 rad ; (b) une différence de marche de $0{,}8\lambda$?

E50. (II) On éclaire deux fentes séparées de 0,6 mm avec de la lumière de 486 nm. On observe les franges sur un écran situé à 1,6 m des fentes. (a) Quel est le déphasage entre les deux sources à une distance de 3,7 mm du maximum central ? (b) Quelle est l'intensité relative à cet endroit par rapport au maximum central ?

E51. (II) La lumière qui éclaire deux fentes distantes de 0,8 mm contient deux longueurs d'onde de 500 nm et de 600 nm. Si l'écran est situé loin des fentes, quel est le plus petit angle θ dans la figure 6.9*a* (p. 256) ($> 0°$) pour lequel les franges brillantes des deux couleurs se superposent ?

E52. (II) Deux haut-parleurs situés à (0 ; 1,2 m) et (0 ; –1,2 m) dans un plan cartésien émettent en phase un signal sonore de 60 Hz. Quel est le déphasage entre les deux signaux à (5 m ; 0,8 m) ? Le module de la vitesse du son est de 330 m/s.

E53. (II) Deux haut-parleurs situés à (0 ; 1 m) et (0 ; –1 m) dans un plan cartésien émettent un signal sonore en phase. Un auditeur situé initialement à (5 m ; 0) se déplace parallèlement à l'axe des *y*. Il détecte un premier minimum d'interférence à (5 m ; 1,5 m). Quelle est la longueur d'onde de ce signal ?

E54. (I) La distance entre les 3e et 5e franges sombres dans l'expérience des deux fentes de Young est de 0,4 cm. Si la distance entre les fentes est de 0,75 mm et si l'écran est situé à 2,4 m, quelle est la longueur d'onde de la lumière utilisée ?

E55. (I) Deux sources sonores, situées sur l'axe des *x* à $x_1 = 5$ m et $x_2 = -5$ m, émettent des signaux en phase de 6 m de longueur d'onde. Pour des points situés sur l'axe des *x*, où sont : (a) les minima ; (b) les maxima ?

E56. (II) Deux sources sonores, situées à l'origine et à (0 ; –2 m), émettent des signaux en phase de 1 m de longueur d'onde. Pour des points situés sur l'axe des *x*, où sont : (a) les minima ; (b) les maxima ?

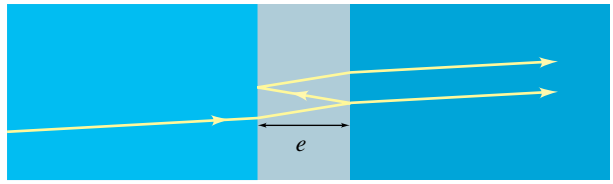
6.5 Pellicules minces

E57. (I) De la lumière de longueur d'onde 602 nm arrive à incidence normale sur une mince pellicule ($n = 1{,}4$) flottant sur de l'eau ($n = 1{,}33$). La pellicule a une épaisseur de 1,2 µm. (a) Quelle est la longueur d'onde de la lumière dans la pellicule ? (b) Combien de longueurs d'onde complètes peut-on insérer dans l'épaisseur de la pellicule ? (c) Quel est le déphasage entre le rayon réfléchi sur la face supérieure de la pellicule et celui réfléchi sur la face inférieure ?

E58. (I) Deux lames de verre ($n = 1{,}5$) de 15 cm de long se touchent à une extrémité et sont séparées par une feuille de papier de 32 µm d'épaisseur à l'autre extrémité. Si ce coin d'air est éclairé par de la lumière de 589 nm, combien y aura-t-il de franges brillantes par centimètre dans la lumière réfléchie ?

E59. MonLab (I) Une pellicule mince de pétrole ($n = 1{,}22$) flottant sur de l'eau ($n = 1{,}33$) a une épaisseur uniforme de 450 nm. De la lumière blanche l'éclaire suivant la normale. Dans la lumière réfléchie, quelles sont les longueurs d'onde : (a) atténuées ; (b) renforcées ?

E60. (I) Soit une pellicule d'air d'épaisseur *e* uniforme entre deux blocs de verre, comme le montre la figure 6.38. Dans quelle condition se produit l'interférence destructive entre les deux rayons illustrés ? La lumière est à incidence normale.



▲ **Figure 6.38**
Exercice 60.

E61. (I) Une lentille de verre ($n = 1{,}5$) est recouverte d'une pellicule mince ($n = 1{,}38$) de 540 nm d'épaisseur. Quelles sont les longueurs d'onde atténuées dans la lumière visible réfléchie ?

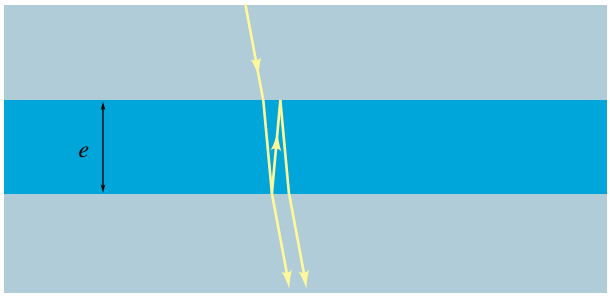
E62. (I) Une pellicule d'huile ($n = 1{,}22$) flottant sur de l'eau ($n = 1{,}33$) réfléchit en la renforçant la longueur d'onde de 566 nm lorsqu'elle est éclairée par de la lumière blanche. Quelle est l'épaisseur minimale de cette pellicule ?

E63. (I) Un coin d'air est formé par deux lames de verre. L'angle au sommet est de 0,04°. Quelle est la distance entre les franges sombres d'ordre 60 pour les longueurs d'onde 460 nm et 660 nm ?

E64. (I) De la lumière de 546 nm éclaire suivant la normale un coin d'air formé par deux lames de verre (voir la figure 6.20, p. 268). Il y a 6 franges sombres par centimètre dans la lumière réfléchie. Quelle est la mesure de l'angle de ce coin ?

E65. (II) De la lumière constituée des longueurs d'onde de 420 nm et de 425 nm est réfléchie par un coin de verre ($n = 1{,}5$) d'angle au sommet de 0,08°. À quelle distance du sommet se superposeront pour la première fois les franges sombres des deux couleurs ?

E66. (II) De la lumière éclaire suivant la normale une mince feuille de plastique entourée d'air (figure 6.39). Quelles sont les conditions pour que l'interférence entre les deux rayons illustrés donne : (a) un maximum ; (b) un minimum ?



▲ **Figure 6.39**
Exercice 66.

E67. (II) Une mince pellicule de plastique (n = 1,56) de 1,25 µm d'épaisseur est comprise entre deux lames de verre d'indice de réfraction 1,58 et 1,52. De la lumière blanche éclaire suivant la normale la lame d'indice de réfraction 1,58. Quelles sont les longueurs d'onde du domaine visible qui seront atténuées dans la lumière réfléchie ?

E68. (II) La lumière du Soleil éclaire une pellicule d'huile (n = 1,25) flottant sur de l'eau (n = 1,33). Parmi les longueurs d'onde comprises entre 400 nm et 700 nm, seulement celles de 483 nm et de 621 nm sont atténuées dans la lumière réfléchie. Quelle épaisseur minimale possède cette pellicule ?

E69. (II) De la lumière blanche éclaire une pellicule mince (n = 1,31) d'épaisseur uniforme entourée d'air. Dans la lumière réfléchie, la longueur d'onde de 620 nm est renforcée et celle de 465 nm est atténuée. Quelle épaisseur minimale possède cette pellicule ?

E70. (II) De la lumière blanche éclaire suivant la normale une mince pellicule d'huile (n = 1,4) de 1,2 µm d'épaisseur comprise entre deux lamelles de verre (n = 1,5). Dans lumière réfléchie, quelles sont les longueurs d'onde : (a) atténuées ; (b) renforcées ?

E71. (II) Une pellicule d'eau (n = 1,33) en forme de coin est éclairée suivant la normale par de la lumière blanche. La première frange brillante associée à λ = 425 nm est à 1,2 cm de l'extrémité épaisse du coin. Où est : (a) la première frange brillante à 680 nm ; (b) la seconde frange brillante à 425 nm ? Les faces de la pellicule sont considérées comme planes.

E72. (II) Lorsqu'une pellicule de plastique (n = 1,4) d'épaisseur uniforme est éclairée par de la lumière blanche, les longueurs d'onde de 411 nm et de 685 nm sont renforcées dans la lumière réfléchie. (a) Quelle est l'épaisseur minimale de cette pellicule ? (b) À cette épaisseur, quelles sont les longueurs d'onde de la lumière réfléchie pour lesquelles il y a atténuation ?

6.6 Interféromètre de Michelson

E73. (I) L'un des bras d'un interféromètre de Michelson contient un cylindre de 2,1 cm de long, initialement rempli d'air. Ainsi, l'un des faisceaux passe dans ce cylindre et l'autre passe dans l'air (n = 1,000 29). Si la longueur d'onde de la lumière utilisée est de 624,6 nm, combien de franges défileront dans le champ de vision de l'observateur si on fait le vide dans le cylindre ?

PROBLÈMES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

P1. (I) De la lumière blanche tombe suivant la normale sur une pellicule (n = 1,6) entourée d'air. Dans la lumière réfléchie, seules les longueurs d'onde de 504 nm et de 672 nm sont absentes. (a) Quelle est la valeur minimale possible pour l'épaisseur de la pellicule ? (b) Quelles sont les longueurs d'onde les mieux réfléchies ?

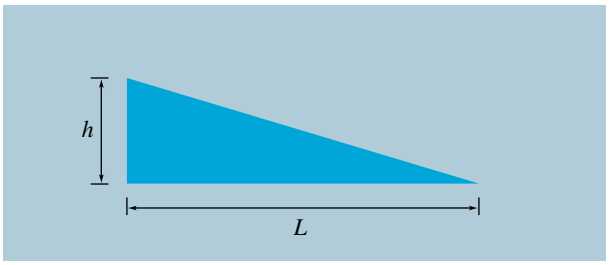
P2. (I) De la lumière blanche tombe perpendiculairement à une pellicule d'huile (n = 1,2) sur la surface de l'eau. Dans la lumière réfléchie, la longueur d'onde de 544 nm est absente et celle de 680 nm est particulièrement brillante. (a) Quelle est la valeur minimale possible pour l'épaisseur de la pellicule ? (b) Quelles autres longueurs d'onde (entre 400 nm et 700 nm) donnent lieu à une interférence constructive ou destructive ?

P3. (I) Une source monochromatique (λ = 600 nm) éclaire deux fentes étroites distantes de 0,3 mm. Lorsqu'on place une feuille de plastique devant la fente supérieure, elle introduit un retard de phase de 4π rad. Si l'on observe la figure d'interférence sur un écran situé à 4 m, de combien est décalée la figure et dans quel sens ?

P4. (I) Soit une pellicule d'huile (n = 1,2) sur une plaque de verre (n = 1,5). Lorsque de la lumière blanche tombe suivant la normale sur la surface, les longueurs d'onde de 406 nm et de 522 nm sont atténuées dans la lumière réfléchie. (a) Quelle est la valeur minimale possible pour l'épaisseur de la pellicule ? (b) Quelles sont les longueurs d'onde qui sont renforcées dans la lumière réfléchie ?

P5. (I) De la lumière blanche tombe suivant la normale sur une pellicule d'épaisseur 900 nm et d'indice de réfraction 1,5, entourée d'air. Dans la lumière réfléchie, quelles sont les longueurs d'onde : (a) atténuées ; (b) renforcées ?

P6. MonLab (I) Une pellicule en forme de coin de longueur $L = 12$ cm et de hauteur $h = 20\ \mu$m a un indice de réfraction de 1,5 (figure 6.40). Le coin est dans l'air et il est éclairé par de la lumière de longueur d'onde 490 nm. À quelle distance du bord d'épaisseur h se trouve la 20e frange brillante ?



▲ **Figure 6.40**
Problème 6.

P7. (I) Dans l'expérience des anneaux de Newton, la lentille plan-convexe a un rayon de courbure de 3 m. On utilise de la lumière de longueur d'onde 600 nm. Quel est le nombre de franges brillantes observées dans un rayon de 0,8 cm ?

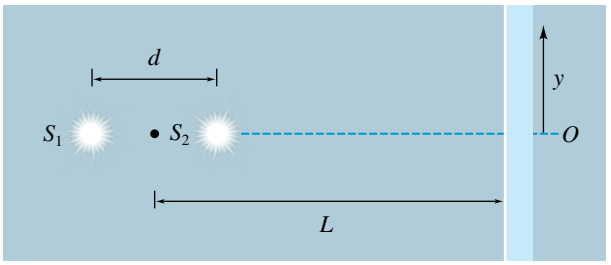
P8. (I) En un certain point d'un côté du pic central obtenu dans l'expérience de Young, l'intensité correspond à 50 % de l'intensité maximale au centre lorsqu'on utilise de la lumière de longueur d'onde 400 nm. Pour quelle longueur d'onde l'intensité au même point serait-elle égale à 64 % de l'intensité maximale ?

P9. (I) Deux sources ponctuelles sont distantes de 2 m et émettent des ondes sonores en phase à 300 Hz. Une personne marche le long d'une droite parallèle à celle joignant les sources et à une distance de 10 m de son milieu. Le module de la vitesse du son est de 340 m/s. À quelles distances du maximum central l'intensité sonore est-elle : (a) maximale ; (b) minimale ?

P10. (II) Le doublet jaune émis par le sodium a pour longueurs d'onde 589,0 nm et 589,6 nm. Lorsqu'on déplace l'un des miroirs dans l'interféromètre de Michelson, les franges apparaissent et disparaissent périodiquement. (a) Pourquoi cela se produit-il ? (b) De quelle distance doit-on déplacer le miroir pour passer du maximum au minimum d'intensité au centre de la figure d'interférence ?

P11. (I) Une mince feuille de plastique ($n = 1{,}6$) placée devant l'une des fentes dans l'expérience de Young provoque un décalage de la frange brillante centrale, qui se place à l'endroit où se trouvait auparavant la 12e frange brillante. Sachant que la lumière a une longueur d'onde de 650 nm, quelle est l'épaisseur minimale de la feuille ?

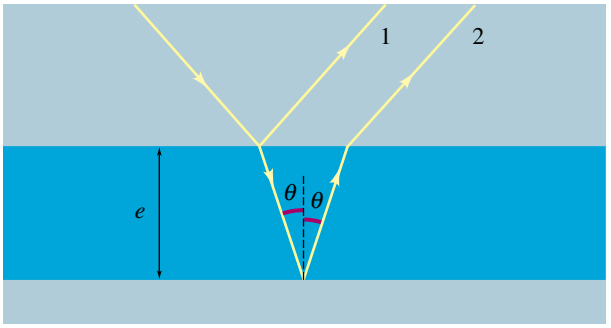
P12. (II) Deux sources ponctuelles S_1 et S_2 sont en phase. Elles sont séparées par une distance d sur une droite perpendiculaire à un écran (figure 6.41). (a) Qu'observe-t-on sur l'écran ? (b) En supposant que $d \ll L$, trouvez la position y_m du $m^{\text{ième}}$ maximum par rapport au centre O.



▲ **Figure 6.41**
Problème 12.

P13. (I) On place, dans l'un des bras d'un interféromètre de Michelson, un cylindre de longueur $L = 4{,}0$ cm dans lequel on a fait le vide. À mesure qu'on laisse entrer de l'air dans le cylindre, on observe un décalage graduel de 40 franges avec de la lumière de longueur d'onde de 600 nm. Trouvez l'indice de réfraction de l'air.

P14. (II) Soit un faisceau de lumière oblique tombant sur une pellicule mince d'épaisseur e dans l'air (figure 6.42). Une partie de la lumière est réfléchie sur la première surface (rayon 1) et une partie est réfléchie sur la deuxième surface (rayon 2). Montrez que la condition d'interférence destructive est $2ne \cos \theta = m\lambda$.



▲ **Figure 6.42**
Problème 14.

P15. (II) Lorsque de la lumière blanche tombe selon une incidence normale sur une pellicule mince dans l'air, la longueur d'onde de 550 nm est atténuée dans la lumière réfléchie. En supposant que la pellicule ait une épaisseur minimale, déterminez les différences de phase entre deux faisceaux qui interfèrent pour : (a) 400 nm ; (b) 700 nm. Évaluez les facteurs de réduction des intensités réfléchies de (c) 400 nm et de (d) 700 nm par rapport à l'interférence constructive.

CHAPITRE 7

L'OPTIQUE ONDULATOIRE

PARTIE 2 : LA DIFFRACTION ET LA POLARISATION

SOMMAIRE

7.1 La diffraction

7.2 La figure de diffraction produite par une fente simple

7.3 Le critère de Rayleigh

7.4 Les réseaux de diffraction

7.5 Les fentes multiples

7.6 L'intensité de la figure de diffraction produite par une fente simple

7.7 Le pouvoir de résolution d'un réseau

7.8 La diffraction des rayons X

7.9 La polarisation

Les disques comme les CD et les DVD réfléchissent des couleurs quand on les éclaire avec de la lumière blanche. Leurs pistes réagissent en effet comme les sillons d'un réseau de diffraction et les couleurs correspondent aux maxima principaux de la figure de diffraction du réseau. Dans ce chapitre, nous apprendrons notamment à décrire les réseaux et la figure de diffraction qu'ils produisent.

Dans l'introduction du dernier chapitre, nous avons annoncé que nous expliquerions trois catégories de phénomènes en ayant recours au modèle ondulatoire de la lumière : ceux dus à l'interférence, ceux dus à la diffraction et ceux dus à la polarisation des ondes lumineuses. Alors que le chapitre 6 a porté sur l'interférence, ce chapitre portera sur la diffraction et la polarisation. Après avoir présenté succinctement le phénomène de la diffraction en général (section 7.1), nous étudierons quantitativement la diffraction par une fente simple (sections 7.2 et 7.6) et celle produite par un réseau de diffraction (sections 7.4, 7.5 et 7.7). La polarisation fera l'objet de la section 7.9.

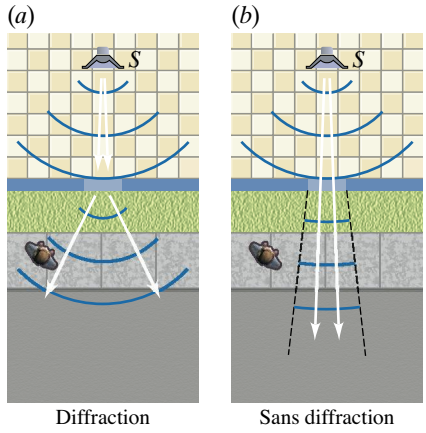
L'étude de ces trois catégories de phénomènes a joué un rôle historique dans l'émergence du modèle ondulatoire. Avec son expérience des deux fentes, Thomas Young fut le premier, en 1802, à proposer un test expérimental en faveur du modèle ondulatoire. Néanmoins, malgré son caractère novateur et révolutionnaire, la théorie de Young sur la nature de la lumière n'avait pas

la rigueur mathématique souhaitée par les scientifiques de l'époque. De plus, Young avait une attitude arrogante. Il est donc compréhensible qu'il ait eu si peu de succès à convaincre les milieux scientifiques britanniques de la validité de sa théorie ondulatoire. Étonnamment, c'est le phénomène de la diffraction lumineuse qui fit pencher la balance en faveur de cette théorie ; nous verrons comment à la section 7.1, après avoir décrit ce phénomène.

7.1 LA DIFFRACTION

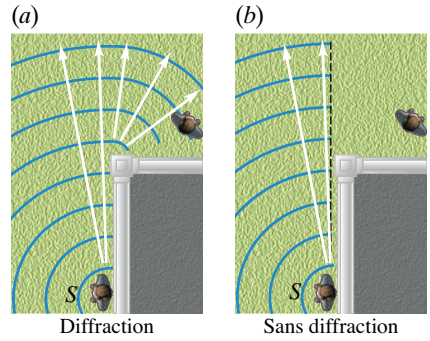
Nous allons d'abord effectuer une étude qualitative de la diffraction, un phénomène que peuvent manifester les ondes mécaniques capables de se propager en deux ou trois dimensions, comme les vagues et le son. Plus loin dans cette section, nous pourrons comparer le comportement de ces ondes mécaniques avec celui de la lumière, bien qu'il ne s'agisse pas d'une onde mécanique.

La **diffraction** est un « étalement » ou un changement de direction de propagation qui survient quand une onde traverse une *ouverture* ou rencontre un *obstacle*. On peut l'observer tous les jours dans le cas des ondes sonores : dans la rue, quand on se tient devant un restaurant où joue de la musique, on l'entend par les fenêtres même si on ne voit pas la source sonore ; l'onde sonore s'est donc « répandue » en traversant l'ouverture que constitue chaque fenêtre (figure 7.1). De même, deux personnes qui se tiennent à proximité de murs adjacents formant le coin d'un bâtiment peuvent se parler alors qu'elles sont séparées par un obstacle (figure 7.2).



▲ **Figure 7.1**

(*a*) Le son qui provient de la source sonore *S* diffracte en traversant la fenêtre. (*b*) En l'absence de diffraction, le son ne serait audible qu'en ligne droite devant la fenêtre.

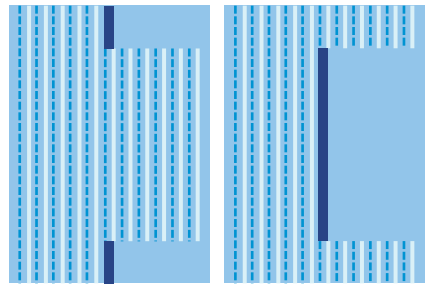


▲ **Figure 7.2**

(*a*) Le son qui provient de la source sonore *S* diffracte en frôlant le coin du mur. (*b*) En l'absence de diffraction, aucun son ne parviendrait derrière le coin de mur.

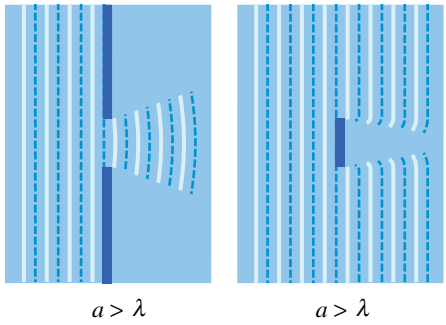
La diffraction est un phénomène distinct de la réfraction, bien que les deux impliquent un changement de direction de l'onde : la réfraction se produit lorsque la vitesse de propagation de l'onde change (voir l'équation 4.7*a*), ce qui arrive lors d'un changement de milieu de propagation, alors que la diffraction se produit en l'absence de tout changement de vitesse, dans un milieu de propagation homogène où se trouve un obstacle. En général, il se produit de la diffraction lorsque les limites physiques imposées à la largeur d'un front d'onde sont soit diminuées, soit augmentées. Par exemple, les ondes sonores dans un tuyau diffractent dans toutes les directions à partir d'une extrémité ouverte parce qu'elles n'ont plus alors aucun obstacle latéral.

Pour étudier qualitativement la diffraction, considérons des vagues rectilignes qui atteignent une ouverture ou un obstacle de largeur a. Selon la valeur que prend a relativement à la longueur d'onde λ, la diffraction modifie plus ou moins la propagation rectiligne des vagues. Lorsque $a \gg \lambda$ (figure 7.3), les parties des fronts d'onde qui se heurtent à l'obstacle sont arrêtées et les autres parties continuent de se propager essentiellement dans la direction initiale, l'amplitude des ondes diffractant derrière l'obstacle étant négligeable. À mesure que a diminue par rapport à la longueur d'onde, on observe une augmentation de l'amplitude des ondes qui se propagent dans les directions situées derrière l'obstacle (figure 7.4). Dans les régions situées derrière l'obstacle, les fronts d'onde sont des courbes et leur amplitude n'est pas uniforme. Lorsque la dimension de l'ouverture ou de l'obstacle devient comparable à la longueur d'onde ($a \approx \lambda$), comme à la figure 7.5, les fronts d'onde diffractés sont presque circulaires, mais l'amplitude demeure plus élevée au centre. Dans la limite où $a \ll \lambda$ (figure 7.6), les fronts d'onde diffractés deviennent parfaitement circulaires, avec une amplitude uniforme. (Pour des ondes se propageant en trois dimensions, ils deviennent parfaitement sphériques.)



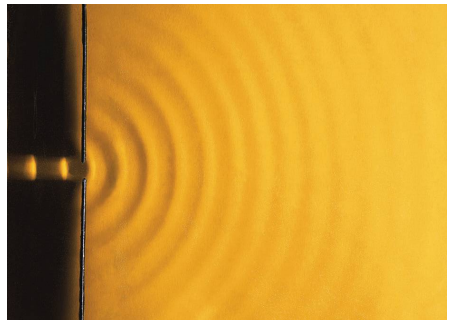
▲ Figure 7.3

Des fronts d'onde rectilignes passant par une ouverture ou rencontrant un obstacle. Si la dimension a de l'ouverture ou de l'obstacle est très supérieure à la longueur d'onde λ, les fronts d'onde restent rectilignes.



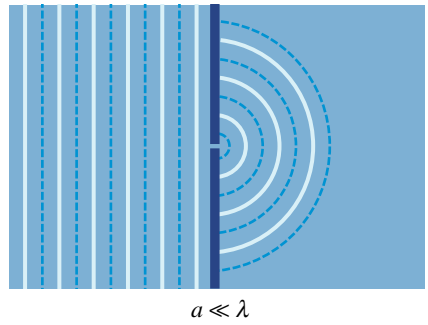
▲ Figure 7.4

Si la dimension a de l'ouverture ou de l'obstacle est comparable à la longueur d'onde λ, la diffraction « étale » les fronts d'onde dans la région située derrière l'ouverture ou l'obstacle.



▲ Figure 7.5

Quand $a \approx \lambda$, les fronts d'onde diffractés sont presque sphériques, mais leur amplitude est plus importante au centre que sur les bords.



▲ Figure 7.6

Si la dimension a de l'ouverture est nettement inférieure à la longueur d'onde λ, les fronts d'onde sphériques diffractés ont une intensité uniforme.

Les vagues que nous venons d'évoquer sont des ondes mécaniques, mais la diffraction touche tous les types d'ondes. Cela soulève une question : si la lumière a un comportement ondulatoire, alors comment se fait-il que les ombrages observés par jour de soleil aient des contours très nets, *la diffraction semblant inexistante* ? Cette observation est l'une de celles qui conduisirent Newton et ses partisans à représenter la lumière comme un jet de particules et non comme une onde (voir l'aperçu historique du chapitre 6). Quand Young publia ses travaux, ses contemporains n'étaient pas en mesure de trouver une réponse convaincante à cette objection de l'école newtonienne.

La solution à ce problème, formulée par un jeune Français nommé Augustin-Jean Fresnel (figure 7.7), est une simple question d'échelle. Après avoir réalisé plusieurs expériences équivalentes à celles de Young, Fresnel élabora une théorie mathématique de la diffraction et démontra notamment que l'amplitude de l'onde diffractée dans une direction donnée dépend du rapport a/λ, comme le montrent les figures 7.3 à 7.6. En d'autres termes, la netteté du contour des ombres est une simple conséquence de la petitesse des longueurs d'onde lumineuses. Par exemple, la lumière qui traverse une fenêtre ne diffracte que de façon négligeable puisque la largeur de la fenêtre est plusieurs millions de fois supérieure à la longueur d'onde. Mais il en fallut davantage pour rallier les opposants à la théorie ondulatoire. Nous y reviendrons à la fin de la section, après avoir donné plus de détails sur la théorie de Fresnel.

▲ Figure 7.7

Augustin-Jean Fresnel (1788-1827).

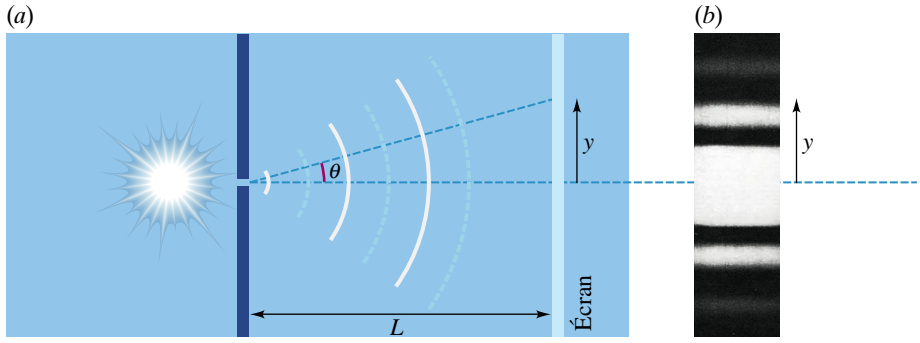
La situation intermédiaire

Dans les chapitres précédents, nous avions mentionné la diffraction dans deux situations limites : quand $a \ll \lambda$, on obtient des fronts d'onde sphériques uniformes (c'est ce que nous avons supposé pour analyser l'expérience de Young ; voir la section 6.2) et, quand $a \gg \lambda$, la diffraction est négligeable (ce qui correspond à l'optique géométrique ; voir la section 4.5). Pour apprécier la richesse de la théorie de Fresnel, il faut observer la *situation intermédiaire* pour laquelle $\lambda < a < 10^2\lambda$ environ.

Le montage de la figure 7.8*a* permet d'étudier cette situation : un obstacle percé d'une fente de largeur a est éclairé par une source lumineuse ponctuelle de longueur d'onde λ et la lumière qui traverse la fente est captée sur un écran situé à une distance L. La similitude entre ce montage et celui de l'expérience de Young (voir la figure 6.9*a*, p. 256) permet d'utiliser la même géométrie : on peut déterminer la position d'un point sur l'écran par la distance y mesurée par rapport au centre de l'écran ou, de façon équivalente, grâce à l'angle θ mesuré par rapport à l'axe de symétrie du montage. La conversion entre ces deux mesures est donnée par l'équation 6.4, soit

$$\tan \theta = y/L$$

La figure 7.8*b* présente un exemple de ce qu'on obtient sur l'écran quand a correspond à quelques dizaines de fois λ : comme on pourrait s'y attendre d'après la partie gauche de la figure 7.4, on trouve au centre de l'écran une tache brillante de largeur supérieure à a : la lumière s'est « étalée ». Cependant, on observe aussi de chaque côté des **franges de diffraction**, c'est-à-dire une alternance de zones brillantes et sombres dont l'intensité est rapidement décroissante. Un motif de ce genre s'appelle une **figure de diffraction**, souvent désignée par l'anglicisme *patron de diffraction*.



▶ Figure 7.8

(*a*) Montage expérimental permettant d'étudier la diffraction. La lumière de la source est incidente sur une fente de largeur a. On recueille sur l'écran la lumière diffractée. (*b*) Figure de diffraction obtenue avec une longue fente verticale dont la largeur a ne correspond qu'à quelques dizaines de fois λ.

Quand on utilise des fentes de largeurs différentes, on réalise que les franges obtenues sur l'écran sont d'autant plus étroites que la largeur a est grande. Autre fait intéressant : si on remplace la fente de largeur a par un obstacle de même largeur a (figure 7.4), on obtient des figures de diffraction très similaires dans lesquelles les franges brillantes et sombres sont simplement interverties. Plus précisément, dans la limite où les distances séparant la source, l'obstacle et l'écran sont toutes beaucoup plus grandes que a, on observe que *toute paire d'obstacles complémentaires produit des figures de diffraction parfaitement complémentaires*, quelle que soit la forme exacte des obstacles.

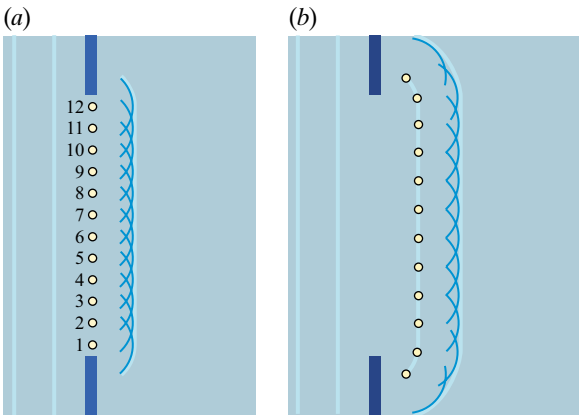
Fresnel expliqua les figures de diffraction grâce à sa version du principe de Huygens

À la section 4.3, nous avons dit que le principe de Huygens permet de prédire l'issue de toute situation où la lumière se propage. Nous avons appliqué ce

principe à la réflexion et à la réfraction (voir la section 4.4) et nous verrons dans ce chapitre comment il permet d'expliquer la diffraction.

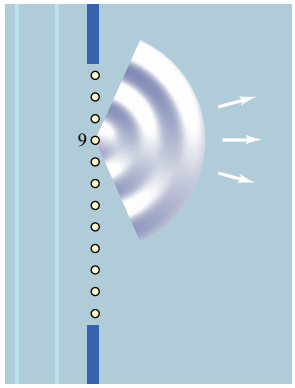
Curieusement, Huygens n'eut jamais l'idée d'appliquer son approche à la diffraction, mais la figure 7.9 montre ce qu'il aurait obtenu s'il y avait pensé : chaque point du front d'onde plan qui atteint l'orifice agit comme une source d'ondelettes secondaires, mais l'obstacle bloque une partie de ces sources. Seules les sources situées vis-à-vis de l'orifice contribuent à la figure de diffraction. Si on relie les ondelettes, l'« enveloppe » obtenue, qui représente le front d'onde diffracté, se répand latéralement derrière l'obstacle.

Cette approche qui consiste à relier les ondelettes pour obtenir une « enveloppe » est fidèle à la vision initiale de Huygens, pour qui la lumière n'était pas un phénomène périodique. En revanche, elle n'explique pas l'apparition de franges dans la figure de diffraction. C'est ici qu'intervient l'une des contributions de Fresnel : nous lui devons l'énoncé moderne du principe de Huygens que nous avons présenté à la section 4.3, selon lequel les ondelettes sont périodiques et *interfèrent entre elles*. Chaque ondelette est une onde sinusoïdale sphérique. La figure 7.10 montre l'une d'elles, mais il faut comprendre que *chaque point* du front d'onde est la source d'une ondelette identique. Il y a donc une infinité d'ondelettes, chacune transportant une portion infinitésimale de la puissance lumineuse traversant la fente. Rappelons, comme nous l'avons vu à la section 4.3, que les ondelettes issues du même front d'onde sont émises avec la même phase.



▲ Figure 7.9

La diffraction s'explique qualitativement à l'aide de la version originale du principe de Huygens. (*a*) Chaque point de la portion du front d'onde incident située devant l'ouverture agit comme une source d'ondelettes (en bleu). Si l'ouverture est large, l'enveloppe des ondelettes est presque rectiligne. (*b*) Si on répète le procédé, les sources qui proviennent du front d'onde diffracté doivent produire des ondelettes ayant des intensités différentes. Cette approche ne permet pas d'expliquer l'apparition de franges de diffraction.

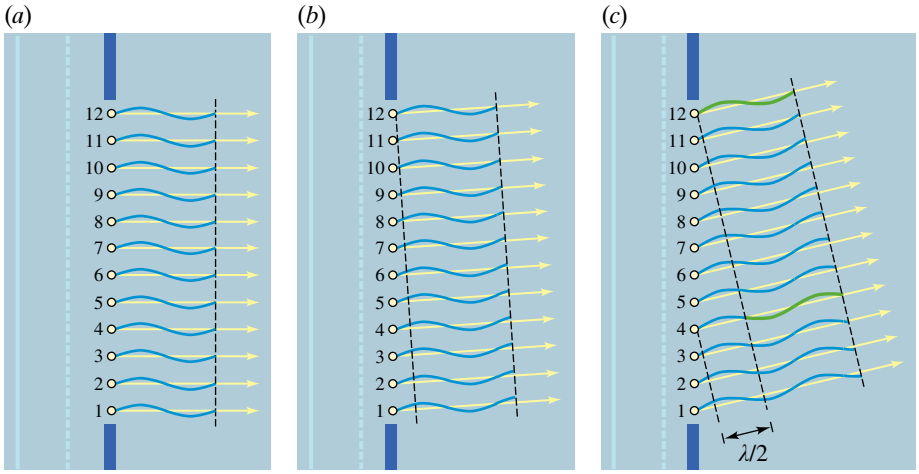


▲ Figure 7.10

Une des ondelettes. Chaque ondelette est une onde sinusoïdale sphérique qui interfère avec ses voisines infiniment nombreuses. Rappelons que les ondelettes issues du même front d'onde sont émises avec la même phase.

La figure 7.11 reprend la figure 7.9 avec cette nouvelle interprétation. Nous avons représenté seulement 12 des ondelettes infiniment nombreuses, mais nous verrons que cela suffit pour comprendre ce qui se produit. On considère les points de l'écran un à la fois, *de sorte qu'on peut illustrer sous forme de rayons les ondelettes dirigées vers ce point* ; si l'écran est assez lointain ($L \gg a$), tous ces rayons sont parallèles entre eux (voir la figure 6.8, p. 255). Le modèle du rayon lumineux, étudié au chapitre 4, ne s'applique *pas* aux rayons de la figure 7.11 puisque ceux-ci peuvent se superposer et interférer entre eux.

Si le point de l'écran est celui situé droit devant la fente ($y = 0$, $\theta = 0$), les ondelettes sont *toutes* en phase et on obtient donc au centre de l'écran une tache brillante (figure 7.11*a*). Ailleurs qu'au centre de l'écran, les ondelettes ne sont jamais plus toutes en phase : l'intensité recueillie pour toute position $y > 0$ sur l'écran est forcément plus faible qu'à $y = 0$ (figure 7.11*b*). Si on s'éloigne davantage du centre de l'écran, certaines des ondelettes s'annulent, car elles interfèrent de façon destructive entre elles. C'est le cas notamment des ondelettes 12 et 4 à la figure 7.11*c* (pour le montrer, on a colorié en vert des portions de chaque ondelette situées à la même distance de l'écran). On peut donc concevoir qu'il existe des directions θ où les ondelettes, bien qu'infiniment nombreuses, s'annulent *toutes* et où on obtient une intensité résultante nulle (frange sombre). Avec sa version du principe de Huygens, Fresnel parvint effectivement à prédire exactement les positions des franges sombres et brillantes de diffraction (voir les sections 7.2 et 7.6).



▶ Figure 7.11

(*a*) Les rayons dirigés vers le centre de l'écran sont tous en phase. (*b*) Les rayons dirigés ailleurs, même tout près du centre, ne sont plus jamais tous en phase. En effet, on peut toujours imaginer un rayon supplémentaire entre ceux qui sont en phase. (*c*) Quand θ est assez prononcé, des paires d'ondelettes commencent à interférer entre elles de façon parfaitement destructive.

La diffraction de Fraunhofer et la diffraction de Fresnel

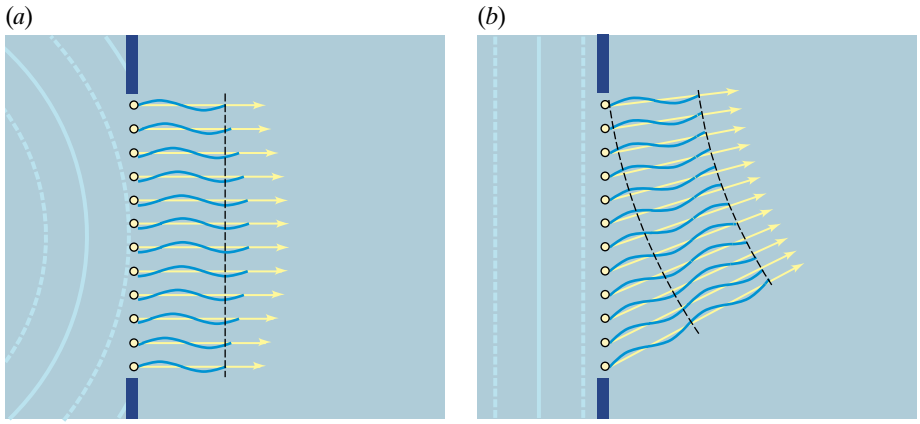
Pour simplifier l'analyse, nous avons fait à la figure 7.11 deux hypothèses simplificatrices qui seront valables dans l'ensemble du chapitre :

Critères de Fraunhofer

Dans la diffraction de Fraunhofer, on considère : ❶ que la source ponctuelle est assez lointaine pour que les fronts d'onde incidents sur l'orifice ou l'obstacle de largeur a soient plans ; ❷ que l'écran est situé à grande distance de la fente ($L \gg a$), de sorte que les ondelettes dirigées vers un point de l'écran aient des directions de propagation parallèles entre elles.

Les phénomènes observés quand ces critères sont respectés sont collectivement appelés **diffraction de Fraunhofer**, en l'honneur de Joseph von Fraunhofer (1787-1826), qui s'intéressa à la diffraction et qui inventa le réseau dont nous parlerons à la section 7.4. Ces critères, souvent vérifiés quand l'onde qui diffracte est lumineuse, sont moins souvent respectés dans le cas de vagues ou d'onde sonores (voir la figure 7.1, p. 288) ou ne le sont pas si l'obstacle est semi-infini (voir la figure 7.2, p. 288).

Si le premier critère n'est pas respecté, alors les points situés dans le plan de la fente ne sont pas atteints simultanément par le front d'onde incident (figure 7.12*a*)

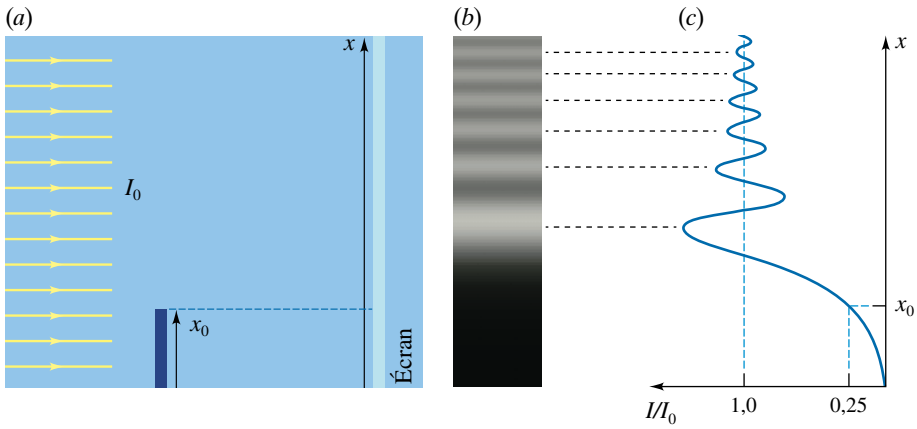


◀ Figure 7.12

(*a*) Si la lumière incidente n'a pas des fronts d'onde plans, les ondelettes qui proviennent de points dans le plan de la fente sont émises avec des phases différentes. Comparez avec la figure 7.11*a*. (*b*) Si l'écran est trop rapproché, les directions de propagation des ondelettes dirigées vers un même point de l'écran ne sont plus parallèles. Comparez avec la figure 7.11*c*.

et il faut considérer que les ondelettes issues de ces points sont émises avec des *phases différentes*. De même, si l'écran est trop proche de la fente, les rayons qui parviennent à un même point de l'écran ne sont pas parallèles (figure 7.12*b*). Les phénomènes qui surviennent quand les critères de Fraunhofer ne sont pas respectés sont collectivement appelés **diffraction de Fresnel**. (Ce nom rend mal le fait que la théorie de Fresnel explique parfaitement bien tous les cas, la diffraction de Fraunhofer étant un cas particulier.)

La figure 7.13 montre un exemple classique de diffraction de Fresnel. Elle correspond à la situation de la figure 7.2 (p. 288), mais le son est remplacé par de la lumière : l'obstacle est semi-infini et l'écran est situé à proximité. On remarque que la figure de diffraction obtenue est moins contrastée qu'une figure respectant les critères de Fraunhofer. En général, on constate aussi que les figures de diffraction produites par des obstacles complémentaires ne sont plus parfaitement complémentaires quand les critères de Fraunhofer ne sont pas respectés. Comme le laisse entrevoir la figure 7.12, la diffraction de Fresnel requiert une analyse complexe qui dépasse le cadre de cet ouvrage.

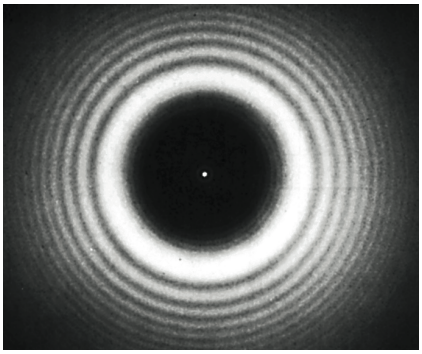


◀ Figure 7.13

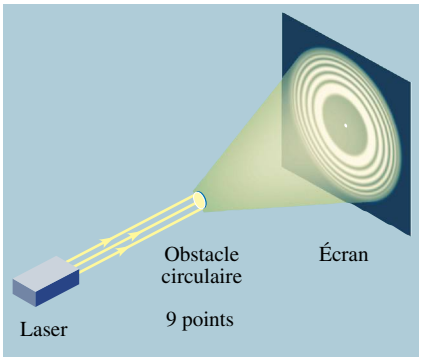
(*a*) Un front d'onde plan d'intensité I_0 atteint un obstacle qui s'étend jusqu'en x_0. La lumière est ensuite captée sur un écran placé à courte distance. (*b*) Figure de diffraction obtenue sur l'écran. (*c*) Graphique de l'intensité lumineuse relative sur l'écran. On note qu'à l'endroit où, géométriquement, devrait cesser l'ombre, on ne retrouve que 25 % de l'intensité lumineuse. Le maximum est atteint au-delà de l'obstacle.

C'est une figure de diffraction particulière obtenue en diffraction de Fresnel qui joua le rôle historique de rallier les opposants à la théorie ondulatoire. En effet, à cause des travaux de Fresnel, l'Académie des sciences de Paris décida de choisir la diffraction comme sujet pour l'attribution de son prix en 1818 ; Fresnel présenta alors un article. Mais Siméon Denis Poisson (1781-1840), qui faisait partie du comité de sélection et qui était hostile à la théorie ondulatoire, essaya de mettre en évidence une conséquence « absurde » de la théorie de Fresnel : puisque toutes les ondelettes diffractées sur les bords d'un obstacle circulaire sont censées arriver en phase au centre de la région d'ombre sur l'écran, on devrait observer une tache brillante en ce point. Peu après, Fresnel

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 7.14

(*a*) Voulant discréditer la théorie ondulatoire de Fresnel, Poisson attira l'attention sur une prédiction qu'il jugeait absurde : selon la théorie, une tache brillante devait apparaître au centre de l'ombre produite par tout obstacle circulaire. Cette « tache de Poisson » fut observée, et cela renforça la validité de la théorie, qui fut ensuite généralement acceptée. (*b*) Avec la technologie d'aujourd'hui, on peut facilement reproduire cette expérience en utilisant un faisceau laser suffisamment large et un écran rapproché.

et François Arago (1786-1853) montrèrent que cette tache, qu'on appela « tache de Poisson » (figure 7.14), est bel et bien observée dans les conditions prédites. À son grand regret, Poisson venait malgré lui de fournir un solide argument soutenant avec élégance la théorie de Fresnel ! À la suite de ces événements, le modèle ondulatoire de la lumière fut généralement accepté. Ce changement de représentation préparait la voie pour la théorie électromagnétique de la lumière de Maxwell.

7.2 LA FIGURE DE DIFFRACTION PRODUITE PAR UNE FENTE SIMPLE

Maintenant que nous avons présenté le phénomène de la diffraction en général, nous allons nous attarder à prédire la position, y ou θ, des franges dans la figure de diffraction produite par une fente de largeur a éclairée par de la lumière monochromatique de longueur d'onde λ. Plus précisément, nous calculerons les positions des minima d'intensité (centres des franges sombres).

Comme à la figure 7.11 (p. 292), on considère 12 des ondelettes issues de points d'un front d'onde situé dans le plan de la fente, les critères de Fraunhofer étant respectés. On ne considère qu'un seul point de l'écran à la fois, situé dans une direction θ, donc chaque ondelette est représentée par un rayon dirigé dans cette direction. Ces rayons se superposent et interfèrent entre eux.

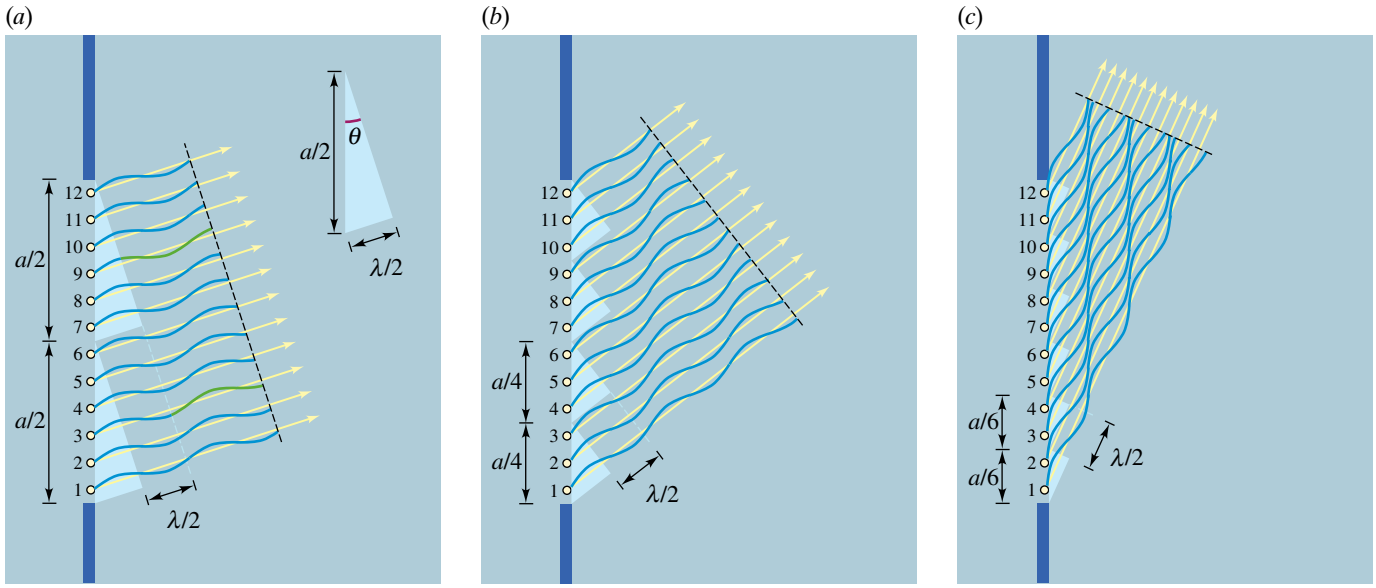
Dans les trois directions illustrées à la figure 7.11 (p. 292), la résultante de toutes les ondelettes est non nulle. Pour qu'on obtienne une intensité nulle en un point de l'écran, il faut que toutes les ondelettes, même si elles sont infiniment nombreuses, totalisent une amplitude nulle. À la section 2.7, nous avons vu la condition d'interférence parfaitement destructive entre *deux* ondes, mais il est possible de s'en servir pour repérer la direction θ pour laquelle l'interférence est parfaitement destructive entre une *infinité* d'ondelettes. En effet, il suffit que toutes ces ondelettes s'annulent *deux par deux*. La figure 7.15*a* présente le premier angle θ pour lequel cela se produit : si on considère une ondelette donnée dans une moitié de la fente, il lui correspond une ondelette en opposition de phase dans l'autre moitié de la fente. C'est le cas, par exemple, des ondelettes 9 et 3 sur la figure (pour le montrer, on a colorié en vert des portions de chaque ondelette situées à la même distance de l'écran). Vérifiez que c'est aussi le cas pour toutes les autres paires d'ondelettes. Ainsi, d'après la géométrie de la figure 7.15*a*, il y a interférence destructive complète pour $(a/2) \sin \theta = \lambda/2$ ou

$$a \sin \theta = \lambda \qquad \text{(i)}$$

Dans cette direction θ, le principe de Huygens prédit donc que l'intensité diffractée est parfaitement nulle. Il s'agit du centre de la première zone sombre qu'on remarque de part et d'autre de la tache brillante centrale de la photographie de la figure 7.8*b* (p. 290).

Quand on augmente l'angle θ à partir de la situation illustrée à la figure 7.15*a*, la résultante des ondelettes est à nouveau non nulle, mais les ondelettes ne sont jamais plus toutes en phase comme c'était le cas à la figure 7.11*a*. La majorité d'entre elles continuent de s'annuler deux par deux. C'est pourquoi la première frange brillante de part et d'autre de la figure 7.8*b* (p. 290) est nettement moins brillante que la tache centrale.

Quand on continue de faire croître θ, on obtient éventuellement un deuxième angle pour lequel toutes les ondelettes s'annulent deux par deux (figure 7.15*b*).



▲ **Figure 7.15**

Il est possible qu'une infinité d'ondelettes produisent une résultante nulle si elles s'annulent deux par deux. (*a*) Cela se produit quand chaque ondelette issue d'une moitié de la fente interfère de façon parfaitement destructive avec l'ondelette correspondante issue de l'autre moitié de la fente. Cela se produit à nouveau si on subdivise la fente (*b*) en deux parties ou (*c*) en trois parties, chacune étant composée de deux moitiés se comportant comme en (*a*).

On voit que la fente peut alors être subdivisée *deux fois* en deux moitiés qui se comportent comme à la figure 7.15*a*. Par exemple, les ondelettes 1 à 3 annulent les ondelettes 4 à 6. Cet angle est celui qui vérifie l'équation $(a/2)/2 \sin \theta = \lambda/2$ ou

$$a \sin \theta = 2\lambda \qquad \text{(ii)}$$

Si on continue d'augmenter l'angle θ, on obtient une autre situation d'interférence destructive complète quand la fente peut être subdivisée *trois fois* en deux moitiés qui se comportent comme à la figure 7.15*a* (figure 7.15*c*). En général, on observe une frange sombre quand la fente est subdivisée M fois en deux moitiés où les ondelettes s'annulent, d'où

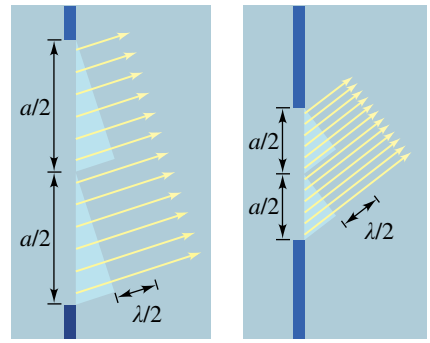
Position angulaire des minima pour une fente simple

(minima) $\qquad a \sin \theta = M\lambda \qquad M = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \qquad (7.1)$

Cette équation ressemble à l'équation $d \sin \theta = m\lambda$ donnant les maxima de la figure d'interférence produite par deux sources, mais il faut bien comprendre les différences qui existent entre elles. Remarquons que la valeur $M = 0$ n'est pas comprise dans l'équation 7.1 puisque $\theta = 0$ correspond au *maximum* central de la figure de diffraction, et non à un minimum. Comme le montre la figure 7.17, les positions des maxima secondaires sont données de façon *approximative* par $a \sin \theta \approx (M + \frac{1}{2})\lambda$, avec $M = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$ À la section 7.6, nous verrons comment situer les maxima de façon plus précise.

L'effet de la largeur de la fente

Considérons maintenant l'effet du rapport λ/a. L'équation 7.1 montre que la valeur de l'angle θ où on observe la première frange sombre de diffraction ($M = 1$) est d'autant plus grande que la fente est étroite : rétrécir la fente élargit la tache centrale de la figure de diffraction. La figure 7.16 illustre, pour deux valeurs de a, les rayons dirigés vers la première frange sombre. La même logique vaut pour toutes les franges : plus a est petit, plus la $M^{\text{ième}}$ frange est loin du centre de l'écran. La graduation de la figure 7.17 rend cette idée : on peut imaginer l'effet de a en étirant ou en compressant horizontalement cette figure. En

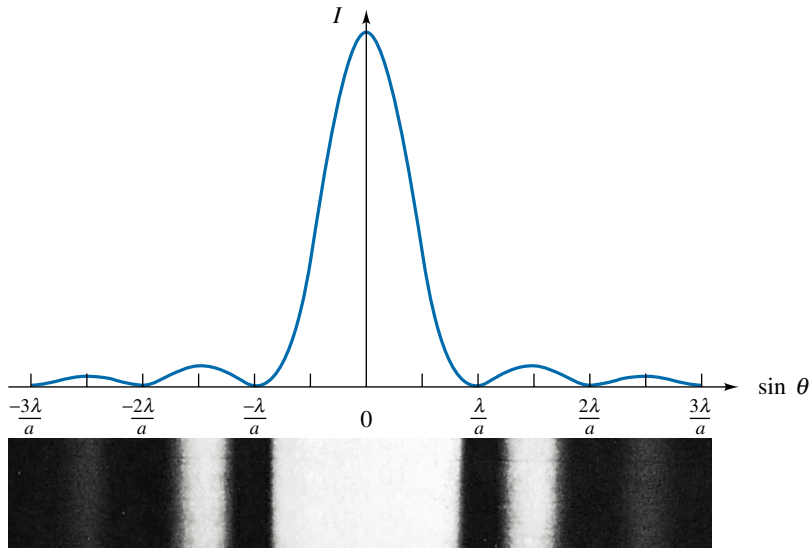


▲ **Figure 7.16**

Plus la largeur a est petite, plus l'angle θ doit être grand pour obtenir la première frange sombre de diffraction.

▶ Figure 7.17

Figure de diffraction produite par une fente étroite, dans les conditions de la diffraction de Fraunhofer. Le graphique indique l'intensité de la figure (voir la section 7.6). Comme l'indique la graduation de ce graphique, une fente large produit une figure de diffraction étroite, alors qu'une fente étroite produit une figure de diffraction large.



outre, quand la fente est tellement étroite que $a = \lambda$, l'équation 7.1 avec $M = 1$ devient $\sin\theta = 1$: la première frange sombre est située à $\theta = 90°$, loin hors de l'écran ; donc, la tache centrale prend toute la place (voir la figure 7.5, p. 289). Dans la limite $a \ll \lambda$, l'intensité de la tache centrale devient uniforme, comme nous l'avons supposé à la section 6.2. Dans la limite inverse, $a \gg \lambda$, toutes les franges sombres sont situées à des positions θ tellement près de zéro qu'il est impossible de les discerner : cela correspond effectivement à la limite de l'optique géométrique.

L'analyse de la figure de diffraction produite par une fente, notamment la mesure des positions des franges sombres de diffraction, permet de déterminer la largeur a de cette fente. De même, les figures de diffraction produites par des obstacles, comme un cheveu ou des globules sanguins, présentent aussi des franges de diffraction qui peuvent nous permettre de déduire les dimensions de ces corps minuscules : si les critères de Fraunhofer sont respectés, les figures de diffraction obtenues sont complémentaires à celle d'une fente de même dimension. La diffraction joue également un rôle dans les figures de rayonnement d'une source de dimensions finies, quel que soit le type d'onde. Par exemple, un grand haut-parleur a tendance à focaliser les hautes fréquences sonores vers l'avant, alors que les basses fréquences sont rayonnées uniformément. On obtient une meilleure dispersion des hautes fréquences sonores en utilisant un petit haut-parleur, ou *tweeter*.

Exemple 7.1

De la lumière de longueur d'onde 600 nm éclaire suivant la normale une fente de largeur 0,1 mm. (a) Quelle est la position angulaire du premier minimum ? (b) Quelle est la position du minimum de deuxième ordre sur un écran situé à 3 m de la fente ? (c) Quelle doit être la valeur de a pour qu'il soit impossible d'observer une frange sombre de diffraction, quelle que soit la largeur de l'écran ?

Solution

(a) D'après l'équation 7.1, la position angulaire du minimum de premier ordre ($M = 1$) est donnée par

$$\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{a} = \frac{6 \times 10^{-7}\ \text{m}}{10^{-4}\ \text{m}} = 6 \times 10^{-3}$$

Ainsi, $\theta_1 = 0{,}344°$.

(b) Si y est la distance à partir du centre de l'écran, alors, puisque θ_1 est un petit angle, $\sin\theta \approx \tan\theta = y/L$, où L est la distance de la fente à l'écran. On a donc, pour le minimum de deuxième ordre ($M = 2$),

$$y \approx L \sin\theta = L\left(\frac{2\lambda}{a}\right)$$
$$= \frac{(3\text{ m})(2)(6\times10^{-7}\text{ m})}{10^{-4}\text{ m}} = 3{,}60\text{ cm}$$

(c) Si l'angle auquel se trouve le premier minimum est 90°, ce dernier n'est pas observable. ■

Ainsi, d'après

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{a} = 1$$

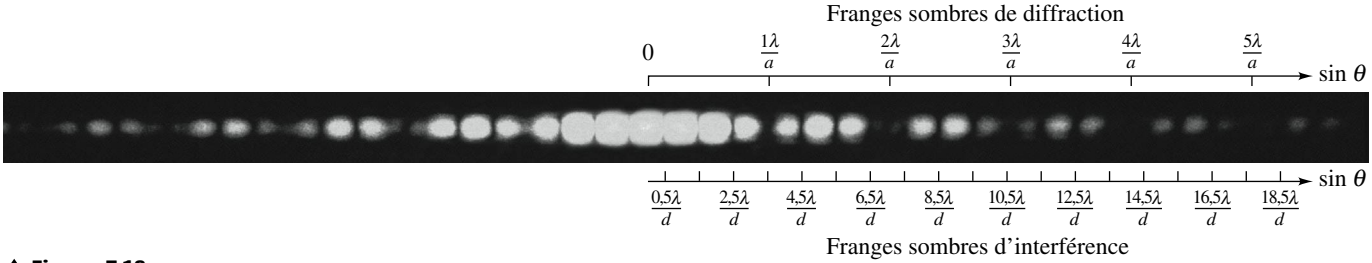
on trouve $a = \lambda = 600$ nm. Notons que, si $a < \lambda$, il n'y a aucun minimum non plus : en effet, il n'existe alors aucune direction θ pour laquelle la situation de la figure 7.15*a*, où $a \sin\theta$ atteint λ, peut se reproduire. L'équation 7.1 n'a d'ailleurs plus de solution. Toutefois, l'intensité diffractée devient plus uniforme.

Les figures de diffraction-interférence

Dans notre description de l'expérience de Young au chapitre précédent, nous avons supposé que chacune des deux fentes avait une largeur $a \ll \lambda$, de sorte qu'elle produisait des fronts d'onde sphériques uniformes. Toutefois, si $a > \lambda$, comme c'est le cas en pratique, l'onde issue de chaque fente n'a *pas* une intensité uniforme. En outre, elle présente les minima d'intensité donnés par l'équation 7.1.

Toutefois, l'intensité non uniforme de l'onde issue de chaque source ne change rien au fait que ces deux ondes interfèrent entre elles comme nous l'avons décrit au chapitre 6. On observe donc sur l'écran une **figure de diffraction-interférence**, c'est-à-dire une figure similaire à la figure de diffraction qu'aurait produite une fente simple, mais à laquelle se greffent des franges d'interférence. En somme, on observe à la fois des franges de *diffraction* et des franges d'*interférence*. Sur la figure 7.18, on voit des dizaines de franges d'interférence et seulement quelques franges de diffraction.

Sur la figure 7.18, on note qu'un minimum d'interférence élimine une petite partie d'une frange brillante de diffraction à laquelle elle se superpose. On dit que la figure d'interférence a pour « enveloppe » la figure de diffraction produite par une fente simple. Cette enveloppe est en pointillé à la figure 7.19. Mais le phénomène inverse est plus intéressant : les minima de diffraction font entièrement *disparaître* des franges brillantes d'interférence. En effet, dans les directions données par l'équation 7.1, l'onde diffractée par chacune des fentes a une intensité nulle. À proximité de ces directions, les deux ondes ont une intensité négligeable. Même si elles interfèrent de façon constructive dans ces directions, elles ne font qu'additionner leurs amplitudes négligeables, ce qui ne fait évidemment rien apparaître sur l'écran. On considérera qu'un maximum d'interférence a disparu quand sa position θ donnée par $d \sin\theta = m\lambda$ coïncide parfaitement avec la position θ d'un minimum de la figure de diffraction donné par l'équation 7.1.



▲ Figure 7.18

Figure de diffraction-interférence produite par une paire de fentes pour laquelle $d/a \approx 17/5$.

Exemple 7.2

(a) Dans l'expérience des deux fentes, les fentes ont une largeur de 0,25 mm et leurs centres sont distants de 1 mm. Quels maxima d'interférence sont absents de la figure obtenue ? (b) Combien de maxima d'interférence sont visibles dans le maximum central de diffraction ?

Solution

(a) Un ordre est absent de la figure d'interférence lorsque la position θ d'un maximum d'interférence, donnée par

$$d \sin \theta = m\lambda \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{(i)}$$

coïncide avec celle d'un minimum de diffraction, donnée par

$$a \sin \theta = M\lambda \qquad M = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \quad \text{(ii)}$$

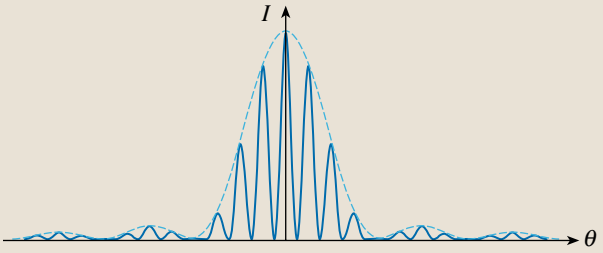
où d est la distance entre les fentes et a est la largeur de chaque fente. ■

En divisant l'équation (i) par l'équation (ii), on obtient $d/a = m/M$. Si le rapport $d/a = k$ est un nombre entier, alors les pics d'interférence donnés par $m = kM$ sont absents de la figure. Dans l'exemple présent, $d = 4a$, donc les ordres d'interférence $m = 4, 8, 12, \ldots$ sont absents (figure 7.19).

(b) Sept maxima d'interférence, soit ceux entre $m = -3$ et $m = 3$, sont visibles à l'intérieur du maximum central de diffraction (figure 7.19).

En général, les maxima d'interférence visibles dans le maximum central de diffraction sont ceux dont la position θ donnée par l'équation (i) est *inférieure* à la position θ du minimum de diffraction $M = 1$, donnée par $a \sin \theta = \lambda$. ■

Notez, à la figure 7.19, que les maxima d'interférence se trouvant à l'intérieur du maximum central de diffraction sont de loin les plus intenses.

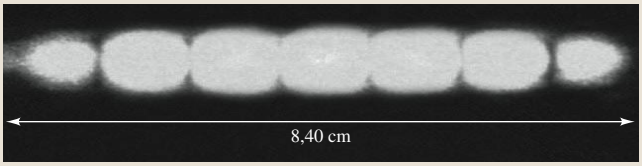


▲ Figure 7.19

La figure de diffraction-interférence produite par une paire de fentes est une figure d'interférence de Young avec une enveloppe de diffraction correspondant à la figure de diffraction produite par une fente simple.

Exemple 7.3

En pointant un laser ($\lambda = 633$ nm) sur un obstacle inconnu comportant une ou deux fentes, on obtient sur un écran large de 8,40 cm ce que montre la figure 7.20. L'écran est à 4 m de distance derrière l'obstacle. (a) Cet obstacle comporte-t-il une ou deux fentes ? (b) Calculer la valeur de a et celle de d (si applicable) ; si une donnée est manquante à cette fin, expliquer laquelle.



▲ Figure 7.20

Figure produite par un dispositif inconnu.

Solution

(a) Il faut déterminer à quel type de figure on a affaire. Il y a trois possibilités : l'interférence « pure », la diffraction « pure » ou la diffraction-interférence. Puisque l'intensité des franges diminue à partir du centre, il ne s'agit pas d'une figure d'interférence « pure » comme au chapitre 6. Une figure de diffraction « pure » aurait une tache centrale deux fois plus large que les autres taches (voir la figure 7.8*b*, p. 290) ; ce cas doit, par conséquent, être écarté aussi. Il s'agit donc de diffraction-interférence.

Ainsi, il y a deux fentes.

Une erreur commune serait de penser qu'une figure de diffraction-interférence aurait dû montrer deux types de franges, les unes étroites (interférence) et les autres plus larges (diffraction), comme à la figure 7.18. Toutes les franges d'interférence qu'on voit dans le cadre de la figure 7.20 sont situées à l'intérieur du maximum central de l'enveloppe de diffraction. La première frange sombre de diffraction se produit à l'extérieur du cadre de la figure. ■

(b) L'écran étant large de 8,40 cm et la figure étant centrée dessus, l'extrémité de l'écran correspond à $y = (8{,}40 \text{ cm})/2 = 4{,}20$ cm. L'angle θ correspondant est tel que

$$\tan \theta = y/L = 0{,}0105 \quad \text{(i)}$$

L'extrémité de l'écran tombe dans une frange sombre d'interférence, approximativement à mi-chemin des maxima d'ordre $m = 3$ et $m = 4$. À cette position θ, on a donc

$$\delta = d \sin \theta = 3{,}5\lambda \quad \text{(ii)}$$

Puisque θ est un petit angle, $\sin\theta \approx \tan\theta$. Si on substitue les équations (i) et (ii), on obtient

$$d = 3{,}5(633 \times 10^{-9}\ \text{m})/0{,}0105 = 0{,}211\ \text{mm}$$

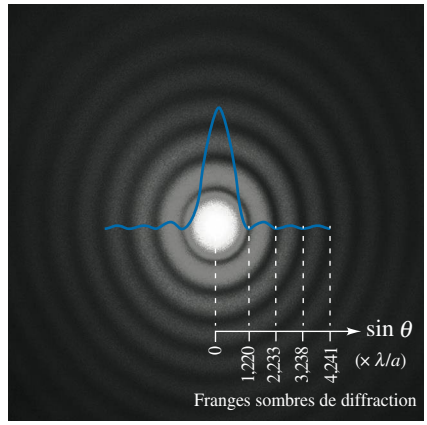
Puisqu'on ne dispose d'aucune position de frange de diffraction, il est impossible d'obtenir a avec précision. ■

7.3 LE CRITÈRE DE RAYLEIGH

Jusqu'ici, nous avons considéré la figure de diffraction produite par une fente rectangulaire de largeur a : si la fente est verticale, la lumière s'étale horizontalement (voir la figure 7.17, p. 296). Si on utilise plutôt un orifice *circulaire* de diamètre a, la figure obtenue a une apparence assez similaire, sauf que sa symétrie est circulaire (figure 7.21). On peut montrer que la position angulaire θ_1 du premier minimum de chaque figure de diffraction par rapport au centre du maximum central est donnée par

$$a \sin\theta_1 = 1{,}22\lambda \qquad (7.2)$$

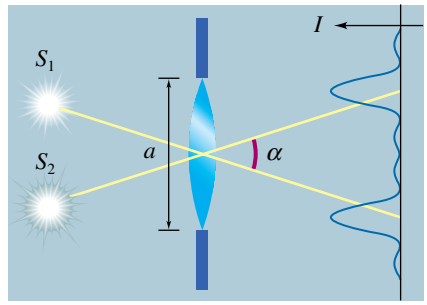
Cette équation* et le premier minimum donné par l'équation 7.1 obtenue pour une fente rectangulaire diffèrent d'un facteur 1,22. Pour une même valeur de a, l'orifice circulaire produit une tache centrale plus large de 22 %.



▲ **Figure 7.21**
Figure de diffraction produite par un orifice circulaire.

La diffraction par un orifice circulaire revêt une grande importance en optique géométrique puisque chaque lentille d'un télescope ou d'un microscope *est un orifice circulaire*. Contrairement à ce que prévoit l'optique géométrique, l'image qu'une lentille produit d'un point objet n'est donc pas tout à fait un point image mais plutôt une figure de diffraction comme celle de la figure 7.21. Si deux points objets sont situés à proximité l'un de l'autre, les figures de diffraction correspondant aux points images se chevauchent. Le *pouvoir de résolution* d'un système optique quelconque, c'est-à-dire sa capacité à produire des images dont les détails peuvent être distingués les uns des autres, est limité par la diffraction produite par les ouvertures circulaires ou les lentilles que comporte cet appareil.

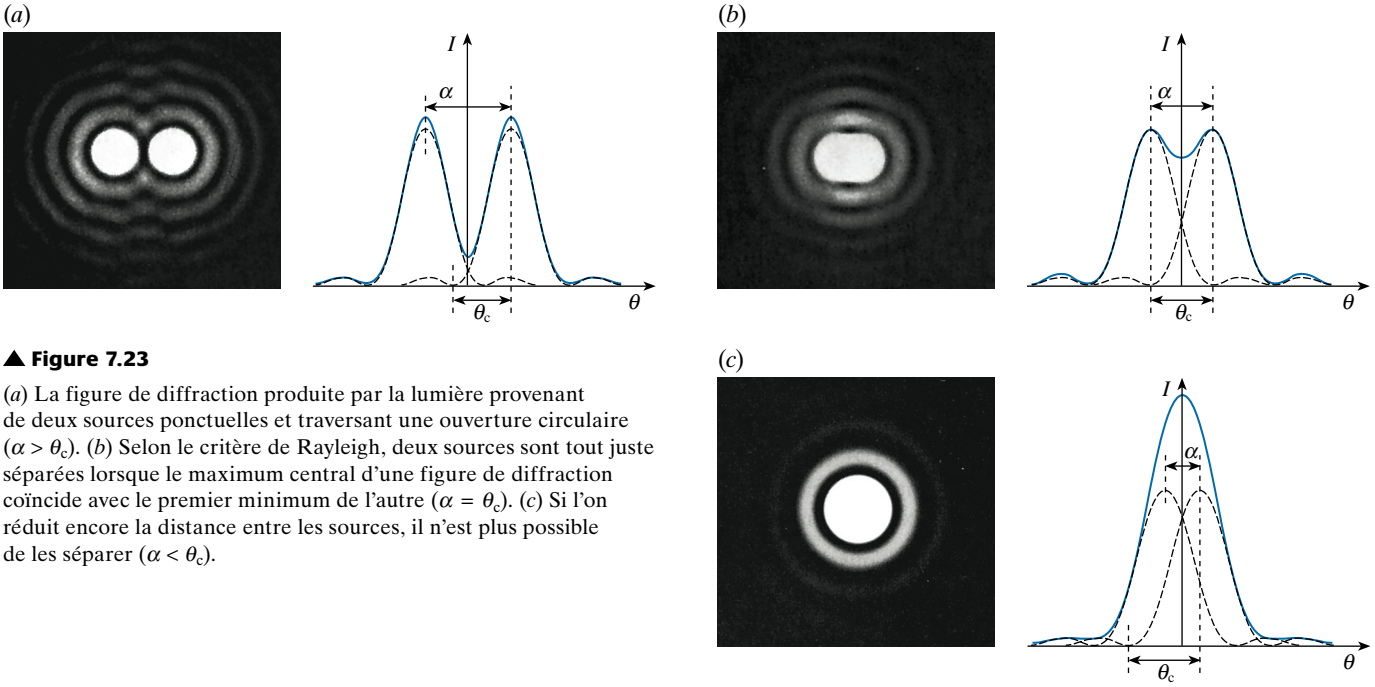
La figure 7.22 permet d'analyser cette situation. Elle représente la lumière issue de deux points objets, S_1 et S_2, passant par une lentille. Chaque source produit sa propre figure de diffraction et le graphique montre l'intensité lumineuse mesurée le long d'une droite traversant le centre de ces deux figures. Si la séparation angulaire α entre les sources est grande, les figures de diffraction sont éloignées l'une de l'autre sur l'écran ou sur le capteur qui en tient lieu. Chaque image apparaît comme le montre la figure 7.23*a*. Si l'on déplace les deux sources de façon à diminuer leur séparation angulaire, les figures de diffraction commencent à se chevaucher. (Seule la petitesse de la séparation *angulaire* provoque cela, même si les sources S_1 et S_2 sont physiquement très éloignées l'une de l'autre.) Plus ce chevauchement est important, moins les deux images peuvent être distinguées l'une de l'autre et plus on croit voir l'image d'*une* seule source.



▲ **Figure 7.22**
Deux sources ponctuelles non cohérentes peuvent être distinguées si le chevauchement de leurs figures de diffraction est suffisamment faible.

Bien que la capacité à distinguer deux images diminue d'une façon *graduelle* quand celles-ci se rapprochent, lord Rayleigh (figure 7.24) proposa un critère

* La démonstration qui conduit à cette équation utilise encore le principe de Huygens. Toutefois, comme il s'agit d'une ouverture circulaire, cette démonstration nécessite le recours à une catégorie de fonctions appelées *fonctions de Bessel*. La valeur « 1,22 » découle de ces fonctions.



▲ Figure 7.23

(*a*) La figure de diffraction produite par la lumière provenant de deux sources ponctuelles et traversant une ouverture circulaire ($\alpha > \theta_c$). (*b*) Selon le critère de Rayleigh, deux sources sont tout juste séparées lorsque le maximum central d'une figure de diffraction coïncide avec le premier minimum de l'autre ($\alpha = \theta_c$). (*c*) Si l'on réduit encore la distance entre les sources, il n'est plus possible de les séparer ($\alpha < \theta_c$).

▲ Figure 7.24

Lord Rayleigh (1842-1919).

permettant arbitrairement de décider si des images peuvent être considérées comme distinctes ou non :

Critère de Rayleigh

Deux images sont tout juste séparées lorsque le maximum central d'une figure coïncide avec le premier minimum de l'autre.

Dans le cas de la diffraction par une ouverture circulaire, le **critère de Rayleigh** correspond à $\alpha = \theta_1$, où θ_1 est donné par l'équation 7.2. L'aspect des images et des figures de diffraction correspondantes est représenté à la figure 7.23*b*. Pour de petits angles, sin $\theta \approx \theta$, de sorte que la valeur critique θ_c que peut prendre la séparation angulaire α entre les sources s'écrit

Critère de Rayleigh pour la diffraction par une ouverture circulaire

$$\theta_c = \frac{1{,}22\lambda}{a} \qquad (7.3)$$

où a est le diamètre de l'ouverture circulaire ; puisqu'on a utilisé l'approximation sin $\theta_c \approx \theta_c$, l'angle θ_c est exprimé en radians. Si l'on diminue encore la séparation angulaire ($\alpha < \theta_c$), il n'est plus possible de distinguer les deux sources (figure 7.23*c*). Si la diffraction est causée par un orifice non circulaire, le critère de Rayleigh demeure le même, mais l'équation 7.3 doit être adaptée pour tenir compte de la largeur du maximum central des figures de diffraction obtenues ; par exemple, dans le cas de fentes rectangulaires, le facteur 1,22 disparaît.

Si on connaît le diamètre a de l'ouverture d'un télescope ou des lentilles d'un microscope, l'équation 7.3 permet d'estimer la limite minimale ultime que peut prendre la séparation angulaire α entre deux détails (deux points objets) qu'on souhaite distinguer. Il s'agit d'une limite ultime, car, en pratique, bien d'autres

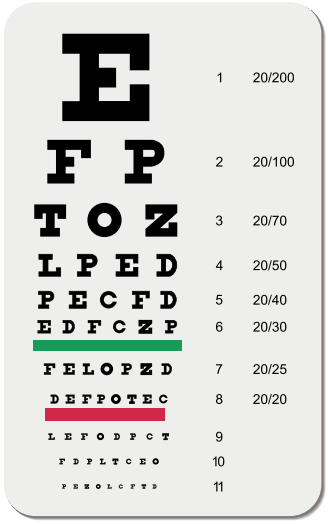
facteurs limitent le pouvoir de résolution d'un instrument, notamment les aberrations optiques dans ses miroirs ou ses lentilles (voir la section 5.1). Si l'instrument est un télescope, le pouvoir de résolution est aussi limité, en raison de la turbulence atmosphérique, à des détails séparés par 1 s d'arc environ (c'est-à-dire 1/3600 degré). Le télescope spatial Hubble (figure 7.25) peut toutefois fonctionner plus près de la limite de diffraction permise par son miroir de 2,4 m de diamètre puisqu'il est en orbite au-dessus de l'atmosphère (à 600 km d'altitude).

Comme c'est le cas pour les instruments optiques, le pouvoir de résolution de chacun de nos yeux est limité par la diffraction qui se produit quand la lumière y pénètre en traversant la pupille, qui est un orifice circulaire. Un œil en bonne santé peut distinguer des détails séparés par 30 à 60 s d'arc, à peine plus que la limite théorique imposée par la diffraction. Le tableau de Snellen, un test classique utilisé pour mesurer l'acuité visuelle, permet d'évaluer le pouvoir de résolution de l'œil (figure 7.26*a*). Chez les animaux, les yeux de l'aigle ont le pouvoir de résolution le plus élevé. Cela est dû à sa pupille de grande dimension (figure 7.26*b*), mais aussi à la plus grande densité des photorécepteurs au centre de sa rétine. ●

▲ Figure 7.25

Le télescope spatial Hubble est en orbite bien au-dessus de l'atmosphère. Son pouvoir de résolution n'est donc pas détérioré par les turbulences atmosphériques.

(*a*)



(*b*)

◀ Figure 7.26

(*a*) Le tableau de Snellen, utilisé pour les tests d'acuité visuelle. La lecture de la dernière ligne suppose une capacité à résoudre des détails séparés par seulement 60 s d'arc. (*b*) La grande pupille de l'aigle impose une limite plus faible à son angle critique θ_c.

Exemple 7.4

(a) Le télescope optique du mont Palomar a un diamètre de 200 po (5,08 m). Quelle distance minimale doit séparer deux objets situés sur la Lune, qui est à une distance de $3{,}84 \times 10^8$ m, si on veut les distinguer ? Considérer que la longueur d'onde correspond au centre du spectre visible et que le pouvoir de résolution n'est limité que par la diffraction. (b) Un satellite-espion en orbite à une altitude de 200 km est équipé d'un miroir de 50 cm de diamètre. En supposant que le pouvoir de résolution soit limité uniquement par la diffraction, quelle doit être la plus petite distance entre deux objets à la surface de la Terre pour qu'ils soient tout juste séparés lorsqu'on les observe à partir du satellite ? On donne $\lambda = 400$ nm.

Solution

(a) Le spectre visible correspondant à l'intervalle de 400 nm à 700 nm (voir la section 4.2), on prend $\lambda \approx 550$ nm. Selon l'équation 7.3, l'angle critique est de

$$\theta_c = \frac{(1{,}22)(5{,}5 \times 10^{-7}\ \text{m})}{5{,}08\ \text{m}} = 1{,}32 \times 10^{-7}\ \text{rad} \quad \text{(i)}$$

Cette valeur correspond à ≈ 0,3 s d'arc. Comme cet angle est petit, la distance entre deux points distincts sur la Lune peut être assimilée à l'arc de cercle de longueur $s = L\theta_c$ (par la définition du radian), L étant la distance de la Terre à la Lune. Par conséquent,

$$s = L\theta_c = (3{,}84 \times 10^8\ \text{m})(1{,}32 \times 10^{-7}) = 50{,}7\ \text{m} \quad \text{(ii)}$$

Il est donc impossible de voir sur la Lune, par exemple, tout objet laissé lors des missions des années 1960 et 1970. Dans la pratique, le pouvoir de résolution est encore plus faible : la plus petite séparation angulaire qu'il est possible de distinguer ne peut pas être inférieure à 1 s d'arc environ en raison des turbulences atmosphériques et des aberrations optiques dans le miroir. ■

(b) D'après les équations (i) et (ii), on a

$$s = L\theta_c = \frac{1{,}22L\lambda}{a}$$

donc

$$s = \frac{(1{,}22)(2 \times 10^5 \text{ m})(4 \times 10^{-7} \text{ m})}{(0{,}5 \text{ m})} = 0{,}195 \text{ m}$$

Ce satellite-espion est donc en mesure de distinguer des détails sur la Terre d'une taille de l'ordre de 20 cm.

Exemple 7.5

Dans l'obscurité, le diamètre de la pupille d'un œil humain mesure environ 9 mm. À quelle distance ultime un œil sans myopie peut-il distinguer une voiture d'une motocyclette ? Considérer que les phares d'une voiture sont espacés de 1,4 m et que la longueur d'onde correspond au centre du spectre visible.

Solution

Pour distinguer une voiture d'une motocyclette, l'œil doit pouvoir résoudre les deux phares. On considère que son pouvoir de résolution n'est limité que par la diffraction. ■

D'après l'équation 7.3, avec $\lambda \approx 550$ nm :

$$\theta_c = \frac{1{,}22(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{0{,}009 \text{ m}} = 7{,}45 \times 10^{-5}$$

ce qui correspond à 15,4 s d'arc. Puisqu'il s'agit d'un petit angle, on assimile la distance entre les phares à l'arc de cercle $s = L\theta_c$, donc la voiture doit être située à la distance maximale

$$L = \frac{s}{\theta_c} = \frac{(1{,}4 \text{ m})}{(7{,}45 \times 10^{-5})} = 18{,}7 \text{ km}$$

En pratique, l'angle limite (d'un œil non myope) est à peine plus grand que celui que nous venons de calculer.

7.4 LES RÉSEAUX DE DIFFRACTION

Un **réseau** est un dispositif comportant des milliers de fentes très fines (figure 7.27*a*). Ces fentes sont équidistantes et séparées par une distance d, très petite, qu'on appelle le **pas** du réseau. On suppose que les fentes sont si fines que chacune d'elle produit par diffraction des fronts d'onde sphériques uniformes (voir la section 6.2). Ainsi, chacune des N fentes peut être assimilée à une source ponctuelle. En pratique, on fabrique souvent des réseaux où les fentes sont remplacées par des sillons séparés par des traits gravés sur une surface réfléchissante. L'effet obtenu est le même, sauf que la lumière incidente doit provenir du même côté que l'écran et non du côté opposé (voir la photographie de la page titre du chapitre).

La figure de diffraction produite par un réseau devrait présenter des analogies avec celle produite par une fente simple. En effet, le principe de Huygens nous a conduits à assimiler la fente à un très grand nombre de sources ponctuelles produisant des ondelettes qui se superposent. Dans le cas d'un réseau, il y a *aussi* un très grand nombre de sources ponctuelles qui produisent des ondes se superposant, la seule différence étant que ces sources sont séparées par une distance finie (bien que très petite), qui correspond au pas du réseau.

Si on regarde tout près du centre de l'écran, on remarque effectivement des similitudes : la figure 7.27*b* montre l'intensité obtenue à proximité de l'écran, pour un réseau comportant $N = 8$ fentes. On voit bien qu'elle présente un maximum central et des maxima secondaires. Plus loin du centre, hors du champ de la figure, on trouve toutefois d'autres maxima *aussi intenses que celui du centre* (figure 7.27*c*). L'existence de ces **maxima principaux** est due à la distance finie

entre les fentes du réseau : alors qu'en s'éloignant de $\theta = 0$, les ondelettes de la figure 7.11*b* (p. 292) ne sont plus jamais toutes en phase, les ondes issues des fentes du réseau peuvent l'être à nouveau. En effet, si la différence de marche entre les rayons 1 et 2 (figure 7.27*a*) est égale à λ, il y a interférence constructive entre ces deux rayons. La même chose est alors valable pour les rayons 2 et 3, et ainsi de suite. Toute différence de marche égale à un nombre entier de longueurs d'onde donne également une interférence constructive. Les différences de marche qui correspondent aux maxima principaux sont donc données par

Différence de marche pour les maxima principaux d'un réseau

$$\delta = m\lambda \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \qquad (7.4)$$

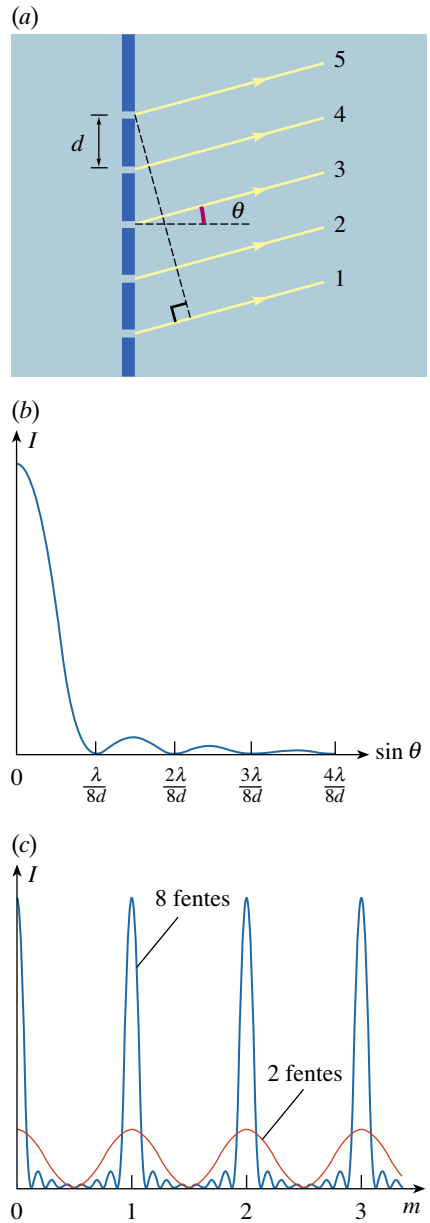
D'après la figure 7.27*a*, la différence de marche entre les rayons provenant de fentes adjacentes est $\delta = d \sin \theta$. On remarque que c'est la même relation que dans l'expérience de Young.

La figure 7.27*c* montre l'intensité de la lumière mesurée à l'écran pour un réseau où $N = 8$ et un autre où $N = 2$; la section suivante explique comment on obtient ce résultat. Pour une même valeur de d, huit fentes donnent des maxima principaux situés aux mêmes endroits que dans la figure produite par deux fentes (expérience de Young), mais avec six pics secondaires. Pour un réseau comprenant des milliers de fentes, les maxima principaux n'ont plus qu'une faible largeur angulaire tout en étant très intenses et les pics secondaires sont négligeables en comparaison.

Cette plus grande étroitesse des maxima principaux peut s'expliquer qualitativement de la manière suivante. Une petite variation de θ s'écartant de la condition de l'équation 7.4 correspond à une petite différence de marche entre des fentes adjacentes. Mais si on ajoute des fentes supplémentaires, la différence de marche avec ces dernières sera plus grande, car elles sont plus éloignées. S'il y a beaucoup de fentes, il suffit d'une faible variation de l'angle θ pour que la différence de marche entre la première et la dernière fente atteigne $\lambda/2$ et que l'interférence destructive commence à réduire l'intensité produite sur l'écran.

Les réseaux jouent un rôle extrêmement important dans l'analyse de la lumière émise par différentes sources. En traversant un réseau, chaque couleur produit ses maxima principaux dans des directions différentes de celles des autres couleurs. Ainsi, la lumière incidente est décomposée, ce qui permet de déterminer les longueurs d'onde qui la composent. Cette opération nous renseigne sur la nature de la source lumineuse. Cette capacité d'un réseau à séparer les différentes couleurs qui composent la lumière incidente le rend analogue à un prisme, sauf que son pouvoir de résolution est typiquement meilleur. En revanche, l'intensité d'une couleur donnée est plus faible qu'avec un prisme parce que chaque longueur d'onde est étalée sur un grand nombre d'ordres.

Comme nous le verrons à la section 9.1, la séparation des couleurs par un réseau permet de distinguer les *spectres continus*, où chaque longueur d'onde est présente, ce qui donne un arc-en-ciel sur l'écran, et les *spectres discrets* (aussi appelés *spectres de raies*), composés d'une série de longueurs d'onde précises qui forment de petites raies sur l'écran. Une ampoule incandescente produit un spectre continu, alors qu'une enseigne commerciale dite « au néon » génère un spectre discret caractéristique du gaz qu'on trouve dans le tube (figure 7.28). C'est seulement après que Fraunhofer eut appris à réaliser des réseaux assez fins, vers 1823, que l'on a pu déterminer avec précision les longueurs d'onde



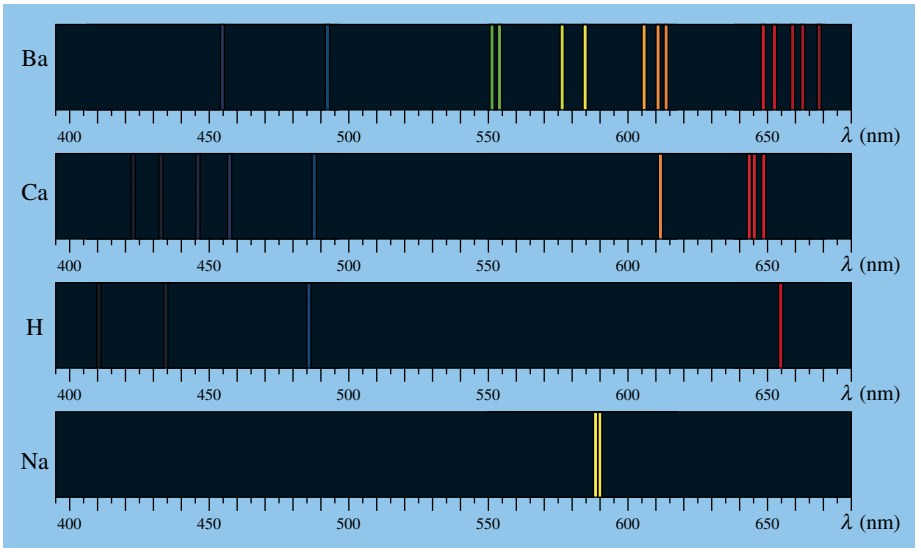
▲ Figure 7.27

(*a*) Interférence due à des fentes multiples. Ici, le réseau représenté n'a que cinq fentes, mais les réseaux ont typiquement des milliers de fentes. (*b*) Intensité obtenue à proximité de l'écran pour un réseau où $N = 8$. (*c*) Figure de diffraction complète. On voit aussi les changements produits lorsqu'on augmente N. Dans un réseau comportant des milliers de fentes, les maxima principaux sont très étroits et les maxima secondaires ne sont pas visibles (voir aussi la figure 7.32, p. 308).

de la lumière émise par diverses sources. Les travaux de Fraunhofer lui permirent notamment de montrer que le spectre de chaque étoile différait du spectre solaire.

Figure 7.28

Spectres discrets émis par quelques éléments. Pour observer ces spectres, on place le gaz à basse pression dans un tube et on y fait passer une décharge électrique. La lumière émise est ensuite décomposée avec un réseau de diffraction.



Exemple 7.6

De la lumière de longueur d'onde 550 nm éclaire selon la normale un réseau comprenant 400 traits/mm. (a) Calculer l'angle auquel on observe les maxima principaux pour les ordres 2, 3 et 4. (b) Quel est le nombre total de maxima principaux observés ?

Solution

(a) Le pas d du réseau correspond à l'intervalle entre les traits :

$$d = \frac{1 \text{ mm}}{400} = 2{,}5 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Pour le deuxième ordre, $m = 2$ et l'équation 7.4 donne

$$\delta = 2\lambda = 1100 \text{ nm}$$

Puisque $\delta = d \sin \theta_2$, on trouve

$$\sin \theta_2 = \frac{\delta}{d} = \frac{1100 \times 10^{-9} \text{ m}}{2{,}5 \times 10^{-6} \text{ m}} = 0{,}44$$

d'où $\theta_2 = 26{,}1°$. De même, on trouve $\theta_3 = 41{,}3°$ pour le 3e ordre et $\theta_4 = 61{,}6°$ pour le 4e ordre.

(b) Si on reprend le calcul précédent pour le 5e ordre, on trouve $\sin \theta > 1$, ce qui est impossible : les maxima d'ordre 5 n'existent pas. On observe donc 9 maxima principaux : le maximum central flanqué de 4 maxima de chaque côté.

Exemple 7.7

L'hydrogène gazeux est utilisé dans certaines enseignes commerciales dites « au néon », car il produit une lumière « rose ». On projette cette lumière sur un réseau comportant 500 traits/mm et on observe, à l'ordre 1, une très brillante raie rouge à $\theta_1 = 19{,}15°$, précédée d'une raie turquoise à 14,06° et de deux raies violettes à 12,53° et 11,83°. Déterminer les longueurs d'onde qui composent le spectre visible de l'hydrogène.

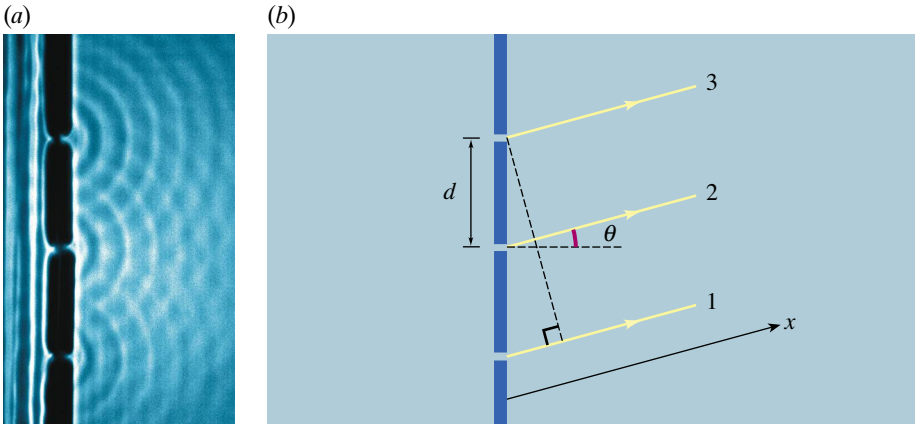
Solution

Les raies correspondent aux maxima principaux des différentes couleurs et on spécifie qu'il s'agit de l'ordre $m = 1$. En substituant les angles fournis dans $\delta = d \sin \theta$ puis dans l'équation 7.4, on obtient les longueurs d'onde 656 nm, 486 nm, 434 nm et 410 nm. Ces longueurs d'onde correspondent bien aux couleurs indiquées. On peut les voir à la figure 7.28.

Nous reviendrons sur le spectre visible de l'hydrogène à la section 9.5, car l'étude des quatre longueurs d'onde de son spectre visible a joué un rôle important dans l'évolution du modèle atomique. ■

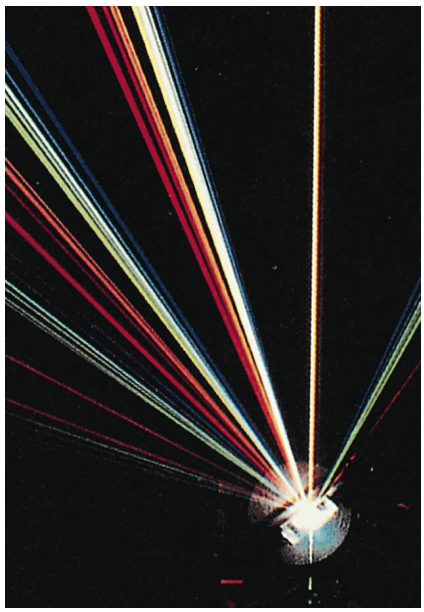
7.5 LES FENTES MULTIPLES

Dans cette section, nous allons prédire l'intensité théorique de la figure de diffraction produite par un réseau à N fentes. Pour illustrer la démarche, nous commençons par étudier l'amplitude résultante de vagues qui traversent $N = 3$ fentes (figure 7.29*a*). La démarche se compare à celle de la section 6.4, où on a considéré le cas $N = 2$.



▲ Figure 7.29

(*a*) Trois fentes diffractent des vagues rectilignes. (*b*) Les trois ondes se dirigeant vers le point P (situé loin à droite, hors du champ de la figure). On considère qu'elles progressent le long de l'axe des x dont l'origine $x = 0$ est choisie au point P.



Combien d'ordres voyez-vous dans ce spectre de réseau ?

La figure 7.29*b*, conformément aux critères de Fraunhofer, illustre trois ondes issues des fentes avec la même phase et dirigées vers un même point P situé loin des fentes (loin à droite, hors du champ de la figure). En raison de leur différence de marche, les ondes n'ont plus la même phase en parvenant au point P. Si on imagine un axe des x le long de leur direction commune (l'origine $x = 0$ est choisie au point P), les déplacements transversaux des trois vagues sont modélisés par les fonctions d'onde*

$$\begin{aligned} y_1 &= A \sin(\omega t - kx + \phi_1) \\ y_2 &= A \sin(\omega t - kx + \phi_2) \\ y_3 &= A \sin(\omega t - kx + \phi_3) \end{aligned}$$

Dans ces équations, on a ignoré la baisse d'amplitude avec la distance, mais on peut considérer que A est l'amplitude qu'aurait chaque vague individuelle en arrivant au point P. On considère les fentes assez étroites pour que A ait la même valeur, peu importe la direction où se trouve le point P.

On voit d'après ces équations que les vagues issues de sources voisines ne diffèrent que par leur déphasage $\Delta\phi = \phi_3 - \phi_2 = \phi_2 - \phi_1$. Puisque ce déphasage est dû à la différence de marche $\delta \approx d \sin\theta$ entre les vagues issues de fentes adjacentes, il est donné par

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta \qquad (7.5)$$

où nous avons utilisé l'équation 2.11*a* et où d est la distance entre les fentes adjacentes. En choisissant de façon appropriée le temps $t = 0$, les trois fonctions d'onde peuvent s'écrire

$$\begin{aligned} y_1 &= A \sin(\omega t - kx) \\ y_2 &= A \sin(\omega t - kx + \Delta\phi) \\ y_3 &= A \sin(\omega t - kx + 2\Delta\phi) \end{aligned} \qquad \text{(i)}$$

* L'utilisation de la forme « $\omega t - kx$ » plutôt que « $kx - \omega t$ » simplifiera les démarches qui suivent.

La fonction d'onde résultante est

$$y = y_1 + y_2 + y_3 = A_T \sin(\omega t - kx + \Delta\phi_T) \qquad \text{(ii)}$$

où A_T est l'amplitude résultante et $\Delta\phi_T$ est le déphasage de l'onde résultante par rapport à y_1. Il s'agit de deux constantes à déterminer (si on ne s'intéresse qu'à l'amplitude A_T au point P, on laissera tomber la détermination de $\Delta\phi_T$). À la section 6.4, nous avons déterminé ces deux constantes en utilisant une identité trigonométrique pour additionner les fonctions d'onde. Cette méthode n'est toutefois pas commode dans le cas de trois sources ou plus. Il nous faut un moyen analytique plus puissant.

La représentation de Fresnel

Nous allons utiliser la **représentation de Fresnel**, un outil qui permet d'additionner des fonctions sinusoïdales à la condition qu'elles ne dépendent que du temps. Si on considère un point de l'axe des x, par exemple la coordonnée $x = 0$ du point P, les trois fonctions d'onde de l'équation (i) deviennent de simples fonctions du temps :

$$\begin{aligned} y_1 &= A \sin(\omega t) \\ y_2 &= A \sin(\omega t + \Delta\phi) \\ y_3 &= A \sin(\omega t + 2\Delta\phi) \end{aligned} \qquad \text{(iii)}$$

De même, leur résultante donnée par l'équation (ii) devient

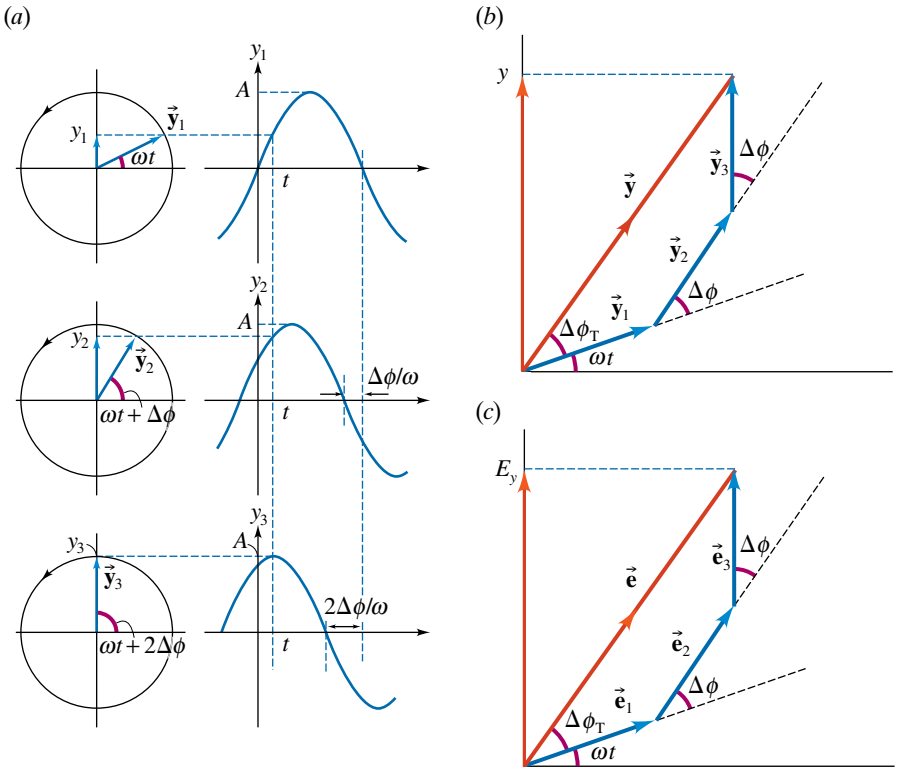
$$y = y_1 + y_2 + y_3 = A_T \sin(\omega t + \Delta\phi_T) \qquad \text{(iv)}$$

Les trois fonctions de l'équation (iii) représentent l'oscillation transversale de l'eau que chaque vague individuelle produirait au point P. Les constantes A_T et $\Delta\phi_T$ ont la même valeur dans les équations (ii) et (iv) ; trouver A_T dans l'une ou dans l'autre revient donc au même.

Vecteurs de Fresnel

Dans la représentation de Fresnel, l'oscillation de chacune des fonctions de l'équation (iii) est représentée par la rotation d'un **phaseur** ou **vecteur de Fresnel**. Par exemple, on représente à la figure 7.30*a* la fonction $y_2 = A \sin(\omega t + \Delta\phi)$ par un vecteur $\vec{\mathbf{y}}_2$ qui tourne dans le sens antihoraire avec la fréquence angulaire ω. Ce vecteur a pour longueur la valeur maximale A de la fonction. Pendant qu'il tourne, il forme avec l'horizontale un angle croissant $\omega t + \Delta\phi$, donc sa composante selon l'axe « vertical » représente la valeur instantanée y_2. (La composante « horizontale » n'a aucune signification physique.) La fonction $y_3(t)$, elle, est représentée par un vecteur qui forme avec l'horizontale l'angle $\omega t + 2\Delta\phi$. À un instant t quelconque, les vecteurs $\vec{\mathbf{y}}_2$ et $\vec{\mathbf{y}}_3$ sont donc toujours séparés par un angle de $\Delta\phi$. En plus des trois vecteurs de Fresnel représentant les fonctions de l'équation (iii), la figure 7.30*a* montre aussi le graphique des oscillations correspondantes en fonction du temps. On constate que la rotation de $\vec{\mathbf{y}}_3$ [ou l'oscillation $y_3(t)$] est la plus en avance, ce qui correspond au fait que l'onde issue de la fente 3 à la figure 7.29*b* avait une plus faible distance à parcourir avant de parvenir au point P.

Pour additionner ces fonctions sinusoïdales, il suffit de représenter sur un même **diagramme de Fresnel** les vecteurs de Fresnel qui correspondent à chacune d'elles (figure 7.30*b*). On réalise alors que $y_1 + y_2 + y_3$ est la composante « verticale » du vecteur résultant. Le procédé est le même que celui utilisé pour additionner des tensions sinusoïdales au chapitre 12 du tome 2, sauf que la figure 7.30*b* représente les trois vecteurs mis bout à bout pour qu'on puisse mieux visualiser leur résultante. (Comparez les angles inscrits sur cette figure avec ceux de la figure 7.30*a* et vérifiez que les vecteurs correspondants forment



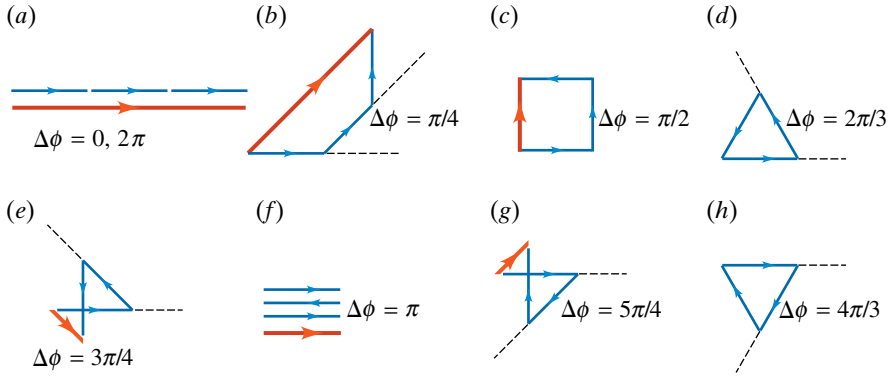
◀ Figure 7.30

(*a*) Trois vecteurs de Fresnel qui représentent l'oscillation transversale de l'eau que chaque vague individuelle produirait au point *P*. Chaque diagramme est accompagné de la fonction $y(t)$ correspondante. (*b*) Diagramme de Fresnel permettant d'additionner graphiquement les trois fonctions sinusoïdales présentées en (*a*). (*c*) Diagramme de Fresnel équivalent quand on remplace les vagues par des ondes électromagnétiques. Chaque vecteur de Fresnel représente une *composante* du vecteur champ électrique.

le même angle avec l'horizontale.) Quand le temps t progresse, l'angle $\Delta\phi$ entre les vecteurs consécutifs demeure identique, même si les trois vecteurs tournent. La résultante $\vec{\mathbf{y}}$ de ces trois vecteurs a donc un module constant, bien qu'elle tourne elle aussi.

Nous allons maintenant chercher à exprimer A_T, l'amplitude de l'onde résultante au point *P*, en fonction de A, l'amplitude que chaque onde y produirait en l'absence des autres. À la section 6.4, nous avions obtenu que ce résultat pour deux ondes est $A_T = A_{max} \cos(\Delta\phi/2)$. Cette fois, nous n'obtenons pas d'équation : il faut plutôt calculer $\Delta\phi$ avec l'équation 7.5, tracer le diagramme de Fresnel pour un instant t fixe en supposant que chacun des vecteurs a pour longueur A et déterminer le module A_T de leur résultante. À la figure 7.31, on a choisi de représenter $\vec{\mathbf{y}}_1$, $\vec{\mathbf{y}}_2$, $\vec{\mathbf{y}}_3$ et le vecteur résultant $\vec{\mathbf{y}}$ à l'instant $t = 0$, mais pour différentes valeurs de $\Delta\phi$ (c'est-à-dire pour plusieurs positions du point *P*). On obtient un maximum principal quand les vecteurs de Fresnel sont *tous* alignés. Les maxima principaux se produisent donc aux endroits où $\Delta\phi = 0, 2\pi, 4\pi$, et ainsi de suite (figure 7.31*a*). Le module du vecteur de Fresnel résultant dans ces cas est $A_T = 3A \equiv A_{max}$, ce qui correspond physiquement à un positionnement du point *P* tel que les ondes qui atteignent ce point interfèrent *toutes* de façon constructive. Pour $3\Delta\phi = 2\pi, 4\pi$, et ainsi de suite, ce qui équivaut à $\Delta\phi = 2\pi/3$, $4\pi/3$, $8\pi/3$, et ainsi de suite, le diagramme de Fresnel se referme sur lui-même et $A_T = 0$: ce sont les minima (figures 7.31*d* et 7.31*h*). Comme le second maximum principal se produit pour $\Delta\phi = 2\pi$, il y a plusieurs minima entre chacun des maxima principaux. Entre deux de ces minima, A_T est non nulle sans que les trois ondes soient forcément en phase : il y a donc des maxima secondaires. En résumé, pour un système à $N = 3$ fentes,

(maxima principaux)	$\Delta\phi = 2m\pi$	$m = 0, 1, 2, 3, \ldots$
(minima)	$\Delta\phi = \dfrac{2p\pi}{3}$	$p = 1, 2, 4, 5, \ldots$ $(p \neq 3, 6, 9, \ldots)$



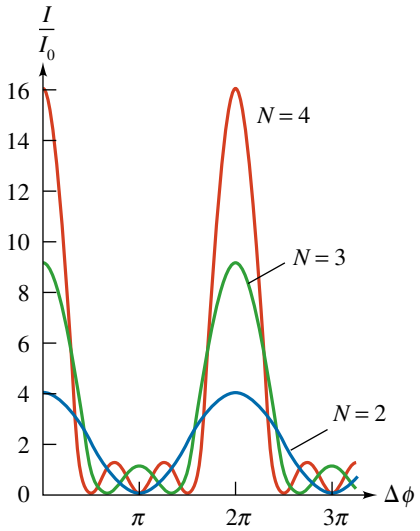
▶ Figure 7.31

Plusieurs diagrammes de Fresnel pour trois fentes. En (*a*), l'amplitude résultante est maximale. Cette situation se produit au centre ($\theta = 0$), où $\Delta\phi = 0$, mais aussi là où $\Delta\phi = 2\pi, 4\pi, \ldots$ En (*d*) et (*h*), $\Delta\phi$ prend une valeur telle que $A_T = 0$. En (*f*), pour $\Delta\phi = \pi$, le module A_T du vecteur résultant est plus élevé qu'en (*e*) et en (*g*), ce qui correspond à un maximum local, mais n'est pas aussi élevé qu'en (*a*). Cette situation correspond donc au maximum secondaire.

Si on remplace les vagues par de la lumière, ce n'est plus l'eau qui oscille mais les champs de l'onde électromagnétique. La même analyse peut donc s'appliquer, mais on doit tenir compte du fait qu'un vecteur de Fresnel ne peut représenter qu'une quantité *scalaire*, alors que le champ électrique est un vecteur. Ainsi, un vecteur de Fresnel doit représenter une *composante* du champ. Les ondes se propageant le long de l'axe des x, on peut supposer que leur champ électrique oscille selon l'axe des y. La composante selon y du champ résultant est donc donnée par

$$E_y = E_{0T} \sin(\omega t + \Delta\phi_T) \qquad \text{(v)}$$

Cette équation est représentée par le vecteur de Fresnel résultant à la figure 7.30*c* (où on utilise le symbole $\vec{\mathbf{e}}$ pour distinguer le vecteur de Fresnel du vecteur champ $\vec{\mathbf{E}}$). Si on compare les équations (iv) et (v), la position transversale de l'eau, y, est devenue la composante transversale du champ électrique, E_y. (Dans le cas de la lumière, la direction de l'axe des y est rarement connue, mais ce n'est pas nécessaire : il suffit de savoir qu'elle est identique pour les trois ondes puisque ces trois ondes proviennent du même front d'onde.)



▲ Figure 7.32

La distribution d'intensité produite par trois fentes comparée aux figures produites par deux fentes et par quatre fentes.

Dans le cas des vagues, on peut mesurer facilement l'amplitude mais, dans le cas de la lumière, c'est l'intensité moyenne, c'est-à-dire la puissance moyenne qu'elle véhicule par unité de surface de front d'onde, qui est plus facilement perceptible. Or, l'intensité d'une onde lumineuse est proportionnelle au *carré* de son amplitude (voir l'équation 4.3). Pour les maxima principaux où $E_{0T} = 3E_0 \equiv E_{0max}$, on a donc $I = 9I_0 \equiv I_{max}$, où I_0 est l'intensité correspondant à l'onde d'amplitude E_0 qui serait produite au point P par une fente seule et I est l'intensité correspondant à l'onde résultante d'amplitude E_{0T}. (À la section 6.4, nous avions $I = 4I_0 = I_{max}$ pour deux fentes.) Le graphique de distribution d'intensité dans le cas de trois fentes est représenté en vert à la figure 7.32. À titre de comparaison, on a également représenté les graphiques obtenus pour deux et quatre fentes, avec la même valeur de d. On remarque qu'entre chaque paire de minima sur le diagramme obtenu avec trois sources, les *maxima secondaires* apparaissent pour $\Delta\phi = \pi, 3\pi, 5\pi$, et ainsi de suite (figure 7.31*f*). À l'emplacement d'un maximum secondaire, deux vecteurs de Fresnel sont de sens opposés, de sorte que l'intensité résultante est simplement I_0. Notons que les maxima principaux deviennent plus étroits et plus intenses au fur et à mesure que le nombre de fentes augmente, alors que les maxima secondaires deviennent plus nombreux mais comparativement plus négligeables.

Le cas de la lumière diffractée par un réseau à *N* fentes

Généralisons maintenant notre raisonnement précédent au cas de la lumière cohérente diffractant par un réseau à N fentes. Si la distance entre les fentes est d, la différence de phase entre les ondes issues de fentes *adjacentes* en direction du point P est encore donnée par l'équation 7.5. Le diagramme de Fresnel est

représenté à la figure 7.33. Comme dans le cas d'un réseau à trois fentes, chacun des points de l'écran où se produit un *maximum principal* correspond à des vecteurs de Fresnel tous alignés, donc à $E_{0T} = NE_0 \equiv E_{0max}$ et $I = N^2 I_0 \equiv I_{max}$. Ces maxima principaux se produisent donc aux endroits où $\Delta\phi = 0, 2\pi, 4\pi$, et ainsi de suite. Pour $N\Delta\phi = 2\pi, 4\pi$, et ainsi de suite, ce qui équivaut à $\Delta\phi = 2\pi/N$, $4\pi/N$, et ainsi de suite, le diagramme se referme sur lui-même et l'intensité est nulle. En résumé, pour un système à N fentes

$$\begin{aligned} &\text{(maxima principaux)} && \Delta\phi = 2m\pi && m = 0, 1, 2, 3, \ldots \\ &\text{(minima)} && \Delta\phi = \frac{2p\pi}{N} && p = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots \\ & && && (p = N, 2N, 3N, \ldots) \end{aligned} \qquad (7.6)$$

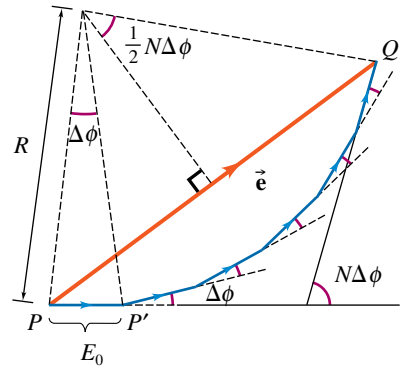
Notons que, pour les minima, p prend toutes les valeurs entières sauf N, $2N$, $3N$, et ainsi de suite, puisque les valeurs $\Delta\phi = 2\pi, 4\pi$, et ainsi de suite correspondent aux maxima principaux. Le premier minimum ($p = 1$) situé à côté du maximum principal du centre ($\theta = 0$) se produit pour $\Delta\phi = 2\pi/N$, ou, d'après l'équation 7.5, lorsque

$$\text{(premier minimum)} \qquad \sin\theta = \frac{\lambda}{Nd} \qquad (7.7)$$

Comme θ dans l'équation 7.7 est mesuré par rapport au centre du maximum principal ($\theta = 0$), cette même équation donne aussi la demi-largeur angulaire du pic d'intensité correspondant à ce maximum principal. Or, cette largeur étant inversement proportionnelle à N, cela montre bien qu'au fur et à mesure que le nombre de fentes N augmente, les maxima principaux deviennent de plus en plus étroits, bien que leurs positions ne varient pas par rapport à la figure produite par deux sources.

Nous avons jusqu'ici obtenu les positions des maxima principaux et des minima, mais pas les courbes complètes illustrées à la figure 7.32. Pour ce faire, on peut utiliser les propriétés générales du diagramme de la figure 7.33 pour démontrer une expression analytique donnant l'intensité en fonction de $\Delta\phi$ (voir le problème P11).

La figure 7.34 montre le radar Pave Paws, à Cape Cod, mis au point pendant la guerre froide pour surveiller des centaines de cibles simultanément. Le principe de fonctionnement de ce radar est le même que celui d'un radar ordinaire : une onde est projetée dans une direction et on cherche à en capter les réflexions produites par des objets volants éventuels. Toutefois, contrairement à un radar ordinaire qui doit tourner pour balayer chaque direction, celui-ci ne tourne pas. Il comporte 1800 antennes sur chacune des deux faces de sa structure pyramidale et il équivaut à un système à N fentes en deux dimensions. Les antennes sont fixes, mais le déphasage entre des antennes adjacentes varie électroniquement, de sorte que le faisceau émis (qui est composé d'impulsions de 5 ms) balaye une plage de 120° en quelques microsecondes. Les relations entre la phase et la séparation des sources (équation 7.5) s'appliquent également aux ondes *reçues* par un réseau d'antennes. On peut donc utiliser l'équation 7.7 pour évaluer le pouvoir de résolution d'un tel réseau d'antennes, comme on le montre dans l'exemple 7.8.



▲ **Figure 7.33**

Un diagramme de Fresnel pour N fentes. Il peut servir à déterminer l'intensité en fonction de $\Delta\phi$ (voir le problème P11).

(*a*)

(*b*)

▲ **Figure 7.34**

(*a*) Dans le radar Pave Paws, un réseau à deux dimensions d'antennes micro-ondes permet de surveiller simultanément des centaines de cibles. En faisant varier électroniquement la phase entre les antennes, on peut balayer en quelques microsecondes un angle de 120°.
(*b*) Gros plan d'un des côtés.

Exemple 7.8

À Socorro, au Nouveau-Mexique, se trouve un réseau d'antennes, appelé *Very Large Array*, composé de plusieurs radiotélescopes pouvant se déplacer sur des rails (figure 7.35). (a) Si un segment de droite de 10,8 km de long porte 9 télescopes régulièrement espacés et que le signal provenant de l'espace a une longueur d'onde

▲ Figure 7.35

Le réseau appelé *Very Large Array*, situé à Socorro au Nouveau-Mexique, est constitué de radiotélescopes mobiles disposés en Y. Les signaux des antennes sont envoyés à une station centrale de traitement. Le système a un pouvoir de résolution équivalent à celui d'un seul radiotélescope de 37 km de diamètre.

de 21 cm, trouver la séparation angulaire minimale entre deux sources que ce réseau d'antennes est capable de distinguer. (b) Comparer le pouvoir de résolution de ce réseau à celui d'une antenne circulaire seule.

Solution

(a) Bien qu'il s'agisse d'antennes de réception et non de fentes rectilignes, on suppose que l'information captée par chaque antenne peut être superposée à celle des 8 autres et former une sorte de figure d'interférence virtuelle, équivalente à ce que donnerait la figure 7.32 pour $N = 9$. Puisqu'il y a 9 antennes, il y a 8 intervalles d entre elles qui totalisent 10,8 km ; ainsi, $d = 1{,}35$ km.

Comme nous considérons ici qu'il y a deux sources, *chacune* d'elles produit une figure d'interférence et les pics d'intensité correspondant au maximum principal du centre se superposent en partie. Pour pouvoir distinguer les sources, en vertu du critère de Rayleigh, ces pics d'intensité ne doivent pas se chevaucher de plus de leur moitié. Leur séparation angulaire doit donc être inférieure ou égale à leur demi-largeur angulaire θ, donnée par l'équation 7.7. Dans le cas présent, $d = 1{,}35$ km et $N = 9$, de sorte que

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{Nd} = \frac{0{,}21\text{ m}}{(9)(1{,}35\times10^{3}\text{ m})} = 1{,}73\times10^{-5}$$

Pour un angle aussi petit, $\sin\theta \approx \theta$, d'où

$$\theta = 1{,}73\times10^{-5}\text{ rad} = 3{,}57\text{ s d'arc}$$

(b) Comparons maintenant l'équation 7.7 avec l'équation 7.3, qui correspond à une simple ouverture circulaire.

Si l'on ne tient pas compte du facteur 1,22, on voit que le réseau de N petites antennes espacées de d a à peu près le même pouvoir de résolution qu'une antenne simple de diamètre $a = Nd$. Dans ce cas, le radiotélescope aurait un diamètre de plus de 10 km… ■

En combinant les signaux reçus par les radiotélescopes de différents pays, on peut obtenir un pouvoir de résolution encore meilleur que celui du *Very Large Array*.

7.6 L'INTENSITÉ DE LA FIGURE DE DIFFRACTION PRODUITE PAR UNE FENTE SIMPLE

À la section 7.2, nous nous sommes contentés de déterminer les positions des minima sur la figure de diffraction produite par une fente simple et d'estimer que les maxima étaient situés approximativement à mi-chemin entre ces minima. Nous allons maintenant prédire la distribution d'intensité sur l'ensemble de la figure et déterminer plus précisément les positions des maxima secondaires en nous servant d'un diagramme de Fresnel.

Pour ce faire, il suffit d'adapter l'analyse précédente pour N fentes au cas d'une fente simple de largeur a. On fait tendre N vers l'infini en même temps qu'on fait tendre vers zéro l'amplitude A produite par chaque source. Pour une certaine valeur arbitraire de l'angle θ, l'ensemble discret de vecteurs de Fresnel de la figure 7.33 est remplacé à la figure 7.36 par un arc continu. En effet, par le principe de Huygens, la fente doit être considérée comme un grand nombre N de sources linéaires cohérentes, dont chacune produit une ondelette. Plus ces sources sont nombreuses, plus elles sont rapprochées, ce qui rend difficile le calcul de la différence de phase entre les ondelettes issues de fentes adjacentes. La différence de phase la plus facile à calculer est celle de la première et de la dernière ondelette (approximativement les rayons 1 et 12 sur la figure 7.11, p. 292).

Les critères de Fraunhofer étant respectés, les rayons sortants sont parallèles, de sorte que la différence de marche entre les deux rayons extrêmes est $\delta = a \sin\theta$. La différence de phase correspondante est

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi}{\lambda}a \sin\theta \qquad (7.8)$$

On peut déterminer la longueur de l'arc à la figure 7.36 en imaginant ce que serait ce diagramme de Fresnel dans le cas des ondelettes dirigées vers le centre de l'écran, droit derrière la fente ($\theta = 0$). On aurait alors $\alpha = 0$, ce qui signifie que tous les vecteurs de Fresnel seraient alignés ; l'amplitude résultante serait alors $A_T = NA = A_{max}$. Or, sur la figure 7.36, chacun des N vecteurs a la même longueur A que dans ce scénario, de sorte que leur longueur totale, *celle de l'arc*, demeure A_{max}. Le segment PQ correspond à l'amplitude résultante A_T dans la direction θ. On voit, d'après la géométrie de la figure, que

$$A_T = 2R \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

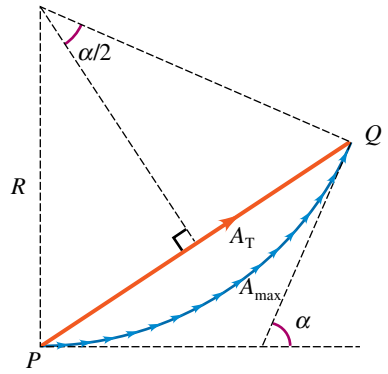
et que

$$A_{max} = R\alpha$$

En éliminant R, on obtient

$$A_T = A_{max}\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \qquad (7.9)$$

L'intensité ($I \propto A_T^2$) s'écrit



▲ **Figure 7.36**

Le diagramme de Fresnel pour une fente simple. Les contributions des sources infinitésimales dans la fente forment un arc continu de longueur A_{max}. La résultante est la sécante A_T.

Intensité de la figure de diffraction produite par une fente simple

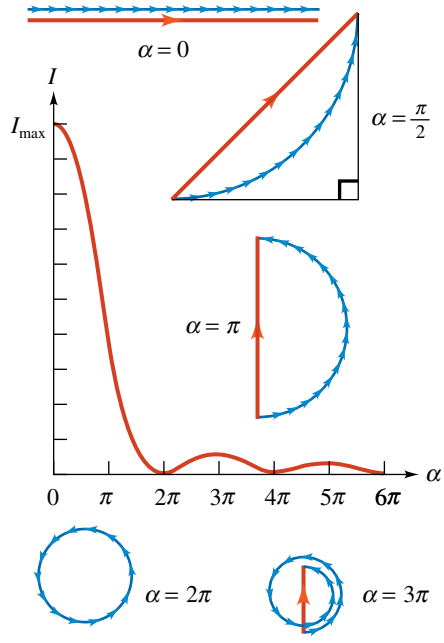
$$I = I_{max}\frac{\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2} \qquad (7.10)$$

où I_{max} est l'intensité pour $\theta = 0$. La figure 7.37 représente la distribution d'intensité et quelques diagrammes de Fresnel. Notons que la longueur des arcs de cercle de tous les diagrammes est la même : A_{max}. Le diagramme se referme sur lui-même si $\alpha = 2\pi, 4\pi, 6\pi$, et ainsi de suite, ce qui signifie que l'amplitude résultante prédite est nulle. Ainsi, d'après l'équation 7.10, l'intensité prédite est nulle si $\alpha = 2M\pi$ ou

(minima) $$a \sin\theta = M\lambda \qquad M = \pm1, \pm2, \pm3, \ldots \qquad (7.11)$$

Cela concorde bien avec l'analyse faite à la section 7.2. Examinons maintenant les intensités en quelques points de l'écran.

Pour $\alpha = \pi$, la résultante est le diamètre du demi-cercle de longueur A_{max}, donc $\pi A_T/2 = A_{max}$ ou encore $A_T = 2A_{max}/\pi$. L'intensité pour $\alpha = \pi$ est donc $I \propto A_T^2 = (4/\pi^2)I_{max} \approx 0{,}405I_{max}$. Pour $\alpha = 3\pi$, le diagramme effectue 1,5 cercle de diamètre A_T, la longueur totale de l'arc étant A_{max} ; par conséquent, $(3\pi/2)A_T = A_{max}$, ou encore $A_T = (2/3\pi)A_{max}$. L'intensité en ce point est $I = (4/9\pi^2)I_{max} \approx 0{,}045I_0$. Cette valeur est presque égale, mais *pas exactement*,



▲ **Figure 7.37**

La distribution d'intensité et quelques diagrammes de Fresnel pour la diffraction produite par une fente simple.

à l'intensité du premier maximum secondaire. En effet, les maxima secondaires ne sont pas situés à mi-chemin des minima. Leurs positions correspondent plutôt aux valeurs de α pour lesquelles l'équation 7.10 présente un maximum. Le problème P9 montrera que ces positions sont

(maxima secondaires) $\alpha = 2{,}86\pi; 4{,}92\pi; 6{,}94\pi; \ldots$

On confirme que ces valeurs sont presque égales, mais pas tout à fait, à 3π, 5π, 7π, et ainsi de suite. Les intensités correspondant à ces valeurs de α sont déterminées par substitution dans l'équation 7.10 :

$$I = 0{,}047I_{\max}; 0{,}016I_{\max}; 0{,}008I_{\max}; \ldots$$

Le premier pic secondaire a donc une intensité prédite correspondant à 4,7 % seulement de celle du pic central.

Exemple 7.9

De la lumière de longueur d'onde 600 nm éclaire selon la normale une fente de largeur 0,1 mm. Quelle est l'intensité pour $\theta = 0{,}2°$?

Solution

D'après l'équation 7.8,

$$\alpha = \frac{2\pi a \sin\theta}{\lambda}$$
$$= \frac{(2\pi)(10^{-4}\text{ m})(3{,}5\times 10^{-3})}{6\times 10^{-7}\text{ m}} = 3{,}67\text{ rad}$$

En remplaçant dans l'équation 7.10, on trouve l'intensité

$$I = I_{\max}\frac{\sin^2(1{,}84)}{(1{,}84)^2} = 0{,}277I_{\max}$$

Exemple 7.10

À l'aide d'un diagramme de Fresnel, calculer l'intensité en $\alpha = 5\pi$. Confirmer votre résultat en remplaçant dans l'équation 7.10.

Solution

Le diagramme de Fresnel effectue 2,5 cercles. Le diamètre est A_T et la longueur de l'arc de cercle est $A_{\max}$; par conséquent,

$$\left(\frac{5\pi}{2}\right)(A_T) = A_{\max}$$

ce qui signifie que $A_T = 2A_{\max}/5\pi$. En élevant au carré, on trouve

$$I = \frac{4I_{\max}}{25\pi^2} = 0{,}016I_{\max}$$

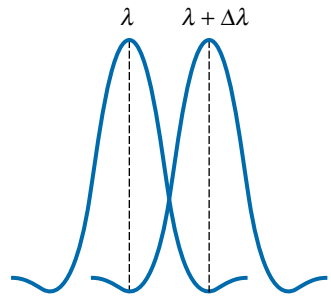
Cela concorde avec l'équation 7.10.

7.7 LE POUVOIR DE RÉSOLUTION D'UN RÉSEAU

Les positions θ des maxima principaux d'un réseau vérifiant l'équation $\sin\theta = m\lambda/d$ (équation 7.4), deux longueurs d'onde rapprochées produisent leurs maxima principaux d'un ordre m donné (> 0) en des directions θ légèrement différentes. Il s'ensuit que le réseau permet de distinguer ces longueurs d'onde. Si deux longueurs d'onde λ et $\lambda + \Delta\lambda$ peuvent tout juste être distinguées en vertu du critère de Rayleigh, le *pouvoir de résolution* du réseau est défini comme

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \qquad (7.12)$$

On peut prédire la valeur du pouvoir de résolution en appliquant le critère de Rayleigh, selon lequel deux maxima principaux du même ordre correspondant à des longueurs d'onde différentes apparaîtront tout juste séparés s'ils se chevauchent exactement de moitié. Plus précisément, au cas limite, le maximum principal (de $m^{\text{ième}}$ ordre) de $\lambda + \Delta\lambda$ coïncide avec le premier minimum d'un côté du maximum principal de même ordre pour λ (figure 7.38).



▲ **Figure 7.38**
Selon le critère de Rayleigh, deux raies produites par un réseau sont à peine séparées lorsqu'un maximum principal d'une longueur d'onde coïncide avec le premier minimum de l'autre longueur d'onde.

D'après l'équation 7.4, la position du maximum principal de $m^{\text{ième}}$ ordre est

(maxima principaux) $$\delta = m(\lambda + \Delta\lambda) \qquad (7.13a)$$

Pour trouver le premier minimum juste en dessous du maximum principal de $m^{\text{ième}}$ ordre pour λ, on utilise l'équation 7.6, avec $p = mN + 1$, ce qui donne $\Delta\phi = 2(mN + 1)\pi/N$. Or, d'après l'équation 7.5, $\Delta\phi = 2\pi\delta/\lambda$; on a donc

(minimum) $$\delta = (mN + 1)\frac{\lambda}{N} \qquad (7.13b)$$

Puisque la différence de marche δ ne dépend que de la position angulaire θ et que celle-ci coïncide quand les deux pics sont tout juste séparés, on peut écrire que les conditions des équations 7.13*a* et 7.13*b* sont égales :

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (mN + 1)\frac{\lambda}{N}$$

En divisant de part et d'autre par $\Delta\lambda$ et en utilisant l'équation 7.12, on obtient $mR + m = (mN + 1)R/N$. En isolant R, on déduit l'expression du pouvoir de résolution R du réseau :

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm \qquad (7.14)$$

Le pouvoir de résolution augmente avec le nombre de fentes N et avec l'ordre m du maximum principal. À cause du chevauchement des spectres d'ordres voisins, m est en général limité à 2 ou à 3.

Exemple 7.11

(a) Quel est le pouvoir de résolution requis pour séparer les deux raies du sodium de longueurs d'onde 589,0 nm et 589,6 nm ? (b) Si un réseau a une largeur de 2 cm qui reçoit de la lumière incidente, combien doit-il avoir de traits par millimètre pour séparer ces longueurs d'onde au troisième ordre ?

Solution

(a) La différence des longueurs d'onde est $\Delta\lambda = 0{,}6$ nm et on prend λ égal à la longueur d'onde moyenne. Le pouvoir de résolution nécessaire est donc

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{589{,}3\text{ nm}}{0{,}6\text{ nm}} = 982$$

(b) Le nombre de fentes N est lié à la largeur ℓ du réseau par la relation $\ell = Nd$, où d est la distance entre les fentes. On a donc $R = Nm = \ell m/d$, ou

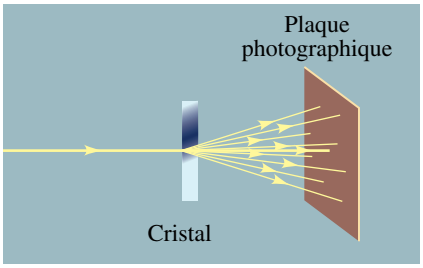
$$d = \frac{\ell m}{R} = \frac{(2\text{ cm})(3)}{982} = 0{,}0061\text{ cm}$$

Le nombre de traits par millimètre est égal à 1/(0,061 mm) = 16,4 traits/mm.

7.8 LA DIFFRACTION DES RAYONS X

En 1895, comme il étudiait les rayons cathodiques (on sait maintenant qu'ils sont formés d'électrons) dans un tube à gaz, Wilhelm Röntgen (1845-1923) observa qu'un morceau de papier enduit de platinocyanure de baryum et posé à côté du

tube devenait fluorescent (comme les cadrans de montres qui deviennent lumineux après avoir été exposés à la lumière). L'effet de fluorescence se produisait même lorsque le tube et le papier étaient séparés par un écran de papier noir. Röntgen pensa que cet effet était causé par des rayons inconnus jusqu'alors, qu'il baptisa donc *rayons X*. Il s'aperçut bientôt qu'ils émanaient de l'endroit où les électrons entraient en collision avec le verre. William Crookes (1832-1919), qui avait mis au point le type de tube à décharge dont se servait Röntgen, avait également remarqué qu'une pellicule photographique placée près du tube se voilait. Mais, au lieu d'en chercher la cause, il préféra envoyer une réclamation à la compagnie Ilford qui fabriquait les pellicules. Cela illustre bien que des observations inattendues, quoique similaires, peuvent conduire à de nombreuses interprétations et que l'ouverture d'esprit est un facteur clé en recherche scientifique.



▲ Figure 7.39

Au passage à travers un cristal, les rayons X produisent une figure caractéristique de la structure cristalline.

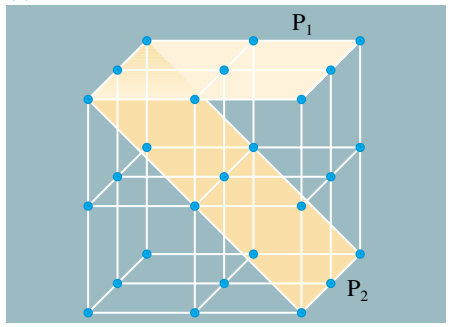
Un peu comme dans le cas de la lumière, on a longtemps hésité entre différents modèles pour représenter les rayons X. Toutefois, on avait réduit les possibilités envisagées à une alternative : il devait s'agir soit d'un jet de particules neutres, soit d'ondes électromagnétiques de très courte longueur d'onde ($\approx 0{,}1$ nm). En 1912, Max von Laue (1879-1960) suggéra que l'on pouvait établir le comportement ondulatoire des rayons X en vérifiant s'ils donnaient lieu à une diffraction. Les réseaux optiques étant bien trop grossiers, il proposa de faire jouer à l'alignement régulier des atomes d'un cristal le rôle d'un réseau de diffraction en trois dimensions. Tirant profit de cette suggestion, Walter Friedrich (1883-1969) et Paul Knipping (1883-1935) firent passer un faisceau étroit de rayons X à travers de fines lames de cristaux divers, notamment du NaCl et du ZnS (figure 7.39). Le faisceau transmis était enregistré sur une plaque photographique. Ils obtinrent un ensemble de taches disposées de façon symétrique, ce qui indiquait clairement que certaines orientations étaient privilégiées, comme c'est le cas pour la lumière traversant un réseau ordinaire. Ces résultats ne pouvaient s'interpréter que si les rayons X étaient considérés comme des ondes. En fait, on considéra qu'on pouvait expliquer tout comportement connu des rayons X en les représentant avec le même modèle que la lumière, celui de l'onde électromagnétique. En d'autres termes, on leur attribua une *nature identique*, la seule différence étant la fréquence de l'onde.

En 1913, William Henry Bragg (1862-1942) et son fils William Lawrence Bragg (1890-1971) firent le raisonnement qui suit. Chaque atome dans un cristal absorbe le rayonnement incident et réémet dans toutes les directions. En général, les ondes diffusées donnent lieu à une interférence destructive, mais si des atomes sont situés dans un *plan*, les ondes réémises interfèrent dans une direction donnée et le plan d'atomes se comporte comme un miroir (figure 7.40*a*). Dans un alignement tridimensionnel d'atomes, on peut trouver de nombreux plans ayant des orientations différentes. À un ensemble donné de plans parallèles correspondent une densité particulière d'atomes et un intervalle d entre les plans (figure 7.40*b*). Considérons les rayons réfléchis par deux plans adjacents

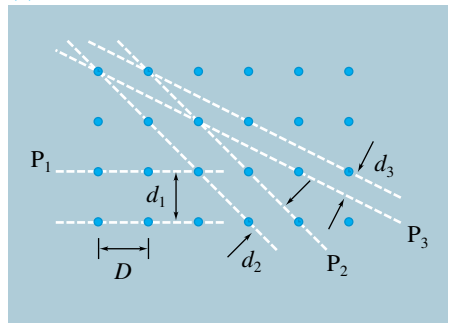
▶ Figure 7.40

(*a*) Les atomes régulièrement espacés d'un cristal forment des plans. (*b*) Ces plans sont caractérisés par une orientation précise et un intervalle donné d. Dans le cas de P_1, $d_1 = D$, la distance interatomique.

(*a*)



(*b*)

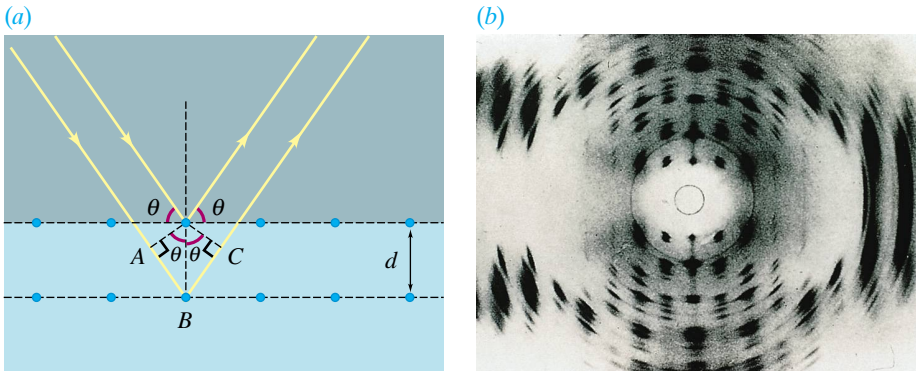


(figure 7.41*a*). Si la différence de marche $ABC = 2d \sin \theta$ est égale à un nombre entier de longueurs d'onde, les rayons sont en phase et donnent donc lieu à une interférence constructive :

$$2d \sin \theta = m\lambda \qquad (7.15)$$

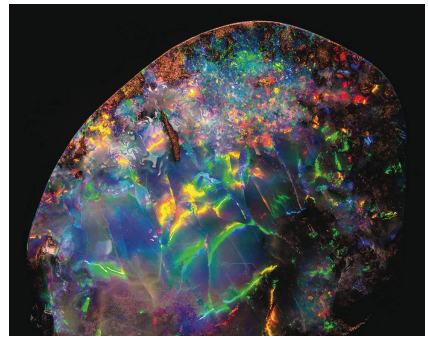
où θ est l'angle par rapport aux plans. Cette *condition de Bragg* est valable pour *tous* les plans parallèles aux deux plans représentés sur la figure. On peut donc s'attendre à des réflexions intenses seulement lorsque cette condition est satisfaite. La figure 7.41*b* représente une figure de diffraction des rayons X par un cristal. À partir de telles figures, on peut déduire la disposition des atomes dans un cristal. Soulignons que la condition de Bragg ressemble beaucoup à l'équation 7.4 pour un réseau de diffraction. Toutefois, l'équation 7.15 fait intervenir un facteur 2 et l'angle θ est défini différemment.

À la section 10.2, nous reprendrons l'analyse que nous venons de présenter. Il y sera aussi question d'applications de cette technique, notamment dans les sciences de la vie.



▲ **Figure 7.41**

(*a*) Lorsque l'espacement entre les plans atomiques et l'angle d'incidence satisfont à la relation de Bragg, $2d \sin \theta = m\lambda$, les ondes réfléchies sont intenses. (*b*) Une figure de diffraction des rayons X par un cristal.



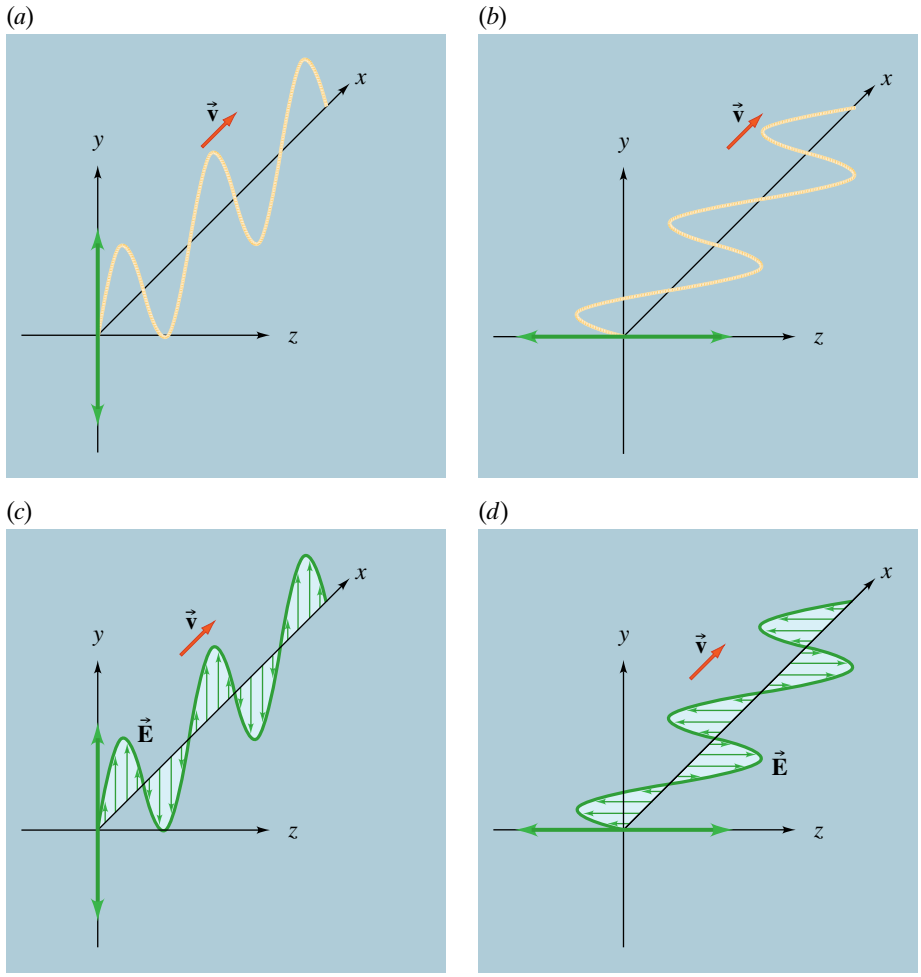
L'opale est composée d'empilements réguliers de billes microscopiques de silice, chaque petit groupe de billes étant orienté d'une façon différente. Quand la lumière est réfléchie par les billes d'un de ces groupes, une couleur différente est favorisée dans chaque direction. Cet effet est tout à fait analogue à ce qui se produit lorsque des rayons X sont réfléchis par le réseau d'atomes d'un cristal. Le diamètre des billes de silice et la longueur d'onde de la lumière sont toutefois plusieurs centaines de fois plus élevés, respectivement, que le diamètre des atomes et les longueurs d'onde des rayons X.

7.9 LA POLARISATION

Les phénomènes d'interférence et de diffraction montrent que la lumière a des caractéristiques ondulatoires. Initialement, Young et Fresnel pensaient qu'on pouvait la représenter par une onde longitudinale, comme le son. C'est l'étude de la polarisation de la lumière qui permit d'infirmer cette hypothèse : ces phénomènes, que nous allons maintenant étudier, ne peuvent en effet être prédits correctement que si la lumière est représentée par une onde transversale.

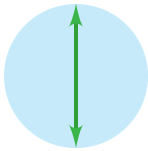
Pour expliquer en quoi consiste la **polarisation**, nous allons prendre l'exemple, analogue à une onde électromagnétique, d'une onde *mécanique* transversale. La figure 7.42 présente deux cordes où se propagent des ondes mécaniques qui ne diffèrent que par leur *état de polarisation* : dans les deux cas, l'onde se propage dans le sens positif de l'axe des x mais, à la figure 7.42*a*, la corde oscille selon y, alors qu'à la figure 7.42*b*, elle oscille selon z. Dans chaque cas, on dit que l'onde est polarisée linéairement dans la direction d'oscillation.

Pour que la polarisation soit une notion pertinente, il faut que plusieurs directions d'oscillation soient possibles pour une même direction de propagation. Seules les ondes transversales offrent cette possibilité. En effet, dans le cas d'une onde longitudinale se propageant dans le sens positif de l'axe des x, l'oscillation ne peut se produire que selon x.



▶ Figure 7.42

Une onde sinusoïdale avance dans la direction positive de l'axe des x, le long d'une corde. En (*a*), elle est polarisée selon y. En (*b*), elle est polarisée selon z. Une onde lumineuse avance dans la direction positive de l'axe des x. En (*c*), le champ électrique de cette onde est polarisé selon y. En (*d*), il est polarisé selon z.

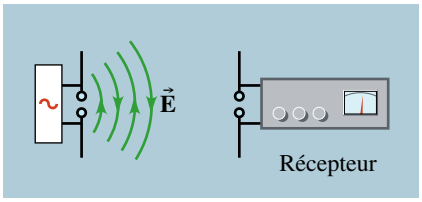


▲ Figure 7.43

Représentation simplifiée d'une onde lumineuse polarisée.

Les ondes électromagnétiques étant transversales (voir la figure 4.4, p. 128), elles possèdent elles aussi un état de polarisation. Puisqu'elles comportent à la fois un champ électrique et un champ magnétique, on choisit par convention la direction du champ *électrique* comme étant la direction de polarisation. À la figure 7.42*c*, le champ électrique est polarisé selon y, de sorte que $\vec{\mathbf{E}} = E_0 \sin(kx - \omega t)\vec{\mathbf{j}}$. À la figure 7.42*d*, la polarisation est selon z et $\vec{\mathbf{E}} = E_0 \sin(kx - \omega t)\vec{\mathbf{k}}$. La figure 7.43 donne une représentation simplifiée d'une onde polarisée linéairement lorsqu'on l'observe dans la direction de propagation. On appelle souvent *diagramme de polarisation* une telle représentation où l'onde est « vue de face ».

La polarisation et les antennes dipolaires



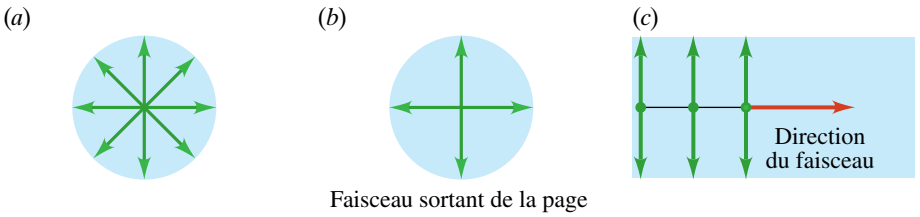
▲ Figure 7.44

Le rayonnement émis par un dipôle (deux tiges reliées à un oscillateur) est polarisé.

À la figure 4.5 (p. 130), nous avons montré comment une antenne dipolaire rudimentaire peut émettre une onde électromagnétique comme une onde radio ou une micro-onde. Dans un tel cas, le plan de polarisation est parallèle aux tiges de l'antenne, comme le montre la figure 7.44.

Une conséquence de cette orientation est que l'antenne réceptrice doit être positionnée parallèlement à l'antenne émettrice pour obtenir une bonne réception. En effet, en un point de réception donné, le vecteur champ électrique oscille dans une seule direction. Si les tiges de l'antenne réceptrice sont perpendiculaires à cette direction, le champ électrique de l'onde ne peut pas y induire de courant.

Le cas de la lumière émise par des atomes, comme la lumière visible, est différent. En effet, une source lumineuse ordinaire comporte des milliards d'atomes, chacun d'eux n'émettant que pendant un laps de temps très court, de l'ordre de 10^{-8} s. L'onde émise par un unique atome est polarisée linéairement, comme celle d'une antenne dipolaire. Toutefois, la lumière observée ne provient pas de ce seul atome : elle résulte plutôt de la superposition d'ondes émises par des milliards d'atomes. Or, l'émission de chaque atome se fait selon un plan de polarisation différent, chaque émission étant indépendante de celles des atomes voisins. L'effet net produit par un grand nombre d'atomes est une fluctuation aléatoire dans le temps de la direction de $\vec{\mathbf{E}}$, ce qu'on représente par un diagramme de polarisation comme celui de la figure 7.45*a*. Les doubles flèches représentent les directions de $\vec{\mathbf{E}}$ à des instants différents lorsqu'on regarde le faisceau. On dit d'un tel faisceau qu'il est *non polarisé*. Puisqu'un champ électrique quelconque peut être projeté sur deux axes mutuellement perpendiculaires, on peut également représenter un faisceau non polarisé par deux doubles flèches perpendiculaires (figures 7.45*b* et 7.45*c*). Il ne faut pas oublier que ces deux composantes ne sont pas cohérentes ; elles n'ont pas de relation de phase fixe.



◀ Figure 7.45

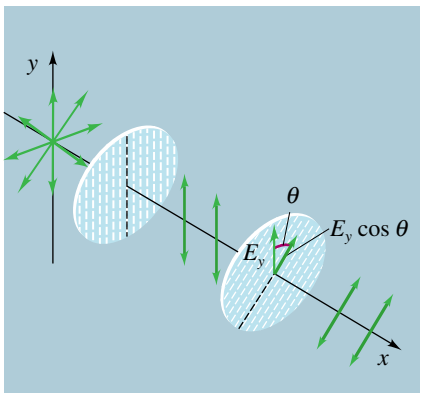
(*a*) Dans une onde non polarisée, la direction du champ électrique fluctue. Le champ électrique d'une onde non polarisée peut être décomposé en deux composantes perpendiculaires. En (*b*), le faisceau est normal à la page, alors qu'en (*c*), il se propage vers la droite. Notez qu'en (*c*), il y a une double flèche perpendiculaire à la page, représentée sous la forme d'un gros point.

Les polariseurs ou filtres polaroïd

Comment pourrait-on, à partir de lumière non polarisée, produire un faisceau polarisé ? Il faudrait pouvoir « extraire » les champs électriques qui oscillent selon une certaine direction en éliminant ceux qui oscillent selon la direction perpendiculaire.

En 1852, William Herapath (1796-1868) découvrit qu'un cristal de periodure de sulfate-quinine absorbait complètement la lumière polarisée selon une direction qu'on pouvait choisir en l'orientant correctement. Cette substance étant extrêmement fragile, elle ne fut pas exploitée avant 1928, lorsque Edwin Herbert Land (1909-1991), étudiant à Harvard, trouva un moyen d'imbriquer des cristaux microscopiques de cette substance dans des feuilles de plastique. Il réussit à aligner les cristaux en étirant le plastique et en le chauffant.

De nos jours, on utilise plutôt de longues chaînes de molécules d'alcool polyvinylique à la place du cristal de Herapath. Après que les feuilles ont été plongées dans l'iode, les chaînes conduisent l'électricité. Ainsi, ces feuilles sont conductrices le long des chaînes, mais pas dans les directions perpendiculaires. Or, un champ électrique est rapidement annihilé dans tout conducteur isolé (voir la section 2.3 du tome 2). Quand une onde électromagnétique traverse une telle feuille, la composante de son champ électrique parallèle aux chaînes moléculaires est donc annihilée, ce qui ne laisse qu'une onde polarisée linéairement à la sortie. On qualifie ces feuilles de **polariseurs** (ou **filtres polaroïd**). La description est plus pratique si l'on définit l'**axe de transmission** du polariseur, perpendiculaire à ses chaînes moléculaires, puisque l'onde qui émerge du polariseur est polarisée linéairement selon cet axe (figure 7.46).



▲ Figure 7.46

De la lumière non polarisée devient polarisée linéairement en traversant un polariseur. Un deuxième polariseur transmet uniquement la composante du champ électrique qui est parallèle à son axe de transmission.

Si l'on place un deuxième polariseur dans le faisceau polarisé, son axe étant incliné par rapport au premier, seule la composante du champ le long de l'axe de transmission du deuxième polariseur est transmise. À la figure 7.46, l'onde initialement non polarisée traverse un premier polariseur et devient polarisée

selon y. Après le second polariseur, il ne reste qu'une composante $E_y \cos\theta$ polarisée *selon cette nouvelle orientation*. L'intensité étant proportionnelle au carré de l'amplitude (voir l'équation 4.3), l'intensité de la lumière transmise par le second polariseur est donnée par l'équation suivante, appelée **loi de Malus** :

Intensité de la lumière transmise par un polariseur

$$I = I_0 \cos^2\theta \qquad (7.16)$$

où θ est l'angle entre l'axe de transmission du polariseur et le plan de polarisation de la lumière incidente et où I_0 est l'intensité transmise pour $\theta = 0$. Quand l'intensité transmise est nulle, on dit que les polariseurs sont *croisés*, ce qui évoque le fait que leurs axes de transmission sont alors perpendiculaires entre eux.

Si de la lumière non polarisée frappe un filtre polaroïd, tous les angles θ sont également représentés dans la lumière incidente. Pour connaître la fraction de la lumière transmise, il faut faire la moyenne du terme $\cos^2\theta$ dans la loi de Malus entre 0° et 90°, ce qui donne 1/2. Ainsi, pour de la lumière non polarisée, l'intensité de la lumière transmise est donnée par

$$I = I_0/2$$

et ce, peu importe l'orientation de l'axe de transmission. C'est le cas pour le premier polariseur que rencontre la lumière à la figure 7.46.

Les filtres polariseurs jouent un rôle important dans les écrans à cristaux liquides (figure 7.47). Cette technologie est omniprésente puisqu'elle permet, en plus du fonctionnement des affichages de montres numériques, celui des écrans de cellulaires, d'appareils photo numériques, de télévisions à écran plat, etc. (voir le sujet connexe sur la télévision et les écrans numériques, à la section 2.4 du tome 2).

Les filtres polariseurs n'ont pas d'effet notable sur les ondes électromagnétiques dont la longueur d'onde est trop grande, comme les micro-ondes. On peut cependant produire un effet équivalent sur de telles ondes en utilisant un réseau de fils verticaux ou de bandes métalliques. Quand l'onde atteint un tel dispositif, la composante du champ électrique dans la direction des fils établit des courants oscillants macroscopiques. Ces courants entraînent un chauffage par effet Joule et, par conséquent, une absorption d'énergie transportée par l'onde. Puisque les courants macroscopiques ne peuvent pas circuler perpendiculairement aux fils, la composante du champ normale aux fils est transmise. Par conséquent, le faisceau qui émerge du réseau est polarisé perpendiculairement aux fils et la loi de Malus s'applique. Ce comportement est très analogue à celui d'un filtre polariseur, les chaînes moléculaires microscopiques étant remplacées par les fils métalliques macroscopiques.

▲ Figure 7.47

Des polariseurs croisés, entre lesquels on insère des cristaux liquides, permettent le fonctionnement des affichages numériques.

Exemple 7.12

De la lumière non polarisée d'intensité I_0 rencontre successivement deux polariseurs. Le premier a un axe de transmission incliné à 30° par rapport à la verticale ; le deuxième a un axe de transmission incliné à 80° par rapport à la verticale. Quelle est l'intensité de la lumière à la sortie du deuxième filtre ?

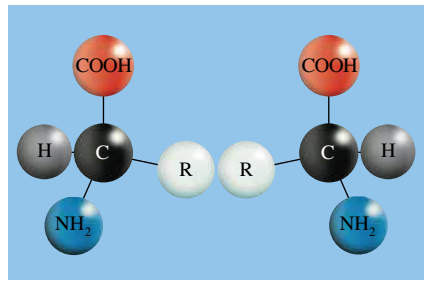
Solution

Pour le premier filtre, la lumière est non polarisée, donc l'intensité de la lumière transmise vaut $I_1 = I_0/2$. Cette lumière est polarisée linéairement selon l'axe de transmission du filtre, à 30°. Elle rencontre un filtre dont l'axe de transmission est à 80°, donc $\theta = 80° - 30° = 50°$ et $I_2 = I_1 \cos^2\theta = (I_0/2)\cos^2 50° = 0{,}207 I_0$.

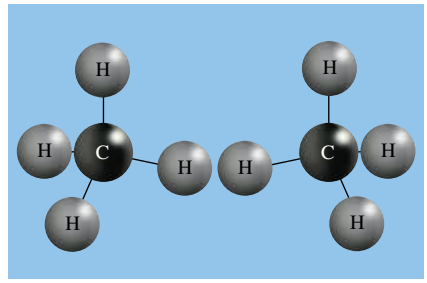
Quand de la lumière polarisée traverse un milieu transparent, son plan de polarisation demeure habituellement inchangé. Toutefois, certains matériaux ont un *pouvoir rotatoire* : le plan de polarisation de la lumière subit une rotation $\Delta\theta$ en les traversant. Les cristaux liquides (voir la figure 7.47) en sont un exemple notable. En général, pour savoir si une molécule possède un pouvoir rotatoire, il suffit d'examiner le reflet de sa structure dans un miroir. Si la molécule et son reflet sont identiques (elles peuvent être déplacées dans l'espace de façon à se superposer parfaitement), la molécule n'a pas de pouvoir rotatoire. En revanche, toute molécule qui n'est pas superposable à son reflet dans un miroir a un pouvoir rotatoire. Bien qu'elles soient faites des mêmes atomes et des mêmes liaisons, cette molécule et celle obtenue par réflexion ont des structures différentes dans l'espace. On dit de telles paires de molécules qu'elles sont *chirales* (figure 7.48) ; elles existent en deux *énantiomères* (deux versions qui sont symétriques l'une par rapport à l'autre sans être superposables) qui ont les mêmes propriétés physiques et chimiques, à l'exception du fait que les pouvoirs rotatoires de solutions de chaque énantiomère sont l'inverse l'un de l'autre. Une solution contenant un mélange en même concentration des deux énantiomères n'a plus de pouvoir rotatoire.

En biochimie et dans le domaine biopharmaceutique, il est primordial de pouvoir distinguer les deux énantiomères d'un composé puisque la quasi-totalité des molécules biologiques sont chirales. Les enzymes, les récepteurs cellulaires et la machinerie biologique en général ne peuvent interagir qu'avec un énantiomère donné d'un composé, qu'il s'agisse d'une molécule issue de l'alimentation, d'une hormone ou d'un médicament synthétique. En effet, seul l'un des deux énantiomères a la forme tridimensionnelle appropriée. Quand on produit un médicament, il est nécessaire d'en assurer la pureté énantiomérique par un test de rotation optique de la lumière. Dans l'industrie agroalimentaire, ce test permet aussi de vérifier le degré de cuisson de l'amidon, qui perd sa chiralité quand il réagit chimiquement à température suffisante. ●

(*a*)



(*b*)

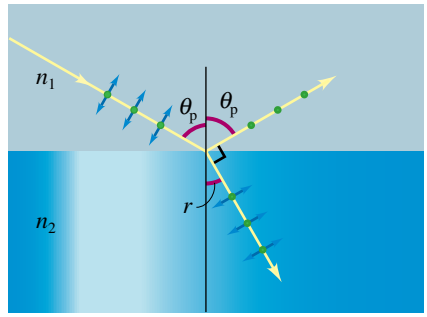


▲ **Figure 7.48**

(*a*) Une molécule *chirale* (ici, un acide aminé) n'est pas identique sous réflexion. Elle existe donc en deux versions appelées énantiomères. (*b*) Cette molécule n'est *pas* chirale : la molécule obtenue sous réflexion est la même.

La polarisation par réflexion

En 1808, un jour qu'il observait par hasard à travers un cristal de calcite biréfringent* les rayons solaires réfléchis sur une vitre du palais du Luxembourg, l'ingénieur français Étienne Louis Malus (1775-1812) vit une seule image au lieu des deux images habituelles. Il attribua la disparition de l'une des images au fait que la lumière avait été réfléchie par la vitre et poursuivit alors ses expériences sur les effets de la réflexion. Il s'aperçut bientôt que la réflexion pouvait polariser la lumière si l'angle d'incidence i était bien choisi. Pour un certain angle d'incidence, qui est l'**angle de polarisation** θ_p, le rayon réfléchi est linéairement polarisé, quel que soit l'état de polarisation du rayon incident. En 1815, David Brewster (1781-1868) s'aperçut que, si l'angle d'incidence est égal à l'angle de polarisation, le rayon réfléchi et le rayon réfracté sont perpendiculaires, c'est-à-dire $i + r = \theta_p + r = 90°$ (figure 7.49).



▲ **Figure 7.49**

Si l'angle d'incidence est égal à l'angle de polarisation θ_p, le rayon réfléchi est polarisé, alors que le rayon réfracté contient un mélange inégal des deux polarisations.

On peut expliquer ce phénomène en ayant recours à la théorie des ondes électromagnétiques : on décompose les champs du faisceau non polarisé en composantes parallèle et perpendiculaire au plan d'incidence, qui est défini comme le plan qui contient le rayon incident et la normale à la surface. Le phénomène de réflexion ne se produit pas exactement à la surface, mais seulement après qu'une onde a pénétré dans le matériau sur une petite distance. L'onde réfléchie et l'onde réfractée sont produites par les oscillations des électrons du matériau

* Voir plus loin le paragraphe portant sur la biréfringence.

(ou, dans certains cas, le mouvement des dipôles qu'il contient), alors qu'elles sont soumises à l'action de l'onde incidente. En effet, cette oscillation les fait agir comme une antenne. Ces charges ayant plus de facilité à osciller parallèlement à l'interface, la composante de champ électrique parallèle au plan d'incidence est toujours moins fortement réfléchie.

En général, le rayon réfléchi a tout de même les deux composantes de $\vec{\mathbf{E}}$, car les charges oscillent dans un plan perpendiculaire au rayon *réfracté* et peuvent donc produire les deux composantes de champ dans le rayon *réfléchi*. Supposons toutefois que l'angle d'incidence est choisi de façon à ce que le rayon réfracté soit perpendiculaire au rayon réfléchi : le plan dans lequel les charges oscillent, perpendiculaire au rayon réfracté, est alors *tangent* au rayon réfléchi. Comme cette oscillation ne comporte aucune composante à la fois parallèle au plan d'incidence et perpendiculaire au rayon réfléchi, aucun champ électrique selon cette composante ne peut être produit dans le rayon réfléchi. (La composante de champ électrique parallèle au plan d'incidence n'est alors *plus du tout* réfléchie.) En effet, la composante de l'oscillation des charges qui est parallèle au rayon réfléchi ne peut pas produire un champ électrique dans l'onde réfléchie, car l'oscillation de ce dernier serait longitudinale, ce qui ne peut être le cas dans une onde électromagnétique.

La polarisation par réflexion n'est pas une méthode efficace pour produire un faisceau intense de lumière polarisée puisque seulement environ 15 % de l'énergie lumineuse incidente est réfléchie quand l'angle d'incidence correspond à θ_p.

On peut déterminer l'angle de polarisation en faisant le raisonnement qui suit. D'après la loi de Snell-Descartes,

$$n_1 \sin \theta_p = n_2 \sin r$$

où r est l'angle de réfraction. On sait qu'à l'angle de polarisation θ_p les rayons réfléchi et réfracté sont perpendiculaires. Puisque $\theta_p + r = 90°$, on a $\sin r = \cos \theta_p$. En remplaçant dans la loi de Snell-Descartes, on trouve

Loi de Brewster

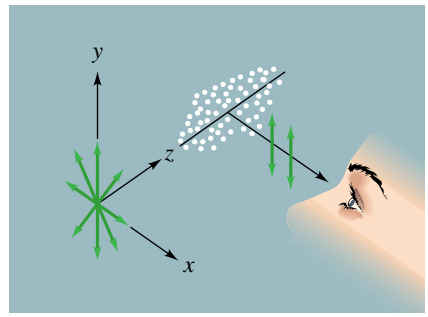
$$\tan \theta_p = \frac{n_2}{n_1} \qquad (7.17)$$

C'est ce que l'on appelle la **loi de Brewster**. Pour l'air, $n_1 = 1$ et, pour le verre, $n_2 = 1{,}5$, de sorte que $\tan \theta_p = 1{,}5$, d'où $\theta_p = 57°$.

On déduit de la discussion qui précède qu'un faisceau de lumière non polarisée, par exemple la lumière solaire, ne demeure jamais parfaitement non polarisé après avoir subi une réflexion : la composante parallèle à la surface réfléchissante domine toujours. C'est pourquoi les filtres polaroïd trouvent une application importante dans certains modèles de lunettes de soleil dont les verres sont polariseurs. Dans ces lunettes, on dispose l'axe de transmission à la verticale. Ainsi, elles absorbent la composante horizontale de la lumière. Pour la lumière ambiante, cette absorption correspond à 50 % de l'intensité. Mais pour toute lumière provenant d'une réflexion sur une surface horizontale, comme une route ou une étendue d'eau, la proportion absorbée sera *plus grande*. Les lunettes à verres polariseurs réduisent donc considérablement les reflets désagréables sans réduire autant la lumière ambiante.

La polarisation par diffusion

Lorsqu'une onde électromagnétique non polarisée tombe sur un gaz, comme l'onde se propageant selon l'axe des z à la figure 7.50, les électrons de chaque atome sont soumis à une oscillation dans le plan xy. Les atomes absorbent l'énergie, puis chacun réémet un rayonnement dipolaire dans toutes les directions, sauf selon l'axe parallèlement auquel il oscille. On dit que l'onde a été *diffusée*. Un observateur qui reçoit le rayonnement dans une direction perpendiculaire au faisceau incident (figure 7.50) ne va pas recevoir un champ $\vec{\mathbf{E}}$ le long de l'axe des x, car cela impliquerait la présence d'une composante longitudinale de l'onde initiale. (Il n'y a pas d'oscillation dans la direction de propagation de l'onde initiale, qui est l'axe des z.) L'onde diffusée est donc linéairement polarisée.

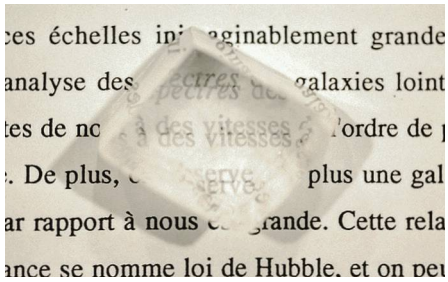


▲ **Figure 7.50**
De la lumière diffusée perpendiculairement à sa direction initiale devient polarisée.

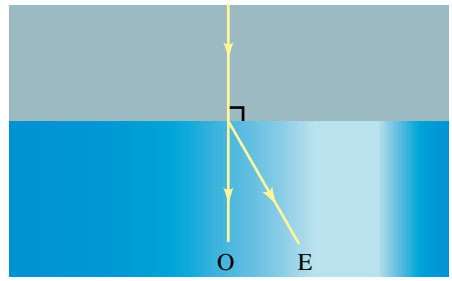
Les rayons du Soleil diffusés sur des molécules de l'atmosphère peuvent être polarisés de cette façon. C'est la raison pour laquelle, par temps clair, les lunettes solaires à verres polaroïd font paraître noires certaines régions du ciel. La polarisation par diffusion peut aussi se produire quand la lumière traverse un liquide où il y a de très fines particules en suspension.

Polarisation et biréfringence

En 1669, en examinant un petit objet à travers un cristal de spath d'Islande (calcite), Erasmus Bartholin (1625-1698) découvrit qu'il y avait *deux* images réfractées (figure 7.51). Les rayons *ordinaires* (O), qui forment la première image, obéissent à la loi de Snell-Descartes, mais pas les rayons *extraordinaires* (E), qui forment l'autre image. Par exemple, si la lumière incidente est normale à la surface, le rayon O continue sans être dévié, mais le rayon E fait un certain angle avec la surface (figure 7.52). Le quartz, le sucre en solution et la glace donnent également lieu à ce phénomène de *double réfraction*, ou *biréfringence*.

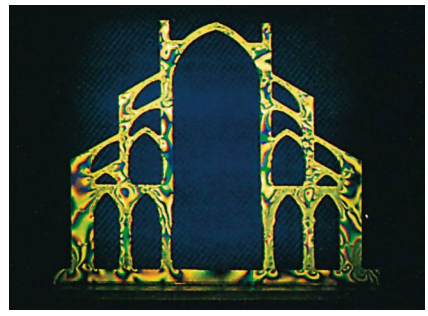


▲ **Figure 7.51**
Les deux images produites par un cristal à double réfraction, ou biréfringent.



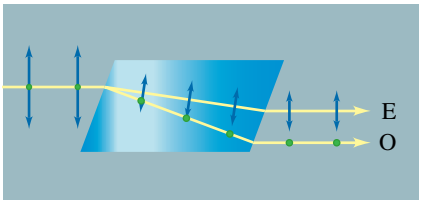
▲ **Figure 7.52**
Lorsque la lumière tombe suivant la normale sur un cristal biréfringent, le rayon ordinaire (O) se comporte comme d'habitude, mais le rayon extraordinaire (E) n'obéit pas à la loi de Snell-Descartes.

Huygens fit passer les rayons O et E issus d'un cristal à travers un autre cristal et s'aperçut qu'en faisant tourner le deuxième cristal par rapport au premier, il pouvait transformer un rayon O en un rayon E et vice versa. Il déduisit que les deux ondes doivent se propager à des vitesses différentes à l'intérieur du cristal, mais fut incapable d'offrir une explication valable dans le cadre de sa théorie ondulatoire (longitudinale). Newton suggéra que les rayons lumineux avaient des «côtés», tout comme les pôles d'un aimant. Selon leur orientation par rapport à la structure du cristal, la lumière pouvait se propager sous la forme d'un rayon O ou d'un rayon E. Cet effet de «latéralisation» de la lumière fut appelé par la suite *polarisation*, à cause de la comparaison avec les aimants suggérée par Newton. Bien que l'explication soit fausse, le terme est resté.



Le plastique devient biréfringent lorsqu'il est soumis à des contraintes. Ici, une voûte sous contrainte est placée entre des filtres polariseurs. Les bandes sont très rapprochées là où les contraintes sont fortes. (Voir D. Falk, D. Brill et D. Stork, *Seeing the Light*, New York, Wiley, 1988, p. 358.)

C'est en essayant d'expliquer la biréfringence qu'on arriva à la conclusion que la lumière devait être représentée comme une onde transversale et non longitudinale. La biréfringence se produit dans les cristaux *anisotropes*. Dans de tels cristaux, la disposition des atomes détermine des propriétés électriques du matériau qui ne sont pas les mêmes dans chaque direction. Or, la vitesse de la lumière dépend de ces propriétés (voir l'équation 4.2*a*). Imaginons qu'en se propageant dans la direction des x positifs, la lumière polarisée selon y ne voyage pas à la même vitesse que celle polarisée selon z : un faisceau incident polarisé selon une direction intermédiaire entre y et z serait séparé en deux composantes. Un tel phénomène ne se produirait pas pour une onde longitudinale, pour laquelle l'oscillation se ferait selon x.



▲ Figure 7.53

Les rayons ordinaire et extraordinaire sortant d'un cristal biréfringent sont polarisés.

On observe généralement, au sein du cristal, une direction privilégiée, appelée axe optique, pour laquelle l'indice de réfraction ne dépend pas de l'état de polarisation. En éclairant le cristal avec une lumière non polarisée (qu'on peut représenter par ses deux composantes de polarisation), on a deux effets possibles : soit que la lumière se déplace le long de l'axe optique et il n'y a qu'une seule réfraction, qui obéit à la loi de Snell-Descartes, soit que, au contraire, le faisceau lumineux n'est pas dirigé selon l'axe optique ; dans ce cas, chaque composante de polarisation obéit à son propre indice de réfraction et deux rayons de lumière polarisée distincts émergent du cristal. La composante orientée selon l'axe optique produit le rayon réfracté ordinaire, tandis que l'autre composante produit le rayon réfracté extraordinaire, comme le montre la figure 7.53.

SUJET CONNEXE

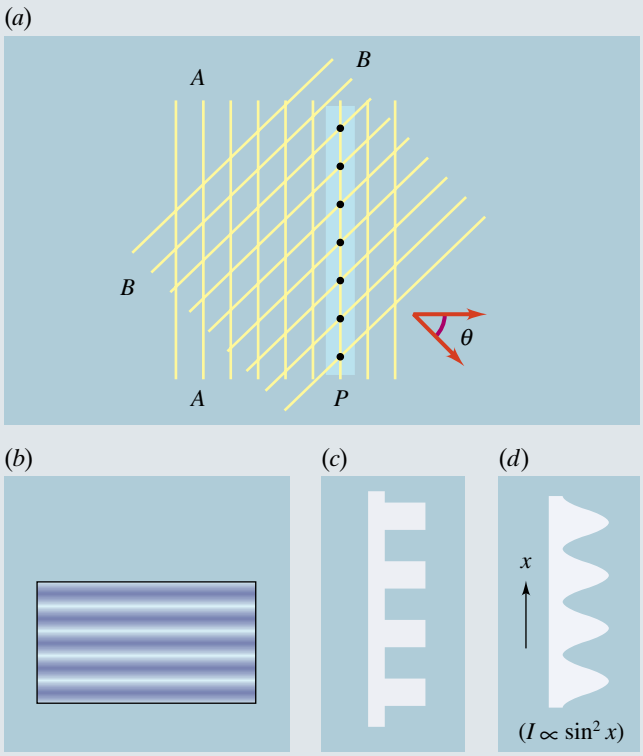
L'holographie

Quand on prend une photo, l'appareil n'enregistre que l'intensité de l'onde provenant de chaque point du sujet. Autrement dit, l'information concernant l'amplitude des ondes est gardée, mais celle concernant les phases relatives des ondes provenant des différentes régions est perdue. Dennis Gabor (1900-1979) imagina une technique, qui lui valut le prix Nobel en 1971, permettant de préserver à la fois les amplitudes et les phases des fronts d'onde sur une plaque photographique appelée *hologramme* (qui signifie « enregistrement total »). Alors qu'une photographie « projette » un objet sur un plan, l'hologramme permet une représentation *tridimensionnelle*.

Le principe de l'hologramme

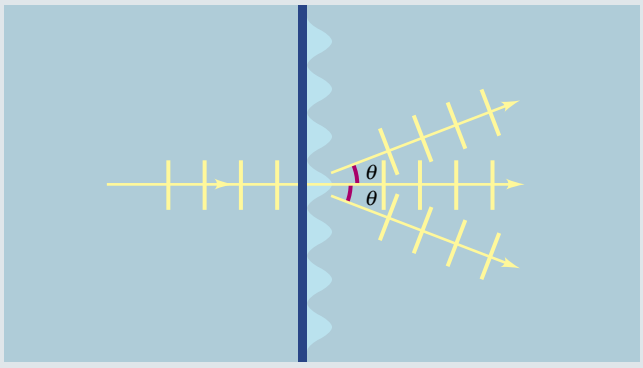
La figure 7.54*a* représente deux ondes planes monochromatiques qui interfèrent. Nous appellerons *AA* l'onde *de référence* et *BB* l'onde *objet* dont la direction de propagation fait un angle θ avec *AA*. Les points d'interférence constructive et destructive, là où se rencontrent les plans jaunes, forment des droites perpendiculaires au plan de la page. Ainsi, une plaque photographique placée en *P* enregistre une succession de franges rectilignes brillantes et sombres (figure 7.54*b*). Cette figure d'interférence préserve l'information concernant les amplitudes et la phase relative des deux fronts d'onde.

Une fois l'enregistrement produit sur la plaque, il est permanent et on peut retirer les deux ondes incidentes. Si l'on éclaire alors cette plaque uniquement par l'onde cohérente monochromatique de référence *AA*, la plaque se comporte comme un réseau. Dans un réseau normal (figure 7.54*c*), les ondes incidentes sont soit transmises (fentes), soit arrêtées (obstacles entre les fentes), et l'on observe plusieurs ordres dans les ondes diffractées. Mais les franges enregistrées sur la plaque ont un profil sinusoïdal (figure 7.54*d*). On constate donc une variation graduelle de l'intensité transmise, ce qui cause la présence d'*une seule* onde diffractée (de premier ordre) de chaque côté de l'onde avant (d'ordre zéro) (figure 7.55). De plus, les ondes diffractées font avec l'onde de référence le même angle θ que l'onde objet initiale *BB*. L'un des fronts d'onde diffractés de premier ordre est donc une reconstitution exacte du front d'onde initial *BB*. Si la plaque avait été éclairée par le front d'onde *BB*, c'est le front d'onde *AA* qui aurait été reconstitué. Dans ce cas, l'une ou l'autre onde peut servir d'« onde de référence ».



▲ Figure 7.54

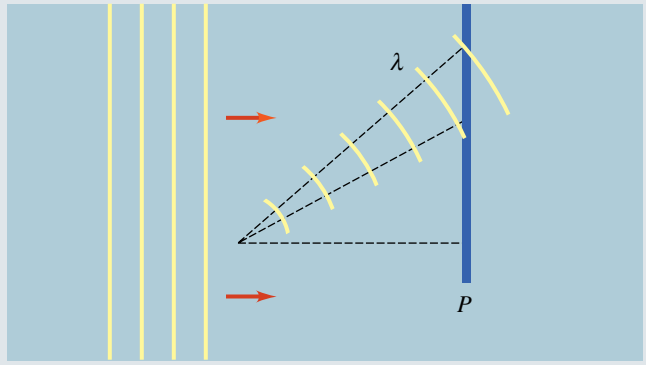
(*a*) Deux ondes planes, dont les directions de propagation forment un angle θ, produisent une figure d'interférence qui s'enregistre sur la plaque *P*. (*b*) La plaque *P*, après avoir été exposée, présente donc des franges similaires à celles de l'expérience de Young. On peut ensuite projeter de la lumière au travers de cette plaque et elle produira un effet analogue à un réseau. L'intensité transmise par un réseau ordinaire, schématisée en (*c*), est toutefois différente de celle transmise par cette plaque, schématisée en (*d*).



▲ Figure 7.55

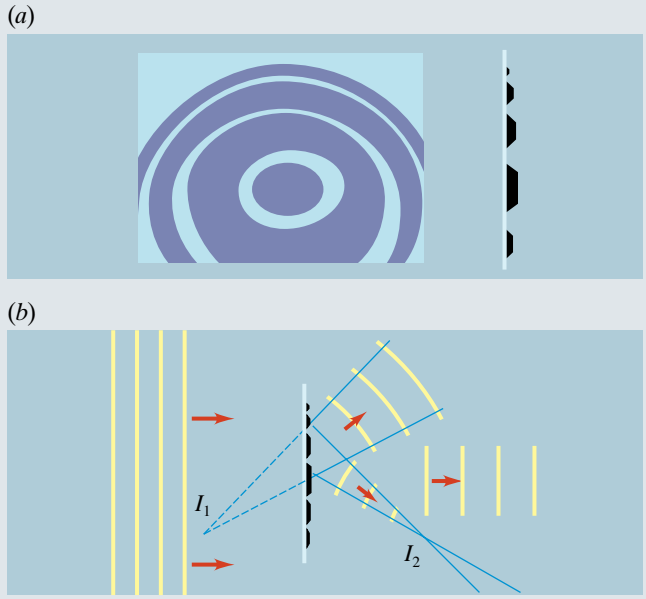
Lorsque la plaque exposée est éclairée par un faisceau cohérent, on observe deux faisceaux diffractés.

Considérons maintenant l'interférence produite entre une onde plane de référence et l'onde sphérique émise (ou diffusée) par une source ponctuelle (figure 7.56). Les franges d'interférence sont enregistrées par la plaque *P* parallèle aux fronts d'onde de référence. La figure d'interférence enregistrée ne ressemble pas à une tache, car il ne s'agit pas d'une image photographique. Les franges, semblables aux anneaux de Newton (figure 6.23, p. 270), forment des arcs centrés sur la normale qui passe par le point source (figure 7.57*a*). La plaque exposée porte le nom de *plaque de Gabor*. Lorsqu'elle est éclairée par les fronts d'onde plans cohérents de l'onde de référence, la plaque se comporte comme un réseau (de pas variable). Alors qu'un réseau rectiligne diffracte les ondes planes incidentes vers le haut ou vers le bas, les lignes circulaires de la plaque de Gabor diffractent le faisceau incident soit vers l'intérieur (vers l'axe central), soit vers l'extérieur (en s'éloignant de l'axe) (figure 7.57*b*). En ce sens, la plaque se comporte à la fois comme une lentille convergente et une lentille



▲ Figure 7.56

Interférence entre une onde de référence plane et une onde sphérique émise (ou diffusée) par une source ponctuelle.



▲ Figure 7.57

(*a*) Les franges obtenues à l'aide de ce montage ressemblent aux anneaux de Newton. Lorsque la plaque exposée est éclairée par le faisceau plan de référence, il y a deux faisceaux diffractés. (*b*) L'un produit l'image virtuelle I_1 et l'autre produit l'image réelle I_2.

►►►

divergente. Comme l'intensité transmise varie graduellement le long du réseau, il n'y a, là encore, qu'un seul front d'onde de premier ordre de chaque côté de l'onde avant. Une onde de premier ordre semble diverger de l'endroit où se trouvait le point objet initial. Par conséquent, les ondes sphériques initiales émanant de l'objet ont été reconstituées par le passage du faisceau de référence à travers l'hologramme. On observe une image virtuelle, I_1, située à l'endroit exact où se trouvait le point objet, mais longtemps après qu'il en est parti ! L'autre onde diffractée converge pour former une image réelle, I_2.

Deux sources ponctuelles, plus un faisceau de référence, produisent sur la plaque deux configurations de franges qui se chevauchent. La reconstitution avec l'onde de référence permet d'observer deux points images virtuels. Or, tout objet étendu est un ensemble de sources ponctuelles qui émettent ou diffusent des ondes sphériques. Lorsque l'hologramme est éclairé par des ondes de référence cohérentes, chaque point de l'objet est reproduit à sa position initiale exacte. Comme les ondes reconstituées sont une réplique exacte des ondes initiales provenant de l'objet, on observe une image virtuelle avec toute la perspective tridimensionnelle de l'objet original !

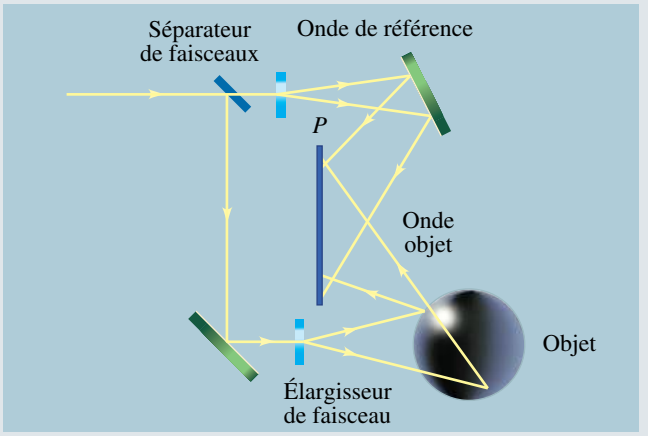
Les propriétés d'un hologramme

Regarder à travers un hologramme produit le même effet que regarder l'intérieur d'une pièce à travers une fenêtre. En déplaçant la tête, l'observateur voit les objets sous une perspective différente. Par exemple, un objet masqué par un obstacle peut devenir visible lorsque l'observateur bouge la tête. L'hologramme peut être observé à partir d'une multitude de points. Comme dans la réalité, pour que les images d'objets proches ou lointains soient nettement visibles, les yeux ou l'appareil photo doivent accommoder.

Lorsqu'on utilise une lentille pour former une image, chaque point objet correspond à un seul point image. Dans un hologramme, l'information concernant chaque point objet (sa figure d'interférence) est répandue sur la *totalité* de la plaque. Par conséquent, même une partie de l'hologramme va reproduire l'objet au complet, mais avec une intensité et une résolution un peu moins bonnes, de même qu'un champ quelque peu réduit (comme si l'on regardait à travers une fenêtre plus étroite).

Pour produire un hologramme d'un objet à trois dimensions, les ondes lumineuses émanant des différentes parties de l'objet doivent être cohérentes. Cela signifie que l'objet doit être plus petit que la longueur de cohérence. À cause de la mauvaise cohérence de sa source lumineuse (un tube à décharge au mercure), Gabor fut obligé d'utiliser un acétate transparent pour illustrer l'holographie. Il fallut attendre l'invention du laser, qui offre une cohérence exceptionnelle, pour que l'holographie puisse avoir des applications pratiques. Même le laser à gaz hélium-néon (He-Ne), pourtant commun, a une longueur de cohérence de 15 cm à 20 cm.

Il a fallu contourner une autre difficulté : étant donné l'alignement géométrique de l'image réelle, de l'image virtuelle et du faisceau de référence (figure 7.57*b*), il est assez difficile de voir l'image virtuelle sans qu'elle soit masquée. En 1962, Emmett Leith (1927-2005) et Juris Upatnieks (né en 1936) résolurent ce problème en mettant au point une technique de « décentrage » pour produire des hologrammes (figure 7.58). Le faisceau du laser est divisé en deux au moyen d'une plaque de verre semi-réfléchissant (appelée séparateur de faisceaux). Les faisceaux sont ensuite élargis à l'aide d'une paire de lentilles. Le faisceau de référence atteint directement la plaque *P* et le faisceau objet est réfléchi sur l'objet avant d'atteindre la plaque. Une fois la plaque développée, lorsqu'on l'éclaire avec le faisceau de référence, l'image virtuelle n'est plus masquée par l'image réelle.



▲ **Figure 7.58**
La méthode de décentrage utilisée pour produire un hologramme.

Les franges sur un hologramme sont si fines qu'elles ne sont pas visibles à l'œil nu. La plaque photographique doit pouvoir séparer 2000 traits/mm. Ce type de plaque n'est pas sensible et nécessite un temps d'exposition de 10 s avec un laser He-Ne peu puissant. Durant ce temps, l'ensemble du montage ne doit pas bouger de plus d'une fraction de longueur d'onde ($\lambda/10$ environ). Pour réduire au maximum les temps d'exposition, on peut utiliser un laser pulsé très puissant.

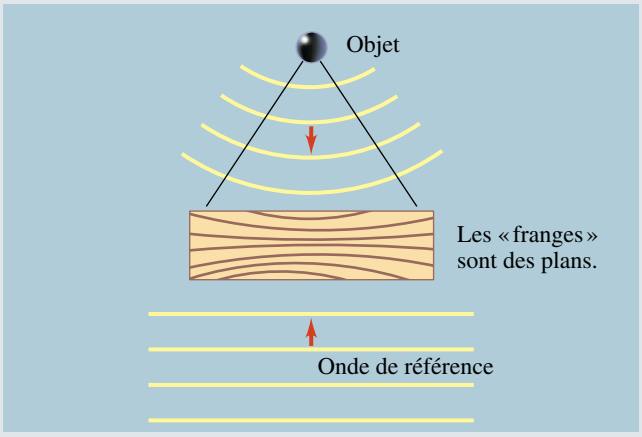
Les hologrammes produits par simple développement de la plaque comportent des parties transparentes qui transmettent la lumière et des parties sombres qui l'arrêtent. On les appelle *hologrammes d'absorption*. Il est possible de décolorer l'hologramme de manière à remplacer les parties sombres par un sel d'argent transparent dont l'indice de réfraction diffère de celui des

régions initialement transparentes. Lorsque le faisceau de référence traverse l'hologramme, son amplitude n'est pas modifiée, mais la phase varie différemment selon les points du front d'onde. Cette plaque, appelée *hologramme de phase*, produit des images plus vives puisqu'une fraction beaucoup plus importante de lumière est déviée dans les ondes diffractées.

Leith et Upatnieks faisaient partie d'une équipe qui travaillait à la mise au point d'un « radar cohérent ». Dans un tel radar, un faisceau cohérent de micro-ondes ($\lambda \approx 1$ cm) est émis vers le sol par un avion qui suit une trajectoire parfaitement rectiligne. Les signaux réfléchis par diverses parties du terrain sont mélangés à un signal de référence dans l'avion. Une caméra enregistre la figure d'interférence (variable dans le temps) produite. La pellicule étant ensuite éclairée par un faisceau laser, elle produit une image très détaillée du terrain. Cette technique a des applications évidentes pour la prospection géophysique et la reconnaissance.

Les hologrammes en lumière blanche

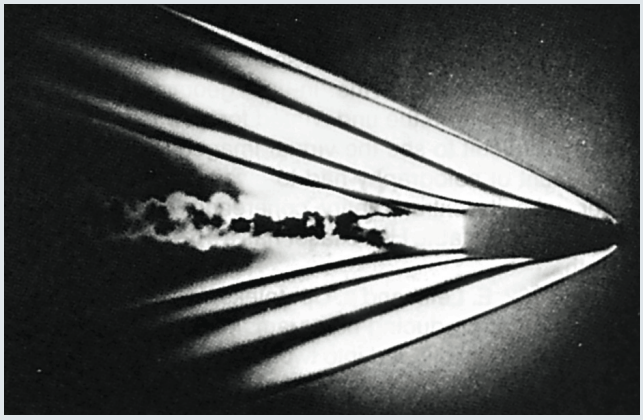
Les plaques dont nous avons parlé dans les descriptions précédentes sont relativement minces. En 1962, Yuri Denisyuk (1927-2006) réussit à produire des hologrammes avec d'épaisses émulsions photographiques. Il utilisa une méthode par laquelle l'onde de référence et l'onde objet atteignent l'émulsion dans des directions opposées. Les lieux des points d'interférence constructive et destructive forment des surfaces pratiquement planes parallèles à la surface de la plaque (figure 7.59). Les plans sont distants de $\lambda/2$ (comme dans le cas d'une onde stationnaire) et il y a près de 50 plans dans une émulsion de 20 µm d'épaisseur. L'hologramme en volume est donc constitué d'un ensemble de plans réfléchissants comme dans un cristal. Il n'y a une onde diffractée intense que lorsque la condition de Bragg est satisfaite ($2d \sin \theta = m\lambda$). La longueur d'onde de l'onde de référence utilisée pour éclairer l'hologramme n'a pas besoin d'être égale à celle de l'onde de référence utilisée pour former l'hologramme. L'image produite par une longueur d'onde donnée apparaît à un angle unique. On se rendit compte plus tard que l'hologramme en volume pouvait être observé même avec une lumière blanche incohérente, comme la lumière naturelle ! Pour un angle d'observation donné, une seule longueur d'onde satisfait à la condition de Bragg et, lorsqu'on fait varier l'angle, la couleur de l'image change.



▲ Figure 7.59
La production d'un hologramme en lumière blanche crée un ensemble de plans de réflexion comme dans un cristal.

L'interférométrie holographique

Imaginons que l'on enregistre l'hologramme d'une tige. Plaçons ensuite un petit poids sur la tige et enregistrons un deuxième hologramme sur la même plaque. La tige ayant subi une légère déformation, le deuxième hologramme est légèrement différent du premier. Lorsqu'on éclaire l'hologramme composé, les deux images interfèrent l'une avec l'autre et produisent une figure d'interférence montrant l'endroit où l'objet a été déformé. Cette technique permet de déceler un déplacement ou une déformation correspondant à peine à une fraction de la longueur d'onde du laser utilisé. On peut ainsi détecter des déformations, la croissance des végétaux ou des défauts dans les pneus. L'interférométrie holographique sert également à l'étude de l'écoulement aérodynamique, par exemple pour examiner le sillage d'une balle de fusil. On réalise d'abord un hologramme dans l'air non perturbé. Ensuite, lorsque la balle traverse la région, une courte impulsion laser de haute puissance produit un deuxième hologramme sur la même plaque. À cause de la variation de la densité de l'air, cet hologramme est différent du premier. Lorsque la plaque est éclairée, on voit nettement l'onde de choc et les effets de turbulence (figure 7.60). La même technique peut servir à étudier les modes de vibration d'une structure quelconque, comme une barre, un instrument de musique



▲ Figure 7.60
Ondes de choc rendues visibles par interférométrie holographique.

►►►

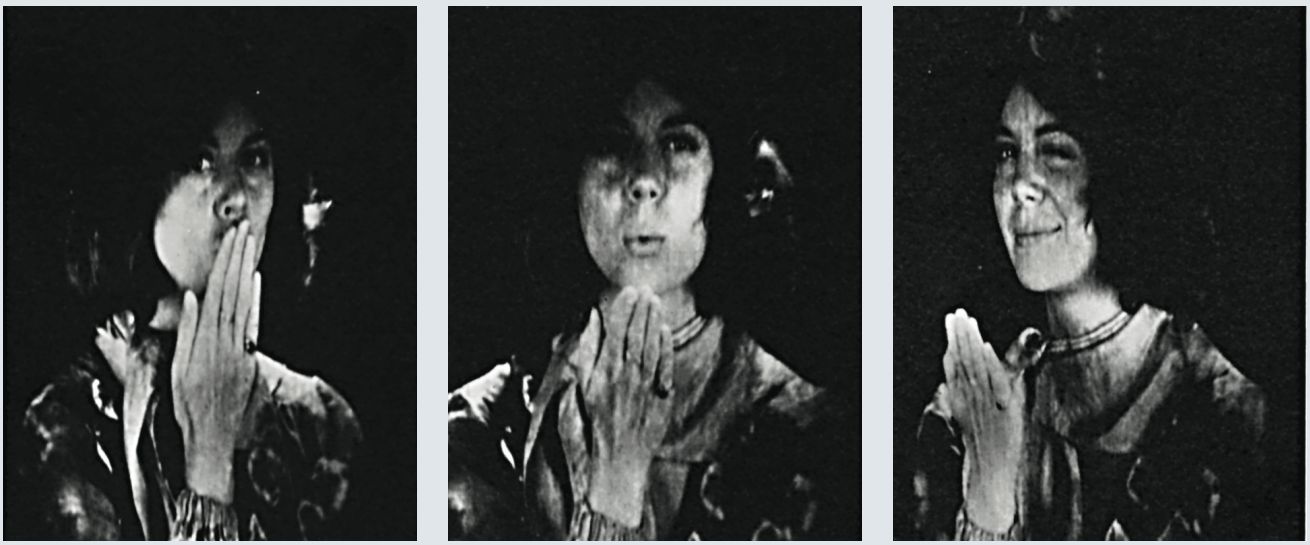
ou un haut-parleur, pourvu que le temps d'exposition soit assez long pour couvrir plusieurs périodes de vibration. Comme l'objet passe une grande fraction du temps aux positions extrêmes de vibration, ces points correspondent à une plus grande intensité réfléchie.

Les hologrammes de 360°

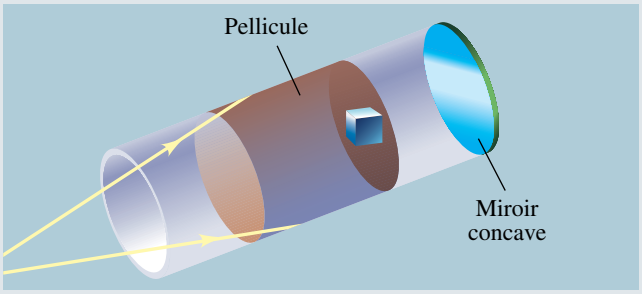
On peut aussi utiliser les hologrammes pour obtenir la vue complète d'un objet. On photographie d'abord l'objet sous tous les angles à l'aide d'un appareil photo ordinaire. Les images obtenues servent ensuite d'objets pour le procédé holographique. Pour chaque image, seule une fine bande (1 mm) de l'hologramme est exposée. L'hologramme final, qui contient de nombreuses images de l'objet, est mis sous forme de cylindre et une source linéaire est placée en son centre. En marchant autour du cylindre, on peut voir l'objet sous toutes ses perspectives, de l'avant, des côtés et de l'arrière. Cette approche peut servir à réaliser un hologramme « mobile ». Dans l'exemple représenté à la figure 7.61, en marchant autour de l'hologramme, on voit une jeune femme en train de faire un clin d'œil et de souffler un baiser. Il ne s'agit pas de vrais hologrammes puisqu'ils ne donnent pas la perspective par le haut ou par le bas.

La figure 7.62 représente un autre exemple de perspective de 360°. Un petit objet est placé à l'intérieur d'un cylindre dont le fond est muni d'un miroir concave. Le faisceau de référence légèrement divergent pénètre par l'autre extrémité. Le faisceau de référence et la lumière réfléchie par l'objet impressionnent une pellicule recouvrant la paroi interne du cylindre.

Les hologrammes ont de nombreuses applications, qui vont des tests de qualité à la détermination des tailles des particules dans l'air, en passant par diverses méthodes de stockage ou de traitement de l'information. Le rêve de Gabor était d'utiliser l'holographie pour améliorer la résolution du microscope électronique. En réalisant un hologramme avec des rayons X de 0,1 nm et en le reconstituant avec de la lumière visible, on peut en effet obtenir un grossissement supérieur à 10^6. On pourrait atteindre une résolution proche de 0,1 nm, mais la chose n'a pas encore été réalisée.



▲ **Figure 7.61**
« Le baiser ».



◀ **Figure 7.62**
Production d'un hologramme de 360°.

RÉSUMÉ

La diffraction est un « étalement » ou un changement de direction de propagation qui survient quand une onde traverse une ouverture ou rencontre un obstacle. La diffraction par une ouverture de dimension appropriée peut produire des franges de diffraction. Nous considérons que les critères de Fraunhofer sont respectés, c'est-à-dire que les distances séparant la source lumineuse, l'obstacle et l'écran sont toutes nettement plus grandes que la largeur de l'ouverture. Dans cette hypothèse, si on les repère avec l'angle θ mesuré par rapport à la direction de propagation de la lumière incidente, les positions des minima d'une figure de diffraction produite par une fente simple sont données par

(minima) $$a \sin \theta = M\lambda \qquad M = \pm 1, \pm 2, \ldots \quad (7.1)$$

où a est la largeur de la fente. Notons que $M \neq 0$.

De plus, les maxima de cette figure de diffraction n'ont pas tous une intensité identique. L'intensité de la figure de diffraction produite par une fente simple, exprimée en fonction de l'angle $\alpha = (2\pi/\lambda)a \sin \theta$, est donnée par :

$$I = I_{\max} \frac{\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2} \qquad (7.10)$$

Les positions des maxima principaux d'un réseau sont données par

$$\delta = m\lambda \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad (7.4)$$

où $\delta = d \sin \theta$, comme dans l'expérience de Young, d étant ici le pas du réseau.

Quand la lumière issue de deux sources ponctuelles diffracte par un même orifice, les figures de diffraction se chevauchent. De même, quand deux longueurs d'onde différentes sont diffractées par un réseau, les pics principaux de même ordre se chevauchent. Le critère de Rayleigh stipule qu'on peut tout juste distinguer des pics d'intensité qui se chevauchent de moitié (le maximum de l'un est placé sur le minimum de l'autre).

Dans le cas d'une *ouverture circulaire* de diamètre a, le critère de Rayleigh donnant la condition de résolution des figures de diffraction produites par des sources ponctuelles s'écrit

$$\theta_c = \frac{1{,}22\lambda}{a} \qquad (7.3)$$

La distribution d'intensité d'une figure d'interférence produite par plusieurs sources peut être déterminée à l'aide de vecteurs de Fresnel représentant le champ électrique. La différence de phase entre des vecteurs de Fresnel adjacents est déterminée par la différence de marche entre des sources adjacentes et l'écran. L'intensité en un point donné est proportionnelle au carré de l'amplitude du vecteur de Fresnel résultant.

L'intensité de la lumière transmise par un filtre polaroïd est donnée par

$$I = I_0 \cos^2 \theta \qquad (7.16)$$

où I_0 est l'intensité de la lumière incidente et θ, l'angle entre l'axe de transmission et la direction de polarisation de la lumière. Pour de la lumière non polarisée, $I = I_0/2$.

La portion réfléchie d'un rayon de lumière qui frappe une surface selon l'angle de polarisation donné par la loi de Brewster,

$$\tan \theta_p = \frac{n_2}{n_1} \qquad (7.17)$$

est polarisée linéairement.

TERMES IMPORTANTS

angle de polarisation (p. 319)
axe de transmission (p. 317)
critère de Rayleigh (p. 300)
diagramme de Fresnel (p. 306)
diffraction (p. 288)
diffraction de Fraunhofer (p. 292)
diffraction de Fresnel (p. 293)
figure de diffraction (p. 290)
figure de diffraction-interférence (p. 297)
filtre polaroïd (p. 317)
frange de diffraction (p. 290)
loi de Brewster (p. 320)
loi de Malus (p. 318)
maximum principal (p. 302)
pas (p. 302)
phaseur (p. 306)
polarisation (p. 315)
polariseur (p. 317)
représentation de Fresnel (p. 306)
réseau (p. 302)
vecteur de Fresnel (p. 306)

RÉVISION

R1. Dessinez le graphique de l'intensité en fonction de $\sin \theta$ pour la diffraction à travers une fente étroite.

R2. Vrai ou faux ? Si on diminue la largeur de la fente, on diminue la largeur du pic central de diffraction sur l'écran.

R3. Vrai ou faux ? Dans la lumière qui sort d'un réseau, la séparation entre deux raies spectrales données augmente lorsque le numéro de l'ordre m augmente.

R4. Vrai ou faux ? Dans la lumière qui sort d'un réseau, la séparation entre deux raies spectrales données augmente si le pas d du réseau augmente.

R5. Pour quelles valeurs du déphasage $\Delta\phi$ entre 0 et 2π obtient-on un minimum d'intensité dans la figure d'interférence produite par 4 fentes ? Pour chacun des déphasages obtenus, représentez la situation à l'aide d'un diagramme de Fresnel (voir la figure 7.31, p. 308).

R6. Reprenez la question R5 avec 5 fentes.

R7. Vrai ou faux ? Quand la lumière traverse des polariseurs croisés, l'intensité transmise est alors maximale.

QUESTIONS

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Q1. Expliquez pourquoi on observe des franges lorsqu'on regarde la nuit un lampadaire éloigné en entrouvrant les yeux de manière que les paupières se touchent presque.

Q2. Expliquez pourquoi l'ordre des couleurs produites par un prisme est inversé par rapport à celui des couleurs produites par un réseau.

Q3. Un sténoscope est un appareil photographique qui n'a pour objectif qu'une ouverture minuscule. Cette ouverture, ou sténopé, doit avoir une taille optimale. Pourquoi la netteté de l'image diminue-t-elle : (a) lorsqu'on agrandit l'ouverture ; (b) lorsqu'on réduit l'ouverture ?

Q4. À quoi sont dues les couleurs observées à la surface des CD ou des DVD (figure 7.63) ? Une réponse est donnée au problème P1.

▲ **Figure 7.63**
Question 4. Les CD et les DVD réfléchissent des couleurs même s'ils sont éclairés par de la lumière blanche.

Q5. Est-il possible de n'enregistrer aucun minimum sur une figure de diffraction produite par une fente simple ? Si oui, dans quelle condition ?

Q6. En tenant compte à la fois de l'interférence et de la diffraction dans l'expérience des fentes de Young, quel effet obtient-on lorsqu'on fait varier : (a) la longueur d'onde ; (b) la distance séparant les fentes ; (c) la largeur des fentes ?

Q7. Expliquez la différence entre le phénomène de l'interférence et celui de la diffraction. (a) Peut-il y avoir diffraction sans interférence ? (b) Peut-il y avoir interférence sans diffraction ? Donnez des exemples appuyant vos réponses. (c) Répondez aux deux mêmes questions en comparant les franges de diffraction et celles d'interférence, plutôt que *la* diffraction et *l'*interférence.

Q8. Pourquoi la poussière sur un objectif d'appareil photographique diminue-t-elle la netteté de l'image sur la pellicule ?

Q9. En principe, peut-on construire un microscope qui fonctionne en lumière visible pour examiner la structure des atomes ?

Q10. Un filtre ne laissant passer qu'une seule couleur permettrait-il d'améliorer le pouvoir de résolution d'un microscope ? Si oui, pour quelles raisons ? Quelle couleur donnerait le meilleur pouvoir de résolution ?

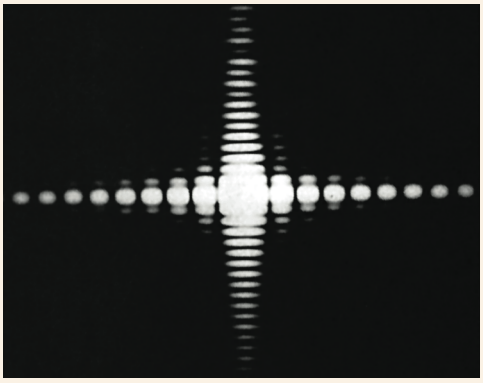
Q11. Dans un réseau, quel est l'effet produit si l'on change : (a) le nombre total de fentes ; (b) le nombre de fentes par centimètre ; (c) la largeur du réseau ?

Q12. Quelles sont la forme et l'orientation de l'ouverture qui produit la figure de diffraction représentée à la figure 7.64 ?

Q13. Comment peut-on vérifier si une paire de lunettes de soleil a des verres polaroïd ?

Q14. Lorsque de la lumière non polarisée traverse deux polariseurs dont l'axe de polarisation est perpendiculaire, l'intensité transmise est nulle. Est-il possible d'augmenter l'intensité transmise au moyen d'un troisième polariseur ? Si oui, comment ?

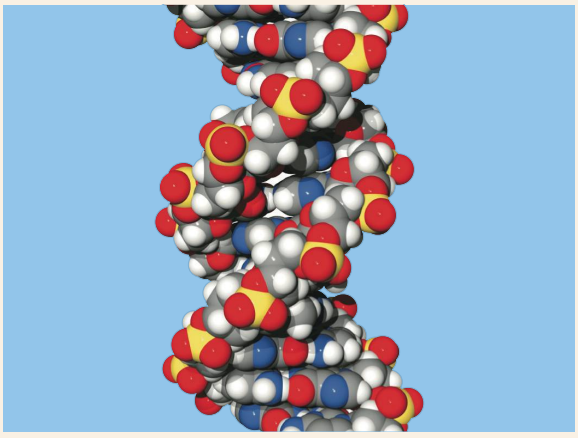
Q15. Pourquoi pensez-vous qu'il est nécessaire d'ajuster l'orientation d'une antenne en « oreilles de lapin » pour obtenir une bonne réception des signaux de radio FM ou de télévision ?



▲ Figure 7.64
Question 12.

Q16. Deux faisceaux lumineux de polarisations perpendiculaires peuvent-ils donner lieu à une interférence ?

Q17. Un faisceau lumineux polarisé verticalement est incident sur une solution contenant une forte concentration de molécules d'ADN (figure 7.65). Peut-on s'attendre à ce que le faisceau émergeant soit toujours polarisé verticalement ? Pourquoi ?



▲ Figure 7.65
Question 17.

Q18. Les figures de diffraction produites par des obstacles complémentaires sont complémentaires, c'est-à-dire que les franges brillantes et sombres sont interverties. Pourquoi faut-il respecter les critères de Fraunhofer pour que ce soit le cas ? (*Indice* : Superposez les deux situations.)

EXERCICES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

7.2 Diffraction produite par une fente simple

E1. (I) De la lumière de longueur d'onde 680 nm tombe suivant la normale sur une fente de largeur 0,06 mm. On observe la figure produite sur un écran situé à 1,8 m. (a) Quelle est la largeur du pic central ? (b) Quelle est la distance sur l'écran entre les minima de premier et de deuxième ordre ?

E2. MonLab (I) Lorsque la lumière de longueur d'onde 589 nm émise par des vapeurs de sodium éclaire une fente simple, le pic central de diffraction sur l'écran a une largeur de 3 cm. Quelle serait la largeur du pic avec la raie de 436 nm émise par les vapeurs de mercure ?

E3. (I) Soit une fente simple éclairée par la lumière verte émise par les vapeurs de mercure, de 546 nm de longueur d'onde. Le pic central de diffraction a une largeur de 8 mm sur un écran situé à 2 m de la fente. Quelle est la largeur de la fente ?

E4. (I) Dans une figure de diffraction produite par une fente simple, le premier et le deuxième minimum sont distants de 3 cm sur un écran situé à 2,80 m de la fente. Déterminez la largeur de la fente, sachant que la lumière a une longueur d'onde de 480 nm.

E5. (I) Soit un encadrement de porte de 76 cm de large. (a) Pour quelle fréquence sonore cette largeur est-elle égale à quatre longueurs d'onde ? (b) En supposant que l'incidence est normale, quel est l'angle du premier minimum de diffraction de cette onde sonore ? Le module de la vitesse du son est de 340 m/s.

E6. MonLab (I) Dans l'expérience des fentes de Young, la largeur des fentes est de 0,15 mm et la distance entre les fentes est de 0,6 mm. Combien de franges brillantes complètes observe-t-on dans le maximum central de diffraction ?

7.3 Critère de Rayleigh

E7. (I) Un signal de 10 kHz alimente un haut-parleur circulaire. Quelle est la largeur angulaire du pic central de diffraction de l'onde sonore si le diamètre du haut-parleur est de : (a) 8 cm ; (b) 30 cm ? Le module de la vitesse du son est de 340 m/s.

E8. (I) On utilise un sténoscope (voir la question Q3) dont l'ouverture circulaire a un rayon de 0,5 mm pour photographier une source ponctuelle éloignée qui émet à une longueur d'onde de 500 nm. Quelle est la largeur du pic de diffraction central sur la pellicule, qui est située à 22 cm de l'ouverture ?

E9. (I) Soit un sténoscope (voir la question Q3) dont l'ouverture a un diamètre de 0,8 mm. La pellicule est située à 20 cm de l'ouverture. Deux sources ponctuelles se trouvent à 16 m de l'ouverture. En supposant que la lumière ait une longueur d'onde de 600 nm, quelle distance minimale faut-il entre les sources pour que leurs images soient séparées sur la pellicule, selon le critère de Rayleigh ?

E10. (I) Pour recevoir des hyperfréquences de longueur d'onde 3 cm, on utilise une antenne parabolique de diamètre égal à 1 m. À une distance de 20 km, quel est l'écart minimal entre deux sources ponctuelles pour qu'elles apparaissent distinctes ?

E11. (I) Quelle distance minimale faut-il entre deux sources ponctuelles sur la Lune pour qu'elles soient séparées selon le critère de Rayleigh : (a) par une caméra miniature dont l'ouverture a un diamètre de 5 mm ; (b) par un télescope de diamètre 4,5 m ? On donne $\lambda = 550$ nm.

E12. (I) Un satellite en orbite à une altitude de 180 km est doté d'un télescope de 30 cm de diamètre. Quelle est la dimension du plus petit détail qu'il est capable de distinguer à la surface de la Terre avec une longueur d'onde ultraviolette de 280 nm ? On néglige la présence de l'atmosphère.

E13. (I) Soit deux petits objets situés à 25 cm d'un œil. Quelle est la plus petite distance entre les objets que l'œil est capable de séparer si on suppose que la pupille a un diamètre de 3 mm ? La lumière a une longueur d'onde de 500 nm.

E14. (I) L'objectif d'un appareil photographique a une ouverture de 1,5 cm de diamètre. À quelle distance peut-il séparer les phares d'une automobile qui sont à 2 m l'un de l'autre ? On donne $\lambda = 550$ nm.

E15. MonLab (I) Un amas d'étoiles se trouve à une distance de 10^{16} m. Quelle est la plus petite distance entre deux sources que peut séparer chacun des appareils suivants : (a) le télescope optique du mont Palomar, qui a un diamètre de 200 po (5,08 m) et fonctionne à une longueur d'onde de 500 nm ; (b) le radiotélescope d'Arecibo, à Porto Rico (figure 7.66), qui a un diamètre de 1000 pi (305 m) et fonctionne à une longueur d'onde de 21 cm ? On suppose qu'ils sont tous les deux limités uniquement par la diffraction.

▲ Figure 7.66
Exercice 15.

E16. (I) Les feux arrière d'une automobile sont distants de 1,8 m et émettent de la lumière de longueur d'onde 650 nm. Quelle est la distance maximale à laquelle ils peuvent être séparés par : (a) un œil dont la pupille a un diamètre de 5 mm ; (b) un télescope de 2,8 m de diamètre ? Dans les deux cas, on suppose que les seules limites imposées sont dues à la diffraction.

7.4 Réseaux de diffraction

E17. MonLab (I) On utilise un réseau comportant 300 traits/mm pour analyser la lumière d'un tube à décharge dans l'hydrogène qui émet à des longueurs d'onde de 410,1 nm et de 656,2 nm. Quelle est la séparation angulaire entre les maxima principaux pour ces deux longueurs d'onde : (a) au premier ordre ; (b) au deuxième ordre ? (c) Y a-t-il chevauchement du deuxième et du troisième ordre ?

E18. (II) De la lumière incidente éclairant un réseau de transmission fait un angle ϕ avec la normale. Montrez que l'équation 7.4 donnant les maxima principaux prend la forme

$$d(\sin\phi \pm \sin\theta) = m\lambda$$

Comment expliquez-vous la présence du signe ± ?

E19. MonLab (I) Combien d'ordres complets sont formés par un réseau de 6000 traits/cm pour la gamme visible de 400 nm à 700 nm ? Un ordre complet est caractérisé par la présence des raies associées à toutes les longueurs d'onde que comporte le faisceau lumineux. (Il ne faut pas oublier que le maximum central doit être compté comme un ordre complet !)

E20. (I) Quelle est la séparation angulaire au deuxième ordre des raies du doublet du sodium, de 589,0 nm et de 589,6 nm, produites par un réseau de 5000 traits/cm ?

E21. (I) De la lumière de longueur d'onde 640 nm traversant un réseau donne une raie spectrale à 11° pour le premier ordre. À quel angle est observée la raie de deuxième ordre pour la longueur d'onde de 490 nm ?

E22. (I) Soit un réseau de 2,8 cm de largeur. La raie associée à la longueur d'onde 468 nm est observée à 21° au deuxième ordre. Combien de traits comporte le réseau ?

7.5 Fentes multiples

E23. MonLab (I) La seule composante non nulle des champs électriques créés en un point par trois sources est donnée par

$$E_{1y} = E_0 \sin(\omega t)$$
$$E_{2y} = E_0 \sin(\omega t + \Delta\phi)$$
$$E_{3y} = E_0 \sin(\omega t + 2\Delta\phi)$$

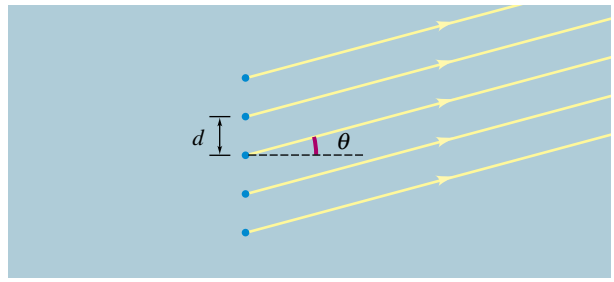
À l'aide des vecteurs de Fresnel, trouvez l'amplitude E_{0T} du champ résultant (par rapport à E_0) pour les valeurs suivantes de la différence de phase $\Delta\phi$: (a) $\pi/6$ rad ; (b) $\pi/3$ rad ; (c) $\pi/2$ rad ; (d) $2\pi/3$ rad.

E24. (I) La projection verticale de deux vecteurs de Fresnel de même amplitude est donnée par

$$E_y = 16 \sin(\omega t + 5\pi/18)$$

où $5\pi/18$ est l'angle entre la résultante et le premier vecteur. Quelles sont les amplitudes de chaque vecteur de Fresnel et leur différence de phase ? (*Indice* : Adaptez la figure 7.30, p. 307, à ce cas de 2 fentes.)

E25. (I) Soit cinq sources cohérentes ponctuelles placées sur une ligne droite à intervalles de 25 m (figure 7.67). Elles émettent des ondes radio de fréquence 100 MHz et de même amplitude. Quelle doit être la différence de phase minimale entre deux sources adjacentes pour que l'amplitude résultante soit nulle en un point éloigné des sources selon une orientation proche de l'axe médian (θ proche de 0° dans la figure) ?



▲ **Figure 7.67**
Exercices 25 et 26 et problème 5.

E26. (II) Soit une série de sources ponctuelles régulièrement espacées de d sur une ligne droite (figure 7.67). Chaque source est en avance de phase de α rad sur la source située juste au-dessus. À quelle position angulaire θ trouve-t-on le premier pic d'interférence constructive ?

7.6 Intensité de la figure de diffraction produite par une fente simple

E27. (I) L'hydrogène contenu dans un tube à décharge émet une raie rouge de longueur d'onde 656,2 nm. La lumière passe par une fente simple de largeur 0,08 mm. (a) À quel angle se trouve le premier minimum ? (b) Quelle est l'intensité (par rapport au pic central) à un angle valant la moitié de celui trouvé en (a) ?

E28. (I) Une fente simple de largeur égale à 0,06 mm diffracte de la lumière de longueur d'onde 523 nm sur un écran situé à une distance de 3,4 m. Quelle est l'intensité (par rapport au pic central) en un point situé à 2 cm du milieu du pic central ?

E29. (I) Si l'on double la largeur d'une fente simple, montrez que l'intensité au milieu du pic de diffraction augmente d'un facteur 4.

7.7 Pouvoir de résolution d'un réseau

E30. (I) Deux des raies du sodium ont des longueurs d'onde de 589,0 nm et de 589,6 nm. Quelle est la largeur d'un réseau de 300 traits/mm, capable de séparer ces raies au premier ordre ?

E31. (I) Un réseau de 2,8 cm de largeur comporte 4200 traits/cm. Quelle différence minimale de longueur d'onde peut-il séparer au deuxième ordre à 550 nm ?

E32. (I) Pour séparer deux raies spectrales de longueurs d'onde 586,32 nm et 586,85 nm, on dispose d'un réseau de 3,2 cm de large. (a) Quel est le pouvoir de résolution requis ? (b) Combien de traits doit comporter le réseau pour séparer ces raies au deuxième ordre ?

7.8 Diffraction des rayons X

E33. (I) Des rayons X de longueur d'onde 0,14 nm tombent sur les plans atomiques d'un cristal qui sont distants de 0,32 nm. Quel est l'angle du faisceau diffracté de premier ordre par rapport aux plans ?

E34. (I) Certains plans atomiques d'un cristal sont espacés de 0,28 nm. Le maximum de premier ordre pour la diffraction de Bragg forme un angle de 15° par rapport aux plans. Trouvez : (a) la longueur d'onde des rayons X ; (b) l'angle du maximum de Bragg de deuxième ordre.

E35. (I) Des rayons X monochromatiques tombent sur certains plans atomiques d'un cristal qui sont espacés de 0,28 nm. On observe le maximum de Bragg de deuxième ordre à 19,5°. Quelle est la longueur d'onde du rayonnement ?

E36. (I) Lorsqu'on dirige sur un cristal des rayons X de longueur d'onde 0,13 nm, le maximum de diffraction de Bragg de premier ordre forme un angle de 9° avec certains plans atomiques. De quelle distance sont espacés les plans ?

7.9 Polarisation

E37. (I) De la lumière non polarisée d'intensité I_0 atteint deux polariseurs, placés l'un après l'autre dans la direction de transmission. L'axe de polarisation du second fait un angle de 60° avec le premier. Quelle est l'intensité transmise ?

E38. MonLab (I) De la lumière non polarisée d'intensité I_0 tombe sur deux polariseurs croisés, dont les axes de transmission sont perpendiculaires. On place un troisième polariseur entre les deux premiers, son axe étant orienté à 45°. Quelle est l'intensité finale transmise ?

E39. (I) Montrez que l'angle critique θ_c de réflexion totale interne et l'angle de polarisation θ_p sont liés par la relation

$$\text{cotan } \theta_p = \sin \theta_c$$

E40. (I) De la lumière se propageant dans un milieu est réfléchie sur la surface de séparation avec l'air et l'angle critique de réflexion totale interne est égal à 38°. Quel est l'angle de polarisation ?

E41. (I) La lumière du Soleil est réfléchie à la surface d'un étang. Quel doit être l'angle d'élévation du Soleil au-dessus de l'horizon pour que la lumière réfléchie soit linéairement polarisée ?

E42. MonLab (I) Soit deux polariseurs réglés de manière à donner une transmission maximale de la lumière non polarisée. De quel angle doit-on faire tourner l'un des polariseurs pour que l'intensité transmise tombe à 40 % de la valeur transmise initialement ?

E43. (I) Une plaque de verre flint (n = 1,6) est immergée dans l'eau (n = 1,33). Quel est l'angle de polarisation pour la réflexion sur la surface de séparation entre l'eau et le verre ?

E44. (II) Une source lumineuse est immergée dans l'eau (n = 1,33). Existe-t-il un angle d'incidence pour lequel la lumière soumise à une réflexion interne sur la surface de séparation eau-air est linéairement polarisée ?

E45. (I) Un faisceau de lumière tombe selon un angle d'incidence égal à l'angle de polarisation sur une plaque de verre flint (n = 1,6). Quel est l'angle de réfraction ?

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

7.2 Diffraction produite par une fente simple

E46. (I) Une fente de 0,08 mm de largeur est éclairée par de la lumière de longueur d'onde 620 nm. Quelle est la largeur du maximum central de diffraction sur un écran situé à 2,4 m de cette fente ?

E47. (I) Une onde sonore plane de 600 Hz traverse une porte de 0,8 m de largeur. À quel angle, par rapport à la direction initiale de propagation, trouve-t-on le premier minimum de diffraction ? Le module de la vitesse du son est de 340 m/s.

E48. (I) Les deux fentes d'un montage d'interférence de Young ont une largeur de 0,15 mm. On observe 7 franges brillantes d'interférence à l'intérieur du maximum central de diffraction. Quelle est la distance entre les fentes ?

E49. (I) De la lumière de longueur d'onde 580 nm traverse une fente de 0,8 mm de largeur. Quelle est la distance entre le premier et le second minimum d'un côté du maximum central, observés sur un écran situé à 3,2 m de la fente ?

E50. (II) Dans l'expérience de Young, on observe 9 franges brillantes d'interférence dans le maximum central de diffraction. Combien de franges brillantes trouve-t-on dans le premier maximum secondaire de diffraction ? (Voir la figure 7.19, p. 298.)

7.3 Critère de Rayleigh

E51. (I) Un satellite-espion évoluant à 200 km au-dessus de la surface de la Terre doit pouvoir distinguer deux points distants de 0,2 m sur la surface terrestre. Dans des conditions idéales, quel est le diamètre minimal du miroir de son télescope, si les observations sont effectuées avec de la lumière à 400 nm ?

E52. (I) Le miroir du télescope Hubble a un rayon de 1,2 m. (a) Quelle séparation angulaire critique possède-t-il pour de la lumière à 550 nm ? (b) Quelle est la distance minimale entre deux étoiles situées à 50 000 années-lumière de nous pour que le télescope puisse les distinguer ?

E53. (I) Un astronaute en orbite est à une altitude de 280 km au-dessus de la surface de la Terre. Dans des conditions idéales, quelle distance doit-il y avoir entre deux points à la surface terrestre si l'astronaute veut les distinguer ? Supposez que le diamètre de sa pupille est de 0,5 cm et que la longueur d'onde de la lumière est 550 nm.

E54. (I) On observe des bactéries avec un microscope dont les lentilles ont un diamètre de 7 mm. Quelle est la séparation angulaire critique pour : (a) une lumière bleue à 450 nm ; (b) une lumière rouge à 650 nm ? (c) Estimez la taille des plus fins détails qu'on peut résoudre avec de la lumière visible, si l'objectif a une distance focale de 5 mm. (*Indice* : Où place-t-on l'objet ?)

7.4 Réseaux de diffraction

E55. (I) Une raie spectrale du mercure à 546 nm est observée au deuxième ordre à 18,5°, à l'aide d'un réseau de 1,8 cm de largeur. (a) Combien de traits comporte ce réseau ? (b) À quel angle observera-t-on cette raie au troisième ordre ?

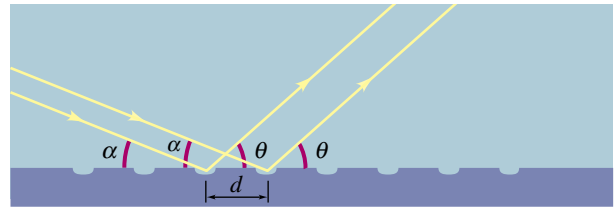
E56. (I) Quelle est la séparation angulaire au deuxième ordre des raies spectrales de l'hydrogène à 434 nm et 486 nm, si elles sont produites par un réseau de 650 traits/mm ?

PROBLÈMES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

P1. (I) Dans un réseau par réflexion, la transmission de la lumière par de nombreuses fentes est remplacée par la réflexion sur un grand nombre de petites surfaces équidistantes. Son fonctionnement fait intervenir la possibilité pour la lumière de se réfléchir dans toutes les directions, comme cela se produit avec les marques indiquant les graduations sur une règle en métal ou les sillons d'un CD ou d'un DVD (figure 7.68). Comme pour les réseaux de diffraction, la figure d'interférence vient d'une différence de marche et de la superposition des rayons réfléchis en provenance des marques dans la même direction θ. Si la lumière incidente fait un angle α avec le plan de la règle, à quelle condition observe-t-on un maximum principal à l'angle θ pour de la lumière de longueur d'onde λ ?

P2. (I) De la lumière de longueur d'onde 450 nm tombe suivant la normale sur trois fentes étroites espacées de 0,5 mm. On observe la figure d'interférence sur un écran situé à 3,6 m. Trouvez les positions : (a) du premier maximum principal après celui du centre ; (b) des premier et deuxième maxima secondaires ; (c) des deux premiers minima.



▲ **Figure 7.68**
Problème 1.

P3. (I) Quatre fentes étroites sont éclairées par de la lumière de longueur d'onde 450 nm. Les fentes sont distantes de 0,08 mm et on observe la figure d'interférence sur un écran situé à 3,6 m des fentes. Trouvez les positions : (a) du premier maximum principal après celui du centre ; (b) des deux premiers minima.

P4. (I) Montrez que la séparation angulaire entre les maxima principaux d'ordre m sur un réseau pour les longueurs d'onde λ et $\lambda + \Delta\lambda$ est

$$\Delta\theta = \frac{m\Delta\lambda}{d\cos\theta}$$

où d est la période du réseau (distance entre deux traits voisins).

P5. (II) Soit un réseau à N sources cohérentes disposées en ligne droite (figure 7.67, p. 331). (a) Montrez que la demi-largeur angulaire $\Delta\theta$ du maximum principal en θ s'écrit (pour $\Delta\theta$ petit)

$$\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{Nd\cos\theta}$$

où d est l'intervalle entre les sources. (b) Calculez cette expression à $\theta = 0$ pour $N = 32$, $d = 70$ m et $\lambda = 21$ cm. (*Indice* : Considérez un maximum en θ et un minimum en $\theta + \Delta\theta$.) (Voir l'équation 7.13*b*.)

P6. (I) Par définition, la *dispersion* d'un réseau correspond à $d\theta/d\lambda$. Utilisez l'équation 7.4 pour montrer que la dispersion peut s'exprimer sous la forme

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{\tan\theta}{\lambda}$$

P7. (I) De la lumière non polarisée d'intensité I_0 frappe trois polariseurs initialement alignés pour donner une transmission maximale. On fait tourner de 30° l'axe de transmission du deuxième par rapport au premier et de 60° (dans le même sens) l'axe du troisième par rapport au premier. Quelle est l'intensité transmise ?

P8. (I) Quatre émetteurs radio distants de 100 m et alignés dans la direction nord-sud émettent des ondes de longueur d'onde 600 m. À quelle condition le pic central peut-il être orienté dans la direction 11° nord par rapport à l'est ?

P9. (II) Les positions angulaires des maxima secondaires dans une figure de diffraction produite par une fente simple sont données par

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\alpha}{2}$$

(a) Démontrez cette équation. (*Indice* : Annulez la dérivée de l'équation 7.10.) (b) Tracez $\tan(\alpha/2)$ et $\alpha/2$ en fonction de α (α en radians). Les points d'intersection des fonctions sont les solutions de l'équation donnée ci-dessus. Quelle est la première valeur de α ?

P10. (II) De la lumière de longueur d'onde 600 nm tombe suivant la normale sur une fente simple de largeur 0,5 mm. À quel angle sur la figure de diffraction l'intensité chute-t-elle à 25 % de sa valeur au milieu du pic central ? (*Indice* : Trouvez d'abord α à partir de l'équation 7.10. Vous pouvez obtenir une solution graphique ou procéder par essai et erreur.)

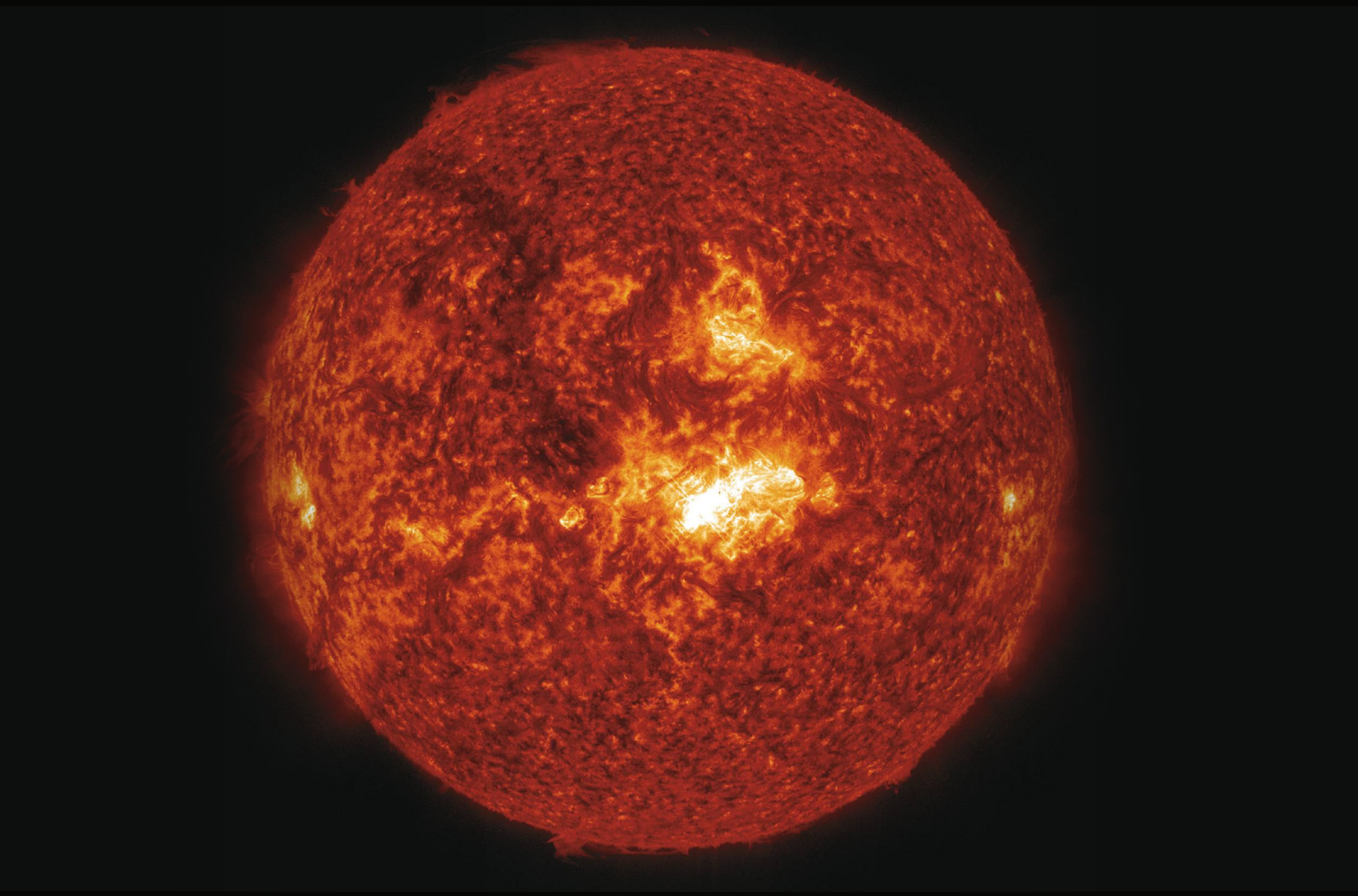
P11. (II) Pour trouver l'expression de la distribution d'intensité produite par N sources, examinez la figure 7.33 (p. 309) pour obtenir les expressions des vecteurs de Fresnel $\vec{\mathbf{e}}_i$ et $\vec{\mathbf{e}}$ en fonction de $\Delta\phi$, E_0 et R. Exprimez E_{0T}, le module de $\vec{\mathbf{e}}$, en fonction de E_0, le module des $\vec{\mathbf{e}}_i$, puis utilisez le fait que l'intensité est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ électrique pour démontrer que

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$$

où $I_0 \propto E_0^2$ est l'intensité due à une seule source.

CHAPITRE 8

LA RELATIVITÉ RESTREINTE



SOMMAIRE

8.1 L'indétectable éther
8.2 La covariance
8.3 Les deux postulats d'Einstein
8.4 Les méthodes de mesure
8.5 La relativité de la simultanéité
8.6 La dilatation du temps
8.7 La contraction des longueurs
8.8 L'effet Doppler relativiste
8.9 Le « paradoxe » des jumeaux
8.10 La transformation de Lorentz
8.11 La formulation de la transformation de Lorentz
8.12 L'addition relativiste des vitesses
8.13 Le « paradoxe » de la perche et de la grange
8.14 La quantité de mouvement et l'énergie
8.15 La relativité et l'électromagnétisme

Notre étoile, le Soleil, irradie chaque seconde dans l'espace une énergie considérable, de l'ordre de 10^{26} J. D'où vient cette formidable puissance ? Selon la théorie de la relativité, elle est due à de la masse qui *disparaît*. En effet, un peu de masse est convertie en énergie chaque fois que des noyaux d'hydrogène, au cœur de notre astre, fusionnent pour donner de l'hélium. Cette équivalence entre masse et énergie est l'un des concepts que nous découvrirons dans ce chapitre.

La théorie de la relativité, formulée par Albert Einstein en 1905, représente une remise en question radicale de plusieurs concepts de la physique classique, notamment ceux de temps, d'espace, de masse et d'énergie. Par exemple, cette théorie prédit que deux observateurs, si leur mouvement l'un par rapport à l'autre est assez rapide, obtiendront des mesures très différentes s'ils cherchent à déterminer l'intervalle de temps entre deux événements. Cette différence ne découle pas d'un problème de perception, mais du fait que le temps lui-même *ne s'écoule pas au même rythme* pour chacun des deux observateurs.

De telles prédictions ont inspiré beaucoup d'œuvres de science-fiction, mais nous allons pourtant voir qu'elles n'ont rien d'imaginaire : de nombreuses expériences scientifiques ont corroboré les prédictions de la relativité. On en tient compte tous les jours dans de nombreux laboratoires mais aussi dans plusieurs technologies. Par exemple, les données transmises aux récepteurs GPS doivent tenir compte d'effets relativistes.

En 1905, ces confirmations expérimentales n'existaient pas encore. Einstein formula sa théorie pour résoudre divers problèmes dans la théorie électromagnétique. Nous commencerons par présenter ces problèmes (sections 8.1 et 8.2). Nous verrons ensuite que la théorie de la relativité, en apparence si complexe, découle entièrement de deux postulats très simples (section 8.3) qui résolvent ces problèmes. Le reste du chapitre portera sur les conclusions qu'on peut tirer de ces postulats, notamment au sujet du temps (section 8.6), des longueurs (section 8.7), de la masse et de l'énergie (section 8.14) et de plusieurs autres notions.

8.1 L'INDÉTECTABLE ÉTHER

Dans le modèle électromagnétique, la lumière est représentée comme une onde. Quand Maxwell formula ce modèle, en 1865, il supposa que les ondes lumineuses devaient, comme toutes les ondes mécaniques, se propager dans un milieu de propagation matériel. Il supposait donc, comme Huygens et plusieurs autres avant lui, que toute la matière et tout l'espace de l'Univers étaient remplis d'**éther**, une substance qui permettait à la lumière de se propager.

Dans notre étude des ondes mécaniques, aux chapitres 2 et 3, nous avons obtenu (à partir des lois de Newton) des équations donnant la vitesse des ondes *par rapport à leur milieu de propagation*. Par exemple, le son voyage à 342 m/s par rapport à l'air à 20 °C. Quand Maxwell obtint (à partir des lois de l'électromagnétisme) que la vitesse d'une onde électromagnétique était donnée par l'équation 4.1, $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$, il considéra donc que cette vitesse c était mesurée *par rapport à l'éther*. L'éther devait ainsi être vu comme un référentiel « privilégié » ou « absolu ». Une particule au repos dans ce référentiel était au repos « absolu », et tout mouvement par rapport à l'éther était un mouvement « absolu ».

Si un observateur se déplace par rapport à l'air dans le même sens qu'une onde sonore, il ne mesure plus que le son voyage à 342 m/s par rapport à lui : il peut même théoriquement rattraper et dépasser l'onde sonore. De la même façon, on supposait qu'un observateur en mouvement par rapport à l'éther devrait mesurer pour la lumière une vitesse différente de c. Nous allons maintenant voir que cette prédiction est un échec retentissant : quel que soit son état de mouvement, un observateur ne mesure jamais une vitesse différente de c.

L'expérience de Michelson-Morley

Puisque la Terre orbite autour du Soleil à une vitesse de 29 800 m/s, il apparaissait inévitable que nous soyons en mouvement par rapport à l'éther. Par exemple, si l'éther était immobile par rapport au Soleil et qu'on observait la lumière émise par une ampoule électrique, un rayon de lumière projeté dans le sens du mouvement de la Terre devrait aller moins vite qu'un rayon projeté dans une direction perpendiculaire. C'est pour détecter une telle différence que Michelson mit au point l'interféromètre qui porte son nom (voir la section 6.6) : puisque les bras de l'interféromètre sont perpendiculaires entre eux, la lumière devrait se propager à une plus grande vitesse dans l'un d'entre eux, causant ainsi une différence de phase entre les rayons qui se recombinent à la sortie de l'appareil. En faisant pivoter l'appareil, cette différence de phase devrait changer, causant un défilement de franges. En 1887, Michelson perfectionna ce montage avec l'aide d'Edward Williams Morley (1838-1923), mais l'expérience se solda néanmoins par un échec éclatant : comme le montre l'aperçu historique à la fin de cette section, Michelson et Morley s'attendaient à un décalage

facilement observable dans l'interféromètre (environ 0,4 frange), mais ils n'en observèrent aucun. Pourtant, leur appareil était capable de détecter des décalages inférieurs à 1/20 de frange.

Comment interpréter l'absence de décalages ? Michelson et Morley, qui adhéraient toujours au concept d'éther et à son rôle de référentiel absolu, conclurent que la vitesse de la Terre par rapport à l'éther ne pouvait dépasser 5 km/s, ce qui est nettement inférieur à la vitesse connue de la Terre sur son orbite.

Le résultat négatif de l'expérience de Michelson et Morley laissa les scientifiques perplexes : si l'on ne pouvait mettre en évidence le mouvement de la Terre par rapport à l'éther, cela empêchait aussi, indirectement, de confirmer la validité du concept d'éther. De nombreuses expériences semblables, plus précises, ont été réalisées depuis, et la représentation selon laquelle la Terre se déplace dans un éther qui joue le rôle de référentiel absolu ne tient clairement plus la route : selon les mesures les plus récentes, la vitesse v de la Terre par rapport à cet éther serait au plus de 5 cm/s !

Comme nous le verrons plus loin dans ce chapitre, la théorie de la relativité apporte une solution à cet épineux problème en abandonnant complètement la notion d'éther. Dans la conception actuelle, la vitesse de la lumière est la même dans tous les référentiels et non uniquement dans un référentiel privilégié.

APERÇU HISTORIQUE

L'effondrement du concept d'éther

Le concept d'éther fournit une intéressante illustration de ce qui se produit quand une théorie est abandonnée. On observe habituellement un grand nombre d'indices qui contredisent les attentes, mais les scientifiques tentent d'abord d'améliorer le modèle. Parfois, comme c'est le cas pour le concept d'éther, ces tentatives ont toutes les apparences d'un rafistolage désespéré. Cela se produit car les scientifiques préfèrent souvent attendre l'émergence d'une explication concurrente avant d'abandonner un modèle, si imparfait soit-il.

Quand Huygens faisait l'hypothèse qu'il fallait un éther pour permettre à la lumière de se propager, il concevait celle-ci comme une onde longitudinale. L'éther aurait donc pu être un gaz diffus, difficile à détecter, qui n'aurait pas gêné le mouvement des corps qui s'y déplacent.

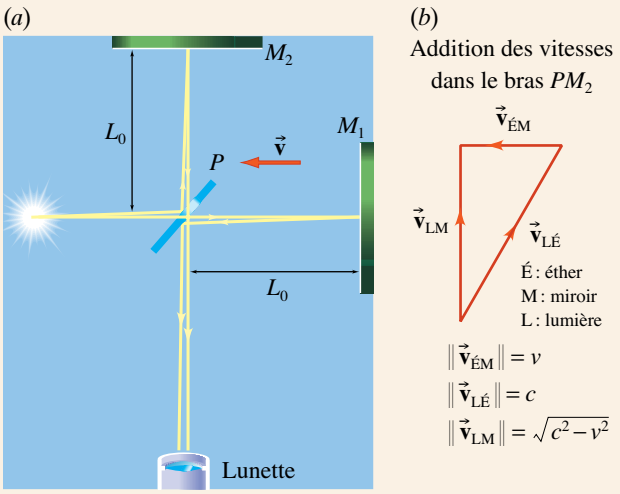
Au XIX^{e} siècle, il était devenu clair que seul un modèle d'onde transversale peut expliquer les phénomènes de polarisation. Le concept d'éther subit donc une première modification : un gaz ne pouvant pas véhiculer une onde transversale, l'éther devait être un solide élastique. Quand on prit conscience que les fréquences lumineuses étaient énormes ($\approx 10^{14}$ Hz pour la lumière visible), les choses empirèrent : seul un solide extrêmement rigide pourrait osciller avec une pareille fréquence. Pourtant, l'éther ne semblait pas du tout gêner nos déplacements ni même ralentir le mouvement des planètes à très long terme.

L'échec de l'expérience de Michelson-Morley est une rebuffade supplémentaire pour la notion d'éther. Pour saisir l'ampleur de cet échec, nous allons calculer la différence de phase à laquelle s'attendaient Michelson et Morley à l'issue de leur expérience.

Pour ce faire, partons comme eux de l'hypothèse que la lumière se propage à la vitesse c par rapport à l'éther, lequel se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ par rapport à la Terre. Supposons aussi que les bras PM_1 et PM_2 de l'interféromètre (figure 8.1*a*), ajustés pour avoir la même longueur L_0, sont orientés l'un parallèlement et l'autre perpendiculairement à ce mouvement de la Terre. Le bras PM_1 étant parallèle à la direction du mouvement de la Terre, qu'on suppose vers la droite sur la figure, la vitesse de la lumière par rapport à l'appareil est égale à $c - v$ pendant le trajet de l'aller PM_1 et à $c + v$ pendant celui du retour M_1P. La durée de l'aller-retour entre P et M_1 est donc

$$T_1 = \frac{L_0}{(c - v)} + \frac{L_0}{(c + v)} = \frac{(2L_0/c)}{(1 - v^2/c^2)}$$

►►►



▲ Figure 8.1

(*a*) L'interféromètre de Michelson. Les bras PM_1 et PM_2 sont respectivement parallèle et perpendiculaire au mouvement de la Terre. Si la Terre est en mouvement vers la droite, un « vent d'éther » souffle vers la gauche avec la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ par rapport à la Terre. (*b*) Dans le bras PM_2, la vitesse de la lumière par rapport au miroir $\vec{\mathbf{v}}_{LM}$ est la somme de $\vec{\mathbf{v}}_{LÉ}$, la vitesse de la lumière par rapport à l'éther, et de $\vec{\mathbf{v}}_{ÉM}$, la vitesse de l'éther par rapport au miroir : $\vec{\mathbf{v}}_{LM} = \vec{\mathbf{v}}_{LÉ} + \vec{\mathbf{v}}_{ÉM}$. Ainsi, $\|\vec{\mathbf{v}}_{LM}\| = (c^2 - v^2)^{1/2}$, quand les trois vecteurs forment un triangle rectangle. Ce résultat est valable tant pendant le trajet de l'aller PM_2 que pendant celui du retour M_2P. Rappel : le symbole $\vec{\mathbf{v}}_{AB}$ désigne la vitesse relative de A par rapport à B.

Par ailleurs, si la direction résultante de la lumière montrée à la figure 8.1*b* est orientée selon le bras PM_2, perpendiculairement au mouvement, la vitesse de la lumière par rapport à l'appareil est $(c^2 - v^2)^{1/2}$, tant pendant le trajet de l'aller que pendant celui du retour dans ce bras. La durée de l'aller-retour entre P et M_2 est

$$T_2 = \frac{2L_0}{(c^2 - v^2)^{1/2}} = \frac{(2L_0/c)}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}$$

(Notez que les durées T_1 et T_2 demeurent les mêmes si la Terre est plutôt en mouvement vers la gauche, pourvu que ce mouvement se fasse parallèlement au bras PM_1.) Pour obtenir une expression simple donnant la *différence* entre ces deux durées T_1 et T_2, on utilise le développement binomial $(1 + x)^n \approx 1 + nx + \ldots$, valable pour les petites valeurs de x. Si v est de l'ordre de la vitesse orbitale de la Terre (≈ 30 km/s), alors $v \ll c$. Avec $x = -(v/c)^2$, on trouve, après un peu d'algèbre :

$$\Delta T = T_1 - T_2 = \left(\frac{L_0}{c}\right)\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

Cette différence de durée entraîne une différence de phase qui donne lieu à une interférence constructive ou destructive à la sortie de l'appareil. Tant que l'appareil demeure immobile, l'intensité observée à la sortie demeure stable. Toutefois, si l'on fait tourner l'appareil de 90°, les rôles des bras sont intervertis, de sorte que

$$\Delta T' = T_1' - T_2' = -\left(\frac{L_0}{c}\right)\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

La rotation devrait entraîner un décalage des franges qui dépend de la variation

$$\Delta T - \Delta T' = \frac{2L_0}{c}\left(\frac{v}{c}\right)^2 \qquad \text{(i)}$$

La valeur de L_0 dans l'interféromètre construit par Michelson et Morley était telle que la différence entre les deux durées, donnée par l'équation (i), correspondait à environ 0,4 période pour la lumière utilisée. On aurait donc dû voir défiler 0,4 frange, un résultat facilement détectable. Pourtant, aucun défilement ne survint.

Avant les travaux d'Einstein, il n'existait pas de théorie concurrente. La seule option possible pour les physiciens était donc de maintenir à tout prix le concept d'éther. Il y eut plusieurs tentatives, toutes infructueuses, visant à réconcilier l'idée d'un éther jouant le rôle d'un référentiel absolu avec le résultat négatif de l'expérience de Michelson-Morley. L'une d'elles consistait à considérer que la Terre emportait avec elle une « atmosphère » d'éther et que l'interféromètre était ainsi au repos par rapport à l'éther. Mais cette explication contredisait une autre observation, celle de l'aberration de Bradley : un télescope pointé vers la position réelle d'une étoile située directement au-dessus d'un observateur ne capte pas sa lumière, ce qui serait pourtant le cas s'il y avait un éther en mouvement avec la Terre, donc immobile par rapport à elle. Dès 1727, James Bradley (1693-1762) expliqua que le télescope devait plutôt être très légèrement incliné dans la direction du mouvement de la Terre.

En 1889, George Francis FitzGerald (1851-1901) tenta de rescaper l'hypothèse de l'éther d'une autre façon : il continua d'affirmer que l'éther n'était pas entraîné par la Terre, mais supposa que le vent d'éther exerçait une sorte de pression sur les objets et avait donc pour effet de contracter légèrement, dans le sens de sa longueur, le bras de l'interféromètre parallèle au mouvement de la Terre. Il supposa aussi que cette contraction était tout juste celle qu'il fallait pour « annuler » l'effet produit par la vitesse de l'interféromètre par rapport à l'éther. Pour ce faire, la longueur « contractée » L du bras parallèle au mouvement de la Terre devait valoir

$$L = L_0(1 - v^2/c^2)^{1/2} \qquad \text{(ii)}$$

où L_0 est la longueur « naturelle » du bras.

Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) eut la même idée en 1892. Il obtenait cependant l'équation (ii) en supposant qu'il y avait contraction parce que les forces électriques à l'intérieur d'un corps étaient modifiées dans la direction du mouvement dans l'éther.

Notons que l'hypothèse de contraction par l'éther, même si elle permet d'expliquer le résultat de Michelson et Morley, laisse le problème entier : toujours rien ne pouvait être invoqué comme preuve de l'existence de l'éther. Seule la théorie de la relativité permit de résoudre cette impasse, en rendant possible l'abandon définitif du concept d'éther.

8.2 LA COVARIANCE

Au début du XX^e siècle, la question de l'éther n'était pas le seul problème théorique irrésolu en électromagnétisme. Des complications survenaient lorsque deux observateurs en mouvement l'un par rapport à l'autre essayaient d'appliquer les lois de l'électromagnétisme à un même phénomène. Pour comprendre cette difficulté, nous allons d'abord voir qu'elle ne survient pas dans le cas des lois de la mécanique.

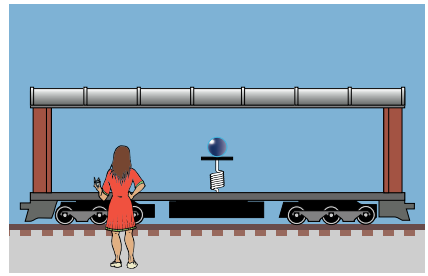
Prenons l'exemple d'une balle qu'on projette vers le haut à l'aide d'un ressort orienté verticalement. Supposons que cette expérience est réalisée à bord d'un train sans vibration qui se déplace à la vitesse constante $\vec{\mathbf{v}}$ par rapport à la voie ferrée (figure 8.2*a*). Si on mesure la position de la balle en fonction du temps t, on doit le faire par rapport à un autre corps, par exemple le plancher du wagon. On peut imaginer un système d'axes (x', y', z') fixé à ce plancher. Ce corps de référence est appelé un **référentiel**. La figure 8.2*b* montre, à des intervalles de temps réguliers, la position mesurée par rapport au plancher. On aurait aussi pu mesurer la position de la balle par rapport à la voie ferrée, laquelle constitue un autre référentiel. On imagine alors un système d'axes (x, y, z) fixé à la voie ferrée et on obtient les mesures de la figure 8.2*c*. Toute figure ne peut être tracée que du point de vue d'un seul référentiel, qui est identifié par le symbole S ou S' en rouge.

On constate que les mesures de la trajectoire dépendent du référentiel, même si le phénomène mesuré est le même. Si on prend la dérivée de la position affichée dans chacune des figures 8.2*b* et 8.2*c*, on voit que les vitesses sont elles aussi différentes : la composante verticale de la vitesse est la même, mais on observe en plus une composante horizontale à la figure 8.2*c*. Si on dérive à nouveau, on obtient cependant des accélérations identiques sur les deux figures. On dit d'une telle quantité, identique dans chaque référentiel, qu'elle est un **invariant**.

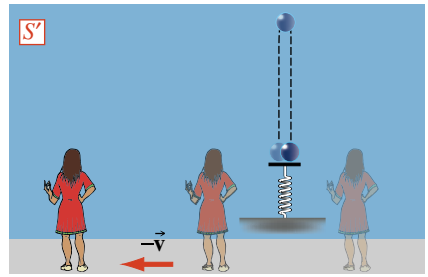
Au chapitre 4 du tome 1, nous avons vu que les lois de Newton sont applicables dans tous les **référentiels d'inertie**, c'est-à-dire les référentiels en mouvement uniforme les uns par rapport aux autres. Le plancher du wagon ou la voie ferrée que nous venons de considérer sont des exemples de référentiels d'inertie, donc on doit pouvoir appliquer $\sum\vec{\mathbf{F}}' = m\vec{\mathbf{a}}'$ à partir des mesures de la figure 8.2*b*, tout comme on devrait pouvoir appliquer $\sum\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ à partir de celles de la figure 8.2*c*. Puisque le poids de la balle est le même, $\sum\vec{\mathbf{F}}' = \sum\vec{\mathbf{F}}$. Ainsi, on prédit que $\vec{\mathbf{a}}' = \vec{\mathbf{a}}$, ce qui est effectivement conforme aux mesures.

Le principe de conservation de l'énergie mécanique, $K_i + U_i = K_f + U_f$, devrait lui aussi pouvoir s'appliquer dans tous les référentiels d'inertie. Si on prend sur chaque figure la position et la vitesse à l'instant où la balle quitte le ressort, on obtient une valeur $E' = K' + U'$ à la figure 8.2*b* et une valeur $E = K + U$ à la figure 8.2*c*. Puisque les vitesses diffèrent sur les deux figures, on obtient $K' \neq K$, donc $E' \neq E$. La valeur de l'énergie mécanique n'est *pas* un invariant.

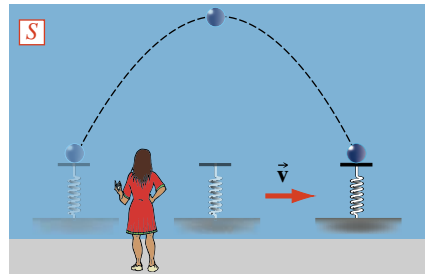
(*a*)



(*b*)

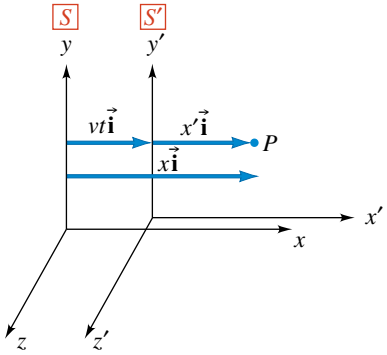


(*c*)



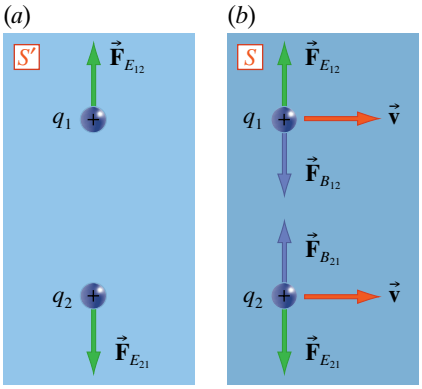
▲ Figure 8.2

(*a*) Un ressort vertical est utilisé pour projeter une balle au-dessus du plancher d'un wagon qui roule à vitesse constante. (*b*) Trajectoire de la balle dans le référentiel du wagon. (*c*) Trajectoire de la balle dans le référentiel de la voie ferrée, où le wagon est en mouvement à vitesse constante.



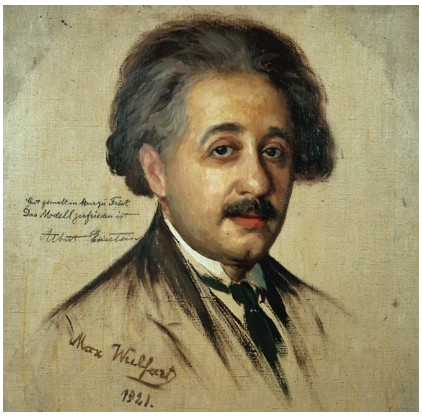
▲ Figure 8.3

Lorsque le référentiel S' se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}} = v\vec{\mathbf{i}}$ sur l'axe des x du référentiel S, les coordonnées du point P sont liées par la transformation de Galilée : $x' = x - vt$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = t$. Deux observateurs liés respectivement à S et à S' pourront appliquer les mêmes lois de la mécanique, même si leurs mesures d'un même phénomène diffèrent.



▲ Figure 8.4

(*a*) Dans un référentiel S' où elles sont au repos, deux charges égales sont soumises uniquement à une répulsion électrique. (*b*) Dans un référentiel S où les deux charges ont la même vitesse, elles sont aussi soumises à une attraction magnétique.



▲ Figure 8.5

Albert Einstein (1879-1955).

Par contre, si on prend la position et la vitesse à tout instant illustré à la figure 8.1*a*, on obtient la même énergie E'. De même, à tout instant sur la figure 8.2*c*, on obtient la même valeur E. Même si l'énergie a une valeur différente selon le référentiel, elle est bel et bien conservée dans chaque référentiel.

Une loi physique qui s'applique dans chaque référentiel est appelée une loi **covariante**. Comme le montre le cas de l'énergie, il n'est pas nécessaire que les termes d'une équation soient invariants pour que l'équation soit covariante. Pour montrer de façon formelle la covariance des lois de la mécanique, il faut prédire les coordonnées dans un référentiel à partir de celles mesurées dans un autre référentiel. Soit S, un référentiel d'inertie (figure 8.3) caractérisé par le système de coordonnées (x, y, z, t) ; alors, un référentiel S' se déplaçant par rapport à S à la vitesse constante $\vec{\mathbf{v}} = v\vec{\mathbf{i}}$ selon l'axe des x aura un système de coordonnées (x', y', z', t') tel que

$$x' = x - vt \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = t$$

(On a supposé que l'origine des deux systèmes de coordonnées coïncidait à $t = t' = 0$.) Ces relations constituent la **transformation de Galilée** (voir le chapitre 4 du tome 1). En dérivant ces équations par rapport au temps, on obtient facilement $v'_x = v_x - v$ et $a'_x = a_x$. Ce dernier résultat confirme que l'accélération est toujours invariante. Un raisonnement semblable confirmerait que l'énergie mécanique, si elle est conservée dans un référentiel inertiel, l'est dans tous les autres référentiels inertiels.

Les lois de l'électromagnétisme ne seraient pas covariantes selon la transformation de Galilée

La covariance est une propriété importante. Si les lois de la mécanique n'étaient pas covariantes, elles prédiraient des résultats différents selon le référentiel choisi. Ce n'est évidemment pas ce qu'on observe : un observateur qui réalise une expérience au sol peut répéter l'expérience à bord d'un train qui roule à vitesse constante et obtenir le même résultat. Nous allons maintenant voir que les lois de l'électromagnétisme telles que formulées par Maxwell souffrent précisément de ce problème : si on applique la transformation de Galilée pour passer d'un référentiel à un autre, les lois de l'électromagnétisme prédisent un résultat différent selon le référentiel, bien que l'observation soit identique. En d'autres termes, elles ne sont *pas* covariantes selon la transformation de Galilée.

Un exemple simple est illustré à la figure 8.4. On considère deux charges ponctuelles de même signe q_1 et q_2 se déplaçant à la même vitesse. Dans un référentiel S' qui se déplace avec elles, les charges sont au repos (figure 8.4*a*) et elles ne sont soumises qu'à la répulsion électrique $\vec{\mathbf{F}}_E$. Dans un référentiel S lié au laboratoire, où les charges ont une vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ (figure 8.4*b*), chacune des charges produit en plus un champ magnétique. Les charges subissent donc une force magnétique supplémentaire $\vec{\mathbf{F}}_B$. Selon ce raisonnement, la force entre les charges dépendrait du référentiel utilisé, ce qui est évidemment en contradiction avec l'invariance classique de la force dans la mécanique newtonienne.

Lorsqu'il était étudiant, Albert Einstein (figure 8.5) avait connaissance de plusieurs cas problématiques concernant les lois de l'électromagnétisme. En fait, à 16 ans, il était intrigué par la question suivante : que « verrait » un observateur qui se déplacerait parallèlement à une onde électromagnétique, à la même vitesse qu'elle ? Selon la transformation de Galilée, la vitesse de l'onde mesurée par rapport à lui serait alors nulle, un peu comme un amateur de surf en train de

chevaucher une vague observe que cette dernière est stationnaire par rapport à lui, il devrait donc voir une variation sinusoïdale *stationnaire dans l'espace* des champs magnétique et électrique qui constituent l'onde. Mais alors, ces champs ne seraient pas en train de varier dans le temps et ne pourraient donc pas s'induire l'un l'autre, ce qui est pourtant le mécanisme assurant la propagation de l'onde électromagnétique (voir la section 4.1). Il y avait donc un problème quelque part, soit avec la transformation de Galilée, soit avec les équations de Maxwell. Se pouvait-il que les équations de Maxwell soient différentes pour un observateur qui se déplace et pour un observateur au repos ?

8.3 LES DEUX POSTULATS D'EINSTEIN

En 1905, Einstein proposa une solution au problème de la covariance étudié à la section précédente et, ce faisant, il régla aussi le problème de l'éther que nous avons exposé à la section 8.1.

Einstein dut faire un choix. Si la transformation de Galilée était valable, les équations de Maxwell devaient être reformulées pour devenir covariantes selon cette transformation. À l'inverse, si les équations de Maxwell étaient valables et covariantes, la transformation de Galilée devait être reformulée pour obtenir une transformation cohérente avec cette covariance.

Chacune de ces options impliquait de remettre en question un pan important de la physique classique : soit on rejetait la théorie de Maxwell, dont les succès avaient pourtant été remarquables, soit on rejetait la transformation de Galilée, ce qui entraînerait forcément des modifications à plusieurs concepts de la mécanique, comme le temps et l'espace, voire de légers changements dans les lois de la mécanique ! C'est ce dernier choix que fit Einstein.

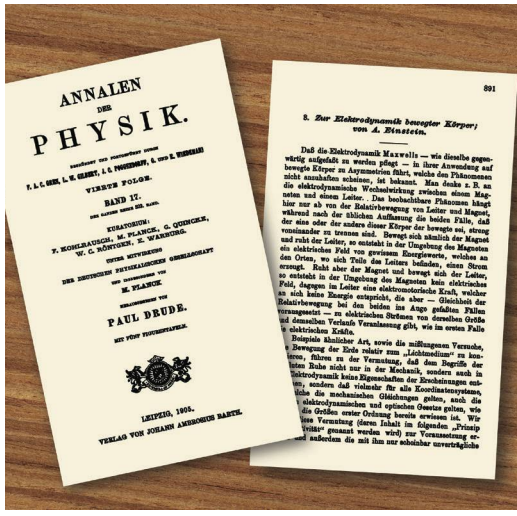
En juin 1905, Einstein présenta sa théorie de la **relativité restreinte** dans un article intitulé « Sur l'électrodynamique des corps en mouvement » (figure 8.6). Il fonda cette théorie sur un « principe universel » puissant, qui prend la forme de seulement deux postulats :

Postulats de la théorie de la relativité restreinte

1. Le **principe de la relativité** : Toutes les lois de la physique sont valables dans tous les référentiels d'inertie.
2. Le **principe de la constance de la vitesse de la lumière** : La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels d'inertie. Elle ne dépend pas du mouvement de la source ou de l'observateur.

Les deux postulats ne sont valables que dans les référentiels d'inertie. C'est pourquoi on parle de relativité *restreinte*. (En 1916, Einstein élabora la *théorie de la relativité générale*, valable aussi dans le cas des référentiels accélérés, mais dont le niveau dépasse le cadre de cet ouvrage.)

Dans son premier postulat, Einstein considère que *toutes* les lois de la physique sont covariantes. À la section 8.2, nous avons expliqué comment l'expérience montre que les lois *de la mécanique* sont covariantes, mais Einstein fait l'hypothèse que c'est aussi le cas des équations *de l'électromagnétisme*. (Comme nous l'avons annoncé, il remet en question la transformation de Galilée, et non les équations de Maxwell.) Pour ce faire, Einstein se basait sur le fait qu'aucune expérience en électricité, en magnétisme ou en optique ne montre une

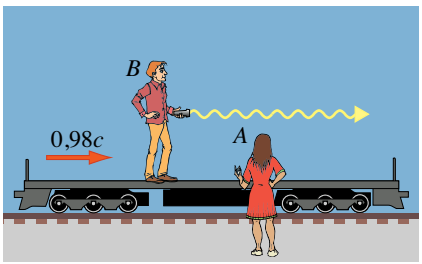

ANNALEN
DER
PHYSIK.
VIERTE FOLGE.
BAND 17.
PAUL DRUDE.
LEIPZIG, 1905.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.
891
8. Zur Elektrodynamik bewegter Körper; von A. Einstein.

▲ **Figure 8.6**

Le début de cet article, où Einstein présenta sa théorie, montre comment il motiva son premier postulat : *« On sait que l'électrodynamique de Maxwell – telle qu'on la conçoit aujourd'hui – conduit, quand elle est appliquée aux corps en mouvement, à des asymétries qui ne semblent pas être inhérentes aux phénomènes.* […] *Des exemples* [de cela]*, ainsi que le résultat négatif d'expériences entreprises pour démontrer le mouvement de la Terre par rapport* [à l'éther]*, suggèrent que ce n'est pas seulement dans la mécanique qu'aucune propriété des phénomènes ne correspond à la notion de mouvement absolu, mais aussi dans l'électrodynamique. »*

limitation des équations de Maxwell à un unique référentiel (voir la légende de la figure 8.6). Selon le second postulat, la lumière ne se déplace pas à la vitesse c par rapport à l'éther, mais à la vitesse c par rapport à toute source et par rapport à tout observateur, *quel que soit son état de mouvement*. Ce postulat accorde à la lumière un comportement qui ne correspond ni à celui d'une onde mécanique ni à celui d'un jet de particules classiques. Une onde mécanique aurait une vitesse déterminée par rapport à un milieu de propagation et qui serait différente dans les référentiels autres que celui de ce milieu. Un jet de particules aurait une vitesse déterminée par la source et un observateur en mouvement par rapport à la source mesurerait que les particules vont à une vitesse différente. Einstein postule plutôt qu'un rayon lumineux a la *même vitesse* par rapport à toutes les sources et par rapport à tous les observateurs. Aucune des deux représentations classiques de la nature de la lumière n'est utile pour essayer de « comprendre » le deuxième postulat en visualisant un quelconque mécanisme physique. D'ailleurs, il est important de se rendre compte que le second postulat ne fait aucune supposition sur la nature de la lumière : il se contente de décrire la façon dont sa vitesse est mesurée.

Si on considère que les équations de Maxwell sont valables, on peut faire découler le second postulat à partir du premier. En effet, le premier postulat stipule que toute loi physique valable dans un référentiel inertiel est valable dans tous les autres. Ainsi, dans n'importe quel référentiel inertiel, on peut effectuer le raisonnement décrit à la section 4.1 : obtenir l'équation d'onde de Maxwell à partir des équations de Maxwell et montrer que ses solutions sont des ondes qui se propagent à l'*unique* vitesse $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$.



▲ Figure 8.7

L'observateur B projette un rayon lumineux vers l'avant du wagon. Il mesure que ce rayon voyage par rapport à lui à la vitesse c. Même si le wagon bouge à une vitesse de module $0{,}98c$, l'observatrice A, au sol, mesure elle aussi que le rayon lumineux voyage par rapport à elle à la vitesse c.

Le second postulat contredit directement la transformation de Galilée. Pour le montrer, considérons deux observateurs A et B qui se trouvent respectivement au sol et dans un wagon qui voyage à une vitesse de module $0{,}98c$ (figure 8.7). L'observateur B utilise une lampe de poche pour projeter un rayon lumineux dans la même direction que le mouvement du wagon et mesure que la lumière va à la vitesse c par rapport à lui. Selon la transformation de Galilée, l'observatrice A devrait mesurer que la lumière avance, par rapport à elle, à la vitesse $c + 0{,}98c = 1{,}98c$. Mais selon le second postulat d'Einstein, l'observateur B mesure que la lumière voyage à la vitesse c par rapport à lui, bien que l'observatrice A mesure *elle aussi* que la (même) lumière voyage à la vitesse c par rapport à elle ! Si l'observateur B dirige plutôt sa lampe de poche vers l'arrière du train, la transformation de Galilée prévoit que l'observatrice A mesure une vitesse très faible, $c - 0{,}98c = 0{,}02c$. Pourtant, la lumière demeure aussi rapide par rapport à elle : elle mesure *encore* la vitesse c.

Nous allons voir aux sections 8.6 et 8.7 que cela est possible notamment parce que *le temps ne s'écoule pas au même rythme* dans les deux référentiels et qu'un même objet, comme le wagon, *n'a pas la même longueur* dans les deux référentiels ; cela affecte les vitesses, qui sont des rapports de longueurs et de temps.

La plausibilité des postulats

Einstein fit découler toute sa théorie uniquement à partir des deux postulats. Le fait le plus remarquable est qu'il accepta toutes les conséquences logiques de ses postulats, même si elles semblaient contre-intuitives comme à la figure 8.7. La théorie est aujourd'hui confirmée par l'expérience mais, à l'époque d'Einstein, il fallait être résolument convaincu de la validité des postulats pour en accepter les conséquences. Avant de poursuivre, nous allons donc justifier plus longuement ces postulats.

Tout d'abord, les deux postulats ont un effet immédiat très positif : ils règlent tous les problèmes que nous avons relevés dans les deux sections précédentes. Le second postulat explique le résultat négatif de l'expérience de Michelson-Morley : si la vitesse de la lumière demeure la même indépendamment de l'état de mouvement des bras de l'interféromètre, la figure d'interférence ne change forcément pas quand on intervertit les bras. D'ailleurs, le premier postulat exclut l'idée même qu'il puisse y avoir un référentiel « absolu » ou « privilégié » et est donc incompatible avec la notion d'éther, laquelle doit être abandonnée*. Quant aux problèmes liés à la covariance, par exemple les contradictions de la figure 8.4, le premier postulat promet de les faire disparaître pourvu qu'on obtienne une transformation qui remplacera la transformation de Galilée utilisée dans cette figure (il s'agit de la *transformation de Lorentz* ; voir la section 8.10). Le fait que ces postulats apportent toutes ces solutions les rend plausibles.

Aujourd'hui, on peut donner un argument supplémentaire en faveur du second postulat : une expérience récente, réalisée dans un accélérateur de particules du CERN, a permis d'en établir *directement* la validité. Cette expérience est analogue à celle illustrée à la figure 8.7, sauf que l'observateur B est remplacé par une source de lumière microscopique. En effet, des particules élémentaires appelées mésons π^0 ont été portées à une vitesse de $0{,}9998c$. Chacune de ces particules étant instable, elle finit par se désintégrer en produisant de la lumière (sous forme de photons, voir le prochain chapitre), qui est émise à la vitesse c dans le référentiel de la particule. En laissant la lumière voyager sur plusieurs mètres et en mesurant le temps requis pour qu'elle atteigne un détecteur, on peut déterminer sa vitesse dans le référentiel du laboratoire. Or, des photons émis dans des directions diamétralement opposées ont mis le même temps pour parcourir la même distance : leur vitesse a été mesurée comme étant égale à c avec une incertitude inférieure à 0,01 %, et ce, malgré le fait que les mésons avaient, avant de se désintégrer, une vitesse déjà voisine de c.

Ultimement, la validité des deux postulats est aussi vérifiée par le fait que toutes les prédictions de la théorie de la relativité ont été confirmées par l'expérience. Nous pouvons maintenant reproduire ces prédictions.

8.4 LES MÉTHODES DE MESURE

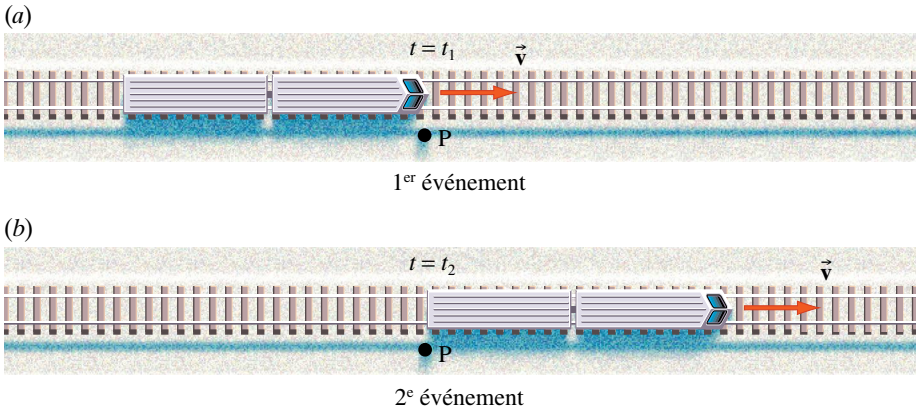
Considérons à nouveau la figure 8.7. S'il semble si contre-intuitif que les deux observateurs mesurent des vitesses identiques, c'est qu'on fait implicitement des hypothèses au sujet de la méthode de mesure de la vitesse. Par exemple, on suppose que le temps s'écoule au même rythme pour les deux observateurs. Or, Einstein refusa de faire *toute* hypothèse autre que ses deux postulats. Il ne supposa pas que deux observateurs dans des référentiels différents s'entendent sur le temps, les longueurs, les masses ou la simultanéité de deux événements. Il lui fallait donc imaginer des méthodes qui permettraient théoriquement de faire des mesures en se fondant exclusivement sur ses postulats. Voici ces méthodes et les définitions qui les accompagnent.

* Cet abandon fait des ondes électromagnétiques un type d'ondes résolument différent des ondes mécaniques. Les champs ne sont plus conçus comme un « état de l'éther », mais comme une entité pouvant exister *dans le vide*. D'ailleurs, nous allons voir à la section 8.15 qu'un champ magnétique peut être vu comme un champ électrique si on se place dans un autre référentiel. (C'est d'ailleurs la seule façon de réconcilier les deux référentiels de la figure 8.4.)

En relativité restreinte, un **événement** est un phénomène qui se produit en un *point* unique dans l'espace et à un *instant* unique dans le temps. Par exemple, imaginons un poteau P situé à côté d'une voie ferrée sur laquelle roule un train (figure 8.8). On ne peut pas affirmer que « le train est passé devant le poteau à midi » puisque l'action proprement dite a eu une certaine durée. On peut toutefois décrire la situation à l'aide de *deux* événements :

❶ l'avant du train coïncide avec le poteau à l'instant t_1 et

❷ l'arrière coïncide avec le poteau à l'instant t_2. Ces coïncidences constituent les événements.



▶ Figure 8.8

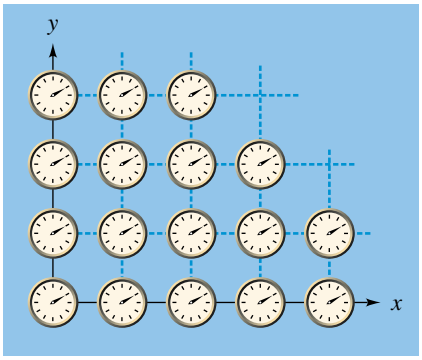
Un train passant devant un poteau P à côté d'une voie ferrée. (*a*) Premier événement : l'avant du train coïncide avec le poteau. (*b*) Second événement : l'arrière du train coïncide avec le poteau.

▼ Tableau 8.1

Paramètres de l'espace (situation en une dimension) et du temps

x	Coordonnée de position d'un événement, *un point* de l'espace.
$\Delta x = x_2 - x_1 = L$	*Intervalle* d'espace, une longueur.
t	Coordonnée de temps d'un événement, *un instant*.
$\Delta t = t_2 - t_1 = T$	*Intervalle* de temps, un délai entre deux événements.

Jusqu'ici, nous avons utilisé le mot « observateur » dans le sens familier où il désigne une personne qui observe. En relativité restreinte, un **observateur** est une personne (ou un dispositif automatique) pourvue d'une horloge et d'une règle et qui ne peut relever que les événements *de son voisinage immédiat*. Chaque observateur doit s'en remettre à des collègues en d'autres endroits pour relever les instants correspondant à des événements distants. Un observateur peut voir ou photographier un événement distant, mais ces observations ne sont pas considérées comme des relevés fidèles de l'événement parce que la lumière a dû voyager un certain temps, même bref, pour atteindre l'observateur. Nous utiliserons les notations et le vocabulaire indiqués dans le tableau 8.1 pour décrire les mesures d'un observateur.



▲ Figure 8.9

On suppose qu'un référentiel est un ensemble d'observateurs uniformément répartis dans l'espace et se déplaçant à une même vitesse. Chaque observateur est muni d'une horloge et d'une règle pour faire des mesures dans son voisinage immédiat. Dans ce chapitre, on examinera surtout des phénomènes se produisant le long d'une droite (une seule dimension d'espace), alors il suffira de considérer que les horloges et les observateurs sont répartis le long de cette droite.

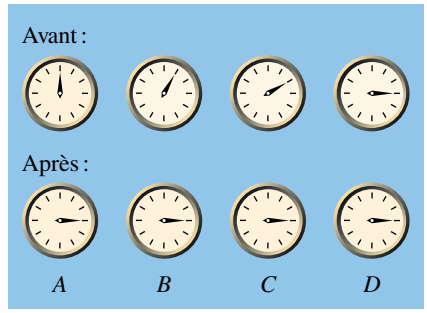
Un *référentiel* peut être défini comme un ensemble d'observateurs uniformément répartis dans l'espace et se déplaçant tous à une *même vitesse*, de telle sorte qu'ils restent uniformément répartis (figure 8.9). Nous allons continuer d'utiliser les notations S, S', S'', … pour désigner les différents référentiels d'inertie. Le référentiel dans lequel un objet, une horloge ou une tige par exemple, est au repos est appelé **référentiel propre**.

La synchronisation des horloges

Nous allons maintenant montrer que tous les observateurs d'un même référentiel s'entendent sur le temps et la position de chaque événement.

Considérons d'abord deux observateurs qui sont en mouvement à vitesse constante l'un par rapport à l'autre. S'ils synchronisent leurs horloges à l'instant où ils se croisent, on ne peut *pas* tenir pour acquis que ces horloges demeureront synchronisées par la suite. On doit tenir pour acquis seulement les deux postulats, donc admettre la possibilité que le temps s'écoule à un rythme différent dans les deux référentiels. Cependant, les horloges d'un *même* référentiel pourront être considérées comme synchronisables puisqu'elles sont immobiles l'une par rapport à l'autre.

Mais comment procéder pour les synchroniser ? Il est impossible de seulement regrouper les horloges, les synchroniser, puis les placer aux endroits voulus. En effet, en se déplaçant, elles ne seraient temporairement plus liées au même référentiel et on ne pourrait donc pas supposer qu'elles demeurent synchronisées ! Einstein imagina donc une méthode qui permettrait théoriquement de synchroniser les horloges, sans avoir à les déplacer, et qui ne reposerait sur aucun autre présupposé que le second postulat : quel que soit le référentiel auquel les observateurs sont liés, ils mesureraient nécessairement que la lumière voyage à la vitesse c par rapport à eux et pourraient donc se servir du temps de parcours de la lumière entre eux. Il suffit de placer les horloges en des points équidistants du même référentiel et de placer en chacun de ces points une antenne permettant d'émettre et de recevoir des signaux lumineux (figure 8.10). Pour vérifier l'égalité des distances, B émet un éclair lumineux et reçoit les signaux réfléchis par A et C au même instant, par exemple 2 s plus tard*. On peut faire la même chose en C avec les signaux réfléchis par B et D, et ainsi de suite. La lumière met donc 1 s pour passer d'une horloge à la suivante. Une fois ce fait établi, tous les observateurs sont prévenus que A émettra un éclair lorsque son horloge indique midi. L'horloge B est réglée sur 12:00:01, celle de C sur 12:00:02, et ainsi de suite. À l'instant choisi, l'éclair émis par A déclenche chacune des autres horloges à tour de rôle. Toutes les horloges du référentiel sont donc maintenant synchronisées, sans qu'elles n'aient jamais cessé d'être liées à un même référentiel. Tous les observateurs du référentiel sont aussi en accord sur l'intervalle de distance qui les sépare.



▲ Figure 8.10

Pour synchroniser quatre horloges régulièrement espacées, l'horloge A envoie un signal lumineux pour déclencher les autres horloges, l'heure de chacune ayant été avancée selon le temps nécessaire à la lumière pour se rendre de A à l'horloge en question. Si la lumière met par exemple 1 s pour parcourir la distance séparant deux horloges consécutives, on n'a qu'à fixer la première à 12:00:00, la seconde à 12:00:01, la troisième à 12:00:02 et la quatrième à 12:00:03, ce que symbolise la figure ci-dessus. Quand la lumière atteindra l'horloge D, chacune des quatre horloges indiquera 12:00:03 simultanément. Puisqu'elles sont en mouvement à la même vitesse, les quatre horloges demeureront synchronisées par la suite.

Supposons maintenant qu'un événement se produit. Un des observateurs d'un référentiel en est assez proche pour l'enregistrer. Les autres observateurs du *même* référentiel, s'ils voyaient cet événement distant et tenaient compte du temps que la lumière a pris pour leur parvenir, pourraient calculer l'instant auquel l'événement s'est produit. S'ils communiquent entre eux par la suite, *tous les observateurs d'un même référentiel seront d'accord sur la position et l'instant d'un événement*. Si une série d'événements survient, ces observateurs seront d'accord sur le temps et la position de chacun d'entre eux. Cela découle du fait que tous les observateurs mesurent le même intervalle de distance entre eux et que leurs horloges sont synchronisées. Voyons maintenant ce qu'il en serait des observateurs situés dans les *autres* référentiels qui observeraient le même événement.

8.5 LA RELATIVITÉ DE LA SIMULTANÉITÉ

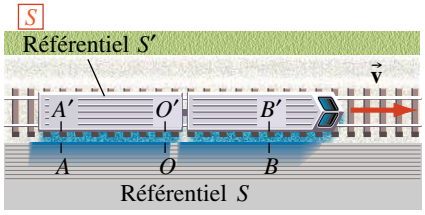
Nous avons montré que, lorsqu'une série d'événements se produit, tous les observateurs liés au même référentiel s'entendent sur la position et l'instant de chacun de ces événements. Nous allons maintenant voir que ce n'est pas le cas pour des observateurs liés à des référentiels différents. Pour ce faire, nous considérons le cas simple où deux événements sont simultanés dans un référentiel et nous verrons que les deux mêmes événements ne sont *pas* simultanés dans un autre référentiel.

Si deux événements se produisent au même instant en des points extrêmement rapprochés l'un de l'autre, tout observateur mesurera qu'ils sont simultanés puisqu'il les verra en même temps. Le cas qui nous intéresse est celui de deux

* Nous choisissons cet intervalle de temps pour faciliter la description. Il pourrait certes sembler irréaliste puisqu'en 2 s la lumière fait presque un aller-retour entre la Terre et la Lune, mais les phénomènes relativistes se produisant à des vitesses très élevées, cet intervalle demeure réaliste dans certains contextes. Selon le phénomène étudié, on pourra imaginer des horloges et des observateurs plus ou moins rapprochés.

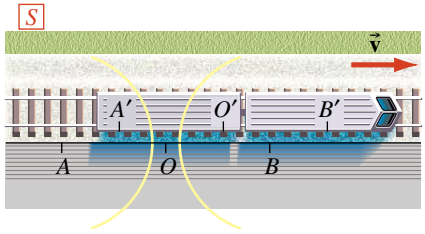
événements qui se produisent en des points éloignés. Imaginons un observateur O, équidistant des points A et B sur un quai (référentiel S), comme à la figure 8.11. Si deux pétards explosent en A et en B, l'observateur O reçoit les éclairs. S'il les reçoit au même instant, le second postulat implique que les événements qui ont émis les éclairs se sont aussi produits en même temps, même s'ils se sont produits loin de l'observateur. Les deux événements sont donc simultanés dans le référentiel S.

Considérons maintenant la situation du point de vue des observateurs qui se trouvent dans un train (référentiel S') qui roule à vitesse constante le long du quai. On suppose que les explosions laissent des traces en A' et en B' sur le train, ce qui permettra (à la fin de l'expérience) de déterminer lequel des observateurs était situé à mi-chemin entre A' et B'. En examinant la figure 8.12, on voit que cet observateur, appelé O', reçoit l'éclair issu de B avant l'éclair issu de A. Cet observateur peut faire un raisonnement similaire à celui de l'observateur O : comme la vitesse de la lumière ne dépend pas du référentiel, elle prend le même temps pour faire le trajet $A'O'$ que le trajet $B'O'$. La lumière en provenance de l'explosion B ayant été reçue en premier, l'observateur O' en déduit que cette explosion s'est produite *avant* l'explosion A. Bien que O mesure que ces événements sont simultanés, O', lui, mesure qu'ils ne le sont pas ! En somme, si des événements ont lieu à des endroits distincts de l'espace et qu'ils sont simultanés dans un référentiel, *ils ne le sont pas dans les autres référentiels* (en mouvement par rapport au premier).



▲ Figure 8.11

Un train (référentiel S') se déplace par rapport à un quai (référentiel S). À un instant donné dans S, des explosions se produisent en A et en B et font des traces en A' et en B' sur le train. L'observateur O est à mi-chemin entre A et B et l'observateur O' est à mi-chemin entre A' et B'.



▲ Figure 8.12

L'éclair émis par l'explosion en B atteint O' avant l'éclair provenant de l'explosion en A. Bien que les explosions soient simultanées pour l'observateur O, elles ne sont pas simultanées pour l'observateur O'.

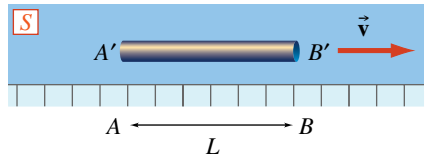
Cette conclusion, appelée *relativité de la simultanéité*, est parfaitement réciproque : des événements simultanés pour O' ne sont pas simultanés pour O. La relativité de la simultanéité est sans doute difficile à accepter, car elle entre en contradiction flagrante avec l'un des présupposés de la mécanique classique, selon lequel le temps est le même pour tous les référentiels de l'Univers. Si ce présupposé était valable, deux événements qui sont simultanés le seraient forcément de façon « absolue ».

Conséquence sur le temps et sur les longueurs

La relativité de la simultanéité cause l'effondrement des concepts de temps et d'espace tels qu'ils étaient véhiculés par la mécanique classique.

Puisque des événements distants qui sont simultanés dans le référentiel S ne sont pas simultanés dans le référentiel S', l'*intervalle* de temps entre toute paire d'événements sera différent dans les deux référentiels. En d'autres termes, le rythme du temps sera différent. La section 8.6 portera sur la relativité du temps.

La relativité de la simultanéité a aussi un effet sur les mesures des longueurs. Par exemple, pour mesurer la longueur d'une tige immobile, on la place sur une règle et on repère les positions de ses extrémités. Si la tige est en mouvement par rapport à la règle, on doit relever *simultanément* la position de l'avant et celle de l'arrière par rapport à la règle. La figure 8.13 représente une tige $A'B'$ dont la longueur mesurée au repos est L'. Elle se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}} = v\vec{\mathbf{i}}$ par rapport au référentiel S. Pour mesurer la longueur de la tige dans le référentiel S, tous les observateurs du référentiel S peuvent relever les positions à $t = 0$. Il se trouvera que deux d'entre eux seulement, A et B, auront relevé les positions des extrémités A' et B'. Mais les observateurs du référentiel S', qui se déplacent avec la tige, vont prétendre que les mesures effectuées par A et B n'ont pas été relevées au même instant. Ainsi, les observateurs des référentiels S et S' ne seront pas d'accord sur la longueur de la tige. La section 8.7 portera sur la relativité des longueurs.

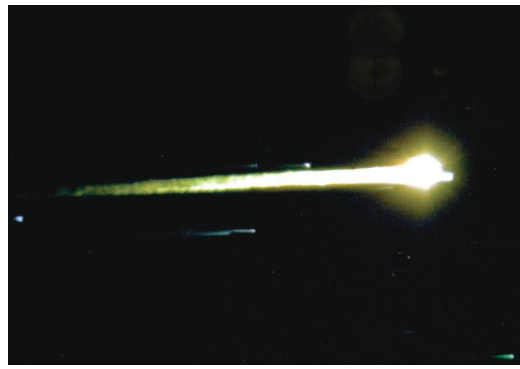


▲ Figure 8.13

Pour mesurer la longueur d'une tige en mouvement, des observateurs en A et en B repèrent simultanément ses extrémités. Pourtant, les deux mesures ne sont pas simultanées pour des observateurs dans le référentiel de la tige.

La relativité du temps et des longueurs ne change pas le fait que les observateurs liés à deux référentiels différents sont d'accord sur la vitesse relative des référentiels. Si le référentiel S' se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}} = v\vec{\mathbf{i}}$ par rapport au référentiel S, alors, par symétrie, le référentiel S se déplace à la vitesse $-\vec{\mathbf{v}} = -v\vec{\mathbf{i}}$ par rapport au référentiel S'. S'il en était autrement, on pourrait se servir de mesures de vitesses pour distinguer les référentiels, ce qui contredirait le premier postulat.

Certes, la relativité de la simultanéité, comme celles du temps et des longueurs qui en découlent, peut sembler choquante puisque l'expérience quotidienne tend à montrer au contraire que la conception de la mécanique classique est valable. Une erreur conceptuelle fréquente consiste à nier cette relativité en imaginant que l'un des observateurs a raison et que l'autre a tort. Il n'en est rien. Par analogie, comparons les figures 8.2*b* et 8.2*c* (p. 341). L'un des observateurs prétend que la trajectoire de la balle est un mouvement rectiligne vertical, alors que l'autre prétend qu'elle a la forme d'une parabole. Pourtant, les deux ont raison, car la forme de la trajectoire est une notion relative. Il en va de même, désormais, des notions de simultanéité, de temps ou de longueur. Ainsi, *les deux observateurs ont raison*.



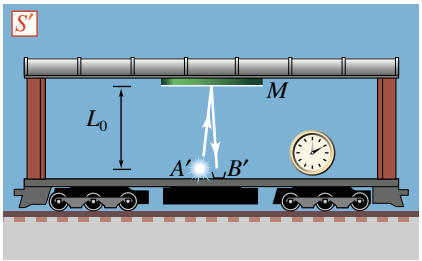
▲ Figure 8.14

Lors de son retour dans l'atmosphère le 26 mai 1969, le module Apollo 10 a atteint une vitesse maximale de 11 082 m/s, la vitesse la plus élevée jamais atteinte par un véhicule habité. Même à une vitesse aussi considérable, suffisante pour faire le tour de la Terre en une heure, la relativité de la simultanéité demeure négligeable. Sauf exception, les effets relativistes ne sont apparents que pour des corps célestes ou des particules microscopiques très rapides.

La simultanéité, le temps et les longueurs semblent néanmoins « absolus » dans la vie quotidienne. Cela est dû à la très grande vitesse de la lumière : à la figure 8.12 par exemple, un train ordinaire (même aussi rapide que le TGV) n'aurait que le temps de parcourir une distance insignifiante avant que la lumière issue des explosions n'atteigne les deux observateurs. En pratique, il n'y a *aucun* objet de la vie quotidienne qui voyage à une vitesse suffisante pour que des observateurs terrestres puissent mesurer que la simultanéité, le temps ou les longueurs leur sont relatifs. En revanche, ce genre de vitesse est possible pour des corps célestes, des particules microscopiques ou certaines sondes spatiales (figure 8.14).

8.6 LA DILATATION DU TEMPS

Nous allons maintenant comparer quantitativement les intervalles de temps entre deux événements quand ils sont mesurés dans des référentiels différents. Pour ce faire, on réalise une expérience similaire à celle illustrée à la figure 8.2 (p. 341), mais en remplaçant la balle par un rayon de lumière. Il suffit de concevoir un dispositif optique dans lequel le ressort vertical de la figure 8.2 est remplacé par une source A' orientée verticalement. Une impulsion lumineuse émise par cette source est réfléchie par un miroir M situé à une distance L_0 et détectée



▲ Figure 8.15

Un dispositif optique permettant de mesurer le temps. Le temps mis par la lumière pour aller de la source A' au détecteur B' est $2L_0/c$ *dans le référentiel où l'horloge illustrée est au repos*. Si on néglige la distance entre A' et B', on peut affirmer que l'émission et la détection ont lieu au même endroit dans ce référentiel et peuvent donc être mesurées avec la même horloge.

par B', qui est à une distance négligeable de A'. On suppose que l'expérience est réalisée dans un wagon en mouvement à vitesse constante.

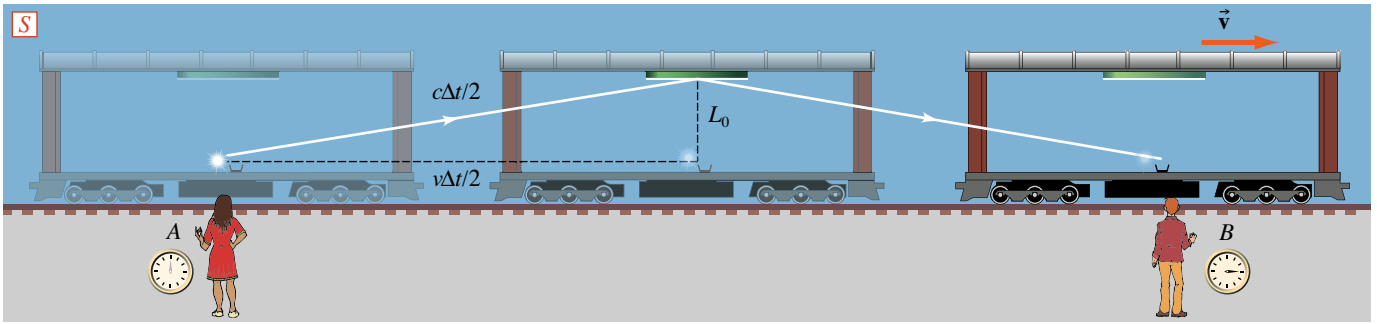
La figure 8.15 montre l'expérience du point de vue d'un observateur dans le wagon, alors que la figure 8.16 la montre du point de vue d'observateurs situés sur le quai. À la figure 8.15, l'intervalle de temps entre l'émission et la détection dans le référentiel S' lié au dispositif optique (référentiel propre) est

$$T_0 = \Delta t' = \frac{2L_0}{c} \tag{8.1}$$

Ce délai est appelé le **temps propre**:

Temps propre

Le temps propre T_0 est l'*intervalle* de temps entre deux événements mesurés dans le référentiel propre d'une horloge, c'est-à-dire le référentiel auquel cette horloge est liée. Pour que cette horloge puisse mesurer les deux événements, ces derniers doivent se produire au *même point* dans ce référentiel, c'est-à-dire un point situé près de l'horloge.



▲ Figure 8.16

Dans un référentiel où le dispositif optique est en mouvement, l'émission et la détection ont lieu en *deux* points différents et doivent donc être mesurées par des horloges différentes. L'intervalle de temps enregistré est supérieur à celui qui est enregistré dans le référentiel propre du dispositif.

Mesurer le temps propre nécessite de déterminer le référentiel dans lequel les deux événements se produisent au même point (voir l'exemple 8.2). Quand les deux événements concernent un même objet (par exemple, le passage de l'avant d'un *même* train devant deux bornes kilométriques), le référentiel en question est facile à déterminer (ici, c'est celui lié au train). Toutefois, quand les événements concernent des objets différents (par exemple, l'explosion de deux étoiles distantes), il se peut qu'aucun référentiel ne permette de mesurer le temps propre séparant ces événements*. Dans ces situations, il faut faire appel à la transformation de Lorentz (voir la section 8.10).

Nous allons maintenant déterminer l'intervalle de temps relevé dans le référentiel S, dans lequel le dispositif optique a une vitesse $\vec{\mathbf{v}} = v\vec{\mathbf{i}}$. Comme le montre la figure 8.16, l'intervalle de temps Δt dans ce référentiel est mesuré par *deux* observateurs A et B situés en des points différents. Dans ce référentiel, la lumière a parcouru une plus grande distance puisque le dispositif optique s'est déplacé entre l'émission et la réception de la lumière. Toutefois, en vertu du second postulat, la lumière a voyagé à la même vitesse c *même si elle a parcouru une distance plus grande*, ce qui entraîne que l'intervalle de temps que son

* Comme nous le verrons, aucun référentiel ne peut se déplacer à une vitesse $v > c$ par rapport à un autre et il se peut donc qu'on ne puisse pas mesurer le temps propre entre deux événements extrêmement distants.

parcours a nécessité dans ce référentiel est plus long. À la figure 8.16, on voit, en appliquant le théorème de Pythagore, que

$$\left(c\frac{\Delta t}{2}\right)^2 = L_0^2 + \left(v\frac{\Delta t}{2}\right)^2$$

ce qui donne

$$T = \Delta t = \frac{2L_0}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right) \qquad (8.2)$$

Soulignons que nous avons considéré que la « hauteur » L_0 du dispositif optique demeurait la même dans les deux référentiels : en effet, les longueurs perpendiculaires à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ ne sont pas affectées par la contraction relativiste des longueurs (voir la section suivante).

Dans l'équation 8.2, on attribue à l'expression entre parenthèses le symbole γ :

Facteur γ

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (8.3)$$

Notez que γ ne peut prendre une valeur réelle que si $v < c$. Cela est un premier indice montrant que la vitesse de la lumière est une *vitesse limite* ne pouvant être dépassée par aucun objet, quel que soit le référentiel inertiel dans lequel on mesure sa vitesse. Nous y reviendrons à la section 8.14.

Le tableau 8.2 donne les valeurs de γ correspondant à certaines valeurs de v/c. Le graphique de la figure 8.17, en plus des données de ce tableau, montre aussi le comportement asymptotique du facteur γ. En comparant les équations 8.1 et 8.2, on voit que

Équation de la dilatation du temps

$$T = \gamma T_0 \qquad (8.4)$$

Puisque $\gamma > 1$ pour toute vitesse non nulle, l'intervalle de temps T mesuré dans le référentiel S (par deux horloges) est *plus grand* que le temps propre T_0 enregistré par l'horloge dans son référentiel propre, S'. Cet effet porte le nom de **dilatation du temps** :

Dilatation du temps

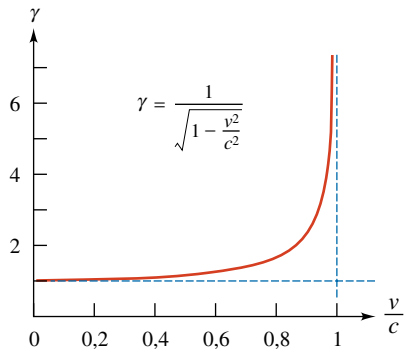
Deux horloges, A et B, séparées dans l'espace, enregistrent entre deux événements un intervalle de temps plus grand que l'intervalle enregistré par une *seule* horloge se déplaçant de A vers B et qui est présente aux deux événements.

La dilatation du temps est un phénomène entièrement réciproque. Si Δt est le temps propre (un intervalle) pour une horloge dans S, alors deux observateurs dans S' vont mesurer $\Delta t' = \gamma \Delta t$. Si ce phénomène n'était pas réciproque, il permettrait de distinguer les référentiels d'inertie entre eux, ce qui est en contradiction avec le premier postulat.

▼ Tableau 8.2*
Quelques valeurs de γ

v/c	γ
0,6	5/4
0,8	5/3
0,98	5
0,995	10
0,9965	12
0,9992	25

* Certaines valeurs de γ ont été arrondies.



▲ Figure 8.17
Graphique du facteur γ en fonction du rapport v/c. Notez en particulier le comportement asymptotique. Les données du tableau 8.2 peuvent être lues sur ce graphique.

On résume souvent la dilatation du temps en disant qu'une horloge en mouvement « avance moins vite ». Il faut prendre garde à un tel énoncé : bien qu'il ne soit pas faux, il peut générer des conceptions incorrectes. Pour le montrer, considérons les référentiels S et S'. Un observateur lié à S, s'il compare une à une les horloges liées à S' qui défilent latéralement devant lui, juge effectivement qu'elles ont un rythme plus lent que sa propre horloge ou, ce qui est équivalent, qu'elles ont des secondes qui durent plus longtemps que les siennes. Mais si l'observateur change son état de mouvement pour se lier à S', il observe que les horloges de S', immobiles par rapport à lui, font progresser l'heure exactement au même rythme qu'il se rappelle avoir observé sur les horloges de S quand elles étaient immobiles par rapport à lui. En fait, s'il compare alors une à une les horloges de S qui défilent devant lui, ce sont maintenant ces dernières qu'il juge moins rapides. (Cette réciprocité inspira un apparent paradoxe dont il sera question à la section 8.9.) Pour lever toute ambiguïté, il faut décrire la dilatation du temps dans les termes que nous avons choisis ci-dessus : un observateur en mouvement *par rapport à deux événements* mesure *entre eux* un délai plus long qu'un observateur immobile par rapport aux deux événements.

Notons que la dilatation du temps ne s'applique pas qu'aux horloges liées aux différents référentiels, mais bien à tous les phénomènes. Par exemple, l'écoulement d'un sablier, le rythme de reproduction des bactéries, les périodes dans des circuits LC et le rythme respiratoire sont tous affectés : rien qui puisse être observé dans un référentiel ne contredit la dilatation du temps.

Dans l'expérience quotidienne, tous les objets ont une vitesse v de loin inférieure à la vitesse de la lumière. Dans ces conditions, $\gamma \approx 1$ et $T \approx T_0$, ce qui est conforme à ce que nous observons. La dilatation du temps n'est sensible que pour des référentiels se déplaçant l'un par rapport à l'autre à une vitesse extrêmement grande (voir l'exemple 8.1).

Exemple 8.1

Pour quelle vitesse la dilatation du temps produit-elle une augmentation de 10 % d'un intervalle de temps par rapport au temps propre ?

Solution

Une augmentation de 10 % correspond à $\gamma = 1{,}1$. D'après l'expression donnant γ, on trouve

$$(v/c)^2 = 1 - 1/\gamma^2 = 1 - (1/1{,}1)^2 = 0{,}173$$

Ainsi, $v = 0{,}416c$. Cette vitesse permettrait de faire le tour de la Terre en un tiers de seconde.

Exemple 8.2

Soit deux horloges A et B au repos à 180 m l'une de l'autre dans le référentiel S (figure 8.18). Une fusée joue le rôle de référentiel S' et se déplace sur la droite joignant A et B à la vitesse $v = 0{,}6c$. L'horloge A' est fixe par rapport au centre de la fusée. Combien de temps lui faut-il pour se rendre de A à B selon un observateur dans S et selon un observateur dans S' ?

Solution

La vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ étant constante, la distance parcourue d et l'intervalle de temps T sont reliés par l'équation $d = vT$.

Lorsqu'on utilise cette relation en relativité restreinte, il faut bien s'assurer que l'on mesure la distance d et l'intervalle de temps T dans le *même* référentiel. ■

Dans le référentiel S, la distance entre A et B est de 180 m, et la vitesse équivaut à $0{,}6c = 1{,}8 \times 10^8$ m/s. Ainsi,

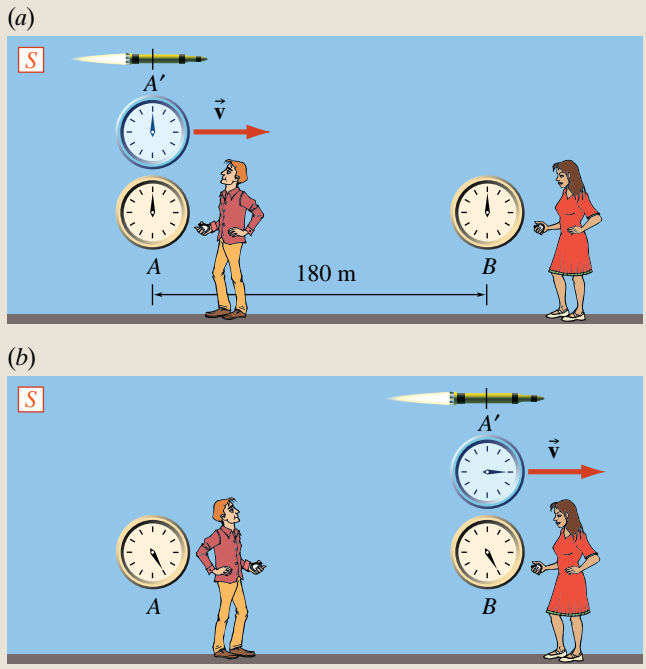
$$T = \frac{d}{v} = \frac{180\ \text{m}}{1{,}8 \times 10^8\ \text{m/s}} = 1 \times 10^{-6}\ \text{s} = 1\ \mu\text{s}$$

L'horloge A' indique le temps propre T_0 correspondant à la durée du trajet : en effet, les événements qui définissent l'intervalle (« croisement de A et A' » et « croisement de B et A' ») se produisent au même point dans le référentiel S', soit à l'endroit où se trouve A'. ■

D'après l'équation 8.3, $\gamma = 1{,}25$ pour $v = 0{,}6c$. L'équation 8.4 donne donc

$$T_0 = \frac{T}{\gamma} = \frac{1\,\mu s}{1{,}25} = 0{,}8\,\mu s$$

Il faut donc 1 µs selon l'observateur dans S et 0,8 µs selon l'observateur dans S'. Les horloges illustrées sur la figure symbolisent cette différence.



▶ Figure 8.18

(*a*) Les horloges A et A' sont synchronisées lorsqu'elles coïncident. (*b*) Lorsque l'horloge A' coïncide avec l'horloge B, elles n'indiquent pas la même heure. L'horloge B est en avance.

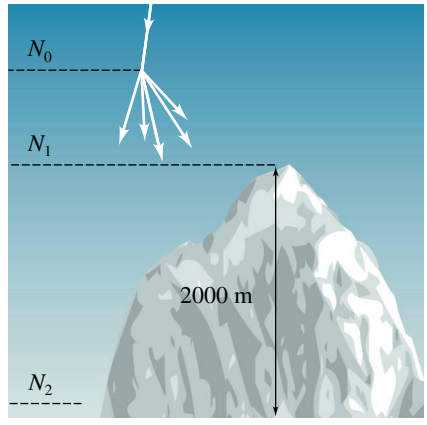
La dilatation du temps fut notamment vérifiée lors d'une expérience réalisée par Bruno Benedetto Rossi (1905-1993) et David B. Hall en 1941, laquelle fut reprise et simplifiée en 1963 par David H. Frisch (1918-1991) et James H. Smith. Cette expérience implique d'observer des particules élémentaires, appelées muons, qui sont produites dans la haute atmosphère terrestre par bombardement de protons à haute vitesse en provenance de l'espace. Après avoir été produits, les muons se dirigent plus ou moins verticalement vers le sol à une vitesse qui avoisine $0{,}995c$, et la théorie de la relativité prédit donc que le temps devrait être très différent dans leur référentiel et dans celui d'un observateur terrestre. Or, les muons ont une durée de vie extrêmement courte et se désintègrent rapidement en d'autres particules. La durée de vie moyenne des muons* a été mesurée lors d'expériences différentes (où les muons se déplaçaient bien plus lentement) : dans un référentiel au repos par rapport aux muons, si l'on a N_0 muons à $t = 0$, on observe que le nombre de muons restants à un instant ultérieur t est

$$N = N_0 e^{-t/\tau}$$

où $\tau = 2{,}2$ µs est la durée de vie moyenne.

L'expérience consistait à comparer le nombre (N_1) de muons détectés au sommet d'une montagne d'altitude 2000 m avec le nombre (N_2) de muons détectés dans un même intervalle au niveau de la mer (figure 8.19). Sachant que les muons ont une vitesse $v = 0{,}995c$, on en déduit qu'il leur faut 6,7 µs pour se rendre de l'altitude du sommet de la montagne au niveau de la mer. Si le temps était absolu, la durée de vie moyenne des muons serait de 2,2 µs tant dans leur référentiel que dans celui des observateurs terrestres, et l'équation précédente, utilisée avec cette durée de vie moyenne, prédirait donc que le rapport des deux mesures devrait être égal à

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-6{,}7/2{,}2} = 0{,}048$$



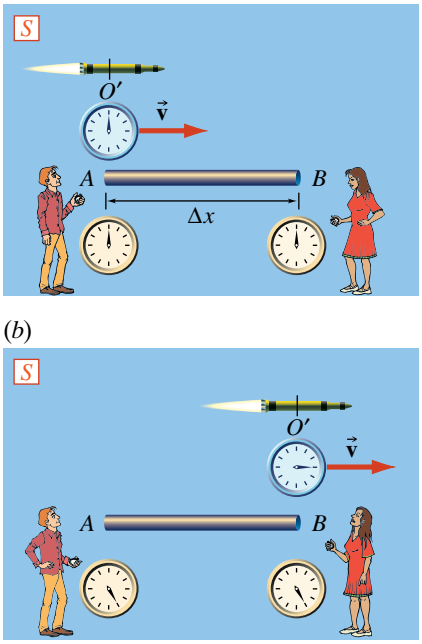
▲ Figure 8.19

N_0 muons sont produits à une certaine altitude. À l'altitude du sommet de la montagne, il en reste N_1, alors qu'il en reste N_2 au niveau de la mer. Le nombre de muons restants au niveau de la mer est de loin supérieur au nombre prédit par la physique classique, selon laquelle le temps est absolu.

* La durée de vie et la désintégration des particules instables seront abordées à la section 12.4.

(*a*)

(*b*)

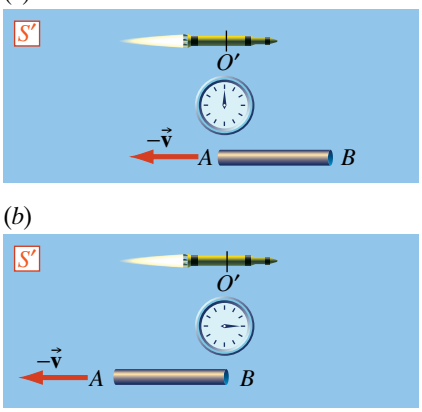


▲ **Figure 8.20**

Dans le référentiel *S*, on peut déterminer la longueur propre de la tige, au repos, en mesurant le temps mis, par l'observateur *O′*, pour aller de *A* à *B*. L'observateur *O′* mesure une longueur contractée, c'est-à-dire qu'elle est inférieure à la longueur propre de la tige.

(*a*)

(*b*)



▲ **Figure 8.21**

Dans le référentiel *S′*, où l'observateur *O′* est au repos, la tige se déplace dans le sens contraire. Sa longueur, mesurée par l'observateur *O′*, est contractée, c'est-à-dire qu'elle est inférieure à sa longueur propre dans le référentiel *S* où elle est au repos.

Au lieu de cette valeur, l'expérience a donné pour N_2/N_1 une valeur égale à 0,74 ; autrement dit, au lieu de détecter 4,8 % des muons au niveau de la mer, on s'aperçut que 74 % d'entre eux avaient survécu ! Comme cette valeur correspond à $0{,}74 = e^{-6{,}7/\tau'}$, on a $\tau' = 22\ \mu s$. Cela signifie que les muons en mouvement avaient une durée de vie moyenne 10 fois plus longue que des particules semblables au repos qui se désintègrent dans le laboratoire. C'est exactement ce que prévoit la dilatation du temps. En effet, pour la vitesse donnée, $\gamma = 10$ (voir l'équation 8.4 et le tableau 8.2). Puisque τ est le temps propre, dans le référentiel lié au laboratoire, la durée de vie moyenne est $\tau' = \gamma\tau = 10\tau$.

8.7 LA CONTRACTION DES LONGUEURS

Soit une tige *AB au repos* dans le référentiel *S*. La distance entre ses extrémités est définie comme sa longueur propre L_0 :

Longueur propre

La **longueur propre** L_0 d'un objet est l'intervalle séparant ses extrémités dans l'espace, mesuré dans le référentiel au repos par rapport à l'objet (référentiel propre).

Supposons qu'un observateur *O′* lié à une fusée (référentiel *S′*) se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ par rapport au référentiel *S* lié à la tige. Comme le montre la figure 8.20, des observateurs immobiles par rapport à la tige peuvent mesurer la longueur propre de cette dernière en mesurant l'intervalle de temps Δt que met *O′* pour aller de *A* à *B* (dans le référentiel *S*). Ils obtiennent ensuite

$$\text{(référentiel } S\text{)} \qquad L_0 = \Delta x = v\Delta t \qquad \text{(i)}$$

L'observateur *O′*, de son point de vue, voit défiler la tige devant lui à la vitesse $-\vec{\mathbf{v}}$. Il peut mesurer la longueur de cette tige dans son référentiel *S′* en relevant l'intervalle de temps $\Delta t'$ entre les instants où *A* et *B* défilent devant lui (figure 8.21). Il obtient

$$\text{(référentiel } S'\text{)} \qquad L = \Delta x' = v\Delta t' \qquad \text{(ii)}$$

Puisque $\Delta t'$ est le temps propre entre les deux événements (l'observateur *O′* reste au *même point* dans son référentiel), on peut utiliser l'équation 8.4, $\Delta t = \gamma\Delta t'$. Par conséquent, les équations (i) et (ii) donnent

Équation de la contraction des longueurs

$$L = \frac{1}{\gamma} L_0 \qquad (8.5)$$

Puisque $\gamma > 1$, on voit que $L < L_0$. Autrement dit, la longueur d'une tige mesurée dans un référentiel en mouvement par rapport à la tige est inférieure à sa longueur propre. Ce phénomène de **contraction des longueurs** est réciproque : une tige au repos dans le référentiel *S′* aura une longueur contractée dans le référentiel *S*. *Soulignons que ce phénomène ne concerne que les longueurs parallèles à la direction du mouvement ; les longueurs perpendiculaires à* $\vec{\mathbf{v}}$ *ne sont pas modifiées.*

Puisque $\gamma \approx 1$ dans toutes les situations de notre vie quotidienne, on obtient que $L \approx L_0$: comme dans le cas de la dilatation du temps, il est prédit que l'effet relativiste de contraction des longueurs est tout à fait inobservable dans la vie quotidienne. La théorie de la relativité ne contredit donc pas notre expérience la plus immédiate. Les effets relativistes se font sentir uniquement quand la vitesse est très grande.

Exemple 8.3

Interpréter les résultats de l'exemple 8.2 en considérant la contraction des longueurs du point de vue d'un observateur dans le référentiel S'.

Solution

Les observateurs A et B dans le référentiel S sont au repos par rapport à la distance de 180 m qui les sépare : ils mesurent donc la longueur propre $L_0 = 180$ m. Dans le référentiel S', cette longueur apparaîtra contractée ; d'après l'équation 8.5,

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{180 \text{ m}}{1{,}25} = 144 \text{ m}$$

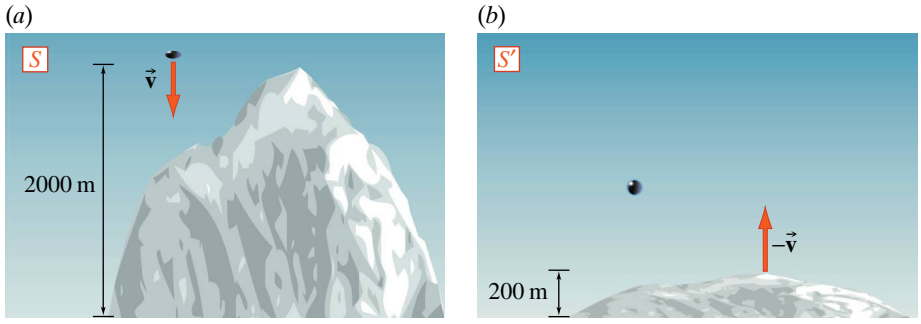
Dans le référentiel S', ce sont les observateurs A et B qui se déplacent à la vitesse de $0{,}6c$. Ainsi, la distance de 144 m qui les sépare défilera devant l'observateur A' en un temps propre

$$T_0 = \frac{L}{v} = \frac{144 \text{ m}}{1{,}8 \times 10^8 \text{ m/s}} = 0{,}8 \text{ µs}$$

On obtient le même résultat qu'à l'exemple 8.2.

On remarque que, dans ce cas particulier, le temps propre est mesuré dans le référentiel S', tandis que la longueur propre est mesurée dans le référentiel S. ■

Exactement comme dans le dernier exemple, l'expérience portant sur la désintégration des muons peut également être interprétée à l'aide de la contraction des longueurs. Dans le référentiel S lié au sol, la montagne a une hauteur de 2000 m, sa longueur propre. Dans le référentiel S' lié au muon, la montagne s'approche à la vitesse $v = 0{,}995c$. Dans le référentiel S', la longueur contractée de la montagne est $L' = L_0/\gamma = 200$ m (figure 8.22). Cette distance serait parcourue en $\Delta t' = L'/v = 0{,}67$ µs, qui correspond au tiers seulement de la durée de vie moyenne. Dans le référentiel lié aux muons, le taux de désintégration n'est donc pas modifié, mais ceux-ci parcourent une distance plus courte !



◀ Figure 8.22

(*a*) Dans le référentiel lié au sol, la montagne a une hauteur de 2000 m et les muons se déplacent vers le bas. (*b*) Dans le référentiel des muons, la montagne a seulement 200 m de hauteur et elle se dirige vers le haut.

Exemple 8.4

Un quai a une longueur propre de 200 m. L'extrémité avant d'une locomotive met 0,5 µs (durée mesurée par le conducteur du train) pour se déplacer d'un bout à l'autre du quai. Quelle est la vitesse de la locomotive par rapport au quai ?

Solution

On nous donne la longueur propre du quai, $L_0 = 200$ m, mesurée par un observateur au sol. De plus, les deux événements (où l'avant du train rencontre l'une puis l'autre extrémité du quai) ont lieu au même point dans le référentiel du train, ce point étant l'avant du train. L'intervalle de temps mesuré par le conducteur du train est donc le temps propre $T_0 = 0{,}5$ µs. ■

Dans le référentiel lié au train, le quai a une longueur contractée

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \qquad \text{(i)}$$

Si v est la vitesse relative, on peut aussi écrire

$$L = vT_0 \qquad \text{(ii)}$$

puisque L et T_0 sont mesurés dans le même référentiel, celui qui est lié au train.

En égalant (i) et (ii) et en élevant les deux membres au carré, on obtient

$$L_0^2(1 - v^2/c^2) = v^2T_0^2$$

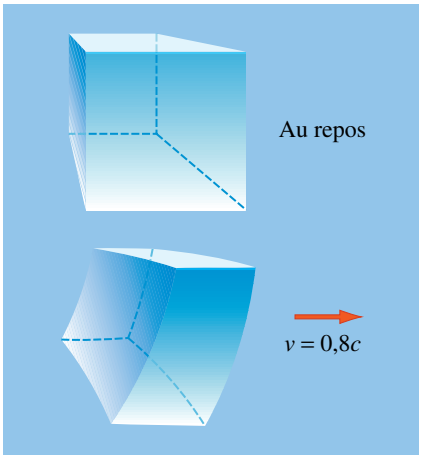
En arrangeant l'expression différemment, on trouve

$$v^2 = \frac{c^2}{1 + c^2T_0^2/L_0^2}$$

Avec les valeurs données pour T_0 et L_0, on trouve $v = 2{,}4 \times 10^8$ m/s $= 0{,}8c$.

L'apparence des objets tridimensionnels

Jusqu'ici, nous avons considéré des objets à une dimension (par exemple des tiges très fines) et constaté qu'un observateur en mouvement par rapport à ces objets mesure une longueur contractée. Ce résultat s'applique aussi aux objets tridimensionnels, mais l'apparence de l'objet (ce que l'observateur pourrait photographier) ne subit pas qu'une simple contraction. Pour que l'observateur puisse voir l'objet, de la lumière doit lui parvenir de ses diverses parties. La lumière qui provient du côté éloigné de l'objet met plus de temps à lui parvenir que la lumière provenant du côté rapproché. Dans la vie quotidienne, cette différence de temps est négligeable ; mais si l'objet se déplace assez vite pour que les effets relativistes soient importants, cette différence produit une distorsion : l'appareil photo crée une image à partir de rayons lumineux arrivant au même moment, mais ayant quitté l'objet à des instants différents. On peut montrer que l'effet combiné correspond à une déformation et à une rotation de l'objet (figure 8.23). Par exemple, si la photographie d'un train au repos ressemblait à la simulation qu'on voit à la figure 8.24*a*, la photographie du même train roulant à la vitesse de $0{,}9c$ ressemblerait à la simulation qu'on voit à la figure 8.24*b*. Si on se déplace entre des objets, comme le réseau tridimensionnel de tiges et de balles qu'on voit à la figure 8.25*a*, alors l'effet de contraction et de rotation produit à haute vitesse un résultat saisissant, comme le montre le reste de la figure 8.25.

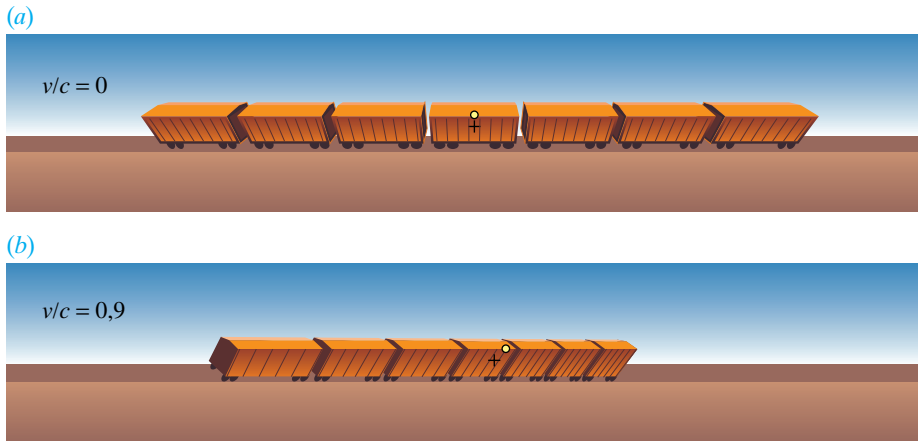


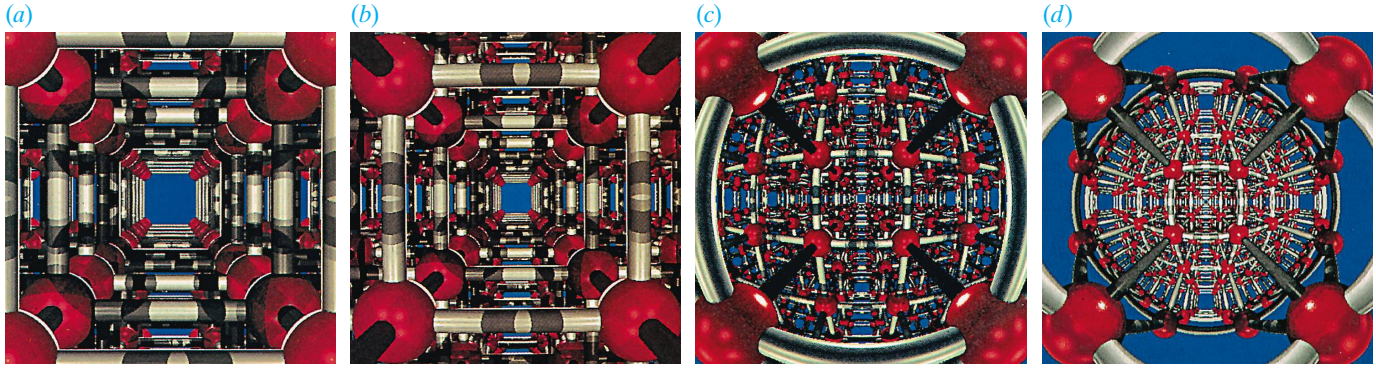
▲ Figure 8.23

Vue d'une boîte au repos ; la même boîte photographiée par un observateur se déplaçant à $0{,}8c$ paraît déformée.

▶ Figure 8.24

(*a*) L'aspect d'un train au repos sur une photographie. (*b*) L'aspect de ce train lorsqu'il passe à la vitesse de $0{,}9c$ devant l'appareil photographique. La figure ne tient pas compte des changements de couleurs qui seraient produits par l'effet Doppler relativiste (voir la section 8.8).





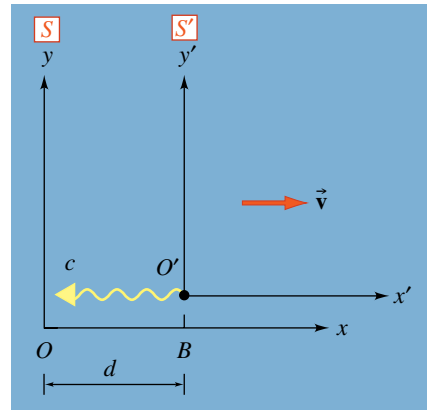
▲ **Figure 8.25**

Ces images créées par ordinateur montrent l'aspect d'un réseau tridimensionnel de tiges et de balles s'approchant de l'observateur avec des vitesses diverses. (*a*) La vue normale au repos. (*b*) Même à 0,5*c*, les tiges paraissent droites. (*c*) À 0,95*c*, les tiges paraissent courbées. (*d*) À 0,99*c*, le résultat apparaît très déformé. Ces figures ne tiennent pas compte des changements de couleurs qui seraient produits par l'effet Doppler relativiste (voir la section 8.8).

8.8 L'EFFET DOPPLER RELATIVISTE

L'expérience montre que la fréquence de la lumière est affectée si la source s'approche de l'observateur ou s'en éloigne : c'est l'effet Doppler relativiste. Bien que le phénomène observable soit apparenté à l'effet Doppler que nous avons étudié pour les ondes sonores (voir la section 3.3), sa cause est entièrement différente. Dans l'effet classique, valable pour toutes les ondes mécaniques, la fréquence observée dépend d'une part de la vitesse de la source et d'autre part de celle de l'observateur. Cela peut s'expliquer par le fait que le son se propage dans un milieu matériel (l'air) et que la vitesse du son est toujours la même *par rapport à ce milieu*. Mais dans le cas de la lumière, la vitesse est la même par rapport à tout observateur, et non par rapport à un milieu matériel. En conséquence, tout modèle visant à expliquer l'effet Doppler relativiste reposera uniquement sur la vitesse *relative* entre la source et l'observateur.

La figure 8.26 représente une source située en O', l'origine du référentiel S', qui émet de la lumière monochromatique de fréquence f_0 et se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}} = v\vec{\mathbf{i}}$ par rapport au référentiel S. Pour l'observateur O', le délai entre chaque front d'onde émis correspond au temps propre $\Delta t' = T_0$, qui est la période de l'onde dans ce référentiel. Si l'un de ces fronts d'onde est émis à l'instant où O' coïncide avec l'origine O du référentiel S, à quel instant le front d'onde suivant atteint-il le *même* point ? Autrement dit, quelle période T mesure O ? Parmi les observateurs liés au référentiel S, considérons un observateur B qui coïncide avec O' lorsque le deuxième front d'onde est émis. S'il mesure l'instant d'émission du front d'onde, on peut en soustraire par la suite celui mesuré en O lors de l'émission du front d'onde précédent. Les observateurs liés au référentiel S obtiennent donc un intervalle de temps Δt entre les deux fronts d'onde émis. Il s'agit d'un temps dilaté $\Delta t = \gamma \Delta t' = \gamma T_0$. Pendant cet intervalle de temps, O' s'est déplacé d'une distance $d = v\Delta t = v\gamma T_0$. Le second front d'onde doit parcourir cette distance avant d'atteindre O, ce qui prend un temps supplémentaire égal à d/c. Ainsi, le second front d'onde arrive en O après un délai total de



▲ **Figure 8.26**

Une source à l'origine du référentiel S' émet de la lumière vers l'origine du référentiel S.

$$T = \Delta t + \frac{d}{c} = \gamma\left(1 + \frac{v}{c}\right)T_0 \qquad \text{(i)}$$

Puisqu'on peut réécrire l'équation 8.3 sous la forme

$$\gamma = (1 - v/c)^{-1/2}(1 + v/c)^{-1/2}$$

on obtient, après substitution dans l'équation (i),

$$T = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}\,T_0 \qquad (8.6)$$

La fréquence observée par l'observateur O, $f = 1/T$, est donc égale à

(longitudinal)
$$f = \sqrt{\frac{c - v}{c + v}} f_0 \tag{8.7}$$

On utilise cette équation lorsque la source et l'observateur *s'éloignent* l'un de l'autre. Lorsqu'ils se rapprochent, $\vec{\mathbf{v}}$ change de sens et on inverse les signes devant les v des équations 8.6 et 8.7. Comme le signal se propage parallèlement à la direction du mouvement, on parle d'effet Doppler *longitudinal*. Lorsque les signaux sont détectés perpendiculairement à la direction du mouvement, on obtient un effet Doppler *transversal*, qui tient compte uniquement de la dilatation du temps, $T = \gamma T_0$, d'où

(transversal)
$$f = \frac{1}{\gamma} f_0 \tag{8.8a}$$

Il arrive que la source et l'observateur s'éloignent, ou se rapprochent, à une vitesse bien inférieure à celle de la lumière ($v/c \ll 1$). C'est le cas, entre autres, lorsque les ondes d'un radar de police sont émises en direction d'une automobile. Dans ces situations, on peut réécrire l'équation 8.7 en utilisant l'approximation du binôme, selon laquelle $(1 + x)^n \approx 1 + nx$ lorsque $x \ll 1$. Ainsi,

$$\begin{aligned} f = \sqrt{\frac{c - v}{c + v}} f_0 &= \sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} f_0 \\ &= \left(1 - \frac{v}{c}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{v}{c}\right)^{-1/2} f_0 \\ &\approx \left(1 - \frac{v}{2c}\right)\left(1 - \frac{v}{2c}\right) f_0 \\ &= \left(1 - \frac{v}{c} + \frac{v^2}{4c^2}\right) f_0 \end{aligned}$$

Finalement, si on néglige le terme $v^2/4c^2 \ll v/c$, l'effet Doppler relativiste pour une source et un observateur s'éloignant à faible vitesse se calcule avec l'équation

$$f = \left(1 - \frac{v}{c}\right) f_0 \tag{8.8b}$$

Dans le cas où la source et l'observateur se rapprochent, on inverse le signe devant v.

8.9 LE « PARADOXE » DES JUMEAUX

En 1911, Paul Langevin (1872-1946) exploita une idée qu'avait évoquée Einstein et exposa en détail ce qu'il adviendrait de deux frères jumeaux si l'un restait sur la Terre pendant que l'autre effectuait un aller-retour entre la Terre et une étoile voisine à une vitesse proche de celle de la lumière. Nous appellerons T le jumeau qui demeure sur la Terre et V le jumeau qui voyage.

Le raisonnement de Langevin montre clairement qu'au retour de V, les jumeaux s'aperçoivent que T a plus vieilli que V (non seulement au sens biologique, mais aussi au sens habituel : il a mesuré que plus de secondes se sont écoulées). Cet exposé de Langevin marqua l'imaginaire populaire et contribua à diffuser la notion de dilatation du temps et la révolution conceptuelle qu'entraîne la théorie de la relativité.

Les adversaires de la théorie de la relativité qualifièrent la conclusion de Langevin de « paradoxe », car ils considéraient qu'elle contredit la prédiction selon laquelle

la dilatation du temps est réciproque. Leur raisonnement, dont nous soulignerons plus bas les erreurs, était le suivant : pourquoi ne pourrait-on pas considérer le phénomène dans le référentiel du jumeau V ? Si ce raisonnement était correct, alors c'est V qui aurait plus vieilli que T ! En effet, chacun des deux jumeaux est un observateur qui mesure un temps propre, étant immobile par rapport à son horloge. L'autre jumeau mesure donc un temps plus long, c'est-à-dire qu'il vieillit plus. Or, au moment de leurs retrouvailles, il est impossible que chacun des deux jumeaux soit plus jeune que l'autre. Ce sujet demeura l'une des controverses scientifiques les plus persistantes du XX^{e} siècle, si bien qu'on a continué de le désigner comme le « paradoxe » des jumeaux.

Il y a plusieurs interprétations correctes de cette expérience imaginaire qui permettent toutes de calculer de combien de temps supplémentaire le jumeau T a vieilli par rapport au jumeau V. Nous présenterons l'une de celles qu'a proposées Langevin dans son exposé initial de 1911, fondée sur l'effet Doppler relativiste, et ensuite nous verrons comment lever le paradoxe.

Le jumeau T est à l'origine du référentiel S, alors que V est à l'origine du référentiel S'. On suppose pour simplifier que V a déjà atteint sa vitesse de croisière $\vec{\mathbf{v}} = v\vec{\mathbf{i}}$ lorsqu'il passe vis-à-vis de T à $t = t' = 0$. Au retour, ils relèvent tous les deux l'instant auquel V repasse vis-à-vis de T. De cette façon, nous n'avons pas à tenir compte des phases initiale et finale d'accélération. Nous devons calculer la durée du voyage telle que la déterminent séparément T et V. L'une des méthodes qui permettraient à chaque jumeau de mesurer directement cette durée implique que le jumeau V émet, depuis son vaisseau, de la lumière à la fréquence f_0 et note l'émission de N fronts d'onde en direction du jumeau T pendant l'aller et le même nombre pendant le retour : ces fronts d'onde sont séparés dans le temps par une période $T_0 = 1/f_0$. Selon V, la durée de chaque partie du voyage à vitesse constante est donc NT_0. Du point de vue de T, qui reçoit ces signaux lumineux en restant immobile au même point sur la Terre, la fréquence reçue est affectée par l'effet Doppler : elle est plus basse à l'aller et plus élevée au retour. Le délai évalué est donc différent, tel que nous pourrons le calculer à l'aide de l'équation 8.6. Les valeurs sont indiquées ci-dessous pour chaque partie du voyage de V. Pour effectuer le calcul, nous avons pris $N = 2 \times 10^{13}$ fronts d'onde, $T_0 = 5\ \mu s$, $v = 0{,}6c$, et donc $\gamma = 5/4$.

	(V)	(T)
Aller :		
	$\Delta t'_1 = NT_0 = 0{,}1\ \text{Gs} \approx 3{,}17\ \text{ans}$	$\Delta t_1 = NT_0\sqrt{\dfrac{c+v}{c-v}} = 0{,}2\ \text{Gs} \approx 6{,}34\ \text{ans}$
Retour :		
	$\Delta t'_2 = NT_0 = 0{,}1\ \text{Gs} \approx 3{,}17\ \text{ans}$	$\Delta t_2 = NT_0\sqrt{\dfrac{c-v}{c+v}} = 0{,}05\ \text{Gs} \approx 1{,}59\ \text{an}$
Total :		
	$T' = 2NT_0 = 0{,}2\ \text{Gs} \approx 6{,}34\ \text{ans}$	$T = \gamma(2NT_0) = 0{,}25\ \text{Gs} \approx 7{,}93\ \text{ans}$

Ainsi, selon la mesure du jumeau T, 7,93 années se sont écoulées, alors que, selon celle de son frère V, il ne s'est écoulé que 6,34 années, les deux ayant trouvé que tout était pourtant normal dans leur vie. En somme, aucun des deux frères n'a changé sa durée de vie telle qu'il la mesure, mais le frère V est, à son retour, biologiquement plus jeune de 7,93 − 6,34 = 1,59 année. Quelle que soit la durée du voyage, on observe toujours une différence d'âge : durant l'aller,

T reçoit N impulsions de période dilatée, alors qu'il reçoit N impulsions de période raccourcie durant le trajet du retour. Les temps T et T' enregistrés respectivement par T et V pour la totalité du voyage sont liés par l'équation de la dilatation du temps $T = \gamma T'$. Le jumeau T a donc plus vieilli que V.

Considérons maintenant la situation comme si c'était le jumeau T qui émettait la lumière et le jumeau V qui l'observait. Il n'y a pas de paradoxe parce que la situation n'est *pas* symétrique : quand le jumeau V émettait la lumière, on pouvait considérer que T recevait un nombre égal de fronts d'onde émis pendant chacune des deux moitiés du voyage. Or, ce n'est pas le cas quand c'est V qui reçoit les fronts d'onde (voir l'exemple 8.6). En effet, comme la lumière met un certain temps à lui parvenir, il recevra plus de fronts d'onde lors du retour que lors de l'aller.

En fait, il n'y a symétrie que durant l'une *ou* l'autre des moitiés du voyage, pendant laquelle les référentiels se déplacent l'un par rapport à l'autre à une vitesse constante. Pendant l'un ou l'autre de ces tronçons du voyage, chacun des deux jumeaux pourrait comparer son horloge avec des horloges liées à l'autre référentiel, qui défileraient donc devant lui (on imagine, conformément à la définition de la figure 8.9, p. 346, que chacun des jumeaux est assisté par un grand nombre d'observateurs situés dans le même référentiel que lui et tous munis d'une horloge). Chacun des jumeaux aurait alors raison de dire que le temps dans l'autre référentiel s'écoule moins vite que dans le sien. Par contre, ce ne sont jamais les deux mêmes horloges qui sont comparées côte à côte ! Tant que deux horloges ne sont pas situées au même point de l'espace, il n'est pas possible de les comparer, car leur simultanéité est relative au référentiel (voir la section 8.5).

Pour que deux horloges puissent être comparées, le jumeau V doit faire demi-tour. Ce faisant, il *accélère* et passe donc d'un référentiel d'inertie à un autre, ce qui brise la symétrie. En effet, c'est V qui est soumis aux forces créées par la mise à feu des fusées, alors qu'il ne se passe rien pour T. Le calcul fait par T dans son propre référentiel pendant la phase d'accélération de V entraîne une correction du temps calculé plus haut, mais ne modifie pas la conclusion générale selon laquelle T a plus vieilli que V. Pour résoudre complètement le paradoxe, il faudrait démontrer que V est d'accord avec le calcul de T pendant la période d'accélération. Cela fait appel à la théorie de la relativité générale, qui porte sur les référentiels accélérés. Un calcul détaillé confirme le raisonnement qui précède.

Bien que les prévisions de la relativité restreinte soient complètement vérifiées, il importait de lever tout doute concernant le paradoxe des jumeaux en utilisant de vraies horloges. En 1971, Joseph C. Hafele (1933-2014) et Richard E. Keating firent tous deux le tour de la Terre en avion à réaction, l'un vers l'est et l'autre vers l'ouest. Ils comparèrent les temps relevés dans chaque avion par quatre horloges atomiques au césium (capables de mesurer le temps à 10^{-9} s près) avec le temps relevé par des horloges identiques restées au sol. Même si leurs résultats étaient affectés par la gravitation, ils étaient en accord avec la théorie de la relativité restreinte : le ralentissement du temps observé était de l'ordre de quelques dizaines de nanosecondes*.

* J. C. Hafele et Richard E. Keating, « Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains », *Science*, juillet 1972, vol. 177, n° 4044, p. 168-170.

Exemple 8.5

Montrer que le temps total $(\Delta t_1 + \Delta t_2)$ enregistré par le jumeau T du texte précédent est égal à $\gamma(2NT_0)$, tel que nous l'avons mentionné ci-dessus sans démonstration.

Solution

On remarque ci-dessus que

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 = NT_0\left(\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} + \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}\right)$$
$$= NT_0\left(\frac{\sqrt{c+v}}{\sqrt{c-v}} + \frac{\sqrt{c-v}}{\sqrt{c+v}}\right)$$

En mettant sur le même dénominateur, on obtient

$$\Delta t_1 + \Delta t_2$$
$$= NT_0\left[\frac{(c+v)^{1/2}(c+v)^{1/2} + (c-v)^{1/2}(c-v)^{1/2}}{(c-v)^{1/2}(c+v)^{1/2}}\right]$$
$$= NT_0\left[\frac{2c}{(c^2 - v^2)^{1/2}}\right] = \gamma(2NT_0)$$

Exemple 8.6

On suppose que le jumeau T émet des fronts d'onde de période $T_0 = 5\ \mu s$, le voyage du jumeau V étant encore divisé en deux parties égales de 0,1 Gs selon sa *propre* horloge. Montrer que V reçoit : (a) 1×10^{13} fronts d'onde pendant l'aller ; (b) 4×10^{13} fronts d'onde pendant le trajet du retour.

Solution

(a) À l'aller, la période mesurée est

$$\Delta t' = T_0\sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = 10\ \mu s$$

En 0,1 Gs, il y a donc 1×10^{13} fronts d'onde.

(b) Au retour, la période mesurée est

$$\Delta t' = T_0\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} = 2{,}5\ \mu s$$

En 0,1 Gs, il y a donc 4×10^{13} fronts d'onde.

8.10 LA TRANSFORMATION DE LORENTZ

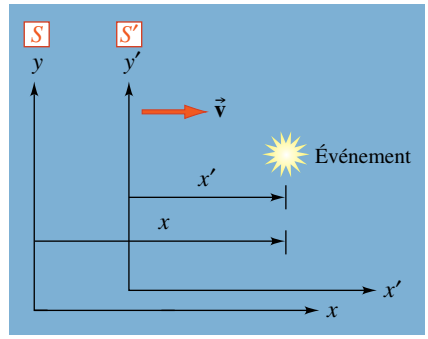
Les lois de l'électromagnétisme ne sont pas covariantes selon la transformation de Galilée. Cette transformation est également en contradiction avec le principe de la constance de la vitesse de la lumière. Les équations de transformation des coordonnées qui sont en accord avec la théorie de la relativité se nomment *transformation de Lorentz* ; elles sont établies à la prochaine section. Pour l'instant, il suffit de savoir qu'elles découlent exclusivement des deux postulats ; nous allons nous contenter de les admettre et d'examiner certaines de leurs conséquences.

Supposons que le référentiel S' se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ le long de l'axe des x du référentiel S (figure 8.27). On suppose que les origines coïncident quand $t = t' = 0$. Les coordonnées y et z d'un événement sont alors les mêmes dans les deux référentiels, c'est-à-dire $y' = y$ et $z' = z$. Selon la transformation de Galilée, les coordonnées x' et t' s'exprimeraient en fonction des coordonnées x et t sous la forme $x' = x - vt$ et $t' = t$. Mais en relativité, elles sont plutôt liées par la transformation de Lorentz :

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad (8.9)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \qquad (8.10)$$

Ces équations lient les coordonnées de position et de temps d'un événement *isolé*, mesuré dans un référentiel d'inertie, aux coordonnées du même événement dans un autre référentiel d'inertie.



▲ Figure 8.27

Les coordonnées en x d'un événement mesuré dans les référentiels S et S' (en mouvement à la vitesse $\vec{\mathbf{v}} = v\vec{\mathbf{i}}$ par rapport à S) sont liées entre elles par la transformation de Lorentz : $x' = \gamma(x - vt)$.

Puisque seule la vitesse relative a de l'importance, un simple changement de signe donne la transformation inverse :

$$x = \gamma(x' + vt') \tag{8.11}$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right) \tag{8.12}$$

Soulignons qu'à la limite où v tend vers zéro, la grandeur γ tend vers 1, et ces équations se réduisent à la transformation de Galilée, qui demeure ainsi valable pour des vitesses faibles, conformément à l'expérience quotidienne. L'équation 8.10 montre que le temps t' mesuré dans le référentiel S' dépend *à la fois* de t et de x. L'espace et le temps sont ainsi devenus inséparables et forment une entité appelée *espace-temps*. Cela découle du fait que la vitesse de la lumière, égale au rapport d'un intervalle d'espace à un intervalle de temps, est une constante *universelle*, qui reste la même dans tous les référentiels d'inertie.

Les coordonnées d'un événement dans l'espace-temps sont souvent écrites sous la forme

$$x_1 = x \qquad x_2 = y \qquad x_3 = z \qquad x_4 = ct$$

La quatrième coordonnée, x_4, a maintenant la même dimension de longueur que les trois premières, qui sont des coordonnées spatiales. Avec la définition $\beta = v/c$, les équations de la transformation de Lorentz deviennent

$$x_1' = \gamma(x_1 - \beta x_4) \tag{8.13}$$

$$x_4' = \gamma(x_4 - \beta x_1) \tag{8.14}$$

Ces équations sont de forme identique. Elles illustrent bien la symétrie de la transformation de Lorentz dans l'espace-temps. Comme x_4 a maintenant le même statut que x_1, on l'appelle souvent la *quatrième dimension*.

On peut démontrer la dilatation du temps et la contraction des longueurs à partir de la transformation de Lorentz.

La dilatation du temps et la contraction des longueurs, au lieu d'être démontrées comme aux sections 8.6 et 8.7, peuvent aussi être obtenues à partir des équations de la transformation de Lorentz, comme nous allons le voir dans l'exemple qui suit. L'exemple 8.9, quant à lui, montrera que l'ordre dans lequel se produisent deux événements séparés dans l'espace peut dépendre du référentiel, à la condition que ces deux événements n'aient pas pu être *causés* l'un par l'autre.

Exemple 8.7

À partir de la transformation de Lorentz, établir les équations : (a) de dilatation du temps ; (b) de contraction des longueurs.

Solution

(a) Considérons une horloge au repos dans le référentiel S'. Soit $\Delta t'$, l'intervalle de temps entre deux événements, que nous appellerons « tic » et « tac ». Les équations de la transformation de Lorentz s'appliquent individuellement aux coordonnées de chacun de ces deux événements. Puisque les événements se produisent au même endroit dans S', on a $\Delta x' = 0$. Si l'on applique l'équation 8.12 aux coordonnées de chacun des deux événements et qu'on soustrait les deux équations obtenues, les termes en x' s'annulent donc. Ainsi, on obtient

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

(b) Considérons une tige de longueur $\Delta x'$ dans son référentiel propre S'. Des observateurs liés à S relèvent les positions de ses extrémités au même instant, donc $\Delta t = 0$. Si l'on applique l'équation 8.9 aux coordonnées de chacun des deux événements « extrémité coïncide avec observateur » et qu'on soustrait les deux équations obtenues, les termes en t s'annulent donc. Ainsi, on obtient

$$\Delta x = \frac{1}{\gamma}\Delta x'$$

On remarque que ni la dilatation du temps ni la contraction des longueurs ne dépendent du signe devant v, donc du sens de $\vec{\mathbf{v}}$, ce qui illustre bien la réciprocité de ces deux phénomènes.

Exemple 8.8

La figure 8.28*a* représente un train (tel que vu dans son référentiel S'), de longueur propre $L_0 = 9$ km, se déplaçant à la vitesse $v = 0{,}8c$ par rapport à un quai (référentiel S). À $t' = 0$, les observateurs A' et B' aux extrémités du train tirent chacun un coup de pistolet et on considère que leurs balles font instantanément des traces d'impact en A et en B sur le quai. Pour les observateurs liés à S, quels sont : (a) l'intervalle de temps entre les deux coups de pistolet ; (b) la distance entre les traces d'impact ?

Solution

(a) Dans le référentiel S', les deux événements (coups de pistolet) sont simultanés, d'où $\Delta t' = 0$, et le train a une longueur $L_0 = 9$ km, d'où $\Delta x' = x'_B - x'_A = L_0$. Dans le référentiel S, les événements ne sont *pas* simultanés puisque la simultanéité est relative. Pour obtenir les temps t_A et t_B qui leur correspondent dans ce référentiel, on doit appliquer, pour chacun, l'équation 8.12 avec $\gamma = 5/3$ et $t' = 0$. On obtient alors deux équations qui, après avoir été soustraites l'une de l'autre, donnent

$$t_B - t_A = \gamma\frac{vx'_B}{c^2} - \gamma\frac{vx'_A}{c^2} = \frac{\gamma v\Delta x'}{c^2} = +\frac{\gamma vL_0}{c^2}$$
$$= \frac{(5/3)(2{,}4\times10^8\ \text{m/s})(9\times10^3\ \text{m})}{9\times10^{16}\ \text{m}^2/\text{s}^2}$$
$$= 40\,\mu\text{s}$$

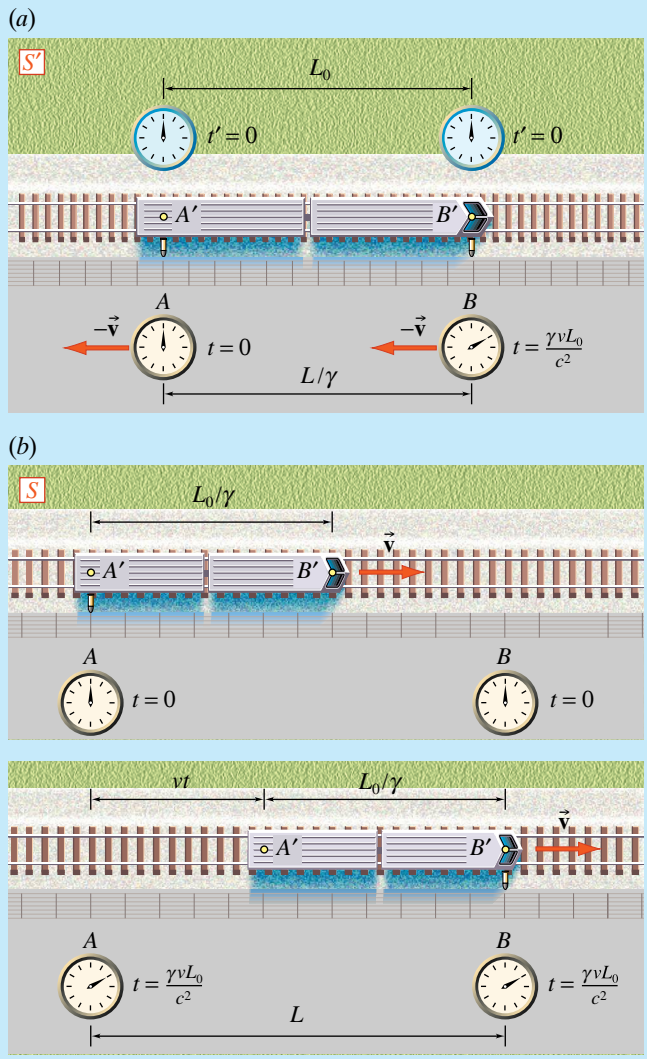
Supposons que les horloges situées en A et en A' indiquent toutes deux zéro lorsque ces deux points coïncident, de telle sorte que $t_A = t'_A = 0$. Le calcul ci-dessus peut alors être interprété de la façon suivante. Les événements étant simultanés dans le référentiel S', l'horloge en B' indique aussi zéro ($t'_B = 0$) au moment de l'événement correspondant, mais ce n'est pas le cas de l'horloge en B, liée au référentiel S, au moment du même événement : cette dernière horloge indique alors $t_B = \gamma vL_0/c^2$. Cela montre bien que, dans le référentiel S, les deux coups ne sont pas tirés en même temps : la balle tirée à l'*arrière* du train a été tirée *la première* puisque $t_A < t_B$.

Pour les observateurs liés au référentiel S', les horloges situées dans S sont *désynchronisées*. Comme le référentiel S est en mouvement vers la gauche par rapport au référentiel S', l'horloge située à l'avant est en avance. Autrement dit, l'horloge en B est réglée en avance par rapport à l'horloge située en A.

(b) La figure 8.28*b* représente la version des événements dans le référentiel S, dans lequel le train a une longueur contractée $L_0/\gamma = 5{,}4$ km. À $t = 0$, l'impact fait une trace en A et l'avant du train n'a pas encore atteint B. À $t = \gamma vL_0/c^2$, l'avant arrive en B après avoir parcouru une distance égale à vt_B. La distance entre A et B est

$$L = \frac{L_0}{\gamma} + v\left(\frac{\gamma vL_0}{c^2}\right) = \gamma L_0$$

La distance entre les traces d'impact est *supérieure* à la longueur propre L_0. Cela n'est pas en contradiction avec les résultats concernant la contraction des longueurs parce que les extrémités du train n'ont pas produit simultanément des traces sur le quai dans le référentiel S.



▲ Figure 8.28

Un train (S') se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ par rapport à un quai (S). Deux balles de pistolet sont tirées simultanément d'après des observateurs situés dans le train. (*a*) Les observateurs dans le train trouvent que les horloges dans S ne sont pas synchronisées. (*b*) Dans le référentiel S lié au quai, le train a une longueur contractée et la balle tirée de l'arrière part la première.

Exemple 8.9

Soit deux événements A et B se produisant en des points différents tels que, dans un référentiel S, l'événement B a lieu après l'événement A. Est-il possible que l'événement B précède l'événement A dans un autre référentiel S' en mouvement à vitesse constante par rapport au référentiel S ? Si oui, cela signifie-t-il qu'un effet peut précéder sa cause ?

Solution

Dans le référentiel S, l'*intervalle d'espace* entre les événements est $\Delta x = x_B - x_A$ et l'*intervalle de temps* qui les sépare est $\Delta t = t_B - t_A$. D'après l'équation 8.10, l'intervalle de temps dans le référentiel S' est donné par

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}\right)$$

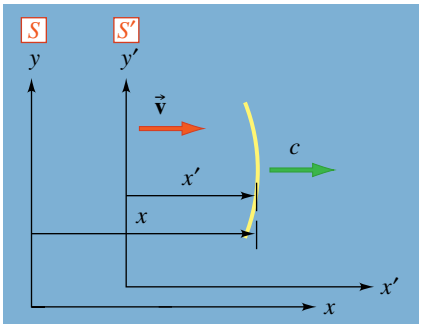
On voit que le terme entre parenthèses devient négatif si $\Delta t < v\Delta x/c^2$, ce qui se produit si la vitesse relative des deux référentiels v est supérieure à $c^2\Delta t/\Delta x$. Dans ces conditions, $\Delta t'$ devient négatif, ce qui signifie que l'ordre des événements *peut* être inversé. Comme nous le verrons maintenant, cela n'est toutefois possible que pour des événements *indépendants* entre eux.

Examinons d'abord ce qui se produit si l'on suppose au départ que les événements ne sont pas indépendants, c'est-à-dire que l'un *est* causé par l'autre. Pour qu'il puisse y avoir relation de cause à effet, il faut que l'information « l'événement A s'est produit » puisse être véhiculée par un signal ou un objet jusqu'à l'endroit où B se produit et déclenche ce second événement. Dans le référentiel S, les deux événements sont séparés par une distance Δx et par un intervalle de temps Δt. Le signal transportant l'information doit donc pouvoir voyager, au minimum, à la vitesse $\Delta x/\Delta t$ par rapport à ce référentiel. En d'autres termes, il ne peut y avoir de relation de cause à effet que si $v_{\text{signal}} \geq \Delta x/\Delta t$.

Or, nous avons évoqué que la théorie de la relativité prédit que la vitesse d'une particule, quel que soit le référentiel où elle est mesurée, ne peut pas dépasser *ni même atteindre* la vitesse de la lumière c (voir les sections 8.6 et 8.14). Cela s'applique tant à la vitesse (mesurée dans S) de l'objet transportant l'information entre les événements A et B qu'à la vitesse v des horloges liées au référentiel S' (aussi mesurée dans S). En d'autres termes, la théorie exige que $v < c$ et que $v_{\text{signal}} \leq c$ (au mieux, $v_{\text{signal}} = c$ seulement si le signal est lumineux). ■

Si l'on suppose que le signal entre les deux événements est lumineux, alors la condition $v_{\text{signal}} \geq \Delta x/\Delta t$ (qui permet la causalité) devient $\Delta x/\Delta t \leq c$. La condition $v > c^2\Delta t/\Delta x$ (qui permettrait d'inverser l'ordre des deux événements dans le référentiel S') ne peut donc pas être respectée, car elle devient $v > c$. Un effet ne peut donc pas précéder sa cause.

8.11 LA FORMULATION DE LA TRANSFORMATION DE LORENTZ



▲ Figure 8.29

Selon le deuxième postulat, une impulsion de lumière se déplace à la vitesse c par rapport à S et à S', qui est en mouvement à la vitesse $\vec{\mathbf{v}} = v\vec{\mathbf{i}}$ par rapport à S.

On peut établir les équations de la transformation de Lorentz en partant de l'un ou l'autre des postulats. Nous allons partir du principe de la constance de la vitesse de la lumière. Le référentiel S' se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}} = v\vec{\mathbf{i}}$ par rapport au référentiel S. Lorsque les origines O et O' coïncident, une source de lumière située en $x = x' = 0$ est activée et nous suivons le front d'onde initial voyageant vers la droite. D'après le deuxième postulat, la vitesse de la lumière est la même dans les deux référentiels et la position du front d'onde à un instant ultérieur, représentée à la figure 8.29, est donnée, dans chacun des référentiels respectivement, par

$$x = ct \qquad x' = ct' \tag{i}$$

Quelles que soient les équations de transformation que nous cherchons, on peut supposer que celle pour la coordonnée de position aura nécessairement la forme

$$x' = Ax + Bt$$

(En effet, on peut justifier l'emploi de termes uniquement du premier ordre en x et t si on suppose que tous les points de l'espace sont équivalents. Nous ne

donnons pas les détails ici.) La position de O' est $x' = 0$ dans le référentiel S' et $x = vt$ dans le référentiel S. On a donc $0 = A(vt) + Bt$, ce qui donne $B = -Av$. L'équation donnant x' devient alors

$$x' = A(x - vt) \qquad \text{(ii)}$$

Par un raisonnement analogue appliqué à la position de O mais en inversant le signe de v, on trouve

$$x = A(x' + vt') \qquad \text{(iii)}$$

Nous utilisons maintenant les équations (i) et (ii) pour obtenir

$$ct' = A(ct - vt)$$

$$ct = A(ct' + vt')$$

De ces deux équations, on déduit

$$A = \frac{1}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}$$

Pour obtenir l'équation de transformation pour la coordonnée de temps, on remplace dans l'équation (iii) x' par sa valeur tirée de l'équation (ii) :

$$x = A[A(x - vt) + vt']$$

La résolution de cette équation en t' donne

$$t' = A\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \qquad \text{(iv)}$$

La résolution en t est très semblable. Dans la notation conventionnelle, A est remplacé par γ.

8.12 L'ADDITION RELATIVISTE DES VITESSES

Supposons qu'une particule ait une vitesse $\vec{\mathbf{u}}' = u'_x\vec{\mathbf{i}}$ par rapport au référentiel S', qui est lui-même en mouvement à la vitesse $\vec{\mathbf{v}} = v_x\vec{\mathbf{i}}$ par rapport au référentiel S (figure 8.30). En physique classique, la vitesse de la particule dans le référentiel S serait $u_x = u'_x + v_x$. Dans le cadre de la théorie relativiste, les vitesses de la particule sont données par $u_x = dx/dt$ et $u'_x = dx'/dt'$. Des équations 8.11 et 8.12 on tire

$$dx = \gamma(dx' + v_x\,dt') = \gamma dt'(u'_x + v_x) \qquad (8.15)$$

$$dt = \gamma\left(dt' + \frac{v_x\,dx'}{c^2}\right) = \gamma dt'\left(1 + \frac{v_x u'_x}{c^2}\right) \qquad (8.16)$$

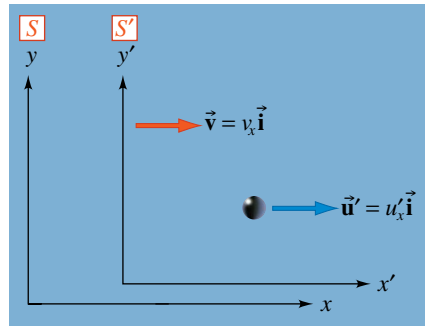
Le rapport de ces deux équations donne

$$u_x = \frac{u'_x + v_x}{1 + v_x u'_x/c^2} \qquad (8.17)$$

Lorsque u'_x et v_x sont toutes deux très petites par rapport à c, cette expression se réduit au résultat classique $u_x = u'_x + v_x$. Si la particule est une impulsion lumineuse, alors $u'_x = c$. La vitesse de l'impulsion par rapport à S est donc

$$u_x = \frac{c + v_x}{1 + cv_x/c^2} = c$$

Ainsi, en ajoutant une vitesse quelconque à la vitesse de la lumière, on obtient encore la vitesse de la lumière, conformément au deuxième postulat. De plus, il est facile de vérifier que l'équation 8.17 ne donnera jamais une vitesse u_x



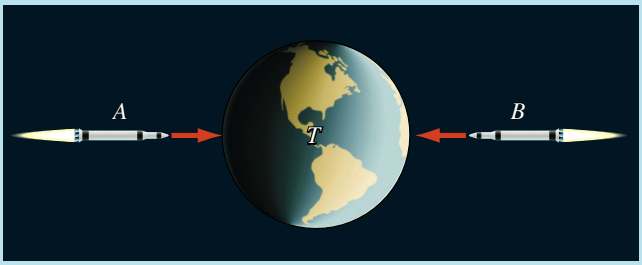
▲ Figure 8.30

Une particule se déplace avec une vitesse $\vec{\mathbf{u}}' = u'_x\vec{\mathbf{i}}$ par rapport au référentiel S' qui se déplace avec la vitesse $\vec{\mathbf{v}} = v_x\vec{\mathbf{i}}$ par rapport au référentiel S. La vitesse de la particule par rapport à S n'est *pas* simplement égale à la somme des vitesses v_x et u'_x.

supérieure à c, quelles que soient les vitesses u'_x et v_x : cela montre à nouveau que la vitesse de la lumière est une limite absolue (voir les sections 8.6 et 8.14). Comme le montre aussi l'exemple ci-dessous, la vitesse d'un objet matériel peut s'approcher de la vitesse de la lumière, mais ne peut jamais lui être égale.

Exemple 8.10

Deux fusées, A et B, s'approchent l'une de l'autre à des vitesses de $0{,}995c$ par rapport au référentiel de la Terre (T), comme le montre la figure 8.31. Quelle est la vitesse de A par rapport à B ?



▲ Figure 8.31
Deux fusées se dirigent l'une vers l'autre à la même vitesse par rapport à la Terre.

Solution

Pour utiliser correctement l'équation 8.17, on doit d'abord déterminer ce qui tient lieu de particule et de référentiels. On suppose que la situation décrite à la figure 8.31 se produit selon un axe des x orienté vers la droite. La fusée A est la particule, et on cherche sa vitesse par rapport à la fusée B, qui agit comme référentiel S. La Terre correspond au référentiel S'. ■

Si on note v_{ij} la vitesse relative de i par rapport à j, on a $u_x = v_{ABx}$, $u'_x = v_{ATx} = 0{,}995c$ et finalement $v_x = v_{TBx}$, qui est la vitesse de la Terre par rapport à la fusée B. On connaît la vitesse de la fusée B par rapport à la Terre, de sorte que $v_x = -v_{BTx} = -(-0{,}995c) = 0{,}995c$. Avec ces valeurs, l'équation 8.17 prend alors la forme

$$v_{ABx} = \frac{v_{ATx} + v_{TBx}}{1 + v_{ATx}v_{TBx}/c^2} = \frac{0{,}995c + 0{,}995c}{1 + 0{,}995^2} \qquad (8.18)$$

On trouve $v_{ABx} = 0{,}999\,987c$. La vitesse d'une fusée par rapport à l'autre est inférieure à c et non pas égale à $1{,}99c$, comme le prévoit la théorie classique.

8.13 LE « PARADOXE » DE LA PERCHE ET DE LA GRANGE

Un peu à l'image du faux paradoxe des jumeaux, de nombreuses situations sont utilisées, plusieurs ayant été imaginées par Einstein lui-même, pour illustrer les prédictions les moins intuitives de la théorie de la relativité. Voici une autre de ces situations.

Considérons un sauteur à la perche et un fermier qui ont un différend. La perche de l'athlète et la grange du fermier ont la même longueur au repos L_0. Il est convenu que l'athlète (référentiel S') va courir en direction de la grange (référentiel S) avec une vitesse relative de $0{,}8c$ ($\gamma = 5/3$). Le fermier affirme que la perche pourra facilement entrer dans la grange, car sa longueur sera contractée. Mais l'athlète déclare que c'est la grange qui sera contractée et qu'il sera donc impossible d'y faire entrer la perche. La résolution de ce paradoxe réside dans la relativité de la simultanéité.

Le fermier ferme le portail avant (AV) et le portail arrière (AR) à $t_{AV} = t_{AR} = 0$. À cet instant, on suppose que la pointe B' de la perche coïncide avec le portail arrière (figure 8.32*b*). Dans le référentiel S, la perche a une longueur de $3L_0/5$. L'extrémité arrière A' de la perche doit donc avoir coïncidé avec le portail avant à un instant antérieur $t = -(2L_0/5)/v = -L_0/2c$ (figure 8.32*a*). C'est pourquoi le fermier dit que la perche est à l'intérieur de la grange.

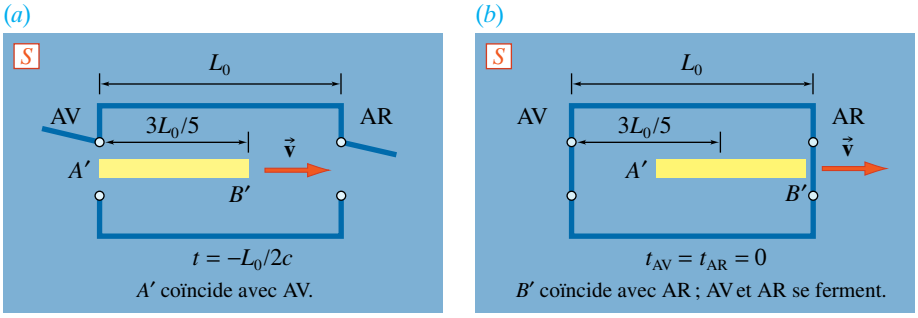


Figure 8.32
(*a*) L'arrière de la perche contractée coïncide avec le portail avant (AV) de la grange. (*b*) L'avant de la perche coïncide avec le portail arrière (AR) de la grange.

Dans le référentiel S', les portails ne se ferment pas simultanément. Les instants t'_{AV} et t'_{AR} correspondant à la fermeture des portails AV et AR sont liés par l'équation 8.10 :

$$t'_{AR} - t'_{AV} = \gamma\left[(t_{AR} - t_{AV}) - \frac{v(x_{AR} - x_{AV})}{c^2}\right]$$

où $t_{AR} = t_{AV} = 0$ et $x_{AR} - x_{AV} = L_0$. Pour des raisons pratiques, nous allons supposer que le portail AR se ferme à l'instant zéro ; on a donc $t'_{AR} = 0$ (figure 8.33*a*). L'équation précédente devient

$$t'_{AV} = \frac{\gamma v L_0}{c^2} = \frac{4L_0}{3c}$$

Ainsi, dans le référentiel S', le portail AV se ferme *après* le portail AR (figure 8.33*b*).

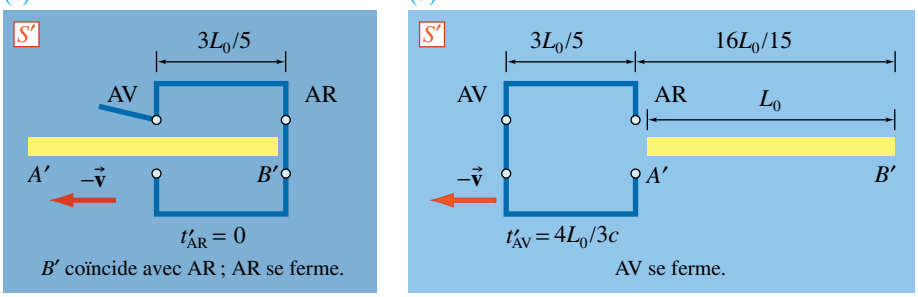


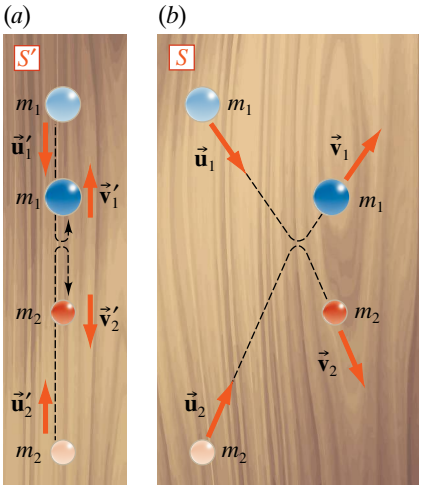
Figure 8.33
(*a*) L'avant de la perche coïncide avec le portail AR de la grange contractée. (*b*) La perche a traversé le portail AR lorsque le portail AV s'est fermé.

À $t_{AR} = t'_{AR} = 0$, lorsque B' coïncide avec le portail AR, le fermier affirme que A est à l'intérieur de la grange et que le portail AV est fermé. L'athlète déclare que A' est à l'extérieur de la grange, mais que le portail AV est encore ouvert. À l'instant t'_{AV} où le portail AV se ferme dans le référentiel S', la grange s'est déplacée d'une distance $vt'_{AV} = 16L_0/15$. C'est ici que réside la solution du paradoxe : les observateurs des deux référentiels voient tous les deux B' à gauche du portail AR lorsqu'il se ferme et A' à droite du portail AV lorsqu'il se ferme. Mais ils n'arrivent pas à se mettre d'accord sur l'endroit où se trouve A' à l'instant où le portail AV se ferme.

8.14 LA QUANTITÉ DE MOUVEMENT ET L'ÉNERGIE

Selon le principe de la relativité (premier postulat), les lois physiques sont les mêmes dans tous les référentiels d'inertie. Par hypothèse, les principes de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie demeurent donc valables quel que soit le référentiel. Toutefois, comme nous le verrons, cela implique qu'on devra accepter que les concepts de masse et d'énergie doivent être modifiés.

La quantité de mouvement et la masse relativiste



▲ Figure 8.34

Collision entre deux balles, vue du dessus, (*a*) dans le référentiel S'; (*b*) dans le référentiel S.

Considérons deux billes qui roulent sur la surface horizontale d'une table et entrent en collision. La figure 8.34*a* illustre cette collision, vue du dessus, dans le référentiel S' de la table, alors que la figure 8.34*b* la montre dans un référentiel S qui est en mouvement à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ par rapport à la table. (Par exemple, on peut imaginer que la table est dans un train lié au référentiel S', alors que le sol est lié au référentiel S.) La quantité de mouvement de chaque bille dépend du référentiel (elle n'est pas un invariant). Néanmoins, selon le premier postulat, on peut appliquer le principe de conservation de la quantité de mouvement dans chaque référentiel. Ainsi, les vitesses mesurées dans le référentiel S doivent vérifier

$$m_1\vec{\mathbf{u}}_1 + m_2\vec{\mathbf{u}}_2 = m_1\vec{\mathbf{v}}_1 + m_2\vec{\mathbf{v}}_2 \qquad \text{(i)}$$

et celles mesurées dans S' doivent vérifier

$$m_1\vec{\mathbf{u}}'_1 + m_2\vec{\mathbf{u}}'_2 = m_1\vec{\mathbf{v}}'_1 + m_2\vec{\mathbf{v}}'_2 \qquad \text{(ii)}$$

En physique classique, on utiliserait l'addition classique des vitesses pour relier les vitesses dans les deux référentiels (par exemple, on écrirait $\vec{\mathbf{u}}_1 = \vec{\mathbf{u}}'_1 + \vec{\mathbf{v}}$) et on obtiendrait facilement l'équation (i) à partir de l'équation (ii). On pourrait aussi faire le calcul réciproque. Mais en relativité, l'addition classique des vitesses n'est pas valable, car elle découle de la transformation de Galilée. Il faut plutôt utiliser l'addition relativiste des vitesses, qui découle de la transformation de Lorentz (voir la section 8.12).

Nous ne présenterons pas ici les détails de ce calcul, mais précisons qu'il aboutit à un résultat troublant : il est impossible d'obtenir l'équation (ii) à partir de l'équation (i) si on considère que les masses m_1 et m_2 sont des constantes. Ainsi, pour que le principe de conservation de la quantité de mouvement soit respecté, il faut accepter que la masse d'un objet soit elle aussi une grandeur relative à l'observateur, comme c'était le cas pour le temps ou les longueurs. Dans un référentiel où une particule a une vitesse de module v, le module de la quantité de mouvement de la particule demeure

Quantité de mouvement

$$p = mv \qquad (8.19)$$

mais la **masse relativiste** m de la particule est désormais une grandeur qui dépend de sa vitesse dans ce référentiel et qui est donnée par

Masse relativiste

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (8.20)$$

où m_0 est la **masse au repos** de la particule, c'est-à-dire sa masse mesurée dans son référentiel propre. Si $v \ll c$, γ s'approche de 1 et $p \approx m_0 v$, ce qui correspond à l'expression classique. On interprète souvent l'équation 8.20 en disant que la masse d'une particule augmente avec la vitesse. Ce genre d'interprétation, bien que valable, peut porter à confusion parce que la forme relativiste de la

deuxième loi de Newton n'est pas $\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ et que l'équation relativiste de l'énergie cinétique n'est pas $K = \frac{1}{2}mv^2$.

Nous discuterons dans les pages suivantes de la forme de ces deux équations qui est valable dans le cadre relativiste. Mentionnons toutefois que la masse m décrite par l'équation 8.20 peut être interprétée comme la mesure de la masse d'un objet en mouvement d'après un observateur au repos.

Comme γ croît de façon abrupte lorsque la vitesse d'une particule s'approche de c, l'équation 8.20 prédit que sa masse relativiste tend alors vers l'infini. Bien que la deuxième loi de Newton change de forme dans le contexte de la théorie de la relativité, cette masse relativiste demeure une mesure de l'inertie d'un objet. On en déduit qu'il devient impossible de faire accélérer un objet quand sa vitesse tend vers c. Encore une fois, on obtient donc que c est une **vitesse limite** : tout objet (qui possède une masse au repos) ne peut jamais *atteindre* la vitesse de la lumière bien qu'il puisse y tendre.

La prédiction selon laquelle la masse d'un objet est plus grande lorsqu'il a une vitesse par rapport à l'observateur que lorsqu'il est au repos pose la question de la façon dont cette masse peut être mesurée. Évidemment, on ne peut utiliser un quelconque mécanisme similaire à une balance puisque la masse serait alors nécessairement au repos par rapport à ce dernier. La mesure d'une masse relativiste se fait donc forcément de façon indirecte. Un cas d'une telle mesure, illustré par l'exemple suivant, est celui d'un accélérateur de particules dans lequel on déduit que la masse d'une particule augmente, car on doit corriger le champ magnétique à la hausse pour maintenir sa trajectoire circulaire.

Exemple 8.11

Dans certains accélérateurs de particules, comme celui du Fermilab, on procure à des protons une vitesse pouvant atteindre $0{,}999\,997c$. Calculer la masse d'un proton voyageant à cette vitesse pour un observateur immobile dans le laboratoire. Exprimer le résultat par rapport à la masse au repos du proton.

Solution

Il suffit de calculer le facteur γ associé à $v = 0{,}999\,997c$:

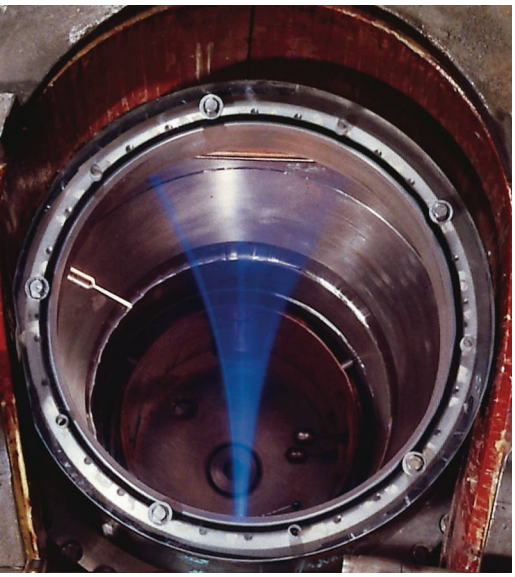
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (0{,}999\,997c)^2/c^2}} \approx 400$$

La mesure de la masse du proton en mouvement correspond donc à $m = \gamma m_0 = 400 m_0$. Ce résultat étonnant a amené l'invention du synchrotron, un accélérateur de particules dans lequel on synchronise la valeur du champ magnétique déviateur avec l'augmentation de la masse des particules (voir la section 8.7 du tome 2).

L'équivalence masse-énergie

Selon le principe de conservation de la quantité de mouvement, une arme à feu qui tire une balle doit subir un recul puisque la balle acquiert une quantité de mouvement. L'expérience montre qu'une source qui émet un flash lumineux subit elle aussi un (léger) recul puisque la lumière transporte une quantité de mouvement (voir la section 13.5 du tome 2). Pourtant, si on considère un système isolé au repos dans un référentiel inertiel, le centre de masse de ce système ne peut pas se mettre en mouvement sans que le système subisse une force extérieure. À partir de ce raisonnement, que nous détaillerons plus loin, Einstein montra l'équivalence du transfert de masse et d'un transfert d'énergie lumineuse. Il en tira une conclusion remarquable :

> *Si un corps libère la quantité d'énergie ΔE sous forme de rayonnement, sa masse diminue de $\Delta E/c^2$* […] *La masse d'un corps est une mesure de l'énergie qu'il contient.*



Lorsque deux noyaux s'unissent pour former un seul noyau (ce qu'on appelle le processus de fusion), il y a perte de masse et libération d'énergie. Ce processus est une illustration de l'équivalence entre la masse et l'énergie donnée par l'équation 8.21. Le plasma luminescent (gaz chaud ionisé) qu'on voit sur cette photo fait partie d'une expérience visant à domestiquer cette énergie.

Nous verrons plus loin que ce résultat peut aussi être obtenu à partir des équations de la théorie de la relativité restreinte. La dilatation du temps et la contraction des longueurs sont deux effets spectaculaires de cette théorie, mais la conclusion ci-dessus en est certainement l'aspect le plus célèbre.

Puisqu'un rayonnement peut être transformé en énergie thermique, électrique, chimique ou en d'autres formes d'énergie, il s'ensuit que *la masse inertielle d'un corps varie lorsqu'il perd ou lorsqu'il gagne de l'énergie*. Ainsi, dans tout phénomène (réaction chimique, émission électromagnétique, désintégration nucléaire, etc.) libérant de la chaleur ou de la lumière, la masse totale des constituants n'est pas tout à fait constante.

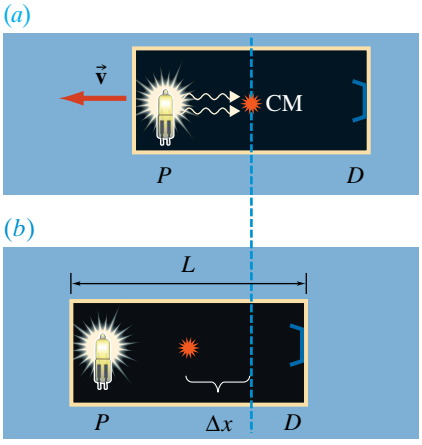
Dans le cas des réactions chimiques, l'énergie ΔE dégagée est tellement petite que la diminution de masse représente une proportion infime de la masse des réactifs, de l'ordre de 10^{-13}. Par contre, dans une désintégration nucléaire (voir le chapitre 12), la diminution de masse est notable et peut atteindre une proportion de 10^{-4}, soit 0,01 % de la masse.

La conclusion d'Einstein a une conséquence fondamentale : séparément, les principes de conservation de la masse et le principe de conservation de l'énergie ne sont plus valables en relativité. Ils sont remplacés par la conservation de l'ensemble *masse-énergie*. Il s'ensuit aussi que la masse inertielle d'un corps peut être vue comme une réserve d'énergie que contient ce corps. L'**équivalence masse-énergie** exprime cette idée :

Équivalence masse-énergie

$$E = mc^2 \qquad (8.21)$$

Il s'agit probablement de la plus célèbre des équations de la physique. Einstein lui-même la considérait comme la conséquence la plus importante de la relativité restreinte.



▲ Figure 8.35

(*a*) Une impulsion de lumière est émise par une lampe à une extrémité de la boîte, qui recule dans le sens opposé. (*b*) Une fois l'impulsion absorbée par le détecteur situé à l'autre extrémité, la boîte s'immobilise en un point différent. Son centre de masse (CM) s'est déplacé d'une distance Δx, mais le CM du système ne peut avoir bougé.

Nous avons dit ci-dessus qu'Einstein avait obtenu l'équation 8.21 à partir d'un raisonnement fondé sur le centre de masse d'un système isolé. Il s'agit d'une seule des nombreuses façons permettant de démontrer l'équation 8.21. Nous allons maintenant en voir les détails. Imaginons une boîte isolée de longueur L (figure 8.35) ayant une source lumineuse P à l'une de ses extrémités et un détecteur D à l'autre. Soit M, la masse de la boîte et du détecteur. Nous avons vu au chapitre 13 du tome 2 que, lorsque des ondes lumineuses transportent une énergie ΔE, elles transportent également une quantité de mouvement $p = \Delta E/c$. Donc, si la source émet une impulsion lumineuse, la boîte va reculer avec une vitesse $\vec{v}$. D'après le principe de conservation de la quantité de mouvement,

$$\frac{\Delta E}{c} = Mv$$

Si $v \ll c$, l'impulsion met un temps $\Delta t = L/c$ pour atteindre D. Lorsque l'impulsion lumineuse est absorbée, elle transfère sa quantité de mouvement à nouveau à la boîte et cette dernière s'immobilise. Durant cet intervalle de temps, la boîte s'est déplacée d'une petite distance

$$\Delta x = v\Delta t = \frac{L\Delta E}{Mc^2}$$

Le résultat net de l'émission suivie de l'absorption est un déplacement de la boîte sur une distance Δx.

Pourtant, aucun processus *interne* ne peut déplacer le centre de masse d'un système. La seule façon de maintenir l'immobilité du centre de masse du système est d'admettre que l'impulsion lumineuse a transporté avec elle une masse m sur la distance L entre la source et le détecteur. Si le centre de masse est fixe, alors

$$-M\Delta x + mL = 0$$

En comparant cette équation avec l'expression de Δx obtenue plus haut, on voit que $m = \Delta E/c^2$.

L'énergie cinétique relativiste

Dans le tome 1, nous avons défini l'énergie cinétique à partir du travail en utilisant le théorème de l'énergie cinétique $\Delta K = \sum W$ (voir la section 7.3 du tome 1). Si l'on maintient cette définition et qu'on fait appel à la version relativiste de la deuxième loi de Newton pour évaluer la force produisant le travail, on n'obtient pas le résultat classique $K = \frac{1}{2}mv^2$, mais plutôt

$$K = mc^2 - m_0c^2$$

Dans cette expression, on reconnaît deux termes analogues à l'équation 8.21 : le terme m_0c^2 dépend uniquement de la masse au repos de la particule et représente donc l'énergie que contient cette dernière lorsqu'elle est immobile. On le définit comme l'*énergie au repos*. Le terme mc^2, lui, est l'*énergie relativiste totale*. L'énergie totale représente donc la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie au repos, une expression très analogue à l'énergie mécanique totale $E = K + U$ de la mécanique classique. C'est l'énergie relativiste *totale* qui est conservée dans toute réaction, conformément à l'équivalence masse-énergie.

Énergie au repos : m_0c^2

Ces définitions étant données, on peut exprimer ainsi l'énergie cinétique relativiste :

Énergie cinétique relativiste

$$K = E - m_0c^2 = m_0c^2(\gamma - 1) \qquad (8.22)$$

Lorsque v tend vers c, le facteur γ tend vers l'infini ; par conséquent, l'énergie cinétique tend aussi vers l'infini. Mais comme cette valeur impliquerait qu'une quantité infinie de travail soit fournie, on prédit encore une fois qu'il est *impossible* d'accélérer jusqu'à la vitesse de la lumière tout objet qui possède une masse au repos.

L'équation 8.22 semble contredire radicalement la mécanique classique, mais il ne s'agit au fond que d'un ajustement quand la vitesse est très élevée. Pour les vitesses de faibles modules ($v/c \ll 1$), on peut utiliser le développement en série binomial $\gamma \approx 1 + \frac{1}{2}(v/c)^2 + \frac{3}{8}(v/c)^3 + \ldots$, et l'énergie cinétique prend alors la forme

$$\begin{aligned} K &= m_0c^2\left[\frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 + \frac{3}{8}\left(\frac{v}{c}\right)^4 + \ldots\right] \\ &\approx \frac{1}{2}m_0v^2 \end{aligned}$$

En somme, pour ces faibles modules de la vitesse, l'énergie cinétique est pratiquement égale au premier terme, $\frac{1}{2}m_0v^2$, qui est l'énergie cinétique classique de la particule. Les autres termes peuvent effectivement être considérés comme des corrections à cette expression.

▲ Figure 8.36

Une explosion nucléaire fournit une preuve convaincante de l'équivalence entre la masse et l'énergie.

L'énergie au repos m_0c^2 représente la somme de toutes les énergies « internes », c'est-à-dire l'énergie potentielle électrique, l'énergie nucléaire, l'énergie thermique, et ainsi de suite. Lorsqu'on parle de la masse d'un corps, on pourrait tout aussi bien parler de l'énergie qu'il possède. Autrement dit, *la masse et l'énergie sont équivalentes*. Nous avons l'habitude de concevoir la masse comme une mesure de l'inertie d'un corps, indépendante de sa température, de son énergie potentielle, etc. Pourtant, selon la relativité restreinte, la masse d'un corps varie avec sa température puisque cette dernière est une mesure de l'énergie cinétique moyenne des particules qui le constituent. De même, lorsqu'on comprime un ressort, le supplément d'énergie élastique accroît aussi la masse de ce ressort. La quantité $E = mc^2$ a été appelée à juste titre énergie *totale* parce qu'elle comprend *toutes* les formes d'énergie d'un corps. Une diminution Δm de la masse d'un système correspond à une libération d'énergie $\Delta E = \Delta mc^2$. C'est ce qui se produit lors de la fission et de la fusion nucléaires (figure 8.36).

On peut exprimer l'énergie $E = \gamma m_0c^2$ d'une particule en fonction de sa quantité de mouvement relativiste $p = \gamma m_0 v$. Il suffit d'éliminer v dans ces deux équations, ce qui donne (voir le problème P1) :

Relation entre l'énergie relativiste totale et le module de la quantité de mouvement relativiste

$$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4 \tag{8.23}$$

Pour les particules dont la masse au repos est nulle, le second terme disparaît. Il reste alors $E = pc$, relation valable pour une impulsion de lumière contenant l'énergie E. Notez que cette relation est identique à la relation $p = E/c$ obtenue au chapitre 13 du tome 2. Si $E \gg m_0c^2$, alors $E \approx pc$ pour une particule dont la vitesse est voisine de la vitesse de la lumière.

Exemple 8.12

Un électron a une énergie cinétique de 2 MeV. Trouver : (a) son énergie relativiste totale ; (b) le module de sa quantité de mouvement ; (c) le module de sa vitesse. Rappelons que $1\text{ eV} = 1{,}6 \times 10^{-19}\text{ J}$.

Solution

(a) L'énergie au repos de l'électron est

$$\begin{aligned} E_0 = m_0c^2 &= (9{,}11 \times 10^{-31}\text{ kg})(3 \times 10^8\text{ m/s})^2 \\ &= 8{,}20 \times 10^{-14}\text{ J} = 0{,}511\text{ MeV} \end{aligned}$$

L'énergie relativiste totale est

$$E = K + m_0c^2 = 2{,}51\text{ MeV} = 4{,}02 \times 10^{-13}\text{ J}$$

(b) Le module de la quantité de mouvement est donné par l'équation 8.23 :

$$\begin{aligned} p^2c^2 &= (E^2 - m_0^2c^4) \\ &= (1{,}61 \times 10^{-25}\text{ J}^2) - (6{,}72 \times 10^{-27}\text{ J}^2) \\ &= 1{,}54 \times 10^{-25}\text{ J}^2 \end{aligned}$$

Donc, $p = 2{,}27 \times 10^{-21}\text{ kg·m/s}$.

On peut aussi utiliser K pour isoler v dans l'équation 8.22, puis calculer p avec l'équation 8.19, mais cette voie plus longue ne présente de l'intérêt que dans le contexte où l'on souhaite aussi connaître v. ■

(c) En comparant $E = \gamma m_0c^2 = 2{,}51$ MeV avec $m_0c^2 = 0{,}511$ MeV, on voit que $\gamma = 4{,}91$. À partir de l'équation 8.3, on isole $v/c = 0{,}98$, ou $v = 0{,}98c$. Cette vitesse aurait aussi pu s'obtenir en utilisant la valeur de p obtenue en (b).

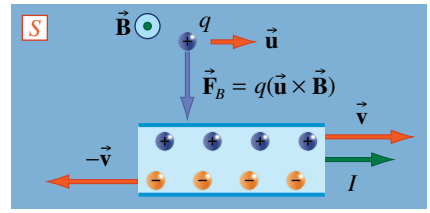
8.15 LA RELATIVITÉ ET L'ÉLECTROMAGNÉTISME

Le fait que c soit une vitesse impossible à atteindre pour une particule matérielle apporte la réponse à la question que se posait Einstein lorsqu'il était

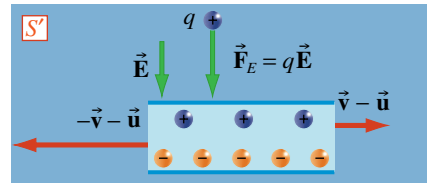
adolescent (voir la section 8.2) : qu'observerait-on en voyageant parallèlement à une onde électromagnétique, à la même vitesse qu'elle, un peu comme un surfeur sur une vague ? La situation est tout simplement impossible : on ne pourrait pas observer une variation sinusoïdale stationnaire des champs électrique et magnétique parce qu'on ne pourrait *jamais* atteindre la vitesse d'une onde lumineuse ! Nous allons maintenant examiner un autre cas semblable, soit celui d'une charge q qui se déplace à proximité d'un conducteur porteur d'un courant. Nous verrons que la force qu'elle subit, identique dans tous les référentiels, n'est pourtant pas attribuée au même type de champ d'un référentiel à l'autre.

La figure 8.37*a* représente la charge positive q animée d'une vitesse $\vec{\mathbf{u}}$ par rapport à un fil immobile (référentiel S) dans lequel circule un courant I. Pour simplifier, nous supposons que le courant traversant le fil est dû à des charges positives et négatives ayant des vitesses opposées $\pm\vec{\mathbf{v}}$. Dans le référentiel S, la charge q est soumise à une force magnétique dirigée vers le fil, mais aucune force électrique ne s'exerce sur elle. Dans le référentiel S' lié à la charge q (figure 8.37*b*), celle-ci n'est soumise à aucune force magnétique puisque sa vitesse est nulle. Dans ce référentiel, les charges positives dans le fil se déplacent à une vitesse de module $v - u$, alors que les charges négatives ont une vitesse de module supérieur $v + u$. La charge électrique est un invariant en relativité restreinte. Ainsi, à cause de la contraction des longueurs, la densité de charge négative est supérieure à la densité de charge positive et la charge totale du fil est négative dans le référentiel S' lié à la charge q. Par conséquent, la charge q est soumise à une force électrique dirigée vers le fil. On voit donc qu'un champ électrique dans le référentiel lié à la charge q se transforme en un champ magnétique dans un autre référentiel. Cela montre bien qu'on doit concevoir un unique « champ électromagnétique », ce champ pouvant apparaître comme une combinaison différente de champ électrique et de champ magnétique selon le référentiel.

(*a*)



(*b*)



▲ Figure 8.37

(*a*) Une charge en mouvement par rapport à un fil. Les charges positives et négatives dans le fil sont régulièrement espacées et ont des vitesses de même module mais de sens opposés. (*b*) Dans le référentiel de la charge q, les charges positives et négatives dans le fil ont des vitesses différentes. Les différents facteurs de contraction des longueurs font en sorte que la densité de charge négative est supérieure à la densité de charge positive.

Parfois, les charges sources ne sont pas connues, de sorte qu'on ne peut pas répéter le raisonnement ci-dessus. On peut toutefois obtenir directement les champs dans un référentiel en fonction de ceux dans un autre référentiel à l'aide d'une transformation appropriée. Si on suppose que le référentiel S' se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}} = v\vec{\mathbf{i}}$ par rapport au référentiel S, alors les champs $\vec{\mathbf{E}}$ et $\vec{\mathbf{B}}$ mesurés dans le référentiel S peuvent être subdivisés en leurs composantes parallèles au mouvement du référentiel, $\vec{\mathbf{E}}_{\parallel}$ et $\vec{\mathbf{B}}_{\parallel}$, et en leurs composantes perpendiculaires, $\vec{\mathbf{E}}_{\perp}$ et $\vec{\mathbf{B}}_{\perp}$. Les composantes parallèles demeurent les mêmes dans les deux référentiels ($\vec{\mathbf{E}}'_{\parallel} = \vec{\mathbf{E}}_{\parallel}$ et $\vec{\mathbf{B}}'_{\parallel} = \vec{\mathbf{B}}_{\parallel}$) et nous admettrons sans démonstration que les composantes perpendiculaires sont reliées par la transformation suivante :

Transformation de Lorentz pour les champs

$$\vec{\mathbf{E}}'_{\perp} = \gamma(\vec{\mathbf{E}}_{\perp} + \vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}}) \qquad (8.24)$$

$$\vec{\mathbf{B}}'_{\perp} = \gamma(\vec{\mathbf{B}}_{\perp} - \frac{1}{c^2}\vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{E}}) \qquad (8.25)$$

La transformation inverse est obtenue en remplaçant $\vec{\mathbf{v}}$ par $-\vec{\mathbf{v}}$. Vérifiez que ces équations permettent de résoudre les apparents paradoxes soulevés à la figure 8.4 (p. 342).

RÉSUMÉ

Les deux postulats de la relativité restreinte sont :

1. Toutes les lois de la physique sont valables dans tous les référentiels d'inertie.
2. La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels d'inertie. Elle ne dépend pas du mouvement de la source ou de l'observateur.

L'intervalle de temps T_0 séparant deux événements enregistré par une même horloge au repos dans un référentiel est appelé *temps propre*. Dans ce référentiel, les deux événements ont lieu au même point (situé près de l'horloge). L'intervalle de temps T séparant les deux mêmes événements et enregistré par deux horloges distinctes A et B dans un autre référentiel est supérieur au temps propre :

$$T = \gamma T_0 \tag{8.4}$$

où

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{8.3}$$

Cet effet porte le nom de dilatation du temps.

La longueur L_0 d'une tige dans le référentiel où elle est au repos est sa longueur propre. Sa longueur L mesurée par un observateur en mouvement par rapport à la tige est plus petite :

$$L = \frac{1}{\gamma} L_0 \tag{8.5}$$

Cet effet porte le nom de contraction des longueurs.

Le module de la quantité de mouvement p d'une particule se déplaçant à la vitesse v est

$$p = mv \tag{8.19}$$

où la masse relativiste

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{8.20}$$

m_0 étant la masse au repos.

L'énergie relativiste totale E de la particule est

$$E = mc^2 \tag{8.21}$$

Cette équation exprime l'équivalence entre la masse et l'énergie. L'énergie cinétique d'une particule est

$$K = E - m_0c^2 = m_0c^2(\gamma - 1) \tag{8.22}$$

L'énergie relativiste totale et la quantité de mouvement sont liées par la relation

$$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4 \tag{8.23}$$

TERMES IMPORTANTS

contraction des longueurs (p. 354)
covariant (adj.) (p. 342)
dilatation du temps (p. 351)
équivalence masse-énergie (p. 370)
éther (p. 338)
événement (p. 346)
invariant (p. 341)
longueur propre (p. 354)
masse au repos (p. 368)
masse relativiste (p. 368)
observateur (p. 346)
principe de la constance de la vitesse de la lumière (p. 343)
principe de la relativité (p. 343)
référentiel (p. 341)
référentiel d'inertie (p. 341)
référentiel propre (p. 346)
relativité restreinte (p. 343)
temps propre (p. 350)
transformation de Galilée (p. 342)
vitesse limite (p. 369)

RÉVISION

R1. Au XIX^{e} siècle, quelles étaient les propriétés attribuées à l'hypothétique éther ? En quoi étaient-elles contradictoires ?

R2. Qu'est-ce que Michelson et Morley cherchaient à mettre en évidence au moyen de leur expérience ? Quels résultats obtinrent-ils ?

R3. Comment FitzGerald et plus tard Lorentz expliquèrent-ils les résultats de l'expérience de Michelson et Morley ?

R4. Énoncez les deux postulats de la théorie de la relativité restreinte. En quoi sont-ils contre-intuitifs ?

R5. Quelle est la valeur du facteur γ lorsqu'il n'y a pas de dilatation du temps ?

R6. Vrai ou faux ? Dans une situation donnée, le temps propre et la longueur propre sont toujours mesurés dans le même référentiel.

R7. Pourquoi les effets de la dilatation du temps et de la contraction des longueurs ne sont-ils pas aisément observables dans la vie de tous les jours ?

R8. Expliquez l'expérience portant sur la désintégration des muons : (a) du point de vue de la dilatation du temps ; (b) du point de vue de la contraction des longueurs.

R9. Vrai ou faux ? La masse au repos d'un objet augmente avec sa vitesse.

R10. Expliquez pourquoi il est impossible qu'une particule de masse au repos non nulle atteigne la vitesse de la lumière.

R11. Que deviendrait l'écoulement du temps si on pouvait voyager à la vitesse de la lumière ?

QUESTIONS

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Q1. Serait-il utile de refaire l'expérience de Michelson-Morley à des moments différents de l'année ? Si oui, expliquez pourquoi.

Q2. Certaines des relations de la transformation de Galilée demeurent-elles applicables dans le contexte de la relativité restreinte ?

Q3. Quel aspect du principe de la relativité d'Einstein est irréconciliable avec la transformation de Galilée ?

Q4. Deux événements se produisent au même point mais à des instants différents dans un référentiel d'inertie. Ces deux événements peuvent-ils être simultanés dans un autre référentiel en mouvement à vitesse constante par rapport au premier ?

Q5. Au cours d'une conversation téléphonique transatlantique, un des interlocuteurs déclare qu'il est 15 heures et l'autre lui répond qu'il est 19 heures. Est-ce un exemple d'absence de synchronisation des horloges ?

Q6. Reformulez la phrase « Des tiges en mouvement paraissent contractées » de manière à éviter tout malentendu.

Q7. On dit parfois que « des horloges en mouvement retardent ». Que leur arrive-t-il ?

Q8. Dans son livre intitulé *Monsieur Tompkins au pays des merveilles*, George Gamow explore les conséquences d'une réduction sensible, mais hypothétique, de la vitesse de la lumière. Énumérez quelques événements de tous les jours qui seraient modifiés si la vitesse de la lumière n'était que de 30 m/s.

Q9. Pourquoi n'est-il pas possible pour un électron ou un proton de voyager à la vitesse de la lumière ?

Q10. L'espérance de vie d'un être humain est de 71,5 ans. Cela signifie-t-il qu'un être humain peut s'éloigner de la Terre jusqu'à une distance maximale voisine de 71,5 années-lumière ? (L'année-lumière est la distance parcourue par la lumière en une année.)

Q11. En principe, serait-il possible qu'au retour d'un voyage intergalactique des parents soient plus jeunes que leurs enfants restés à la maison ?

Q12. À votre avis, la notion de corps parfaitement rigide est-elle valable en relativité restreinte ? Justifiez votre réponse.

Q13. En quoi l'effet Doppler pour les ondes sonores est-il similaire à l'effet Doppler pour la lumière ? En quoi est-il différent ?

Q14. Est-il possible pour une personne d'avancer de 200 ans dans le futur ? Si oui, cette personne pourrait-elle revenir raconter à ses amis ce qui a été découvert entre-temps ?

Q15. Dans quelle condition l'équation $p = E/c$ est-elle valable pour un électron ou un proton ?

Q16. L'énergie cinétique d'une particule peut-elle s'écrire $K = \frac{1}{2}m_0c^2$?

Q17. Vrai ou faux ? Selon la théorie de la relativité restreinte, le module de la quantité de mouvement

d'une particule peut tendre vers la valeur $p = m_0c$, mais ne peut pas lui être égal.

Q18. Vous entendez vos amis dire que, selon la théorie d'Einstein, « tout est relatif ». Pour les convaincre du contraire, faites une liste de grandeurs qui, selon la relativité restreinte, sont : (a) relatives, c'est-à-dire qu'elles ont une valeur qui dépend du référentiel ; (b) invariantes, c'est-à-dire qu'elles ont la même valeur dans tous les référentiels d'inertie.

EXERCICES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Sauf indication contraire, dans les exercices et les problèmes qui suivent, pour ne pas alourdir le texte, on utilisera le terme « vitesse » pour désigner le vecteur vitesse $\vec{\mathbf{v}}$, le module de la vitesse v ou la composante de la vitesse le long de l'axe du mouvement v_x, selon le contexte.

8.6 et 8.7 Dilatation du temps, contraction des longueurs

E1. (I) Un mètre de couturier, en bois, mesure 80 cm lorsqu'il est en mouvement. Quelle est sa vitesse ?

E2. (I) Utilisez le développement du binôme et son approximation $(1 + x)^n \approx 1 + nx$, pour $x \ll 1$, afin de démontrer que, lorsque $v \ll c$: (a) $\gamma \approx 1 + v^2/2c^2$; (b) $1/\gamma \approx 1 - v^2/2c^2$. (c) Pour quelle valeur de v la différence entre γ et l'approximation calculée en (a) est-elle de $0{,}001\gamma$? (d) Tracez le graphique de l'approximation pour γ obtenue en (a) et de la valeur exacte de γ. À quel moment les deux courbes se séparent-elles de façon notable ?

E3. (I) Une tige se déplaçant à la vitesse de $0{,}6c$ par rapport au référentiel du laboratoire a une longueur de 1,2 m lorsqu'on la mesure dans ce référentiel. Quelle est la longueur propre de la tige ?

E4. (I) Une étoile est à 10 années-lumière (a.l.) de la Terre. Quelle doit être la vitesse d'une fusée par rapport à un référentiel d'inertie fixé à la Terre pour que la distance mesurée dans le référentiel lié à la fusée soit égale à 3 a.l. ? (L'année-lumière est égale à la distance parcourue par la lumière en une année : 1 a.l. = $9{,}4607 \times 10^{15}$ m.)

E5. (I) Utilisez les résultats de l'exercice E2 pour $v \ll c$ afin d'établir une expression pour : (a) $(T - T_0)/T_0$, où $T = \gamma T_0$; (b) $(L - L_0)/L_0$, où $L = L_0/\gamma$.

E6. (I) Une horloge voyage à vitesse constante par rapport au référentiel d'inertie S pendant une année mesurée dans son référentiel propre. De combien retarde-t-elle après ce délai par rapport aux horloges dans S si elle se déplace à : (a) $0{,}1c$; (b) $0{,}998c$? (On suppose que toutes les horloges sont synchronisées au départ.)

E7. (I) À quelle vitesse doit se déplacer une horloge par rapport au référentiel S pour retarder d'une seconde par an mesurée dans S ? (Utilisez le résultat de l'exercice E2.)

E8. MonLab (II) La durée de vie moyenne des muons au repos est de 2,2 µs. À quelle vitesse par rapport au référentiel S vont-ils parcourir une distance de 400 m (mesurée dans S) avant de se désintégrer ?

E9. (I) Un train roulant à $0{,}8c$ met 5 µs pour passer devant un observateur qui se tient sur le quai. (a) Quel est l'intervalle de temps mesuré dans le référentiel lié au train ? Quelle est la longueur du train mesurée par un observateur : (b) dans le train ; (c) sur le quai ?

E10. (I) On fait voler une horloge atomique à 400 m/s entre deux points distants de 200 km à la surface de la Terre. Quel est l'écart entre l'heure qu'elle indique et l'heure affichée par des horloges restées au sol, sachant qu'elles étaient initialement synchronisées ? (Utilisez le résultat de l'exercice E2.)

E11. (I) À quelle vitesse doit se déplacer une horloge pour que sa cadence mesurée par un observateur au repos corresponde à 50 % de la cadence mesurée dans le référentiel où elle est immobile ?

E12. MonLab (II) L'étoile la plus proche, Alpha du Centaure, est située à 4,2 a.l. de la Terre. Si un vaisseau spatial voyage à la vitesse de $0{,}98c$, combien de temps dure le parcours pour : (a) les astronautes ; (b) des observateurs liés au référentiel de la Terre ou de l'étoile ? (c) Quelle est la distance entre la Terre et l'étoile pour un observateur dans le référentiel du vaisseau spatial ?

E13. (II) Le vaisseau spatial B dépasse le vaisseau A à une vitesse relative de $0{,}2c$. Des observateurs dans A mesurent la longueur de B et trouvent 150 m. (a) Quelle est la longueur propre de B ? Calculez le temps que met B pour passer devant un point donné sur A en supposant que ce temps est mesuré par un observateur : (b) dans A ; (c) dans B.

E14. (II) Soit une étoile à 80 a.l. de la Terre. À quelle vitesse minimale doit voyager un vaisseau spatial pour effectuer le voyage avant la fin des 70 ans que dure la vie d'un astronaute ?

E15. (I) Un train roulant à 0,6c par rapport au sol a une longueur mesurée de 320 m dans le référentiel lié au sol. Calculez le temps qu'il met pour passer devant un arbre, le temps étant mesuré : (a) dans le référentiel lié au sol ; (b) dans le référentiel lié au train.

E16. (I) Un train roule à une vitesse de 0,6c par rapport à un quai. Les voyageurs mesurent la longueur du quai et trouvent 1,2 km. (a) Quelle est la longueur propre du quai ? Combien de temps faut-il à l'avant du train pour aller d'une extrémité à l'autre du quai : (b) dans le référentiel lié au quai ; (c) dans le référentiel lié au train ?

E17. (I) Un vaisseau spatial passe devant une station spatiale à la vitesse de 0,98c. Dans la station, des observateurs mesurent la longueur du vaisseau et trouvent 120 m. Combien de temps met le vaisseau pour passer devant un point donné de la station : (a) dans le référentiel lié à la station ; (b) dans le référentiel lié au vaisseau spatial ?

E18. MonLab (II) Alpha du Centaure est à 4,2 a.l. de la Terre. (a) À quelle vitesse par rapport à un référentiel d'inertie fixé à la Terre des astronautes doivent-ils se déplacer pour que leur mesure de cette distance donne 3,6 a.l. ? (b) À quelle vitesse doivent-ils se déplacer pour que leur mesure de la durée du voyage donne 24 ans ? (c) À la vitesse calculée en (b), quelle serait la durée du voyage dans le référentiel de la Terre ?

E19. (II) Un avion parcourt les 500 km séparant deux villes à 0,2c. (a) Quelle est la durée du trajet pour le pilote ? (b) Quelle est la distance parcourue selon le pilote ?

E20. (II) Les pions ont une durée de vie moyenne de $2{,}6 \times 10^{-8}$ s au repos. S'ils ont une vitesse de 0,8c dans le référentiel lié au laboratoire, trouvez : (a) leur durée de vie moyenne mesurée dans le référentiel lié au laboratoire ; (b) la distance parcourue pendant leur durée de vie dans le référentiel lié au laboratoire ; (c) la distance parcourue dans le laboratoire pendant leur durée de vie moyenne, si elle est mesurée dans le référentiel propre de la particule.

E21. (II) Les muons ont une durée de vie moyenne de $2{,}2 \times 10^{-6}$ s au repos. Ils sont créés à une altitude de 10 km et voyagent à 0,995c vers la Terre. Trouvez : (a) leur durée de vie moyenne mesurée sur la Terre ; (b) le temps mis pour arriver au niveau du sol dans le référentiel lié à la Terre ; (c) le temps mis pour arriver au niveau du sol dans le référentiel lié aux particules.

8.8 Effet Doppler relativiste

E22. (I) Un astronaute se déplaçant à 0,6c par rapport à la Terre émet un signal radio à la fréquence de 720 kHz, typique de la bande AM. À quelle fréquence un observateur terrestre captera-t-il ce signal si le vaisseau spatial : (a) s'approche de la Terre ; (b) s'éloigne de la Terre ?

E23. (II) Des radars de police fonctionnent avec des ondes radio ayant une longueur d'onde de 3 cm. Quel décalage de fréquence par effet Doppler mesure le policier pour une voiture roulant à 108 km/h vers la source ?

E24. (I) Un automobiliste aimant la très haute vitesse reçoit une contravention pour avoir grillé un feu rouge (700 nm). Il prétend que le feu lui est apparu vert (500 nm). À quelle vitesse roulait-il ?

E25. (I) Une galaxie s'éloigne de la Terre à la vitesse de 0,2c. Quelle est la longueur d'onde propre d'une raie du spectre de cette galaxie si sa mesure donne 600 nm pour un observateur sur Terre ?

E26. (II) Un observatoire suit au radar la trace d'un vaisseau spatial qui s'approche à la vitesse de 0,1c. Si le signal radar a une fréquence de 1000 MHz, quelle est la fréquence du signal réfléchi qui est mesurée par l'observatoire ?

E27. (II) Un signal radar de 2 cm de longueur d'onde est réfléchi par une automobile roulant à 40 m/s. Le signal réfléchi est combiné avec le signal incident. Quelle est la fréquence des battements si l'automobile : (a) s'approche ; (b) s'éloigne ?

8.10 Transformation de Lorentz

E28. (I) Les origines des référentiels S et S' coïncident à $t = t' = 0$. Le référentiel S' a une vitesse de 0,6c dans le sens des x positifs par rapport à S. Une bombe explose en $x' = 400$ km à $t' = 0{,}01$ s. Où et quand a lieu l'explosion dans le référentiel S ?

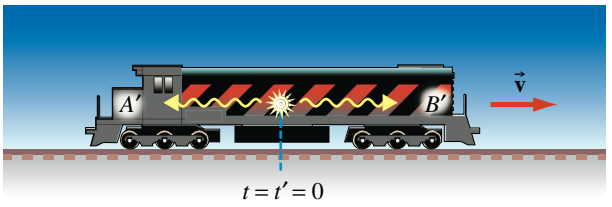
E29. MonLab (I) Deux éclairs sont émis simultanément dans le référentiel S' mais à une distance de 480 km l'un de l'autre. Quels sont les intervalles d'espace et de temps dans le référentiel S si S' se déplace à 0,6c dans le sens des x positifs par rapport à S ?

E30. (I) Un train (référentiel S') de longueur propre 1,2 km se déplace à 0,98c le long d'un quai (référentiel S). Des observateurs situés aux extrémités du train tirent des coups de fusil en direction du quai au même instant dans le référentiel S'. Trouvez la distance entre les traces d'impact des balles sur le quai mesurée dans le référentiel S.

E31. (I) Un vaisseau spatial se déplaçant à 0,8c vers la Terre émet des éclairs lumineux séparés de 0,01 s.

Quelle est la distance parcourue par le vaisseau entre deux éclairs mesurée dans le référentiel lié à la Terre ?

E32. (II) Une locomotive (référentiel S') de longueur propre 32 m se déplace à $0{,}6c$ par rapport à un quai (référentiel S). À $t = t' = 0$, deux impulsions lumineuses sont émises dans des sens opposés à partir du centre de la locomotive (figure 8.38). À quels instants les impulsions atteignent-elles les extrémités A' et B' de la locomotive : (a) dans le référentiel S' ; (b) dans le référentiel S ?



▲ **Figure 8.38**
Exercice 32.

E33. (II) Lorsqu'elle se trouve à $x = 10^8$ m dans le référentiel S lié à la Terre, une fusée (référentiel S') voyageant à $0{,}8c$ vers la Terre émet un éclair. Dès sa réception, l'éclair est renvoyé vers la fusée. Combien de temps met-il pour rejoindre la fusée, le temps étant mesuré dans le référentiel lié à la Terre ?

E34. (II) Deux événements se produisent dans le référentiel d'inertie S : un éclair rouge est émis à $x = 0$ et $t = 0$ et un éclair vert se produit en $x = 6 \times 10^4$ m à $t = 0{,}16$ ms. Un vaisseau spatial (référentiel S') se déplace dans le sens des x positifs. (a) À quelle vitesse du vaisseau les éclairs se produisent-ils simultanément dans son référentiel ? (b) Quel serait l'effet produit si la vitesse était supérieure à celle trouvée en (a) ?

E35. (II) Un éclair rouge et un éclair vert se produisent simultanément dans le référentiel S. L'éclair rouge est émis à l'origine et l'éclair vert, à 240 m. Le référentiel S' se déplace à $0{,}995c$ dans le sens des x positifs. Trouvez l'intervalle de temps et l'intervalle d'espace entre les éclairs que l'on mesure dans S'.

E36. (II) L'*intervalle d'espace-temps* Δs entre deux événements est défini par l'équation

$$(\Delta s)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$$

Montrez que cet intervalle d'espace-temps est un invariant, c'est-à-dire que $(\Delta s')^2 = (\Delta s)^2$.

E37. (II) Un détecteur (référentiel S') s'éloigne de l'origine du référentiel S à la vitesse v dans le sens des x positifs. Lorsqu'il se trouve à une distance $x = L$ de l'origine de S, un éclair est émis à l'origine. Combien de temps met l'éclair pour arriver jusqu'au détecteur selon des observateurs : (a) dans S ; (b) dans S' ?

8.12 Addition relativiste des vitesses

E38. MonLab (I) Deux protons ayant chacun une vitesse de $0{,}960c$ par rapport au laboratoire s'approchent l'un de l'autre. Quelle est leur vitesse relative ?

E39. (I) Dans le référentiel lié à la Terre, le vaisseau spatial A poursuit le vaisseau B à $0{,}8c$, alors que la vitesse de B est de $0{,}6c$. Quelle est la vitesse de A par rapport à B ?

E40. (I) Un vaisseau spatial se déplaçant à $0{,}7c$ par rapport à la Terre envoie un missile à $0{,}1c$ par rapport à lui-même. Quelle est la vitesse du missile par rapport à la Terre si celui-ci est lancé : (a) vers l'avant ; (b) vers l'arrière ?

E41. MonLab (II) Par rapport à la Terre, un vaisseau spatial A se déplace à $0{,}6c$ et poursuit un vaisseau B, qui a une vitesse de $0{,}8c$. Le vaisseau A envoie un missile à $0{,}3c$ par rapport à lui-même. (a) Le missile touche-t-il B ? (b) Si la réponse à la question (a) est négative, quelle devrait être la vitesse minimale du missile par rapport au vaisseau A pour qu'il touche B ?

E42. (II) Deux fusées se dirigent l'une vers l'autre avec une vitesse de même module mesurée par rapport à la Terre. Quelle est cette vitesse si leur vitesse relative est de $0{,}5c$?

8.14 Quantité de mouvement et énergie

E43. MonLab (I) La puissance rayonnée par le Soleil correspond à $3{,}9 \times 10^{26}$ W. Sa masse est de 2×10^{30} kg. (a) De combien sa masse décroît-elle en une seconde ? (b) Si ce taux était constant, quelle serait la durée de vie du Soleil ?

E44. (I) Quel est le module de la quantité de mouvement d'un proton animé d'une vitesse de $0{,}998c$?

E45. (I) Que vaut v/c pour un électron dont l'énergie cinétique est de : (a) 10^4 eV dans un tube de téléviseur ; (b) 10^7 eV dans le tube de l'accélérateur linéaire de Stanford ?

E46. (I) Un électron se déplace à $0{,}998c$. Trouvez : (a) son énergie cinétique en électronvolts ; (b) le module de sa quantité de mouvement.

E47. (I) Calculez, en électronvolts, l'énergie nécessaire pour accélérer un électron : (a) de $0{,}6c$ à $0{,}8c$; (b) de $0{,}995c$ à $0{,}998c$.

E48. (I) Trouvez la vitesse d'une particule dont l'énergie cinétique est égale à : (a) son énergie au repos ; (b) onze fois son énergie au repos.

E49. (II) La Terre reçoit 1 kW/m^2 d'énergie de rayonnement provenant du Soleil. Combien de poids, en théorie, pourrait prendre la biomasse absorbant la lumière solaire pendant toute une année ? (On

néglige tous les autres facteurs et on suppose que le rayonnement est absorbé en totalité, sans radiation en sens inverse.)

E50. (I) Démontrez que la quantité $E^2 - p^2c^2$ est un invariant, c'est-à-dire qu'elle a la même valeur dans tous les référentiels d'inertie.

E51. (I) L'énergie relativiste totale d'une particule dont la masse au repos est m_0 est égale au triple de son énergie au repos. Trouvez : (a) le module de sa quantité de mouvement ; (b) sa vitesse.

E52. (I) La consommation totale d'énergie par an au Québec est voisine de 1×10^{18} J. En supposant qu'il existe un appareil capable d'extraire cette énergie de la masse au repos avec un rendement de 0,1 %, quelle serait la masse nécessaire pour produire cette énergie ?

E53. (II) Dans le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène, l'électron voyage à $2{,}2 \times 10^6$ m/s au niveau fondamental. Quelle erreur relative fait-on en utilisant l'expression classique de l'énergie cinétique ? (*Indice* : Voyez le développement sous l'équation 8.22.)

E54. (II) À quelle vitesse la valeur relativiste du module de la quantité de mouvement d'une particule est-elle de 1 % plus élevée que la valeur classique ?

E55. (I) À quelle vitesse la valeur relativiste du module de la quantité de mouvement d'une particule est-elle le double de la valeur classique ?

E56. (II) L'énergie relativiste totale d'un électron est de 50 MeV. Que vaut $\beta = v/c$?

E57. (II) (a) En physique classique, quelle est la différence de potentiel nécessaire pour accélérer un électron jusqu'à $0{,}9c$ à partir du repos ? (b) Avec la différence de potentiel calculée en (a) et si on tient compte des effets relativistes, quelle vitesse atteindrait l'électron ?

E58. (II) À quelle vitesse l'énergie cinétique d'une particule est-elle supérieure de 1 % à la valeur classique ? (*Indice :* Voyez le développement sous l'équation 8.22.)

E59. MonLab (II) Un proton a une énergie cinétique de 40 GeV. (a) Quelle est sa vitesse ? (b) Quel est le module de sa quantité de mouvement ?

E60. (II) Un électron ayant une énergie relativiste totale de 10 GeV parcourt 3,2 km le long du tube d'un accélérateur. (a) Quelle est la longueur du tube dans le référentiel de l'électron ? Combien de temps lui faut-il pour parcourir la distance : (b) dans son référentiel ; (c) dans un référentiel fixé au tube ?

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

Sauf indication contraire, dans les exercices et les problèmes qui suivent, pour ne pas alourdir le texte, on utilisera le terme « vitesse » pour désigner le vecteur vitesse $\vec{\mathbf{v}}$, le module de la vitesse v ou la composante de la vitesse le long de l'axe du mouvement v_x, selon le contexte.

8.6 et 8.7 Dilatation du temps, contraction des longueurs

E61. (I) Un train a une longueur propre de 1,2 km et une vitesse de $0{,}7c$ par rapport à un quai. (a) Quelle est la longueur du train pour un observateur sur le quai ? Combien de temps ce train prend-il à passer devant un point sur le quai : (b) selon un observateur sur le quai ; (c) selon un observateur dans le train ?

E62. (II) Deux vaisseaux spatiaux, A et B, ont la même longueur propre de 240 m et voyagent l'un vers l'autre. Un observateur à bord de A mesure le temps que prend le vaisseau B à passer devant lui, soit 2,76 µs. Quelle est la vitesse relative des vaisseaux ?

E63. (II) Un train de 800 m de longueur au repos s'approche d'un quai de 1 km de long à une vitesse de $0{,}6c$. L'avant du train passe devant l'extrémité gauche du quai à $t = 0$ dans le référentiel du quai. À quel moment l'arrière du train atteint-il l'extrémité droite du quai dans le référentiel du quai ?

8.12 Addition relativiste des vitesses

E64. (II) Deux trains ayant chacun une longueur propre de 1 km voyagent l'un vers l'autre à la même vitesse de $0{,}65c$ par rapport à un observateur immobile. (a) Quelle est la longueur d'un train pour un observateur situé dans l'autre train ? (b) Combien de temps prend un des trains, selon un observateur dans ce train, à passer devant un certain point de l'autre train ?

E65. (II) Un train a une vitesse de $0{,}4c$ par rapport au sol. Un observateur au sol observe qu'un projectile est lancé à $0{,}6c$ du train vers une cible située à 10 km à l'avant du train. Combien de temps le projectile prend-il à atteindre sa cible : (a) selon un observateur au sol ; (b) dans le référentiel fixé au projectile ? Négligez la gravité.

E66. (II) Dans l'exercice précédent, combien de temps le projectile prend-il à atteindre sa cible dans le référentiel fixé au train ? (*Indice :* Choisissez adéquatement la position de l'observateur !)

8.14 Quantité de mouvement et énergie

E67. (I) Exprimez la variation d'énergie d'un objet passant de $0{,}8c$ à $0{,}9c$ comme un multiple de l'énergie

qu'il faut investir pour passer : (a) de $0c$ à $0{,}1c$; (b) de $0{,}5c$ à $0{,}6c$.

E68. (I) Les muons ont une durée de vie moyenne de 2,2 µs au repos. Si, en laboratoire, on mesure une durée de vie de 7,9 µs, trouvez (a) la vitesse et (b) l'énergie cinétique des muons en électronvolts. La masse des muons est 207 fois celle des électrons.

E69. (I) Sur sa plate-forme de lancement, une fusée a une masse d'environ 10^5 kg au repos. Elle est accélérée du repos jusqu'à $0{,}1c$. (a) Quelle est son énergie cinétique à cette vitesse ? (b) À quelle augmentation de la masse correspond cette énergie cinétique ?

E70. (I) Quelle est la vitesse d'une particule ayant une quantité de mouvement égale à m_0c ?

E71. (II) Un électron a une énergie cinétique de 1,2 MeV. Trouvez : (a) son énergie relativiste totale en électronvolts ; (b) sa vitesse ; (c) le module de sa quantité de mouvement.

E72. (II) Les électrons que produit l'accélérateur de Stanford ont une énergie cinétique de 20 GeV. Trouvez : (a) le facteur relativiste γ ; (b) le module de la quantité de mouvement de chaque électron. (*Indice* : Négligez le deuxième terme dans l'équation 8.23.)

PROBLÈMES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Sauf indication contraire, dans les problèmes qui suivent, pour ne pas alourdir le texte, on utilisera le terme « vitesse » pour désigner le vecteur vitesse $\vec{\mathbf{v}}$*, le module de la vitesse* v *ou la composante de la vitesse le long de l'axe du mouvement* v_x*, selon le contexte.*

P1. (I) Utilisez $p = \gamma m_0 v$ et $E = \gamma m_0 c^2$ pour démontrer que $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$.

P2. (I) Une particule n'est soumise qu'à une force constante $\vec{\mathbf{F}}$ dans le sens de son mouvement. En partant de l'expression $F = \mathrm{d}p/\mathrm{d}t$, montrez que son accélération est $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = F/\gamma^3 m_0$. On voit ainsi que l'accélération décroît au fur et à mesure que v augmente.

P3. (I) Démontrez l'expression suivante donnant le module de la quantité de mouvement p en fonction de l'énoncé classique de l'énergie cinétique K pour une particule dont la masse au repos est m_0 :

$$p = \sqrt{2m_0K + \left(\frac{K}{c}\right)^2}$$

P4. (I) La lumière se propage à la vitesse c/n dans un milieu d'indice de réfraction n. Montrez que si la lumière se propage vers l'aval dans un cours d'eau coulant à la vitesse v par rapport au laboratoire, la vitesse de la lumière par rapport au laboratoire est $(c/n)[(1 + nv/c)/(1 + v/nc)]$.

P5. (I) Un électron a une vitesse de $0{,}9995c$. À quelle vitesse un proton aurait-il : (a) une quantité de mouvement de même module ; (b) la même énergie cinétique ?

P6. (I) Un vaisseau spatial (référentiel S') de 100 m de long se déplace à $0{,}995c$ dans le sens des x positifs du référentiel S. Il est muni d'une source lumineuse à son extrémité arrière et d'un miroir à l'avant. Un éclair est émis à $t = t' = 0$, lorsque l'arrière coïncide avec l'origine du référentiel S. À quel instant l'impulsion réfléchie atteint-elle l'arrière : (a) dans le référentiel du vaisseau ; (b) dans le référentiel S ? (c) En quel point du référentiel S l'impulsion atteint-elle l'extrémité arrière ?

P7. (I) (a) Un faisceau lumineux se propage en faisant un angle θ' avec l'axe des x' positifs du référentiel S', qui se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ dans le sens des x positifs du référentiel S. Si θ est l'angle mesuré par rapport à l'axe des x dans S, montrez que

$$\cos\theta = \frac{\cos\theta' + \beta}{1 + \beta\cos\theta'}$$

où $\beta = v/c$. (*Indice* : Utilisez la transformation de Lorentz et notez que $\cos\theta = (1/c)\,\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$.) (b) Sachant que $\beta = 0{,}9$, tracez le graphique de θ en fonction de θ' pour θ' variant de 0° à 90°. Pourquoi cet effet est-il appelé *effet projecteur* ?

P8. (I) Le référentiel S' se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ dans le sens des x positifs du référentiel S. La vitesse d'une particule est $\vec{\mathbf{u}}$ dans le référentiel S et $\vec{\mathbf{u}}'$ dans le référentiel S'. Montrez que les composantes selon y de la vitesse sont liées par

$$u_y = \frac{u'_y}{\gamma(1 + v_x u'_x/c^2)}$$

Une relation similaire existe pour la composante en z.

P9. (I) Le nombre N de muons restants à l'instant t est donné par $N = N_0 e^{-t/\tau}$, où $\tau = 2{,}2$ µs est la durée de vie moyenne dans le référentiel propre et N_0 est le nombre à $t = 0$. On suppose que $N_0 = 1000$ et que les muons ont une vitesse $v = 0{,}98c$ par rapport à la Terre. Une fois qu'ils ont parcouru 3 km par rapport au référentiel lié à la Terre, quel est le nombre de muons restants : (a) mesuré dans le référentiel des muons ; (b) mesuré dans le référentiel lié à la Terre ?

P10. (I) Une onde dans un référentiel reste une onde dans un autre référentiel. Pour tous les observateurs, une crête est une crête, un creux est un creux, et ainsi de suite. Autrement dit, *la phase d'une onde est un invariant*. Supposons que la fonction d'onde s'écrit $y = A\sin(kx - \omega t)$ dans le référentiel S et $y' = A\sin(k'x' - \omega' t')$ dans le référentiel S'. Le référentiel S' se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ dans le sens des x

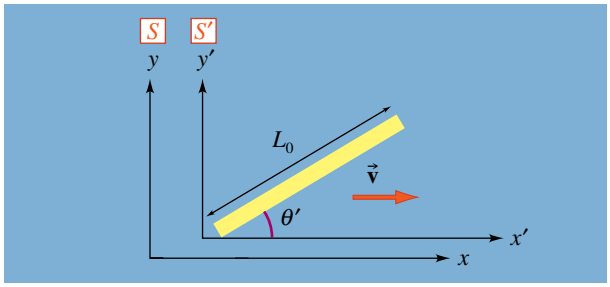
positifs du référentiel S. Utilisez la transformation de Lorentz et l'invariance de phase pour démontrer que

$$k = \gamma(k' + v\omega'/c^2) \qquad \omega = \gamma(\omega' + vk')$$

(*Indice* : On obtient une équation de la forme $Ax - Bt = 0$, qui doit être vérifiée pour toute valeur de x et de t.)

P11. (II) Le référentiel S' se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ dans le sens des x positifs du référentiel S. (a) Une tige au repos dans le référentiel S' fait un angle θ' avec l'axe des x' positifs (figure 8.39). Utilisez la transformation de Lorentz pour montrer que l'angle θ que forme la tige avec l'axe des x positifs est donné par $\tan\theta = \gamma \tan\theta'$. (b) Si une tige de longueur propre L_0 est à l'origine dans le référentiel S' et fait un angle $\theta' = \theta_0$ avec l'axe des x' positifs, montrez que sa longueur dans le référentiel S est

$$L = L_0\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\cos^2\theta_0\right)^{1/2}$$



▲ **Figure 8.39**

Problème 11.

P12. (I) On peut déterminer la vitesse à laquelle une étoile s'éloigne de la Terre à partir du décalage Doppler de la longueur d'onde émise par l'étoile. Montrez que, si $v \ll c$, le décalage relatif de longueur d'onde est

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{v}{c}$$

La longueur d'onde perçue étant supérieure à la longueur d'onde émise, l'ensemble du spectre est décalé vers le rouge.

P13. (II) Deux trains roulent sur des voies parallèles. Chacun a une longueur propre de 1 km. Le train A roule à une vitesse de $0{,}6c$, tandis que le train B a une vitesse de $0{,}8c$ par rapport au sol. Combien faut-il de temps au train le plus rapide pour passer entièrement devant l'autre train (entre l'instant où l'avant de B coïncide avec l'arrière de A et l'instant où l'arrière de B coïncide avec l'avant de A) pour des observateurs situés dans : (a) le référentiel lié au sol ; (b) le référentiel lié au train le plus lent ?

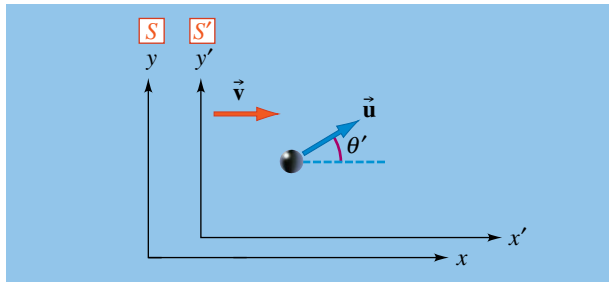
P14. (II) Une lampe située à l'avant d'un vaisseau spatial de longueur propre 1 km émet un éclair et une lampe située à l'arrière émet un éclair 4 µs plus tard dans le référentiel du vaisseau. Le vaisseau se déplace à une vitesse de $0{,}98c$ dans le sens des x positifs du référentiel S. (a) Quels sont l'intervalle d'espace et l'intervalle de temps mesurés dans S entre les deux événements ? (b) Quel est l'intervalle de temps entre la réception des deux éclairs mesuré par un observateur dans S qui voit le vaisseau s'approcher ?

P15. (II) Deux trains qui ont chacun une longueur propre de 1 km s'approchent l'un de l'autre sur des voies parallèles à $\pm 0{,}6c$ par rapport au quai. Quel est l'intervalle de temps entre la rencontre de leurs extrémités avant et celle de leurs extrémités arrière : (a) dans le référentiel lié au quai ; (b) dans le référentiel lié à l'un des trains ?

P16. (II) Une particule se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{u}}$ selon un angle θ' avec l'axe des x' du référentiel S', lequel se déplace dans le sens des x positifs du référentiel S avec la vitesse v (figure 8.40). Montrez que l'angle entre la trajectoire de la particule et l'axe des x est donné par

$$\tan\theta = \frac{\tan\theta'}{\gamma\left(1 + \dfrac{v}{u'\cos\theta'}\right)}$$

(*Indice* : Considérez les transformations de u_x et u_y. Voir le problème P8 et l'équation 8.17.)



▲ **Figure 8.40**

Problème 16.

P17. (II) Une particule ayant une masse au repos m_0 se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{u}}$ dans le sens des x positifs du référentiel S. Sa quantité de mouvement est $p_x = \gamma_u m_0 u_x$ et son énergie est $E = \gamma_u m_0 c^2$, avec $\gamma_u = (1 - u_x^2/c^2)^{-1/2}$. Le référentiel S' se déplace à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ dans le sens des x positifs du référentiel S. Montrez que la quantité de mouvement et l'énergie dans le référentiel S' sont liées aux valeurs dans S par la relation

$$E' = \gamma(E - v_x p_x) \qquad p'_x = \gamma\left(p_x - \frac{v_x E}{c^2}\right)$$

où $\gamma = (1 - v_x^2/c^2)^{-1/2}$. Par conséquent, E et p_x se transforment exactement comme x et t. (*Indice* : La vitesse de la particule dans le référentiel S' est $u'_x = (u_x - v_x)/(1 - u_x v_x/c^2)$.)

CHAPITRE 9

LES DÉBUTS DE LA THÉORIE QUANTIQUE

SOMMAIRE

9.1 La spectroscopie

9.2 Le rayonnement du corps noir

9.3 L'effet photoélectrique

9.4 L'effet Compton

9.5 Les spectres de raies

9.6 Les modèles atomiques classiques

9.7 Le modèle de Bohr pour l'atome à un seul électron

9.8 La dualité onde-particule de la lumière

9.9 Le principe de correspondance de Bohr

Les ampoules incandescentes émettent de la lumière en raison de la température élevée de leurs filaments. Les tubes au néon, eux, émettent de la lumière tout en restant bien plus froids, par un processus complètement différent. Chacun de ces deux phénomènes est inexplicable du point de vue de la physique classique. Ces limites entraînèrent la naissance de la physique quantique, au cours d'une révolution dont nous découvrirons les premiers rebondissements dans ce chapitre.

La physique du XX^{e} siècle fut marquée par une remise en question radicale de la physique classique, c'est-à-dire de la mécanique newtonienne et du modèle électromagnétique de la lumière. Au chapitre précédent, nous avons vu un premier volet de cette remise en question : la théorie classique ne convient pas quand il s'agit de décrire des particules se déplaçant à grande vitesse. Nous allons maintenant voir qu'elle ne permet pas non plus d'expliquer le spectre de la lumière émise par la matière ni d'obtenir une représentation satisfaisante de la structure des atomes. La théorie quantique, formulée principalement entre 1900 et 1930 pour remédier à ces difficultés, constitue l'essentiel de la révolution qui ébranla la physique classique au XX^{e} siècle.

La théorie quantique connut un début marqué par une série de tâtonnements. Dans cet ouvrage, nous allons distinguer la *vieille théorie quantique*, qui fait l'objet de ce chapitre, et la *mécanique quantique*, qui est la forme définitive et cohérente de la théorie, que nous étudierons aux chapitres 10 et 11.

Ce qui caractérise la physique quantique est la présence de grandeurs *quantifiées*, c'est-à-dire de grandeurs physiques ne pouvant prendre que certaines *valeurs discrètes*. Ces dernières sont souvent des multiples entiers d'un *quantum* élémentaire. Certes, la physique classique prévoyait déjà des grandeurs quantifiées. Par exemple, la charge portée par un objet doit être un multiple du quantum e. Toutefois, ce sont des grandeurs qui pouvaient classiquement prendre n'importe quelle valeur qui deviendront quantifiées dans le cadre quantique.

C'est l'étude de deux phénomènes qui entraîna la naissance de ce nouveau concept de quantification : le rayonnement qu'émettent les corps denses lorsqu'ils sont chauffés et l'éjection d'électrons hors d'une surface lorsqu'elle est illuminée (appelée *effet photoélectrique*). Ces phénomènes ne pouvaient s'expliquer que si l'on postulait que *l'énergie* est quantifiée. Nous les étudierons aux sections 9.2 et 9.3.

En cours de route, ce sont d'autres grandeurs physiques dont on postula la quantification : en 1913, Niels Bohr (1885-1962) construisit un modèle atomique dans lequel *le moment cinétique* de l'électron dans un atome était quantifié, ce qui permettait de prédire correctement le spectre émis par l'hydrogène. Il sera question de ce modèle à la section 9.7.

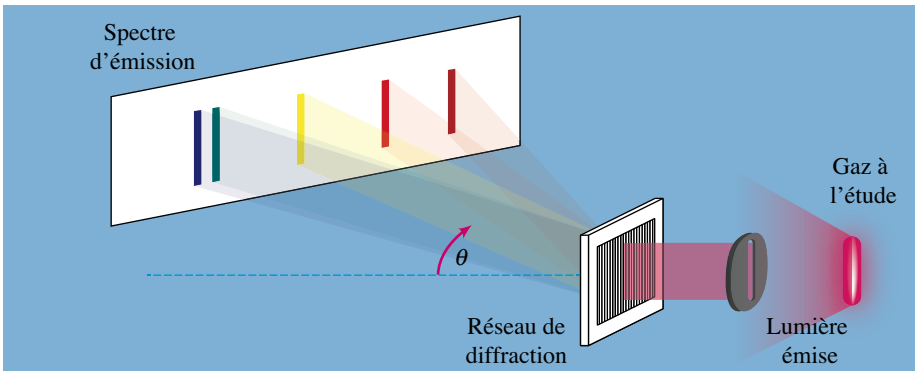
9.1 LA SPECTROSCOPIE

Alors qu'il a été question jusqu'ici de propagation de la lumière, nous allons maintenant nous intéresser à la façon dont la lumière est émise ou absorbée par les objets. Par exemple, une pomme rouge nous paraît rouge, car elle *absorbe* les composantes bleue et verte de la lumière blanche incidente et elle en réfléchit le rouge. D'autres objets *émettent* de la lumière ; c'est le cas notamment d'une ampoule électrique ou d'une enseigne commerciale dite « au néon » (seules celles qui sont d'un rouge orangé contiennent effectivement du néon).

La lumière émise ou absorbée par une source lumineuse dans des conditions données est caractérisée par son **spectre**, c'est-à-dire la façon dont cette lumière se subdivise en fonction de la longueur d'onde*. Pour obtenir le **spectre d'émission** d'une source, on doit analyser la lumière qu'elle produit. Pour obtenir le **spectre d'absorption** d'une cible, on dirige sur elle de la lumière blanche et on analyse la lumière qui est réfléchie ou transmise.

Pour déterminer le spectre d'émission d'une source, on dirige sa lumière sur un prisme (figure 4.40, p. 153) ou sur un réseau (figure 9.1). Pour chaque longueur d'onde contenue dans la lumière incidente, le réseau produit des maxima principaux dans des directions θ différentes. Si on ne s'intéresse qu'à la partie visible du spectre, on peut capter sur un écran tous les maxima d'un même ordre N (la figure montre les maxima d'ordre 1) et observer le résultat avec nos yeux. On obtient parfois un **spectre continu**, c'est-à-dire un arc-en-ciel complet où toutes les couleurs (toutes les longueurs d'onde) sont présentes (figure 9.2*a*). Pour d'autres sources lumineuses, on obtient plutôt un **spectre discret**, aussi appelé **spectre de raies**, composé de petites raies verticales sur l'écran, chaque raie correspondant à une longueur d'onde discrète (figure 9.2*b*). Le cas des spectres d'absorption n'est pas différent : on observe parfois un spectre discret, où seules des raies manquent dans l'arc-en-ciel de la lumière blanche incidente

* Dans l'ensemble de ce chapitre, on suppose que la lumière se propage dans le vide, donc que la longueur d'onde est obtenue à partir de la fréquence lumineuse et de la vitesse de la lumière dans le vide par l'équation 2.5*c* : $\lambda = c/f$.

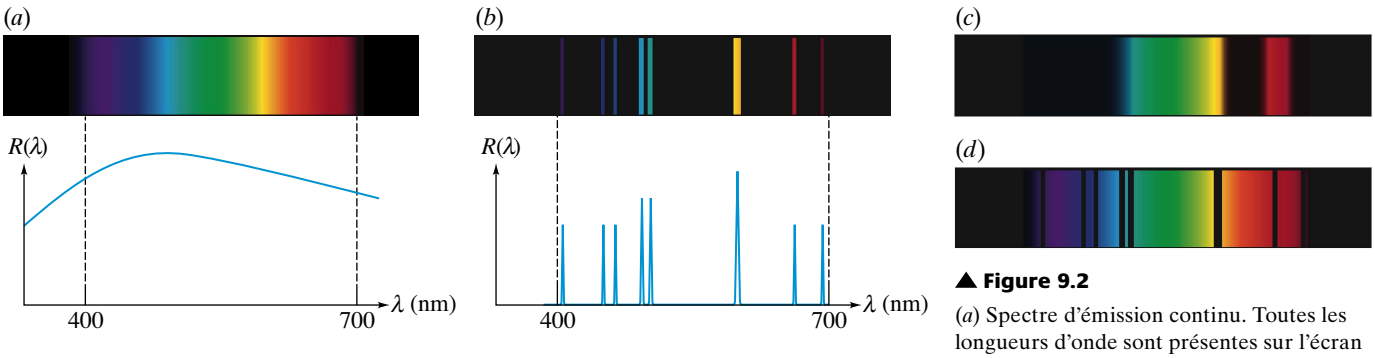


◀ Figure 9.1

Le principe d'un spectromètre : la lumière à caractériser est dirigée sur un réseau qui sépare angulairement les longueurs d'onde qui la composent. Pour chaque intervalle de longueurs d'onde, l'intensité est évaluée avec les yeux ou mesurée avec un capteur approprié. Ici, la lumière est observée sur un écran.

(figure 9.2*d*), ou parfois un spectre continu dans lequel de larges bandes de longueurs d'onde manquent ou sont atténuées (figure 9.2*c*). Tant en émission qu'en absorption, diverses combinaisons de spectres continus et de spectres discrets sont possibles.

Pour mesurer l'intensité de chaque couleur (et tenir compte des portions non visibles du spectre), on peut remplacer l'écran par une grille comportant des millions de petits détecteurs, un peu comme les pixels du capteur d'un appareil photo. On mesure ainsi l'intensité captée en fonction de la direction θ définie sur la figure 9.1. On peut ensuite utiliser l'équation 7.4 pour convertir cette mesure en un graphique de l'intensité émise par l'objet en fonction de la longueur d'onde. Il ne manque enfin qu'une constante multiplicative pour obtenir des graphiques comme ceux des figures 9.2*a* et 9.2*b*.



▲ Figure 9.2

(*a*) Spectre d'émission continu. Toutes les longueurs d'onde sont présentes sur l'écran et la courbe de la radiance spectrale est continue. (*b*) Spectre d'émission discret. Seules de petites raies sont présentes sur l'écran et la courbe de la radiance spectrale montre des pics très étroits. (*c*) Spectre d'absorption continu. Des bandes de longueurs d'onde sont *manquantes* dans la lumière réfléchie ou transmise. (*d*) Spectre d'absorption discret. Seules de petites raies sont manquantes dans la lumière réfléchie ou transmise.

La radiance spectrale

On aurait très bien pu montrer, aux figures 9.2*a* et 9.2*b*, des graphiques de l'intensité lumineuse en fonction de la longueur d'onde. Par contre, de tels graphiques auraient dépendu de la largeur des détecteurs utilisés. En effet, un détecteur est incapable de mesurer l'intensité dans *une* direction θ puisque sa largeur sous-tend en fait un angle $\Delta\theta$, de sorte qu'il y pénètre un *intervalle* de longueurs d'onde $\Delta\lambda$. Mais quand on fait tendre la largeur du détecteur vers zéro, l'intervalle de longueurs d'onde devient $\mathrm{d}\lambda$ et l'intensité mesurée devient proportionnelle à $\mathrm{d}\lambda$. On peut donc exprimer l'intensité $I(\lambda)$ émise par l'objet entre λ et $\lambda + \mathrm{d}\lambda$ sous la forme

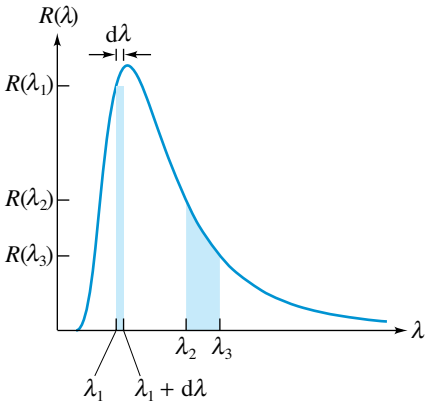
$$I(\lambda) = R(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda \qquad \text{(i)}$$

où R est la **radiance spectrale**, une grandeur qui ne dépend pas de la largeur du détecteur. On présente normalement un spectre sous la forme d'un *graphique de la radiance spectrale en fonction de la longueur d'onde*. Dans le cas d'un spectre continu, le graphique est continu (figure 9.2*a*), alors que dans celui

d'un spectre discret, le graphique de la radiance comporte des pics très étroits (figure 9.2*b*). Chaque spectre dépend des conditions expérimentales comme la densité ou la température de la source.

D'après l'équation (i), les unités de $R(\lambda)$ sont des watts par mètre carré par mètre ($W/m^2/m$). On évite de parler de watts par mètre cube, car c'est une surface qui émet et non un volume.

La définition de la radiance est commode : elle permet d'interpréter l'aire sous la courbe des graphiques des figures 9.2*a* et 9.2*b* comme une mesure de l'intensité. À la figure 9.3, l'aire sous la courbe entre λ_1 et $\lambda_1 + d\lambda$ est un rectangle de largeur $d\lambda$ et de hauteur $R(\lambda_1)$. Par l'équation (i), sa surface correspond donc à $I(\lambda_1)$. Quant à l'aire sous la courbe entre λ_2 et λ_3, elle correspond à l'intensité émise pour toutes les longueurs d'onde dans l'intervalle $[\lambda_2, \lambda_3]$. Enfin, l'intensité totale I émise par l'objet est simplement l'aire totale sous la courbe. Mathématiquement, cette idée s'exprime sous la forme $I = \int_0^\infty R(\lambda)\,d\lambda$. Dans le cas d'un spectre discret, l'aire sous un des pics donne l'intensité de la raie correspondant à ce pic.

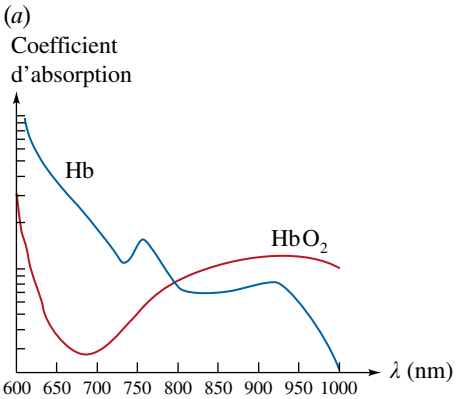


▲ Figure 9.3

L'aire sous la courbe d'un rectangle de largeur $d\lambda$ et de hauteur $R(\lambda_1)$ correspond à l'intensité émise « à » la longueur d'onde λ_1. L'aire entre λ_2 et λ_3 représente l'intensité totale de toute la radiation comprise dans l'intervalle entre ces deux longueurs d'onde. L'aire totale sous la courbe est l'intensité totale émise par l'objet, quelle que soit la longueur d'onde.

À la section suivante, nous étudierons une catégorie de sources, les corps noirs, qui émettent de la lumière avec un spectre continu qui ne dépend que de leur température. Nous reviendrons aux spectres de raies à la section 9.5.

On peut tirer une foule d'informations à partir de mesures spectroscopiques. Par exemple, on peut déduire la vitesse d'une étoile en mesurant, dans son spectre, la longueur d'onde de la raie la plus intense du spectre de l'hydrogène. Plus l'étoile se déplace rapidement par rapport à nous, plus cette longueur d'onde est modifiée par l'effet Doppler. La spectroscopie permet aussi de déceler la présence de contaminants dans l'air, même à distance, ce qui est utile en cas d'accident industriel. Les alcootests utilisés par les policiers fonctionnent en mesurant l'intensité du spectre d'une molécule qui est produite en présence d'alcool. Un appareil médical appelé *saturomètre* utilise un procédé semblable pour déterminer si le sang est saturé en oxygène, sans qu'une prise de sang soit nécessaire. En effet, lorsque l'hémoglobine de nos globules rouges capte de l'oxygène (O_2), son spectre d'absorption change (figure 9.4*a*) ; il suffit alors de faire passer de la lumière au travers d'un doigt pour déterminer si l'hémoglobine est saturée (figure 9.4*b*). L'utilisation de cet appareil requiert toutefois une maîtrise des notions de spectroscopie : par exemple, en cas d'intoxication au monoxyde de carbone (CO), l'appareil renvoie une mesure erronée, car le spectre de l'hémoglobine liée au CO n'est pas très différent de celui de l'oxyhémoglobine. ●



▶ Figure 9.4

(*a*) Spectres d'absorption de l'hémoglobine (Hb) et de l'oxyhémoglobine (HbO_2). (*b*) Un saturomètre.

9.2 LE RAYONNEMENT DU CORPS NOIR

L'expérience quotidienne montre que les objets denses et chauds, comme l'élément d'un grille-pain, la lave volcanique ou les métaux chauffés au rouge, émettent de la lumière visible et de l'infrarouge (figure 9.5*a*). Tout objet ayant une température plus faible émet aussi de la radiation, sauf qu'elle est moins intense et presque exclusivement dans l'infrarouge (figure 9.5*b*). En fait, seul un objet à 0 K n'émettrait aucun rayonnement. Au fur et à mesure que sa température s'élève, un objet émet au départ surtout de l'infrarouge, auquel s'ajoute ensuite de la lumière visible : d'abord une lueur rouge sombre, puis jaune-orange, jusqu'à ce que l'objet soit enfin « chauffé à blanc ». À chaque température, la lumière produite a un spectre continu. Nous allons d'abord décrire ce **rayonnement thermique** puis, plus loin dans la section, voir les difficultés qui survinrent quand on chercha à en donner une explication théorique.

(*a*) (*b*)

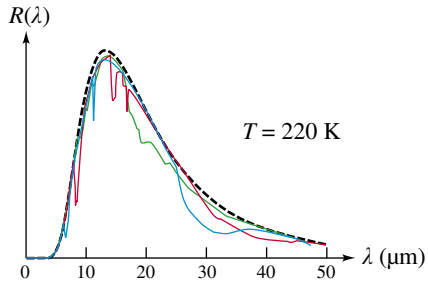
◀ **Figure 9.5**

(*a*) Les objets denses et chauds émettent un *rayonnement thermique* dans le visible et l'infrarouge. (*b*) Les objets moins chauds n'émettent que dans l'infrarouge.

On avait remarqué à la fin du XVIII^e^ siècle que divers objets placés dans un four chaud émettent tous une lueur de même couleur apparente. Autrement dit, à une température donnée, le spectre du rayonnement thermique est pratiquement le même pour tous les corps, quel que soit le matériau qui les constitue. Cette quasi-universalité motivait une étude quantitative précise.

Afin de mesurer le spectre du rayonnement thermique émis par un objet chaud à la température T, on doit stabiliser cette température. Considérons qu'on suspend l'objet dans le vide, de sorte qu'il ne puisse échanger de l'énergie avec l'environnement que sous forme de radiation. L'objet est dit à l'*équilibre thermique* lorsque le rayonnement qu'il absorbe de son environnement a la même puissance que le rayonnement thermique qu'il émet vers son environnement. Si on augmente le rayonnement incident, la température du corps augmente jusqu'à l'atteinte d'un nouvel équilibre où le rayonnement thermique émis est lui aussi plus intense. On peut ainsi fixer une par une les températures à étudier.

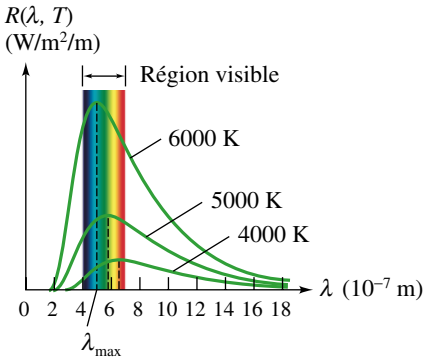
Si on utilise un spectromètre pour analyser la lumière émise par diverses roches à la même température T, on obtient des courbes de radiance spectrale ressemblant à celles illustrées à la figure 9.6. Ces courbes montrent que le spectre continu de chaque rayonnement thermique ne dépend que légèrement du matériau qui compose l'objet : on devine clairement une « enveloppe » commune, en pointillé. En comparant les spectres d'objets faits d'un grand nombre de matériaux différents à une même température, on arrive expérimentalement à la conclusion suivante : plus un objet absorbe bien la lumière incidente (moins il en réfléchit), plus son spectre d'émission s'approche de l'enveloppe en question.



▲ **Figure 9.6**

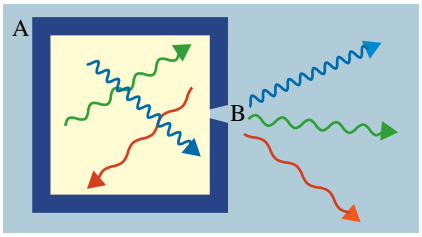
Le spectre du rayonnement thermique produit par quelques roches à basse température. Il s'agit de spectres continus qui ont une « enveloppe » en commun (courbe pointillée). Aucun matériau à la même température n'a un spectre qui dépasse en hauteur cette enveloppe.

Le concept de corps noir est né historiquement de l'observation des fours de l'industrie métallurgique au XIX^e siècle. Un corps noir absorbe *toute* radiation incidente sur lui et émet donc un rayonnement qui ne dépend pas du matériau dont il est constitué.



▲ Figure 9.7

Les courbes de radiance spectrale d'un corps noir pour trois températures différentes. Quand la température croît, le rayonnement émis est plus abondant et le pic est décalé vers les longueurs d'onde plus courtes.



▲ Figure 9.8

Une cavité A percée d'une petite ouverture B absorbe tous les rayonnements qui y pénètrent (non illustrés). À l'équilibre thermique, le rayonnement émis par l'ouverture est caractéristique d'un corps noir. En d'autres termes, la surface *de l'orifice* est identique à la surface d'un corps noir.

Pour simplifier les choses, nous allons faire appel au modèle du **corps noir**. Les corps noirs sont des sources idéalisées qui sont des « émetteurs parfaits » ; par exemple, à la même température qu'à la figure 9.6, la radiance d'un corps noir correspond parfaitement à la courbe pointillée. Il peut sembler surprenant qu'on appelle « noirs » les objets qui sont les plus lumineux à une température donnée. Pour justifier ce nom, il suffit de réaliser qu'à l'équilibre thermique, un objet qui émet davantage doit aussi absorber davantage. Il s'ensuit qu'un émetteur parfait est aussi un absorbant parfait, un objet qui ne réfléchit rien de la radiation incidente sur lui. Quand il est suffisamment froid pour ne pas émettre dans le visible, un tel objet a donc effectivement une couleur noir mat puisqu'il absorbe toute la lumière blanche incidente.

À l'aide d'arguments théoriques très simples (voir le problème P13), on peut montrer qu'à l'équilibre thermique, le spectre du rayonnement émis par un corps noir ne dépend absolument pas du matériau qui le compose, mais seulement de sa température. À la température décrite à la figure 9.6, tous les corps noirs ont exactement le spectre donné par la courbe pointillée. La figure 9.7 montre leur spectre à d'autres températures.

Plusieurs matériaux réels sont de bonnes approximations d'un corps noir. Ainsi, le noir de carbone absorbe près de 97 % de la lumière qui l'atteint. De même, la peau humaine, bien qu'elle réfléchisse beaucoup de lumière visible, absorbe près de 98 % de la radiation infrarouge qu'elle reçoit ; dans la plage de longueurs d'onde appropriée, il s'agit donc aussi d'une bonne approximation d'un corps noir. Un dernier exemple est celui des gaz de surface d'une étoile qui ne réfléchissent rien de notable.

Malgré ces excellentes approximations, aucun *matériau* ne correspond parfaitement au modèle du corps noir. Pour mesurer les spectres illustrés à la figure 9.7, il a donc fallu simuler un corps noir en ayant recours à un ingénieux stratagème, imaginé par Kirchhoff : une **cavité rayonnante**. Ce dispositif consiste en un objet creux doté d'une petite ouverture permettant d'accéder à la cavité (figure 9.8). La surface *de l'ouverture* joue alors le rôle de la surface d'un corps noir puisque toute radiation qui y pénètre n'a pratiquement aucune chance d'en ressortir directement et finit toujours par être absorbée. Quand la cavité est froide, elle n'émet pas dans le visible de sorte que l'orifice semble effectivement noir, quelle que soit la couleur des parois. Mais puisque l'orifice absorbe comme un corps noir, il doit nécessairement émettre comme un corps noir. En effet, lorsque le rayonnement incident est suffisant pour chauffer sensiblement la cavité et la maintenir à une température constante, la lumière émise dans la cavité par les parois ne sort pas directement par l'ouverture. Un équilibre s'installe entre les processus d'émission et d'absorption de lumière par les parois de la cavité. Le **rayonnement du corps noir** qui émerge par l'ouverture témoigne de cet équilibre et son spectre ne dépend que de la température. Cela fut confirmé en 1899 par Otto Lummer (1860-1925) et Ernst Pringsheim (1859-1917), qui ont utilisé une cavité rayonnante pour obtenir des courbes comme celles de la figure 9.7. Ils montrèrent que l'intensité lumineuse émergeant de l'orifice ne dépend que de la température de la cavité rayonnante et de la longueur d'onde à laquelle on mesure cette intensité, conformément aux prédictions théoriques. Pour refléter cela, la radiance d'un corps noir est notée $R(\lambda, T)$ à partir de la figure 9.7.

La loi du déplacement spectral de Wien et la loi de Stefan-Boltzmann

Si on examine les courbes de la figure 9.7, on note deux résultats généraux faciles à mesurer qui se produisent quand on élève la température, même légèrement. D'abord, la valeur λ_{max} de longueur d'onde pour laquelle $R(\lambda, T)$ atteint un maximum se déplace vers les longueurs d'onde plus courtes. En 1893, Wilhelm Wien (1864-1928) mesura que cette longueur d'onde λ_{max} est reliée à la température T de la cavité rayonnante par l'équation suivante, appelée **loi du déplacement spectral de Wien**:

Loi du déplacement spectral de Wien

$$\lambda_{max} T = 2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m·K} \qquad (9.1)$$

De plus, on voit à la figure 9.7 qu'une légère augmentation de température fait augmenter très rapidement l'aire sous la courbe de $R(\lambda, T)$. En 1879, grâce à des mesures, Josef Stefan (1835-1893) s'aperçut que l'intensité lumineuse totale que rayonne un corps noir est proportionnelle à la quatrième puissance de sa température. Quelques années plus tard, Ludwig Boltzmann (1844-1906) devait prédire une expression identique en se fondant sur des arguments théoriques. Cette équation porte aujourd'hui le nom de **loi de Stefan-Boltzmann**:

Loi de Stefan-Boltzmann

$$I = \sigma T^4 \qquad (9.2)$$

où $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W·m}^{-2}\text{·K}^{-4}$ est la *constante de Stefan-Boltzmann*. Si l'on exprime T en kelvins (K), I est en watts par mètre carré (W/m^2).

En général, il est possible de maintenir l'équilibre thermique en éclairant seulement une partie de la surface du corps noir, pourvu que la puissance reçue corresponde à la puissance émise. Par exemple, on peut pointer un étroit faisceau lumineux dans l'orifice d'une cavité rayonnante et l'effet sera le même que si le faisceau avait éclairé toute la surface de l'orifice. Considérons toutefois un corps noir dont toute la surface est uniformément exposée au rayonnement incident. Dans ce cas, la loi de Stefan-Boltzmann désigne tant l'intensité *émise* que l'intensité *absorbée* par le corps noir. En d'autres termes, l'intensité nette transférée par ce corps noir vers son environnement (c'est-à-dire la différence entre l'intensité émise et l'intensité absorbée) est nulle.

Considérons le même corps noir alors qu'il est *hors d'équilibre* thermique. Quand la température du corps noir *varie lentement* ou est maintenue stable par d'autres sources d'énergie que la radiation, la loi de Stefan-Boltzmann demeure approximativement valable. Dans ces circonstances, on peut calculer l'intensité *nette* transférée du corps noir de température T vers son environnement de température T_0 en utilisant

$$I_{nette} = \sigma(T^4 - T_0^4)$$

Cette équation ne s'applique toutefois qu'aux deux conditions suivantes: on doit pouvoir assimiler l'environnement à un corps noir de température T_0 uniforme et considérer que la surface d'émission du corps noir est exposée en entier à la radiation uniforme provenant de cet environnement.

La puissance lumineuse que rayonne un corps noir, sa **luminosité** L, est le produit de l'intensité I et de l'aire A qui émet le rayonnement :

$$L = IA \tag{9.3}$$

Dans le cas d'une cavité rayonnante, l'aire A est celle de l'ouverture ; dans le cas d'un objet se comportant comme un corps noir, cette aire est celle de toute la surface de l'objet.

La luminosité émise (majoritairement dans l'infrarouge) par la peau est l'un des moyens par lesquels notre organisme contrôle sa température. Quand il doit évacuer un excès de chaleur, les vaisseaux sanguins situés immédiatement sous la peau se dilatent, ce qui réchauffe la peau. Quand celle-ci gagne en température, la puissance radiée augmente jusqu'à 10 %. Évidemment, la radiation thermique n'est pas le seul mécanisme en cause dans la régulation thermique : la peau plus chaude transmet aussi davantage de chaleur à l'air environnant ainsi qu'à la sueur, quand la transpiration intervient. ●

Exemple 9.1

Le pic du rayonnement solaire est situé à 500 nm environ. Quelle est la température à la surface du Soleil si l'on suppose qu'il rayonne comme un corps noir ?

Solution

D'après la loi du déplacement de Wien (équation 9.1), on a

$$T = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m·K}}{500 \times 10^{-9}\ \text{m}} = 5{,}80 \times 10^{3}\ \text{K}$$

À titre de comparaison, la température du filament d'une ampoule à incandescence est voisine de 2000 K.

Exemple 9.2

La température de la peau d'une personne est de 34 °C. Quelle est la longueur d'onde à laquelle le rayonnement émis par un corps noir de cette température est maximal ?

Solution

D'après la loi du déplacement de Wien, avec $T = 307$ K, on trouve $\lambda_{max} = 9{,}44$ µm. Cette longueur d'onde est située dans l'infrarouge.

La peau humaine n'étant pas un corps noir parfait, ce résultat ne pourrait lui être appliqué qu'approximativement.

Exemple 9.3

(a) Calculer la luminosité du Soleil, sachant que sa température de surface est de 5800 K et que son rayon égale $6{,}96 \times 10^{8}$ m. (b) Calculer la puissance nette que transfère le Soleil au profit de l'espace intersidéral, sachant que la température de ce dernier équivaut à 3 K. Négliger la présence des planètes, dont la température est différente.

Solution

(a) D'après l'équation 9.2,

$$I = \sigma(5800\ \text{K})^4 = 6{,}42 \times 10^{7}\ \text{W/m}^2$$

Ainsi, chaque mètre carré de la surface du Soleil brille comme l'équivalent de 642 000 ampoules de 100 W ! La surface du Soleil est de $4\pi r^2 = 6{,}09 \times 10^{18}$ m^2, et sa luminosité vaut donc

$$L = IA = 3{,}91 \times 10^{26}\ \text{W}$$

(b) Comme l'ensemble de la surface solaire est exposé à la radiation provenant de l'espace intersidéral, on peut appliquer $I_{\text{nette}} = \sigma[(5800\ \text{K})^4 - (3\ \text{K})^4] \approx I$. La puissance nette demandée, soit $I_{\text{nette}}A$, correspond donc approximativement à la luminosité $L = IA$, soit $3{,}91 \times 10^{26}$ W.

Exemple 9.4

(a) Calculer la luminosité d'un corps humain dont la peau est à la température de 30 °C. Supposer que la surface de la peau est de 2 m^2. (b) Quelle est la puissance nette que transfère ce corps humain à une pièce de 20 °C ?

Solution

(a) Il faut d'abord convertir la température en kelvins : T (K) = T (°C) + 273,15 = 303,15 K. On a donc

$$I = \sigma(303{,}15\ \text{K})^4 = 479\ \text{W/m}^2$$

ce qui donne une luminosité

$$L = IA = 958\ \text{W}$$

Cette luminosité est émise dans la partie infrarouge du spectre (voir l'exemple 9.2). Cette prédiction est assez conforme à l'expérience. En effet, même si la peau humaine n'est jamais parfaitement noire, elle est presque un corps noir parfait dans la plage des longueurs d'onde infrarouges considérée dans cet exemple : elle absorbe 98 % de ce qu'absorberait un corps noir dans cette région du spectre.

(b) Si on néglige l'effet des vêtements, on peut estimer que toute la surface de la peau est exposée directement au rayonnement (surtout infrarouge) provenant de la pièce, d'où

$$I_{\text{nette}} = \sigma[(303{,}15\ \text{K})^4 - (293{,}15\ \text{K})^4] = 60{,}1\ \text{W/m}^2$$

La puissance nette demandée est donc $I_{\text{nette}}A = 120$ W. Un être humain réchauffe une pièce autant qu'une ampoule de 120 W ; des immeubles de bureaux ont été conçus afin d'exploiter cette puissance pour limiter les coûts de chauffage.

Exemple 9.5

Soit une petite roche sphérique de poussière interstellaire située à $1{,}5 \times 10^{12}$ m d'une étoile d'une luminosité de 8×10^{26} W. La roche a un diamètre de 1 cm et est considérée comme un corps noir. (a) Quelle puissance absorbe-t-elle en provenance de l'étoile ? Supposer qu'aucun corps n'obstrue la lumière incidente. (b) À l'équilibre thermique, quelle est la température de la roche ?

Solution

Cette situation est un bon exemple de cas où l'équation $I_{\text{nette}} = \sigma(T^4 - T_0^4)$ est inapplicable puisque la roche ne reçoit du rayonnement que d'un côté, mais en émet de tous les côtés. ■

(a) L'étoile émettant de façon isotrope, l'énergie qu'elle émet se répartit sur des fronts d'onde sphériques. Quand la lumière arrive à la roche, le front d'onde a un rayon de $1{,}5 \times 10^9$ km et son intensité est

$$I = L/A = (8 \times 10^{26}\ \text{W})/[4\pi(1{,}5 \times 10^{12}\ \text{m})^2] = 28{,}3\ \text{W/m}^2$$

La puissance absorbée dépend de la surface de front d'onde interceptée par la roche, et non de la surface de la roche. La surface interceptée (c'est-à-dire celle de l'ombre que projetterait la roche sur un écran situé derrière elle) est celle d'un *cercle* d'un rayon identique à celui de la roche. ■

La puissance absorbée par la roche est donc

$$P = IA = (28{,}3\ \text{W/m}^2)[\pi(0{,}005\ \text{m})^2] = 2{,}22 \times 10^{-3}\ \text{W}$$

(b) Pour qu'il y ait équilibre thermique, la puissance absorbée par la roche doit correspondre à la puissance émise, c'est-à-dire à la luminosité de la roche. Selon la loi de Stefan-Boltzmann, on a donc

$$\frac{2{,}22 \times 10^{-3}\ \text{W}}{4\pi(0{,}005\ \text{m})^2} = (5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4})T^4$$

d'où $T = 106$ K.

La « catastrophe de l'ultraviolet »

Jusqu'à présent, nous nous sommes contentés de décrire le phénomène du rayonnement thermique sans nous attarder à sa cause. Peut-on, à partir d'arguments théoriques, prédire la forme des courbes de la figure 9.7 (p. 388) ? Cela équivaut à obtenir une équation qui indique, pour une température donnée, la radiance spectrale en fonction de la longueur d'onde. Nous allons maintenant voir comment la physique classique échoua lamentablement à cette tâche.

Selon la théorie classique, tout rayonnement thermique est représenté par des ondes électromagnétiques. Ces ondes étant produites quand des charges oscillent (voir la section 4.1), on suppose ici qu'elles sont émises par l'oscillation

ou l'accélération des électrons qui sont d'autant plus agités que la température du matériau est élevée. Dans le cas d'une cavité rayonnante, on peut utiliser les lois de la thermodynamique pour décrire l'équilibre qui s'instaure entre les processus d'émission et d'absorption par les parois de la cavité. On devrait pouvoir combiner cette théorie et le modèle électromagnétique pour prédire une expression donnant la radiance.

En 1900, John William Strutt (1842-1919), dit lord Rayleigh, fut le premier à faire une tentative en ce sens. Voici une version simplifiée de son raisonnement, estimé comme valable par tous ses contemporains : il considéra que la radiation dans une cavité rayonnante formait des ondes stationnaires, dénombra les ondes stationnaires admises dans chaque intervalle de longueurs d'onde, appliqua les lois de la thermodynamique pour calculer l'énergie moyenne portée par chacune de ces ondes supposées à l'équilibre entre elles et obtint donc une prédiction de la *densité d'énergie* de la cavité (énergie contenue dans une unité de volume). En calculant la proportion de cette densité d'énergie pouvant s'échapper chaque seconde par l'orifice de la cavité, il obtint la prédiction théorique suivante, appelée aujourd'hui la **loi de Rayleigh-Jeans** :

$$R(\lambda, T) = CT\lambda^{-4}$$

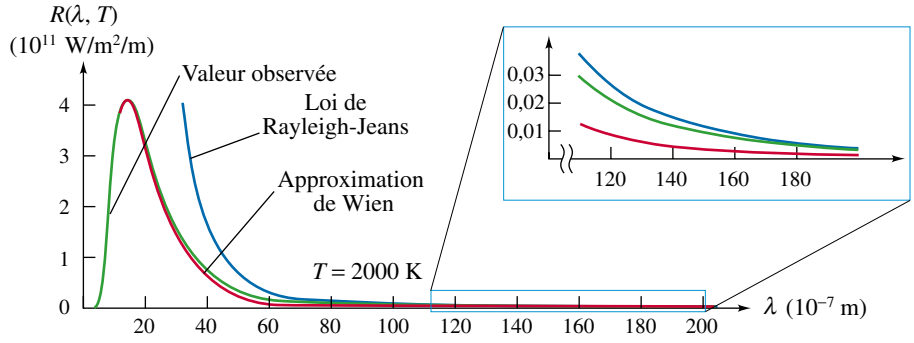
où $C = 2\pi ck$ et $k = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K est la constante de Boltzmann, tirée de la thermodynamique. [Rayleigh s'était trompé d'un facteur 2 dans la valeur de C, facteur qui fut ajouté plus tard par James Jeans (1877-1946).]

Cette équation doit être comparée à l'**approximation de Wien**, obtenue quatre ans plus tôt par tâtonnements à partir des équations 9.1 et 9.2, soit

$$R(\lambda, T) = A\lambda^{-5}e^{-B/\lambda T}$$

où A et B sont des constantes qui doivent être déterminées par l'expérience. Comme le montre la figure 9.9, l'approximation de Wien concorde bien avec les données expérimentales pour les longueurs d'onde comprises entre 7×10^{-7} m et 60×10^{-7} m, dans l'infrarouge. Toutefois, Rayleigh fit remarquer que l'approximation de Wien ne montre pas, pour les grandes longueurs d'onde, que la radiance spectrale augmente rapidement avec la température. De plus, il ne s'agissait que d'une équation obtenue par tâtonnements ! Celle de Rayleigh, fondée sur un modèle théorique, aurait dû être supérieure.

Effectivement, en septembre 1900, des mesures de rayonnement pour des longueurs d'onde comprises entre 120×10^{-7} m et 180×10^{-7} m vinrent confirmer la prévision de Rayleigh. En fait, les valeurs mesurées s'écartaient de ≈50 % de l'approximation de Wien dans cet intervalle de longueurs d'onde. Toutefois, comme on le voit aussi à la figure 9.9, la loi de Rayleigh-Jeans est totalement inutilisable pour des longueurs d'onde plus courtes : au lieu de décroître vers zéro quand la longueur d'onde atteint l'ultraviolet, la radiance tendrait vers l'infini ! Cette conséquence inacceptable de la loi de Rayleigh-Jeans fut



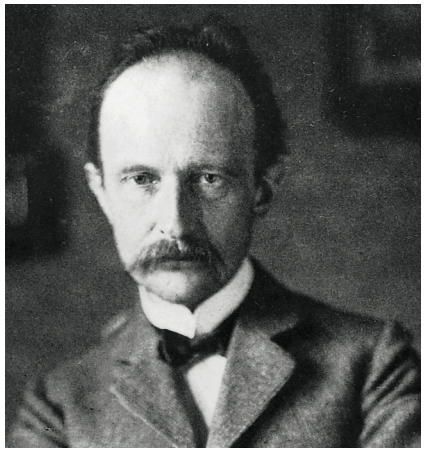
▶ Figure 9.9

L'approximation de Wien concorde assez bien avec l'observation pour les courtes longueurs d'onde, mais pas pour les grandes longueurs d'onde. La loi de Rayleigh-Jeans convient aux grandes longueurs d'onde ($\geq 120 \times 10^{-7}$ m), mais elle est totalement inadéquate pour les courtes longueurs d'onde.

surnommée la « catastrophe de l'ultraviolet ». Contrairement à l'échec de l'approximation de Wien, celui de la loi de Rayleigh-Jeans était en effet une véritable catastrophe puisque cette équation était fondée sur un modèle théorique jusqu'alors jugé irréfutable par les physiciens de l'époque. Or, elle se révélait dramatiquement fausse !

La loi de Planck

Nous allons maintenant voir comment la *quantification* de l'énergie fut une solution à cette catastrophe. Max Planck (figure 9.10), un spécialiste de la thermodynamique, étudiait depuis plusieurs années les cavités rayonnantes. Il était impressionné par le fait que le spectre de rayonnement d'un corps noir soit une *propriété universelle*, indépendante de la nature du matériau constituant les parois de la cavité, donc du type d'atome qui absorbe et émet de la lumière en se comportant comme un oscillateur électromagnétique. Il se servit du fait que l'entropie d'un système quelconque, comme les oscillateurs rayonnant dans les parois d'une cavité, doit être maximale lorsque le système atteint l'équilibre thermodynamique (voir le chapitre 19 du tome 1). En mars 1900, il détermina une condition simple pour maximiser l'entropie et en déduisit l'approximation de Wien, valable pour les courtes longueurs d'onde. Par la suite, il dut utiliser une autre condition afin d'obtenir la loi de Rayleigh-Jeans, valable pour les grandes longueurs d'onde. Finalement, il combina ces deux conditions* et obtint la prédiction suivante pour la radiance, qu'il présenta le 19 octobre 1900 :



▲ Figure 9.10
Max Planck (1858-1947).

$$R(\lambda, T) = \frac{A\lambda^{-5}}{e^{B/\lambda T} - 1} \qquad (9.4)$$

où A et B sont des constantes pouvant être prédites de façon théorique. L'approximation de Wien et la loi de Rayleigh-Jeans apparaissent toutes deux comme des cas limites de l'équation 9.4. En effet, pour les courtes longueurs d'onde, la quantité -1 peut être négligée devant l'exponentielle et l'on obtient l'approximation de Wien. Pour les grandes longueurs d'onde, on peut développer l'exponentielle, $e^{(B/\lambda T)} \approx 1 + B/\lambda T + \ldots$ En remplaçant dans l'équation 9.4, on obtient la loi de Rayleigh-Jeans. Le jour même, on confirma que cette équation concordait parfaitement avec toutes les données expérimentales !

Se sentant obligé de justifier la façon dont il avait traité l'entropie pour parvenir à l'équation 9.4, Planck adopta l'approche statistique élaborée par Boltzmann (voir le chapitre 19 du tome 1). Pour calculer l'entropie, il devait déterminer le nombre de manières dont une énergie totale donnée pouvait être distribuée sur un nombre fixe d'atomes agissant comme oscillateurs dans les parois de la cavité rayonnante.

Si l'on traite l'énergie comme une variable continue, il devrait y avoir un nombre infini de manières de la distribuer. Pour faciliter le processus de dénombrement, Planck divisa l'énergie *totale* des oscillateurs en « éléments » d'énergie de grandeur ε. Il vit qu'il pouvait obtenir la forme de l'équation 9.4, *à condition de poser* $\varepsilon = hf$, f étant la fréquence de l'oscillateur et h, une constante. La valeur de la constante de Planck est

Hypothèse quantique de Planck

$$h = 6{,}626 \times 10^{-34}\ \text{J·s}$$

* En considérant l'entropie S comme une fonction de l'énergie U et en utilisant le fait que S est maximale si $dS/dU = 0$ et $d^2S/dU^2 < 0$, Planck montra que la condition $d^2S/dU^2 \propto (-1/fU)$, où f est la fréquence, menait à l'approximation de Wien. Mais pour obtenir la loi de Rayleigh-Jeans, il fallait que $d^2S/dU^2 \propto (-1/U^2)$. Il combina ces deux conditions en $d^2S/dU^2 = -a/[U(bf + U)]$, où a et b sont des constantes, et il obtint l'équation 9.4.

Bien que Planck n'en prît pas conscience, cette condition $\varepsilon = hf$ équivalait à postuler une **quantification de l'énergie** totale portée par les oscillateurs. En effet, cette énergie totale ne pouvait être qu'un multiple entier du quantum hf ! La **loi de Planck** qui découle de ce raisonnement s'écrit

Loi de Planck

$$R(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \qquad (9.5)$$

Cette fonction permet de prédire correctement le spectre de rayonnement d'un corps noir à toute température. En particulier, cette fonction présente un maximum conforme à la loi du déplacement spectral de Wien et délimite une aire sous la courbe conforme à la loi de Stefan-Boltzmann (voir les problèmes P8 et P9).

À ce stade, personne, pas même Planck, ne se rendit compte du contenu révolutionnaire du calcul ayant conduit à cette loi. Pour lui, les « éléments d'énergie » discrets n'étaient qu'un moyen de faciliter le calcul pour déterminer l'entropie des oscillateurs. En fait, il essaya pendant de nombreuses années de faire entrer la constante h dans le cadre de la physique classique. Bien que cela n'ait pas été l'intention de Planck, c'est la présentation de sa loi en 1900 qui est considérée aujourd'hui comme le début de la physique quantique.

L'hypothèse quantique d'Einstein

En mécanique classique, un atome dont les charges oscillent peut émettre une énergie de n'importe quelle valeur, ce qui allait s'avérer incompatible avec le calcul ayant conduit à la loi de Planck. En 1906, Einstein démontra que la loi de Planck ne pouvait être obtenue que si l'on acceptait aussi que l'énergie de *chaque* oscillateur (au lieu de l'énergie *totale* de tous les oscillateurs) était quantifiée en multiples de hf. Ainsi, selon l'**hypothèse quantique d'Einstein**, l'énergie d'un oscillateur ne peut prendre que les valeurs qui sont des multiples entiers de hf. Contrairement à la démarche plus ou moins accidentelle de Planck, Einstein postule donc explicitement que l'énergie d'un oscillateur est *réellement* quantifiée. Au $n^{\text{ième}}$ « niveau », l'énergie est

Hypothèse quantique d'Einstein

$$E_n = nhf \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad (9.6)$$

Ainsi, selon l'hypothèse d'Einstein, qui s'applique à tout système lié, un oscillateur ne peut émettre ou absorber un rayonnement que par multiples de hf. L'écart entre les niveaux d'énergie dépend de la fréquence de la radiation émise ou absorbée.

Cette équation est aujourd'hui associée à la « vieille théorie quantique ». Selon la mécanique quantique moderne, que nous étudierons au chapitre 10, l'équation qui donne les niveaux d'énergie admis par un oscillateur est légèrement différente de celle postulée par Einstein. L'équation aujourd'hui acceptée, soit $E_n = (n + \frac{1}{2})hf$, où $n \geq 0$, n'est plus un postulat mais plutôt une conséquence de l'équation d'onde de Schrödinger (voir la section 10.4). Même si l'équation a légèrement changé, notez que l'écart entre les niveaux successifs demeure hf.

Exemple 9.6

Un bloc de masse 0,2 kg oscille à l'extrémité d'un ressort (k = 5 N/m) avec une amplitude A = 10 cm. Selon l'hypothèse quantique d'Einstein, quel est le « nombre quantique » n de cet oscillateur ?

Solution

Pour appliquer l'hypothèse d'Einstein, $E_n = nhf$, on doit d'abord calculer l'énergie. Selon l'équation 1.13, l'énergie mécanique d'un oscillateur harmonique simple est

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}(5\text{ N/m})(0{,}1\text{ m})^2 = 0{,}0250\text{ J}$$

À partir de l'équation 1.9, on peut obtenir la fréquence de l'oscillation d'un système bloc-ressort, soit

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = 0{,}796\text{ Hz}$$

Sachant que $E_n = nhf$, on trouve

$$n = \frac{E}{hf} = \frac{(0{,}0250\text{ J})}{(6{,}63\times10^{-34}\text{ J·s})(0{,}796\text{ Hz})} \approx 10^{32}$$

Notez que l'utilisation de l'équation moderne ne changerait pas sensiblement ce résultat.

La variation d'énergie ($\Delta E = hf$) entre les niveaux n et $n-1$ est négligeable comparativement à l'énergie mécanique. Dans un tel système macroscopique, on ne peut donc *pas s'attendre à ce que la quantification de l'énergie ait une influence mesurable*. Par contre, pour les systèmes de dimensions atomiques où l'énergie est beaucoup plus faible, la quantification joue un rôle important. ■

Soulignons que l'énergie en tant que grandeur physique demeure une variable continue, c'est-à-dire qu'elle peut prendre une valeur quelconque sur un intervalle continu. C'est l'énergie des états possibles d'un *système lié* qui est quantifiée. Un oscillateur est un exemple de système lié.

L'hypothèse quantique d'Einstein resta négligée pendant plusieurs années, car peu nombreux étaient les scientifiques qui s'intéressaient au problème « secondaire » posé par le rayonnement du corps noir. Ils avaient plutôt tendance à porter leur attention sur la relativité et sur les modèles atomiques. C'est donc presque à l'insu de tous que venait de s'amorcer l'une des plus profondes révolutions de l'histoire de la physique ! Comme toutes les idées révolutionnaires, celles de la physique quantique mirent du temps à faire leur place : même Planck, qui avait pourtant introduit involontairement la quantification en 1900, n'accepta qu'une décennie plus tard la vision d'Einstein selon laquelle l'énergie d'un oscillateur devait *réellement* être quantifiée.

9.3 L'EFFET PHOTOÉLECTRIQUE

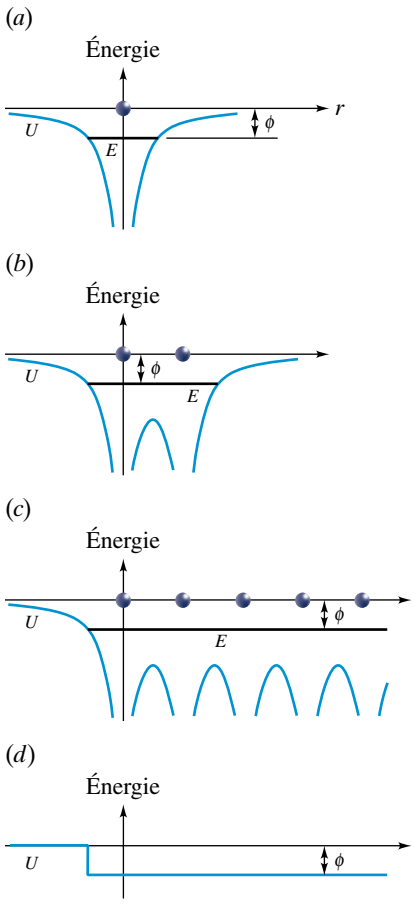
Nous allons maintenant étudier l'**effet photoélectrique**, un phénomène par lequel la lumière incidente sur une surface provoque *l'éjection d'électrons* hors de cette surface.

Le contexte historique de la découverte de ce phénomène est ironique : après que les travaux de Young et de Fresnel eurent convaincu les scientifiques du début du XIX^{e} siècle de passer de la théorie corpusculaire à la théorie ondulatoire de la lumière, la théorie électromagnétique présentée par Maxwell en 1865 avait été couronnée par l'expérience de Hertz en 1887 (voir le chapitre 13 du tome 2). Or, c'est au cours de cette expérience que Hertz observa la première manifestation de l'effet photoélectrique (il remarqua que les étincelles jaillissaient plus facilement lorsque les électrodes de la boucle réceptrice utilisée dans son expérience étaient éclairées par la lumière des électrodes émettrices). C'est donc la même expérience qui confirma le modèle électromagnétique de la lumière et qui entraîna aussi une observation qui allait provoquer plus tard la remise en question de ce modèle !

D'autres approfondirent l'observation de Hertz et c'est Joseph John Thomson (1856-1940) qui montra en 1899 que des électrons étaient éjectés d'une plaque de zinc éclairée par de la lumière ultraviolette. Pour certains métaux alcalins, le même phénomène peut être causé par de la lumière visible, en plus de pouvoir l'être par des ultraviolets. Comme nous l'avons fait à la section précédente, nous allons d'abord décrire le phénomène, ensuite constater que la physique classique échoue à l'expliquer, puis voir comment la quantification apporta une solution.

Le travail d'extraction

Pour qu'un électron puisse être éjecté d'un matériau, il faut lui fournir de l'énergie. Dans l'effet photoélectrique, cette énergie provient de la lumière qui est *absorbée* par le matériau. Nous allons d'abord voir pourquoi l'effet photoélectrique ne peut pas se produire sans qu'une valeur minimale d'énergie soit fournie à un électron. La figure 9.11*a* illustre (en bleu) l'énergie *potentielle U* d'un électron dans un atome isolé, en fonction de la distance *r* entre le noyau et l'électron. Puisque le noyau attire l'électron, l'énergie potentielle est d'autant plus basse (plus négative) que l'électron est proche du noyau. Quand on additionne l'énergie cinétique, on obtient le total constant $E = K + U$ (en noir). Pour une valeur *r* donnée, la distance verticale entre les courbes bleue et noire correspond à l'énergie cinétique. L'intersection de la courbe en noir et de celle en bleu représentant les positions où l'énergie cinétique est nulle, la coordonnée *r* correspondante est la distance maximale que peut atteindre l'électron (selon la physique classique). L'électron est donc captif et il faut lui fournir de l'énergie pour l'éjecter. L'énergie manquante correspond à ϕ sur la figure.



▲ Figure 9.11

(*a*) Énergie d'un électron captif d'un atome isolé. Pour l'éjecter, il faut fournir une énergie supérieure ou égale à ϕ. (*b*) Énergie d'un électron captif d'un système de deux atomes. (*c*) Limite quand le nombre d'atomes croît. Dans l'exemple illustré, la ligne noire représente l'énergie d'un électron de conduction dans un matériau métallique. Il peut circuler dans le matériau, mais il faut quand même fournir une énergie supérieure ou égale à ϕ afin de parvenir à l'éjecter. (*d*) Modèle de l'énergie potentielle équivalente pour un électron qui serait immobile dans le matériau.

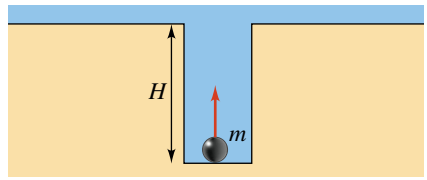
La figure 9.11*b* illustre ce qui se produit si l'électron est dans un système de deux atomes. Entre les deux atomes, cet électron est attiré par les deux noyaux, ce qui réduit la force résultante et fait en sorte que l'électron peut se déplacer d'un atome à l'autre sans grande variation d'énergie potentielle. Il demeure toutefois captif du système de deux atomes.

La figure 9.11*c* montre l'énergie potentielle d'un électron de conduction dans un matériau métallique constitué de milliards d'atomes. Comme à la figure 9.11*b*, l'énergie potentielle varie peu quand l'électron de conduction se déplace d'un atome à l'autre puisqu'il est entouré de noyaux qui l'attirent dans des directions opposées. À la surface, toutefois, il n'y a pas d'atomes hors du matériau pour équilibrer la force de ceux situés dans le matériau. La surface équivaut donc, pour un électron qui serait immobile, à la barrière représentée à la figure 9.11*d*.

Dans le cas d'un atome isolé, l'énergie ϕ à fournir pour l'éjection est appelée *énergie d'ionisation*. Dans le cas d'une surface solide, notamment métallique, on l'appelle **travail d'extraction**. Le travail d'extraction est une caractéristique du matériau. Si l'électron absorbe une énergie supérieure au travail d'extraction, il est non seulement éjecté, mais il conserve en plus de l'énergie cinétique. S'il absorbe une énergie inférieure, il n'est pas éjecté. On appelle parfois *photoélectrons* les électrons qui ont été éjectés par effet photoélectrique : même s'il s'agit d'électrons identiques aux autres, ce nom indique leur provenance.

La figure 9.12 représente l'effet photoélectrique par une analogie gravitationnelle où l'on souhaiterait éjecter une masse du fond d'un puits dont la profondeur est *H*. Si un mécanisme situé au fond du puits fournit à cette masse une énergie *E*, la masse ne parviendra à quitter le puits que si $E > mgH$. Nous utiliserons à nouveau cette analogie plus loin dans la section.

Le modèle électromagnétique explique qualitativement pourquoi l'effet photoélectrique se produit : les champs qui composent une onde électromagnétique peuvent bel et bien exercer une force sur un électron et lui transférer de l'énergie. Mais pour comprendre en quoi ce modèle échoue, il faut étudier l'effet photoélectrique d'un point de vue quantitatif. Plus précisément, nous devons savoir comment les caractéristiques de la lumière incidente influencent le nombre de photoélectrons ainsi que leur énergie cinétique après l'éjection, afin de comparer ces mesures aux prédictions du modèle.



▲ **Figure 9.12**

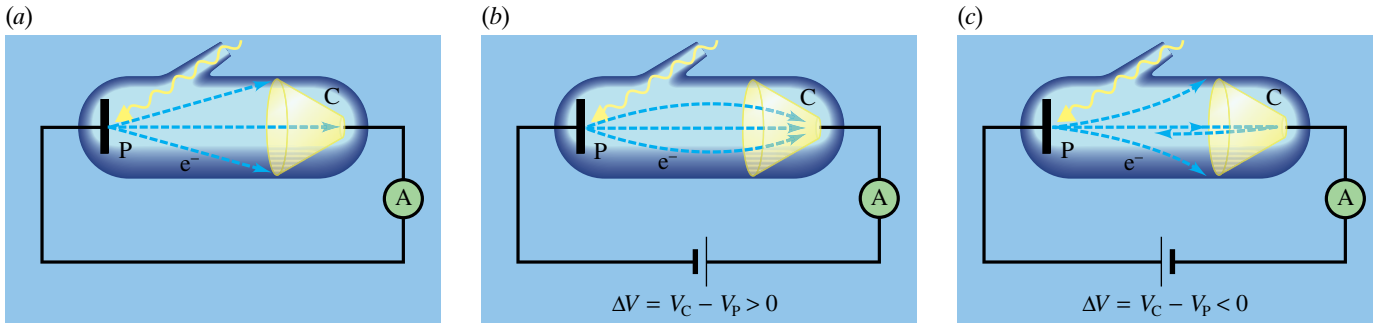
L'éjection d'une masse m captive au fond d'un puits est analogue à l'éjection d'un électron captif d'un atome ou d'un matériau par effet photoélectrique : si l'énergie transmise à la masse est inférieure à mgH, celle-ci ne quittera pas le puits ; si l'énergie y est supérieure, la masse conservera de l'énergie cinétique après avoir quitté le puits.

Le montage expérimental de von Lenard

Le montage expérimental qui permet ces mesures a été conçu par Philipp von Lenard (1862-1947) en 1902. À la figure 9.13*a*, l'effet photoélectrique se produit quand de la lumière monochromatique éclaire une plaque P. Nous allons supposer que la source lumineuse ne change pas jusqu'à nouvel ordre. Le dispositif est placé dans un tube où on a fait le vide afin que les photoélectrons éjectés puissent voyager sans être gênés par l'air. Un cylindre métallique C recueille les photoélectrons incidents sur lui. S'ils étaient isolés, la plaque P deviendrait positive et le cylindre C, négatif. Mais un parcours conducteur entre eux assure le retour des électrons de C vers P. Le courant mesuré par l'ampèremètre permet de déterminer le nombre d'électrons par seconde qui le traversent, c'est-à-dire le nombre d'électrons par seconde éjectés de la plaque P. On note que ce dispositif joue le rôle d'une pile (dont la f.é.m. est fournie par la lumière), car il fait circuler un courant. Si on interrompt la lumière incidente, le courant cesse.

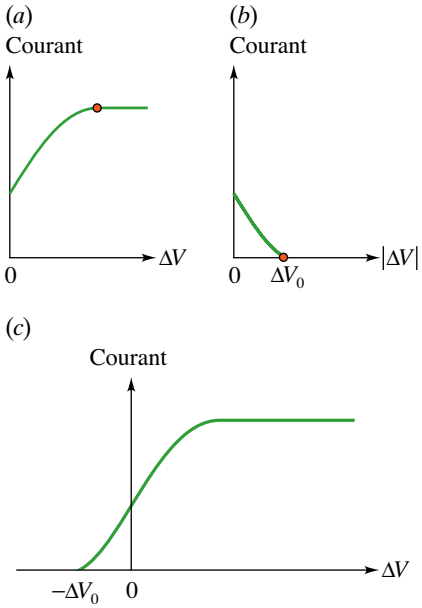
Si on ajoute une pile le long du parcours conducteur, comme aux figures 9.13*b* ou 9.13*c*, on s'attend à ce qu'elle ne change rien au nombre de photoélectrons éjectés par seconde. En revanche, elle maintient une différence de potentiel $V_C - V_P \equiv \Delta V$ entre P et C, ce qui permet au cylindre C d'attirer ou de repousser les électrons incidents sur lui selon qu'il est positif ou négatif par rapport à P.

Pour déterminer le nombre de photoélectrons éjectés par seconde, il faut faire en sorte qu'ils soient *tous* captés par le cylindre. Le montage de la figure 9.13*b* permet d'atteindre ce but, car la pile y rend le cylindre C positif par rapport à la plaque, de sorte qu'il attire les électrons (l'ampèremètre enregistre un courant



▲ **Figure 9.13**

(*a*) De la lumière éclaire une plaque P dans un tube à vide. Les photoélectrons émis sont recueillis s'ils atteignent le cylindre C. Un parcours conducteur assure le retour des électrons à la plaque, mais ceux-ci traversent en route un ampèremètre qui permet de les compter. Le dispositif sous vide est souvent appelé *cellule photoélectrique*. (*b*) Pour compter *tous* les photoélectrons, on rend le potentiel du cylindre positif par rapport à celui de P. Attention : c'est quand même la lumière qui est la seule cause du courant, pas la pile. (*c*) Pour évaluer la vitesse des photoélectrons, on rend le potentiel du cylindre négatif par rapport à celui de P. Lorsque ce potentiel d'opposition atteint une valeur critique, nommée *potentiel d'arrêt*, même les électrons qui ont le plus d'énergie sont repoussés. Le courant traversant l'ampèremètre A devient nul.



▲ Figure 9.14

(*a*) Montage *en attraction* : en présence d'une source lumineuse produisant de l'effet photoélectrique, le courant mesuré croît vers un maximum quand la tension de la pile augmente. (*b*) Montage *en opposition* pour la même source lumineuse : le courant décroît vers zéro quand la tension de la pile augmente. La tension ΔV_0 est celle pour laquelle le courant devient nul. (*c*) Par convention, on présente ces deux graphiques côte à côte, les tensions d'opposition étant du côté négatif de l'axe. Sur ce graphique, l'axe horizontal représente $\Delta V = V_C - V_P$, une grandeur qui correspond à un signe près à la f.é.m. de la pile.

plus élevé). Quand ΔV est suffisant, le courant atteint un maximum (représenté par le point rouge à la figure 9.14*a*), car tous les électrons éjectés sont collectés. Pour obtenir le nombre d'électrons éjectés par seconde, il suffit de diviser ce courant maximal par e, la charge élémentaire.

Pour déterminer l'énergie cinétique des photoélectrons, on inverse la polarité (figure 9.13*c*). La différence de potentiel joue alors un rôle d'opposition (ou de freinage) et repousse les électrons, seuls les plus énergétiques atteignant le cylindre collecteur, de sorte que le courant diminue. Lorsque la différence de potentiel d'opposition atteint une valeur critique appelée **potentiel d'arrêt**, le courant devient nul (point rouge sur la figure 9.14*b*). La figure 9.14*c* illustre la façon dont on peut fusionner en un seul graphique tous les résultats relatifs à une même source lumineuse.

Quand $|V_C - V_P|$ est au potentiel d'arrêt ΔV_0, seuls les électrons éjectés avec l'énergie cinétique *maximale* atteignent le cylindre*. Soit K_{max}, l'énergie cinétique maximale d'un électron éjecté de la plaque P. En arrivant au cylindre, l'énergie cinétique de cet électron est devenue nulle, mais son gain d'énergie potentielle électrique a été $\Delta U = q\Delta V = (-e)(-\Delta V_0)$, où $\Delta V_0 > 0$. Le principe de conservation de l'énergie mécanique $\Delta K + \Delta U = 0$ donne

Énergie cinétique maximale des photoélectrons

$$K_{max} = e\Delta V_0 \qquad (9.7)$$

L'équation 9.7 peut être interprétée grâce à une analogie gravitationnelle : si on souhaite déterminer l'énergie cinétique initiale d'une balle projetée verticalement vers le haut, il suffit de mesurer la hauteur maximale atteinte et d'appliquer le principe de conservation de l'énergie.

Les résultats de von Lenard

Maintenant que nous savons comment von Lenard a pu mesurer le nombre de photoélectrons éjectés ainsi que leur énergie cinétique maximale, voyons comment la nature de la source lumineuse influe sur ces deux grandeurs. La figure 9.15*a* illustre l'effet de l'intensité lumineuse incidente sur la plaque P, la fréquence de la lumière utilisée étant la même. D'après le courant maximal le long de chaque courbe, on déduit que le nombre d'électrons éjectés chaque seconde est proportionnel à l'intensité lumineuse. Cette proportionnalité a été vérifiée par von Lenard même pour de très faibles intensités. D'après le potentiel d'arrêt sur la même figure, on déduit que l'intensité lumineuse n'a aucun effet sur l'énergie cinétique des photoélectrons. En somme :

Effet de l'intensité lumineuse

Dans l'effet photoélectrique, réduire l'intensité de la lumière incidente (sa fréquence étant la même) a pour effet de :
- réduire le nombre de photoélectrons qui sont éjectés chaque seconde de la surface absorbant la lumière ;
- ne rien changer à l'énergie cinétique maximale des photoélectrons.

* Une correction doit être apportée au calcul de cette énergie si l'émetteur et le collecteur sont faits de métaux différents.

L'insistance de von Lenard à vérifier l'effet d'intensités très faibles conduit aussi à une conclusion supplémentaire : quelle que soit l'intensité, l'éjection des photoélectrons commence dès que la plaque P reçoit de la lumière. On sait aujourd'hui que le délai requis est inférieur à 3×10^{-9} s.

La figure 9.15*b* illustre l'effet de la fréquence lumineuse incidente, l'intensité étant la même. Quand on diminue la fréquence, le potentiel d'arrêt diminue. (Nous verrons plus loin que la relation entre ces deux grandeurs a la forme mathématique d'une droite.) On en déduit l'énoncé suivant :

Effet de la fréquence lumineuse

Dans l'effet photoélectrique, réduire la fréquence de la lumière incidente (son intensité étant la même) a pour effet de réduire l'énergie cinétique maximale des photoélectrons.

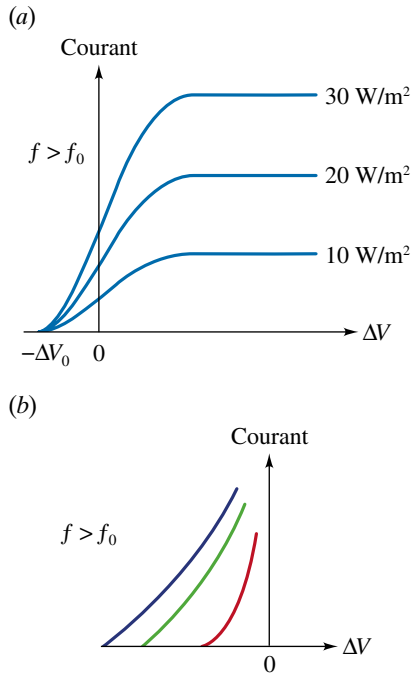
Si on remplace le matériau de la plaque P et qu'on recommence l'enregistrement des données de la figure 9.15*b*, toutes les courbes sont décalées vers la droite ou vers la gauche. Si une courbe, par exemple la courbe rouge, se déplace vers la droite jusqu'à ce que son extrémité inférieure atteigne l'origine, tout effet photoélectrique cesse à la longueur d'onde lumineuse correspondante. En d'autres termes, certaines combinaisons de sources lumineuses et de matériaux pour la plaque ne donnent lieu à aucun effet photoélectrique, une *fréquence lumineuse trop faible* étant le facteur déterminant.

L'échec de la physique classique

Presque tous les résultats obtenus par von Lenard sont absolument inexplicables du point de vue du modèle électromagnétique de la lumière. Tout d'abord, selon les prédictions de ce modèle, on devrait s'attendre à ce qu'une lumière très faible soit incapable d'éjecter immédiatement des photoélectrons. En effet, l'énergie d'une onde électromagnétique est répartie uniformément sur un front d'onde, et un électron, très petit, ne devrait pouvoir en absorber qu'une minime quantité à la fois et devoir l'accumuler *très* longtemps pour obtenir ϕ. Or, l'expérience montre que l'éjection des photoélectrons est immédiate, même sous une lumière très faible.

À l'inverse, une intensité très forte devrait permettre à chaque électron d'absorber beaucoup d'énergie. Cela devrait se manifester par une énergie cinétique plus grande. Pourtant, le potentiel d'arrêt à la figure 9.15*a* demeure le même quand on change l'intensité.

Quant à la fréquence, elle n'apparaît pas dans l'équation 4.3 donnant l'intensité de l'onde électromagnétique. Elle ne devrait donc pas avoir un effet systématique sur K_{max}. C'est pourtant le cas, à en juger par l'augmentation du potentiel d'arrêt quand la fréquence croît (figure 9.15*b*). Encore plus troublante était l'absence totale d'effet photoélectrique pour des fréquences trop faibles. Selon la théorie classique, la photoémission devait pourtant se produire à n'importe quelle fréquence, pourvu que l'intensité soit suffisamment élevée. En somme, *une seule* caractéristique du phénomène, l'augmentation du nombre de photoélectrons avec l'intensité, s'expliquait par la physique classique, ce modèle échouant lamentablement à prédire toutes les autres observations. Comme nous le verrons, seul le recours à un nouveau modèle de la lumière, essentiellement *corpusculaire*, permettra de prédire correctement l'énergie cinétique avec laquelle sont éjectés les électrons dans diverses conditions d'éclairage.



▲ **Figure 9.15**

(*a*) L'intensité lumineuse a un effet sur le nombre de photoélectrons éjectés, mais n'a aucun effet sur ΔV_0. (*b*) La fréquence lumineuse a un effet sur ΔV_0. (Les couleurs des courbes correspondent à celles de la lumière incidente.)

Le photon

En mars 1905, Einstein publia un article sur le rayonnement du corps noir. Il y relevait une incohérence fondamentale dans l'approche de Planck. Planck avait en effet traité l'énergie totale des atomes oscillateurs comme si elle était constituée d'éléments *discrets*, mais il avait supposé que l'énergie de rayonnement était *continue*. Tout en admettant que la théorie ondulatoire de Maxwell parvenait extrêmement bien à expliquer l'interférence, la diffraction et d'autres propriétés du rayonnement électromagnétique, Einstein souligna que les observations optiques ne se rapportent pas à des valeurs instantanées mais à des moyennes dans le temps. Il était donc possible que la théorie ondulatoire ne s'applique pas aux événements individuels de l'absorption et de l'émission. Il obtint une expression de l'entropie du rayonnement en fonction du volume de la cavité rayonnante et remarqua que la *forme* de cette fonction était semblable à celle de l'entropie d'un système de particules de gaz (voir le chapitre 19 du tome 1). Cela le conduisit à supposer que le rayonnement se comporte comme s'il était composé d'un ensemble de *quanta* d'énergie* discrets de valeurs

Énergie d'un photon

$$E = hf \tag{9.8}$$

où f est la fréquence du rayonnement. Le nom de **photon** fut attribué à ces quanta de lumière par Gilbert Newton Lewis (1875-1946) en 1926. Einstein envisageait un front d'onde comme étant constitué de milliards de photons. Par conséquent, il supposait que l'énergie n'était pas répartie uniformément sur un front d'onde, mais concentrée en ces grappes localisées dans l'espace. (La notion moderne de photon est passablement plus complexe, comme on pourra l'entrevoir dans la section 9.8.)

Même si Einstein ne souhaitait pas rejeter complètement la théorie électromagnétique qui avait connu d'importants succès, sa représentation de la lumière comme un jet de photons s'avérait en principe incompatible avec les équations de Maxwell puisque ces dernières sont des équations différentielles admettant des solutions continues (et non quantifiées). Dès 1906, Einstein écrivit donc que la théorie électromagnétique devait être complètement revue dans le domaine atomique.

L'équation photoélectrique

Einstein appliqua immédiatement l'idée des quanta de lumière à l'effet photoélectrique. Dans le processus de photoémission, *un seul photon cède toute son énergie à un seul électron*, le photon disparaissant (étant absorbé) au cours du processus. Ce modèle prédit donc que l'électron est éjecté instantanément puisque l'énergie lui arrive en une « grappe » concentrée plutôt qu'en étant diluée sur la surface du front d'onde. De plus, ce nouveau modèle implique que l'intensité lumineuse à une fréquence donnée est déterminée par le nombre de photons incidents. En augmentant l'intensité, on augmente le nombre de photons incidents et on s'attend donc à ce que le nombre d'électrons éjectés

* Le mot « quanta » est le pluriel de « quantum ».

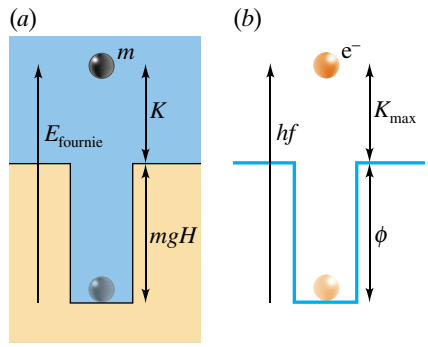
s'accroisse, ce qui est encore une fois conforme aux mesures de von Lenard. Enfin, toujours selon ce nouveau modèle, l'énergie cinétique *maximale* possible, K_{max}, des photoélectrons est déterminée par l'énergie de chaque photon, hf:

Équation photoélectrique

$$K_{max} = hf - \phi \qquad (9.9)$$

où ϕ est l'énergie *minimale* nécessaire pour extraire, ou ioniser, un électron de la surface du matériau, c'est-à-dire le travail d'extraction (dont nous avons parlé au début de la section). Les électrons plus fortement liés vont être émis avec une énergie cinétique inférieure à l'énergie maximale.

L'équation 9.9 est simplement une expression de la conservation de l'énergie : le photon incident avait une énergie hf et l'a cédée à l'électron. Comme une partie de cette énergie a été utilisée pour faire le travail d'extraction ϕ, la portion restante est l'énergie cinétique. La figure 9.16 illustre cette équation par une analogie gravitationnelle.



▲ Figure 9.16

Illustration de l'équation photoélectrique par une analogie gravitationnelle. Dans les deux cas, l'énergie fournie à une particule sert d'abord à lui faire quitter un puits de potentiel, l'excédent demeurant sous forme d'énergie cinétique. La courbe bleue correspond à celle de la figure 9.11*d* (p. 396).

D'après l'équation 9.9, on voit qu'il existe une **fréquence de seuil** f_0 donnée par

Fréquence de seuil

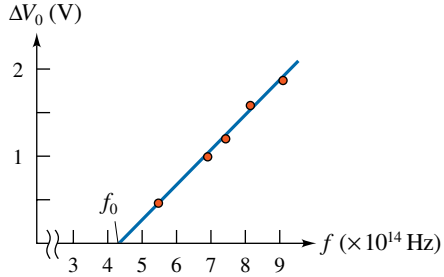
$$hf_0 = \phi \qquad (9.10)$$

Il n'y a pas de photoémission pour les fréquences inférieures à f_0, car l'énergie de chaque photon est alors inférieure au travail d'extraction. En substituant les équations 9.7 et 9.10 dans l'équation 9.9, on trouve l'*équation photoélectrique d'Einstein* :

$$e\Delta V_0 = h(f - f_0) \qquad (9.11)$$

Einstein a non seulement réussi à expliquer tous les faits observés, mais il a également établi deux prédictions, qu'on peut voir dans l'équation 9.11 : 1) l'existence de la fréquence de seuil et 2) le fait que la courbe représentant ΔV_0 en fonction de f devrait être une droite dont la pente h/e est indépendante de la nature du matériau.

Robert Andrews Millikan (1868-1953) (qui fut plus tard le premier à mesurer la charge élémentaire e) avait du mal à accepter la notion de photon. En 1906, il entreprit une série d'expériences dans le but de réfuter l'équation d'Einstein. Mais au bout de presque dix années de travail, et contrairement à ses intentions premières, il fut contraint de confirmer la validité de l'équation d'Einstein en 1914. La figure 9.17 représente une courbe caractéristique du potentiel d'arrêt en fonction de la fréquence de la lumière, telle qu'obtenue par Millikan. Or, la pente de la courbe est prévue correctement par l'équation 9.11.



▲ Figure 9.17

Les valeurs obtenues par Millikan vérifiaient la validité des prédictions de l'équation d'Einstein pour l'effet photoélectrique.

Il faut noter ici que Einstein *ne s'est pas* basé directement sur l'idée du quantum de Planck, mais qu'il est parti de ses propres théories en thermodynamique statistique. Dans l'article qu'il écrivit en 1905, il établit l'équation $E = Cf$, C étant une constante, en utilisant l'approximation de Wien qui n'est valable qu'aux fréquences élevées. C'est seulement l'année suivante qu'il fit le lien avec la théorie de Planck et qu'il trouva la relation $C = h$.

Exemple 9.7

Considérons la photoémission provoquée par de la lumière ultraviolette de longueur d'onde 207 nm sur une surface. Le potentiel d'arrêt est de 2 V. Déterminer : (a) le travail d'extraction en électronvolts (eV) ; (b) le module de la vitesse maximale des photoélectrons ; (c) la longueur d'onde de seuil ; (d) le potentiel d'arrêt pour $\lambda = 250$ nm.

Solution

(a) D'après l'équation $c = \lambda f$, la fréquence de la lumière ultraviolette est

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{207 \times 10^{-9} \text{ m}} = 1{,}45 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

et l'énergie de chaque photon incident est

$$hf = (6{,}63 \times 10^{-34} \text{ J·s})(1{,}45 \times 10^{15} \text{ Hz}) = 9{,}61 \times 10^{-19} \text{ J}$$

D'après l'équation 9.7, l'énergie cinétique maximale des électrons donne

$$K_{\max} = e\Delta V_0 = (1{,}60 \times 10^{-19} \text{ C})(2 \text{ V}) = 3{,}20 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Cette énergie est inférieure à celle d'un photon, car la différence a servi à extraire l'électron. Le travail d'extraction est donc

$$\phi = hf - K_{\max} = 9{,}61 \times 10^{-19} \text{ J} - 3{,}20 \times 10^{-19} \text{ J} = 6{,}41 \times 10^{-19} \text{ J} = 4{,}01 \text{ eV}$$

(b) Par $K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$, on trouve

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2K_{\max}}{m}} = \sqrt{\frac{2(3{,}20 \times 10^{-19} \text{ J})}{9{,}11 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 8{,}38 \times 10^5 \text{ m/s}$$

Puisque la vitesse est inférieure à $0{,}1c$, on peut utiliser $K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$; on n'a pas à tenir compte des effets de la relativité d'Einstein. ■

(c) D'après l'équation 9.10, le seuil correspond à des photons qui ont tout juste l'énergie ϕ requise pour éjecter un électron : $hf_0 = \phi$. La fréquence f_0 de ces photons correspond à une longueur d'onde de seuil

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{ch}{\phi} = \frac{(3 \times 10^8 \text{ m/s})(6{,}63 \times 10^{-34} \text{ J·s})}{6{,}41 \times 10^{-19} \text{ J}} = 3{,}10 \times 10^{-7} \text{ m} = 310 \text{ nm}$$

(d) Puisque le travail d'extraction ne dépend que du matériau, il demeure $6{,}41 \times 10^{-19}$ J, comme en (a). Toutefois, des photons de longueur d'onde plus grande ont moins d'énergie, donc les électrons auront moins d'énergie après l'extraction : $K_{\max}$ sera plus faible. ■

La longueur d'onde $\lambda = 250$ nm correspond à la fréquence

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{250 \times 10^{-9} \text{ m}} = 1{,}20 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

Ainsi, chaque photon a l'énergie

$$hf = (6{,}63 \times 10^{-34} \text{ J·s})(1{,}20 \times 10^{15} \text{ Hz}) = 7{,}96 \times 10^{-19} \text{ J}$$

D'après l'équation 9.9, l'énergie cinétique maximale des électrons est donc

$$K_{\max} = hf - \phi = 7{,}96 \times 10^{-19} \text{ J} - 6{,}41 \times 10^{-19} \text{ J} = 1{,}55 \times 10^{-19} \text{ J}$$

D'après l'équation 9.7, le potentiel d'arrêt est

$$\Delta V_0 = \frac{K_{\max}}{e} = \frac{1{,}55 \times 10^{-19} \text{ J}}{1{,}60 \times 10^{-19} \text{ C}} = 0{,}969 \text{ V}$$

Exemple 9.8

La plaque P d'une cellule photoélectrique (voir la figure 9.13, p. 397), faite d'un matériau pour lequel le travail d'extraction est de 3 eV, est éclairée par une lumière bleue de 400 nm de longueur d'onde. Si l'énergie lumineuse est incidente sur la plaque au rythme de 0,5 W et que 20 % des photons sont absorbés par effet photoélectrique, quel est le courant maximal qu'indiquera l'ampèremètre ?

Solution

D'après l'équation $c = \lambda f$, la fréquence de la lumière est

$$f = (3 \times 10^8 \text{ m/s})/(400 \times 10^{-9} \text{ m}) = 7{,}50 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

et l'énergie d'un photon est donc

$$hf = (6{,}63 \times 10^{-34} \text{ J·s})(7{,}50 \times 10^{14} \text{ Hz}) = 4{,}97 \times 10^{-19} \text{ J}$$

La plaque recevant 0,5 W = 0,5 J/s, cette puissance correspond à (0,5 J/s)/($4{,}97 \times 10^{-19}$ J) = $1{,}01 \times 10^{18}$ photons/s. ■

Comme 20 % de ces photons éjectent avec succès un électron, il y a $2{,}01 \times 10^{17}$ électrons par seconde d'éjectés. Ces électrons portant chacun une charge élémentaire, s'ils sont tous captés par le cylindre C (ce qui suppose un montage en attraction avec ΔV élevé), le courant indiqué par l'ampèremètre sera de

$$(2{,}01 \times 10^{17} \text{ s}^{-1})(1{,}60 \times 10^{-19} \text{ C}) = 0{,}0325 \text{ A}$$

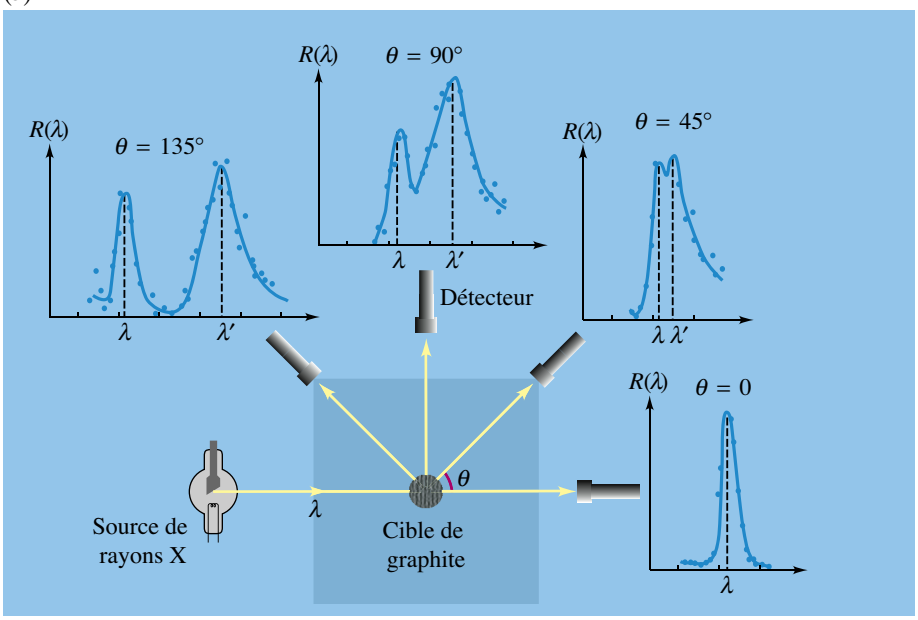
9.4 L'EFFET COMPTON

L'idée que l'énergie d'un système soit quantifiée venait sérieusement remettre en question le modèle électromagnétique issu de la physique classique. Les résultats remarquables obtenus en appliquant cette idée au rayonnement du corps noir et à l'effet photoélectrique ne suffisaient pas encore à convaincre certains scientifiques de la validité du concept de photon. Vers 1910, alors qu'il avait déjà admis la quantification des niveaux d'énergie d'un atome agissant comme oscillateur, Planck lui-même (avec d'autres) écartait catégoriquement l'idée d'une quantification du rayonnement.

En 1923, Arthur H. Compton (1892-1962) réalisa une expérience qu'il avait conçue dans le but de renforcer davantage la validité du nouveau modèle de la lumière proposé par Einstein. Pour ce faire, il utilisa le phénomène de la **diffusion**. Quand on projette de la lumière visible sur un nuage de fumée ou sur un bocal rempli d'eau trouble, on observe qu'elle interagit avec les particules en suspension, puis qu'elle est réémise dans toutes les directions ; on dit qu'elle est *diffusée* par ces particules (figure 9.18*a*). Compton n'utilisa pas de la lumière visible ni des particules en suspension : il projeta des rayons X sur une cible de graphite, puis observa les rayons X diffusés par les atomes de carbone composant cette cible (figure 9.18*b*).

Ce faisant, Compton voulait montrer que les rayons diffusés se comporteraient comme le prédit le modèle du photon et non conformément au modèle électromagnétique. En 1871, Rayleigh avait proposé une théorie classique de la diffusion. Selon le modèle électromagnétique, les particules chargées des atomes de carbone devaient osciller à la fréquence du rayonnement incident et donc ne réémettre qu'à la *même fréquence*. Compton mesura plutôt, comme il l'avait anticipé, que le spectre du rayonnement diffusé comportait deux longueurs d'onde : l'une égale à la longueur d'onde incidente sur la cible (il avait utilisé $\lambda = 0{,}0710$ nm) et l'autre étant *une plus grande longueur d'onde* λ'. L'écart entre ces deux longueurs d'onde dépendait de l'angle de diffusion θ et non du matériau dont était constituée la cible (voir les graphiques sur la figure 9.18*b*). On appelle **effet Compton** l'apparition de la seconde longueur d'onde dans le spectre de la lumière diffusée.

(*b*)



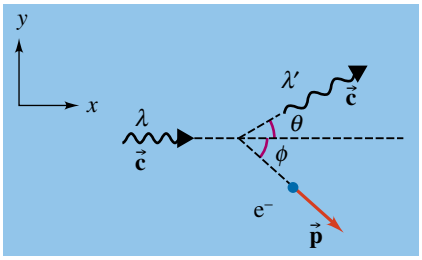
(*a*)

▲ Figure 9.18

(*a*) Après avoir été diffusée par la fumée artificielle, la lumière semble provenir des particules de fumée en suspension dans l'air. (*b*) Compton utilisa des atomes de carbone (cible de graphite) pour diffuser des rayons X. Les graphiques montrent les spectres de la radiation diffusée dans quatre directions. Ce sont les données réelles de Compton. Le pic de droite correspond à la *diffusion de Compton*, celui de gauche étant le pic de la *diffusion de Rayleigh*.

Si l'on représente la lumière comme un jet de photons, cela s'applique aussi aux rayons X. La diffusion de ceux-ci ne peut donc pas s'expliquer par le schéma classique selon lequel les charges oscillent et réémettent, mais doit plutôt être envisagée comme une *collision* entre un photon et ces charges. L'énergie d'un photon étant $E = hf = hc/\lambda$, les photons diffusés sans changement de longueur d'onde n'avaient pas perdu d'énergie dans la collision, alors que ceux dont la longueur d'onde était devenue λ' avaient perdu de l'énergie. Les premiers étaient donc entrés en collision avec quelque chose de massif, les seconds, avec quelque chose de léger. Pour distinguer les deux pics sur les spectres de la figure 9.18*b*, la diffusion avec gain de longueur d'onde est appelée *diffusion de Compton*, alors que celle sans changement de longueur d'onde est appelée *diffusion de Rayleigh* (en l'honneur de celui dont la théorie, inexacte, n'expliquait que ce pic).

Compton, qui avait conçu son expérience précisément pour vérifier ce modèle selon lequel la diffusion est attribuable à des collisions, expliqua la présence d'une longueur d'onde plus élevée dans la radiation diffusée en supposant qu'une collision se produisait entre un photon et un *électron qui est éjecté de l'atome*. Puisque l'énergie du photon de rayon X (≈20 keV) est très supérieure à l'énergie de liaison d'un électron de l'atome, on peut considérer que les électrons sont « libres » et « au repos » avant la collision.



▲ Figure 9.19

Diffusion de Compton. Un photon de longueur d'onde λ est diffusé par un électron, lui-même éjecté à haute vitesse, et est dévié d'un angle θ. Le photon diffusé a une longueur d'onde supérieure λ'.

La collision est représentée à la figure 9.19. Le photon incident est dévié d'un angle θ et l'électron, initialement au repos, est projeté selon un angle ϕ. Dans une collision élastique, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique sont toutes deux conservées (voir le chapitre 9 du tome 1). On peut obtenir le module de la quantité de mouvement du photon incident à partir de l'équation 8.23, en considérant le photon comme une particule sans masse au repos et en substituant son énergie $E = hf = hc/\lambda$. On obtient

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \tag{9.12}$$

On note que cette équation est identique à celle donnant la quantité de mouvement d'une impulsion électromagnétique transportant une énergie correspondant à celle du photon (voir l'équation 4.4).

En appliquant la conservation de la quantité de mouvement selon chaque direction, on trouve

$$\sum p_x = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos\theta + p \cos\phi \tag{9.13}$$

$$\sum p_y = 0 = \frac{h}{\lambda'} \sin\theta - p \sin\phi \tag{9.14}$$

où $p = mv = \gamma m_0 v$. D'après le principe de conservation de l'énergie,

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + K \tag{9.15}$$

où

$$K = (\gamma - 1)m_0c^2$$

est l'énergie cinétique relativiste (équation 8.22) de l'électron après la collision. (L'énergie au repos de l'électron, soit m_0c^2, a été omise des deux côtés.)

Les équations 9.13 à 9.15 et l'équation 8.22 contiennent six variables, trois décrivant le comportement du photon (λ, λ' et θ) et trois décrivant celui de l'électron de recul (K, p et ϕ). Quatre équations étant disponibles, toutes ces variables peuvent être déterminées dès que deux d'entre elles sont connues.

Résoudre un système de quatre équations à quatre inconnues est toutefois fastidieux si l'on ne s'intéresse qu'à prédire le comportement du photon qui subit

la diffusion de Compton. En manipulant le système d'équations de façon à éliminer les trois variables décrivant le comportement de l'électron éjecté (voir le problème P11), on obtient

Déplacement de Compton

$$\lambda' - \lambda = \left(\frac{h}{m_0 c}\right)(1 - \cos\theta) \qquad (9.16)$$

où m_0 est la masse au repos de l'électron. La quantité $h/m_0c = 0{,}002\,43$ nm est appelée **longueur d'onde de Compton**. Puisque le facteur $(1 - \cos\theta)$ ne prend que des valeurs entre 0 et 2, on déduit de l'équation 9.16 que la différence entre λ et λ' ne peut jamais dépasser 0,005 nm environ. Pour des photons de grande longueur d'onde, la variation relative de longueur d'onde est négligeable, mais pas pour des rayons X ou des rayons γ.

La collision avec un électron éjecté de l'atome ne rend toutefois compte que de la diffusion de Compton (le pic de droite sur les spectres de la figure 9.18*b*). La diffusion de Rayleigh, au cours de laquelle un photon subit une collision avec un électron *sans lui transférer d'énergie*, ne peut s'expliquer que si l'électron *demeure lié à son atome* : il faut alors considérer toute la masse de l'atome au lieu de m_0 dans l'équation 9.16. Évidemment, cette explication ne correspond pas à celle qu'envisageait Rayleigh, même si le phénomène porte toujours son nom.

Exemple 9.9

Des rayons X de longueur d'onde 0,024 nm sont diffusés selon un angle de 40° lorsqu'ils traversent un bloc de carbone. (a) Donner les longueurs d'onde des photons diffusés. Dans le cas d'une diffusion de Compton, trouver : (b) l'énergie cinétique de l'électron après la collision ; (c) le module de la quantité de mouvement qui correspond à cette énergie cinétique ; (d) l'angle auquel est alors projeté l'électron.

Solution

(a) Une première longueur d'onde diffusée, attribuée à la diffusion de Rayleigh, est identique à celle des photons incidents, soit $\lambda = 0{,}024$ nm. Quant à la longueur d'onde λ' attribuée à la diffusion de Compton, on l'obtient grâce à l'équation 9.16 :

$$\begin{aligned}\lambda' - \lambda &= (0{,}002\,43\text{ nm})(1 - \cos 40°)\\ &= 0{,}000\,569\text{ nm}\end{aligned}$$

d'où $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda = 0{,}024\,569$ nm. On peut obtenir une variation relative $\Delta\lambda/\lambda$ plus grande en utilisant des rayons X de longueur d'onde plus courte.

(b) D'après la conservation de l'énergie (voir l'équation 9.15), l'énergie cinétique de l'électron est

$$K = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = 1{,}92 \times 10^{-16}\text{ J} = 1{,}20\text{ eV}$$

(c) L'énergie relativiste de l'électron est

$$\begin{aligned}E &= m_0c^2 + K\\ &= (9{,}11 \times 10^{-31}\text{ kg})(3 \times 10^8\text{ m/s})^2 + 1{,}92 \times 10^{-16}\text{ J}\\ &= 8{,}22 \times 10^{-14}\text{ J}\end{aligned}$$

L'équation 8.23 permet donc de calculer la quantité de mouvement correspondante, soit $p = 1{,}89 \times 10^{-23}$ kg·m/s.

Ici, l'utilisation des équations de la mécanique classique aurait donné $1{,}87 \times 10^{-23}$ kg·m/s, ce qui n'introduit pas une erreur importante. Toutefois, la diffusion de Compton se produit le plus souvent quand les photons incidents sont encore plus énergétiques, et le recours aux équations relativistes est alors absolument obligatoire. ■

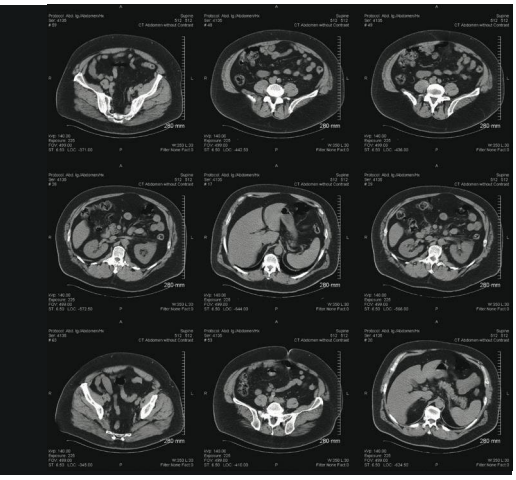
(d) En substituant les valeurs connues dans l'équation 9.14 (on aurait aussi pu utiliser l'équation 9.13), on obtient

$$\begin{aligned}0 = &\frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\text{ J·s})}{(0{,}024\,569 \times 10^{-9}\text{ m})}\sin 40°\\ &- (1{,}89 \times 10^{-23}\text{ kg·m/s})\sin\phi\end{aligned}$$

d'où $\phi = 66{,}7°$. On peut aussi déterminer ϕ en évitant tout recours au calcul de la quantité de mouvement : il suffit de substituer les autres données connues à la fois dans l'équation 9.13 et dans l'équation 9.14, ce qui donne une expression pour $p \sin\phi$ et une expression pour $p\cos\phi$. En les divisant l'une par l'autre, on obtient une expression pour $\tan\phi$, ce qui élimine p.

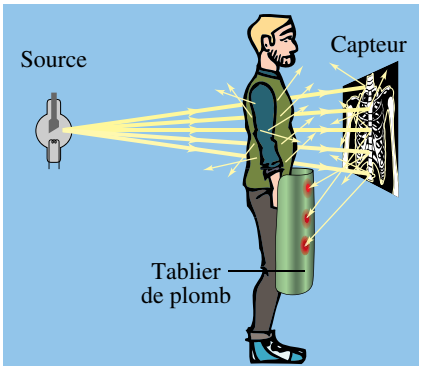
(*a*)

(*b*)



▲ Figure 9.20

(*a*) Le tomodensitomètre, aussi désigné par l'acronyme anglais *CT scanner*. Son anneau contient un tube à rayons X et des détecteurs qui pivotent autour du patient. (*b*) Ces neuf images de l'abdomen sont des tranches *axiales*, qu'il aurait été impossible d'obtenir avec une radiographie traditionnelle.



▲ Figure 9.21

Le faisceau issu du tube à rayons X n'atteint que la partie visée, ici les poumons. Toutefois, les photons qui ont subi un effet Compton peuvent atteindre d'autres parties du corps. C'est contre ces derniers qu'il faut ici protéger le patient.

En somme, l'effet Compton ne pouvait s'expliquer que si l'on acceptait définitivement d'avoir recours à un modèle corpusculaire de la lumière : la lumière se comportait tellement comme un jet de particules qu'elle était capable de provoquer des collisions ! Cette expérience acheva de convaincre la plupart des physiciens de la validité de la notion de photon, comme Compton l'avait voulu.

L'imagerie par rayons X

La radiographie traditionnelle est une application médicale courante de l'effet Compton. La partie du corps qu'on veut radiographier est placée devant une source de photons énergétiques avec, de l'autre côté, un capteur fait d'une grille de millions de petits détecteurs (comme les pixels du capteur d'un appareil photo). Les os et les dents diffusent efficacement les photons incidents (par effet Compton), alors que les tissus mous les diffusent moins bien. Les pixels du capteur qui sont situés vis-à-vis des tissus mous reçoivent donc plus de photons, alors que ceux vis-à-vis des tissus osseux sont dans l'« ombre ». Il en découle une image « en négatif » des tissus osseux.

Parfois, ce sont les tissus mous qu'on veut distinguer entre eux, ce qui est possible notamment en utilisant des photons un peu plus énergétiques. L'utilisation d'une longueur d'onde plus courte accroît la probabilité relative qu'un effet Compton se produise, comparativement à la probabilité d'un effet photoélectrique*, ce qui permet de mieux différencier les tissus mous entre eux. Les plus courtes longueurs d'onde, de l'ordre de 1×10^{-11} m, sont utilisées pour les radiographies des organes creux, comme les poumons ; les plus grandes, de l'ordre de 6×10^{-11} m, sont utilisées pour les os des doigts. On peut aussi augmenter le contraste de l'image de certains tissus en utilisant un *agent de contraste*, une substance qu'on injecte au patient ou qu'on lui fait ingérer. Par exemple, l'injection d'un alcool dont les molécules portent plusieurs atomes d'iode accroît la probabilité que le sang produise des effets Compton.

Depuis les années 1970, l'usage médical de l'effet Compton dépasse la simple radiographie traditionnelle. Une technique d'imagerie appelée *tomodensitométrie* fait pivoter autour du patient un tube à rayons X muni de plusieurs capteurs afin de prendre des images selon une multitude d'angles (figure 9.20*a*). Ensuite, un ordinateur utilise un algorithme pour combiner ces données dans le but de produire des images tridimensionnelles ou des images de coupes qu'il serait impossible de radiographier directement (figure 9.20*b*). L'effet Compton est aussi en cause dans la radiothérapie, dont il sera question au chapitre 12.

Puisqu'un électron est expulsé d'un atome lors de chaque effet Compton, les rayons X produisent des ions sur leur passage dans le corps du patient. Si l'ionisation survient dans une molécule d'ADN, une mutation peut se produire (un danger dont nous reparlerons à la section 12.5). C'est pourquoi on utilise un tablier de plomb pour protéger les parties du corps non examinées, particulièrement les organes reproducteurs. Contrairement à l'idée reçue, ce tablier ne sert pas toujours qu'à protéger le patient contre des rayons X provenant directement de la source, mais parfois aussi, comme c'est le cas dans une radiographie des poumons, contre des rayons X diffusés à près de 180° par le capteur (figure 9.21). Pour des raisons semblables, le technicien, lui, ne se contente pas

* En cas d'effet photoélectrique, ce sont les électrons des couches internes de l'atome, les plus fortement liés, qui ont le plus de chances d'être arrachés.

de simplement éviter le trajet de la source : il doit carrément quitter la pièce. En effet, il se protège des rayons X diffusés par le patient, qui sont beaucoup plus abondants que ceux diffusés par le capteur.

Exemple 9.10

Dans un tube à rayons X, des électrons sont accélérés par une différence de potentiel de 75 kV. En percutant une cible, les électrons brusquement décélérés émettent les rayons X (voir les sections 7.8 et 11.5). (a) Quelle est la longueur d'onde d'un photon dont l'énergie correspond à l'énergie cinétique d'un électron incident sur la cible ? (b) Quelle est sa longueur d'onde maximale et son énergie minimale après avoir subi un effet Compton ?

Solution

(a) En traversant la différence de potentiel de 75 kV, chaque électron gagne une énergie potentielle

$$K = |q\Delta V| = (1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C})(75\ 000\ \text{V}) = 1{,}20 \times 10^{-14}\ \text{J}$$

Si l'électron produit un seul photon, ce dernier aura donc une énergie de $1{,}20 \times 10^{-14}$ J. Par l'équation $E = hf = hc/\lambda$, on trouve $\lambda = 1{,}65 \times 10^{-11}$ m.

(b) D'après l'équation 9.16, la *variation* de longueur d'onde est $\lambda' - \lambda = (2{,}43 \times 10^{-12}\ \text{m})(1 - \cos\theta)$. Cette variation est maximale pour $\theta = 180°$. Le photon diffusé a alors la longueur d'onde

$$\lambda' = (1{,}65 \times 10^{-11}\ \text{m}) + (4{,}86 \times 10^{-12}\ \text{m}) = 2{,}14 \times 10^{-11}\ \text{m}$$

L'énergie correspondante (minimale) est

$$E' = hc/\lambda' = 0{,}929 \times 10^{-14}\ \text{J}$$

Puisqu'il conserve les trois quarts de son énergie initiale, le photon diffusé demeure dangereux. Nous reviendrons sur ce danger à la section 12.5. ■

9.5 LES SPECTRES DE RAIES

Lorsqu'un gaz raréfié est confiné dans un tube à décharge qu'on met sous tension, il est parcouru d'un courant électrique et il émet de la lumière. Ce phénomène est celui exploité dans les enseignes commerciales dites « au néon ». Les spectres d'émission produits par de tels gaz raréfiés sont fort différents des spectres d'émission d'objets denses ou de cavités rayonnantes. D'abord, il s'agit de spectres discrets, alors que le spectre d'un corps noir est continu. De plus, contrairement au spectre d'un corps noir qui est universel et ne dépend pas du matériau, l'ensemble des raies que contient le spectre d'un gaz raréfié est typique de l'élément qui compose ce gaz : un peu comme une empreinte digitale, il permet d'*identifier* cet élément. Ainsi, le rubidium, le césium, l'hélium, le thorium et l'indium ont été découverts dans les années 1860 par l'étude de leur spectre.

Ces deux types de spectres sont moins distincts qu'il ne le semble : des atomes isolés émettent un spectre discret, mais si on compacte les mêmes atomes pour former un solide dense, le spectre enregistré devient continu. On devine que les photons nous atteignent directement dans le premier cas, alors qu'ils sont altérés par de multiples interactions avec la matière dans le second cas. Nous reviendrons plus loin sur les phénomènes qui causent ces altérations, mais on peut retenir pour le moment que l'observation du spectre d'un gaz raréfié donne accès directement à ce que les atomes isolés émettent.

Les atomes de chaque élément étant différents, on comprend que le spectre qu'ils produisent est différent. Nous allons voir dans les prochaines sections comment les spectres de raies nous renseignent sur la structure interne des atomes. Mais au début du XX^{e} siècle, la physique classique ne permettait pas

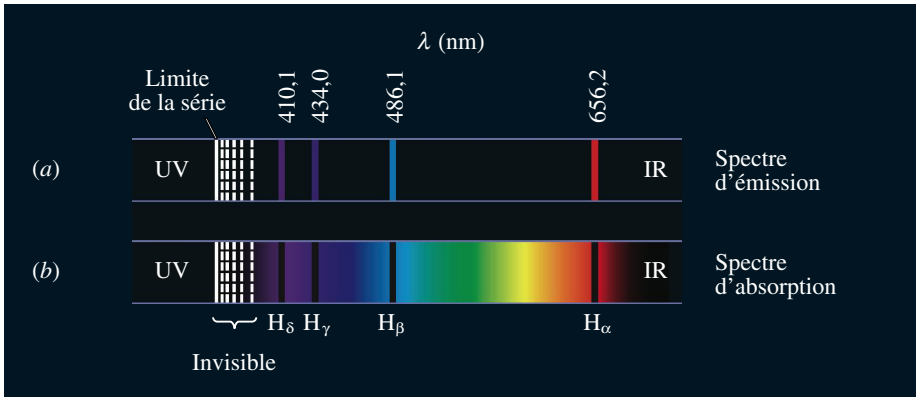
d'expliquer ces spectres de raies ni de les faire correspondre à des atomes connus. Tout au plus, l'examen du spectre de l'hydrogène laissait supposer qu'une explication théorique simple était à portée de main.

Le spectre de l'hydrogène

Les mesures spectroscopiques montrent que la partie visible du spectre d'émission de l'hydrogène (figure 9.22*a*) comprend quatre raies de longueurs d'onde 410,1 nm, 434,0 nm, 486,1 nm et 656,2 nm. À la température appropriée, on obtient exactement les mêmes raies dans son spectre d'absorption (figure 9.22*b*). On voit sur la figure que ces raies présentent un comportement « en série », en ce sens où elles sont de plus en plus rapprochées entre elles à mesure que la longueur d'onde diminue. En 1884, Johann Jakob Balmer (1825-1898), un enseignant de mathématique suisse inspiré par l'apparence de série des raies d'absorption, trouva par essais et erreurs que ces longueurs d'onde pouvaient être représentées par une seule formule. La **formule de Balmer** s'écrit

Formule de Balmer

$$\lambda_n = (364{,}56\text{ nm})\frac{n^2}{n^2 - 4} \qquad n = 3, 4, 5, 6 \quad (9.17)$$



▶ Figure 9.22

Le spectre visible de l'hydrogène comprend quatre raies, qu'on peut trouver tant (*a*) dans le spectre d'émission que (*b*) dans le spectre d'absorption. Ces quatre raies manifestent un comportement « en série », en ce sens où elles sont de plus en plus rapprochées entre elles à mesure que la longueur d'onde diminue. On voit que ce comportement se poursuit dans l'ultraviolet, où des raies supplémentaires furent découvertes. L'ensemble de ces raies forme la *série de Balmer.*

Si l'on donne à n des valeurs entières, les longueurs d'onde sont reproduites avec une erreur qui ne dépasse pas 1 partie sur 40 000 ! Vers 1890, Johannes Robert Rydberg (1854-1919) a établi des formules semblables pour les spectres des éléments alcalins Li, Na, K et Cs. Il a également suggéré de récrire la formule de Balmer sous la forme d'une différence entre deux termes. Elle devient alors

Formule de Rydberg

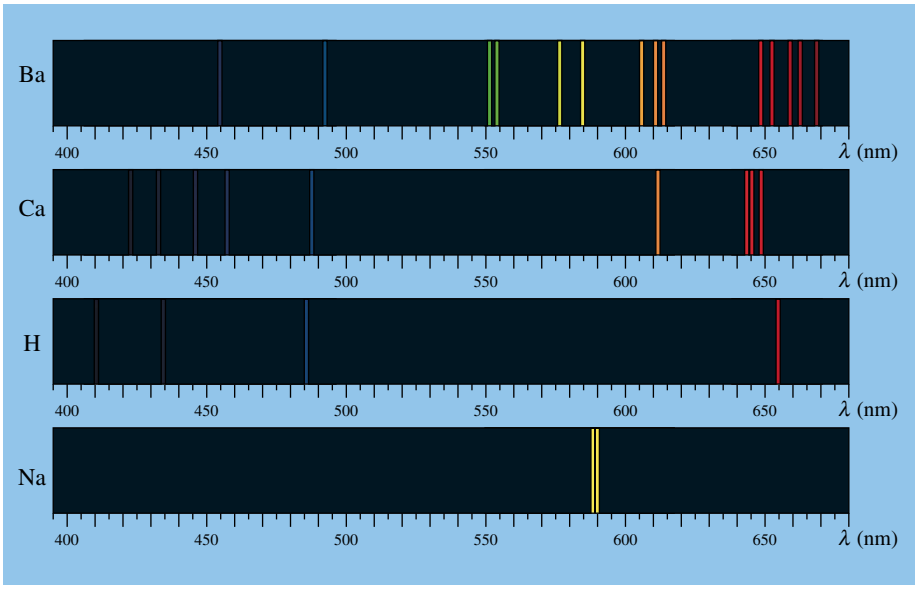
$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (9.18)$$

où

$$R = 1{,}097\,37 \times 10^7\ \text{m}^{-1}$$

est une constante qui porte maintenant le nom de *constante de Rydberg.*

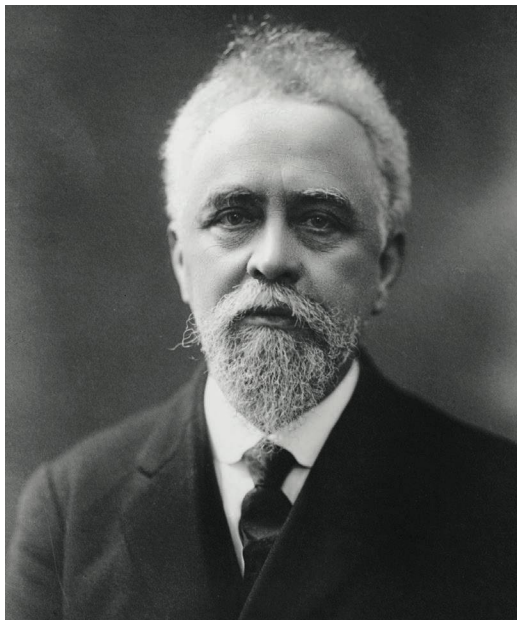
En 1908, un « principe de combinaison » fut découvert par Walther Ritz (1878-1909) : la fréquence d'une raie dans le spectre d'un élément donné pouvait être exprimée sous la forme d'une combinaison simple (somme ou différence) des fréquences de deux autres raies du même spectre. L'idée des spectres de raies commençait enfin à avoir une certaine logique, mais il fallut patienter encore cinq ans avant de pouvoir leur attribuer un fondement théorique. Leur compréhension allait devoir attendre l'évolution des modèles atomiques.



Les spectres de raies de divers éléments. Contrairement au spectre d'un corps noir, qui ne dépend pas du matériau, celui émis par un gaz raréfié est unique à l'élément qui compose ce gaz. Dans les spectres ci-contre, notez la double raie jaune du sodium (dont la forte intensité détermine la couleur des lampes au sodium utilisées dans l'éclairage urbain ou la culture en serre) de même que la raie rouge de l'hydrogène (qui entraîne la couleur rose des enseignes commerciales utilisant ce gaz).

9.6 LES MODÈLES ATOMIQUES CLASSIQUES

Dès l'Antiquité grecque, Démocrite (460-370 av. J.-C.) avait esquissé une représentation atomique de la matière, mais ce n'est qu'au tout début du XIX^e^ siècle que ce modèle refit surface, grâce au chimiste John Dalton (1766-1844). D'abord pratique pour expliquer les réactions chimiques et les proportions stœchiométriques, il n'était toutefois pas considéré comme essentiel : plusieurs physiciens insistaient pour représenter la matière tel un continuum. Le débat ne fut véritablement clos qu'en 1912, quand Jean Perrin (figure 9.23) documenta un grand nombre d'expériences qui conduisaient toutes à la *même* valeur du nombre d'Avogadro, ce qui ne pouvait être un hasard. Même si les atomes ne pouvaient être vus, Perrin n'en conclut pas moins que leur existence était une réalité, ce que personne n'a remis en question depuis.



▲ Figure 9.23
Jean Perrin (1870-1942) a achevé de convaincre la communauté scientifique que la matière est faite d'atomes.

Au début du XX^e^ siècle, les idées atomistes avaient gagné beaucoup de terrain, mais l'atome était encore conçu comme une « bille » indivisible. La découverte de l'électron, en 1897, remit en question cette conception : si des électrons peuvent être éjectés de la matière et que la matière est faite d'atomes, alors les atomes doivent forcément contenir des électrons. Le débat sur la structure interne des atomes ne faisait que commencer.

En 1904, J. J. Thomson suggéra qu'un atome était composé d'une sphère d'un diamètre de l'ordre de 0,1 nm, chargée positivement, dans laquelle étaient imbriqués des électrons (modèle « plum-pudding »). Thomson cherchait surtout à expliquer les liaisons chimiques et la périodicité des propriétés des éléments (voir la section 11.6). Il réussit notamment à montrer que des électrons immergés dans une sphère chargée positivement atteignent une position d'équilibre en se disposant *en diverses couches*. Il eut alors l'idée de relier la succession des couches à la périodicité des propriétés chimiques. Malgré ce relatif succès, son modèle n'était pas viable, car il ne permettait absolument pas de prédire les spectres de raies : les fréquences des modes normaux d'oscillation des électrons dans diverses configurations ne correspondent pas aux fréquences lumineuses observées ; dans le cas de l'hydrogène, en particulier, l'unique électron oscillerait toujours à la même fréquence, alors que le spectre de cet élément comporte bien plus qu'une seule raie.

Exemple 9.11

Sachant la masse volumique ρ et la masse molaire M d'un matériau solide, on peut utiliser le nombre d'Avogadro pour confirmer qu'un atome a un diamètre d'environ 0,1 nm. Réaliser ce calcul pour le cuivre ($\rho = 8{,}92$ g/cm^3, $M = 63{,}55$ g/mol).

Solution

Une mole de cuivre occupe un volume

$$\begin{aligned} M/\rho &= (63{,}55\text{ g})/(8{,}92\text{ g/cm}^3) \\ &= 7{,}12\text{ cm}^3 \\ &= 7{,}12 \times 10^{-6}\text{ m}^3 \end{aligned}$$

Cela correspond au volume occupé par $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ atomes, donc chaque atome occupe

$$(7{,}12 \times 10^{-6}\text{ m}^3)/N_A = 1{,}18 \times 10^{-29}\text{ m}^3$$

Le cuivre étant un solide, on ne fait pas une erreur importante en négligeant l'espace libre entre les atomes. ■

Une sphère dont le volume $V = 4\pi R^3/3$ correspond à cette valeur que nous venons d'obtenir a un rayon $R = 0{,}141$ nm et un diamètre de 0,283 nm. Cela correspond à l'ordre de grandeur de la sphère positive dans le modèle de Thomson, de même qu'à celui des diamètres d'atomes dans les modèles atomiques d'aujourd'hui.

Pendant quelques années, les scientifiques s'habituèrent à envisager la matière dans les termes du modèle de Thomson. Mais en 1909, Ernest Rutherford (1871-1937) demanda à deux de ses assistants, Hans Geiger (1882-1945) et Ernest Marsden (1889-1970), d'étudier la diffusion des particules alpha (atomes d'hélium ionisés deux fois) par une feuille d'or très mince (figure 9.24). Selon le modèle de Thomson, la substance positivement chargée des atomes était relativement perméable puisque les électrons devaient pouvoir y osciller ou en être éjectés ; Rutherford s'attendait donc à ce que les particules α projetées à haute énergie traversent sans peine les atomes d'or. La charge positive de ces derniers étant répartie sur l'ensemble de l'atome, on s'attendait, calculs statistiques à l'appui, à ce que la plus grande partie du faisceau sorte de la feuille d'or avec une largeur voisine de 3°, avec quelques particules diffusées jusqu'à 20°. Au contraire, Geiger et Marsden constatèrent qu'environ 1 particule α sur 8000 était diffusée selon un angle *supérieur à 90°* ! Rutherford décrivit en ces mots son excitation :

> *C'est bien la chose la plus incroyable qui me soit jamais arrivée. C'était presque aussi incroyable que si j'avais tiré un obus de quinze pouces sur un morceau de papier et qu'il avait rebondi sur moi.*

Puisque la masse d'une particule α est près de 7000 fois plus grande que celle d'un électron, les électrons jouent un rôle négligeable dans la diffusion. Par contre, la masse de la partie positive de l'atome d'or est près de 50 fois celle d'une particule α. Si la charge de la partie positive était répartie uniformément sur la totalité de l'atome ($r \approx 0{,}1$ nm), comme l'avait modélisé Thomson, elle ne pourrait pas produire de déviation aussi importante. Rutherford en conclut

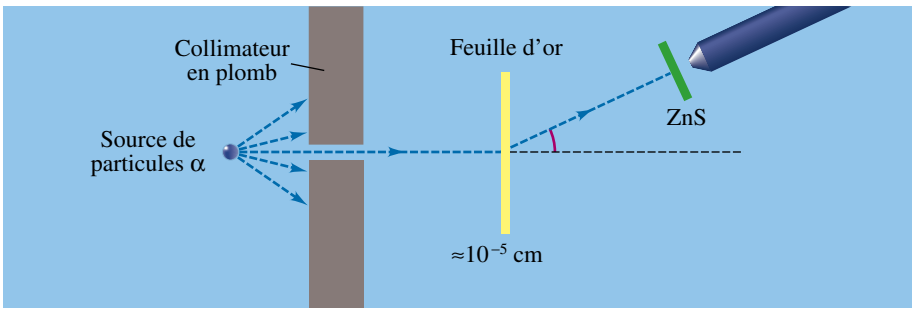
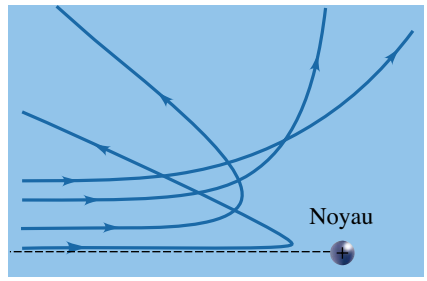


Figure 9.24
Dans l'expérience de Geiger et Marsden, des particules α de haute énergie étaient diffusées par une mince feuille d'or. Les particules diffusées étaient détectées sous forme d'éclairs sur un écran de ZnS.

donc que le modèle atomique de Thomson devait être complètement rejeté : seule une force répulsive extrêmement forte pouvait causer une déviation aussi substantielle des particules α. Or, la loi de Coulomb (voir le chapitre 1 du tome 2) montre qu'une telle force n'est possible que si deux objets chargés se rapprochent très près l'un de l'autre sans s'interpénétrer. Rutherford en déduisit que la partie positive de l'atome devait être concentrée dans un volume extrêmement petit ($r \approx 10^{-14}$ m), que nous appelons maintenant le **noyau**.

La déviation d'une particule α dépend de la distance minimale à laquelle elle s'approche du noyau (figure 9.25). À l'occasion, on peut observer une « collision » frontale dans laquelle le sens du mouvement de la particule α s'inverse : la force étant alors parallèle à la trajectoire, la particule ralentit, est momentanément immobilisée, puis revient sur ses pas. C'est dans cette circonstance que la particule s'approche le plus du noyau. Ce cas particulier nous permet donc d'obtenir une estimation de la taille maximale que peut avoir le noyau, comme l'illustre l'exemple suivant.



▲ **Figure 9.25**

Selon le modèle atomique de Rutherford, les particules α étaient diffusées par la force de répulsion électrique d'une petite particule (le noyau) plutôt qu'en traversant une grande sphère, comme le prévoyait le modèle de l'atome de Thomson. Chaque particule α était soumise à une seule « collision » très forte.

Exemple 9.12

Une particule α animée d'une vitesse de 2×10^7 m/s entre en « collision » frontale avec un noyau d'or, qui porte une charge de $79e$. Quelle est la distance minimale au noyau ? On donne $m_\alpha = 6{,}7 \times 10^{-27}$ kg, $q_\alpha = 2e$ et on suppose que le noyau d'or demeure au repos.

Solution

Conformément à la définition donnée à la section 9.2 du tome 1, le terme « collision » est utilisé bien qu'il n'y ait aucun contact avec le noyau. Ce problème peut donc se résoudre facilement par la conservation de l'énergie mécanique. L'énergie initiale du système est simplement l'énergie cinétique de la particule α. (Puisque $v < 0{,}1c$, l'expression classique de l'énergie cinétique est pratiquement exacte.) À la distance d'approche la plus courte r_0, la particule α est momentanément au repos et le système a donc uniquement une énergie potentielle électrique. ■

Les énergies initiale et finale sont

$$E_\text{i} = K_\alpha = \tfrac{1}{2} m_\alpha v^2 \qquad E_\text{f} = U_E = \frac{k q_\alpha q_\text{Au}}{r_0}$$

En égalant ces deux expressions, on trouve

$$r_0 = 2{,}72 \times 10^{-14} \text{ m}$$

Cette valeur correspond à une limite supérieure de la taille du noyau.

Le nouveau modèle atomique de Rutherford, comportant un noyau (alors supposé indivisible), permettait de prédire avec une remarquable efficacité la proportion de particules α déviées dans chaque direction. La présence du noyau dans le modèle atomique devenait donc un concept incontournable, mais cela ne révélait rien sur le comportement que devaient avoir les électrons. Or, en 1904, Hantarō Nagaoka (1865-1950) avait proposé un modèle dans lequel des électrons formaient des anneaux (comme les anneaux de Saturne), mais il ne pouvait pas expliquer comment un tel système peut être stable. Un « modèle planétaire » dans lequel les électrons sont en orbite autour du noyau est mécaniquement stable mais, selon la théorie de Maxwell, un électron en accélération (même centripète) émet continuellement du rayonnement. À cause de la perte d'énergie correspondante, tout électron devrait donc tomber sur le noyau en 10^{-8} s environ, suivant une spirale. Il est évident que cette prédiction ne correspond pas à l'observation quotidienne qui montre que la matière est très stable sur de longues périodes. De plus, le rayonnement couvrirait une plage continue de fréquences, ce qui est contraire au spectre de raies observé.

Encore une fois, la physique classique atteignait donc une impasse : elle avait réussi à expliquer correctement la déviation des particules α avec le concept de noyau atomique, mais échouait complètement à expliquer la stabilité de l'atome et l'émission d'un spectre de raies propre aux atomes de chaque élément.

9.7 LE MODÈLE DE BOHR POUR L'ATOME À UN SEUL ÉLECTRON

▲ **Figure 9.26**

Ernest Rutherford, à gauche, et Niels Bohr, à droite, accompagnés de leurs épouses, Mary Georgina Newton et Margrethe Nørlund.

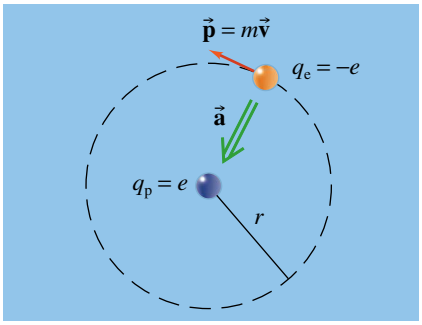
Après avoir obtenu son doctorat en 1911, Niels Bohr travailla quelque temps sous la direction de Rutherford (figure 9.26). À son avis, la constante de Planck était la clé du modèle atomique et il fut encouragé par l'analyse dimensionnelle qui suit. Si m et e sont la masse et la charge de l'électron, et si k est la constante dans la loi de Coulomb, alors la quantité h^2/mke^2 a les dimensions d'une longueur et sa valeur numérique concorde à peu près avec la taille des atomes telle qu'on pouvait la déduire de la valeur connue du nombre d'Avogadro.

Bohr progressa toutefois très lentement dans ses travaux jusqu'à ce qu'il entende parler de la formule de Balmer-Rydberg, en juillet 1912. Il se concentra ensuite uniquement sur l'atome d'hydrogène (un seul électron). D'après la formule de Balmer-Rydberg, les valeurs discrètes que prend l'énergie (hc/λ) des photons absorbés par les atomes d'hydrogène sont dans des relations simples. Cela révèle que l'énergie *contenue dans l'atome* ne peut prendre que des valeurs bien précises. Forcément, il y a une contradiction avec la prédiction classique selon laquelle l'atome devait radier son énergie de façon *continue*.

En 1913, Bohr présenta un modèle théorique de l'atome d'*hydrogène* qui rend compte de cette idée. Ce modèle permet même de prédire la formule de Balmer-Rydberg et est cohérent avec le résultat de l'analyse dimensionnelle ci-dessus. Il repose sur deux postulats. Le premier postulat s'énonce comme suit :

Premier postulat du modèle de Bohr

L'électron se déplace uniquement sur certaines orbites circulaires, appelées *états stationnaires*. Ce mouvement peut être décrit par la physique classique.



▲ **Figure 9.27**

Dans le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène, un électron est en orbite circulaire autour d'un proton. Contrairement aux prédictions de la physique classique, Bohr postule que cette orbite est stable.

Bohr postule ainsi la stabilité de l'atome sans vraiment expliquer pourquoi il est stable. Ce faisant, on peut considérer qu'il s'inspirait des idées véhiculées par la « vieille théorie quantique » qui équivalaient souvent à postuler que certaines valeurs étaient permises et que les autres étaient interdites. Toutefois, ces idées étaient maintenant introduites dans un nouveau domaine : ce n'était pas l'énergie qui était quantifiée, mais la trajectoire d'un électron, qui ne pouvait *que* suivre certains cercles (la spirale prédite par la théorie classique devenait donc tout simplement interdite).

La figure 9.27 représente un électron de masse m et de charge $-e$ se déplaçant à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ sur une orbite circulaire stable de rayon r autour d'un noyau de charge $+e$. (Nous verrons au chapitre 12 qu'on identifia en 1919 le noyau de l'hydrogène ordinaire comme un *proton*.) La force centripète est fournie par l'attraction de Coulomb entre l'électron et le noyau. D'après la deuxième loi de Newton, $\sum F_r = ma_r$, avec $a_r = v^2/r$, on obtient

$$\frac{k|q_p q_e|}{r^2} = \frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \qquad (9.19)$$

D'après l'équation 4.14 du tome 2, soit $U = kqQ/r$, l'énergie potentielle électrique de ce système de deux charges est $U = -ke^2/r$. Le proton étant 1840 fois plus lourd que l'électron, on peut négliger son énergie cinétique, de telle sorte que l'énergie mécanique de l'atome est

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{ke^2}{r}$$

où m et v se rapportent à l'électron. D'après l'équation 9.19, on trouve $K = ke^2/2r$, donc

Énergie mécanique de l'atome dans le modèle de Bohr

$$E = -\frac{ke^2}{2r} \qquad (9.20)$$

Notez que cette énergie est nécessairement négative, car $K < |U|$, ce qui signifie que l'électron est *captif* du noyau : l'énergie cinétique de l'électron est insuffisante pour qu'il puisse sortir du puits de potentiel causé par le noyau. (On dit alors que l'électron et le noyau forment un *système lié* ; voir la section 4.4 du tome 2.)

Le deuxième postulat précise quand l'atome peut émettre ou absorber de la lumière. En le formulant, Bohr ignora volontairement deux prédictions de la théorie électromagnétique de Maxwell : celle voulant qu'un électron qui accélère doit rayonner et celle voulant qu'une émission de lumière à une fréquence donnée nécessite qu'une charge électrique oscille à la même fréquence*. Bohr fit ce choix, car il savait que la théorie de Maxwell ne permettait pas d'expliquer le spectre de rayonnement du corps noir ni l'effet photoélectrique et il inférait que les prédictions de cette théorie n'étaient pas valables non plus dans le cas du spectre de l'hydrogène. Il postula plutôt que l'atome émettait tout rayonnement sous forme de photons. Puisque cette émission d'énergie devait se faire au détriment d'énergie perdue par l'atome, elle devait s'accompagner du passage d'un état stationnaire à un autre :

Deuxième postulat du modèle de Bohr

Il y a émission d'un photon seulement si un électron passe d'une orbite permise (état stationnaire) à une autre orbite permise d'énergie inférieure. De même, l'absorption d'un photon produit le passage vers un état stationnaire d'énergie plus élevée.

Plus loin, nous utiliserons le principe de conservation de l'énergie pour déduire l'énergie des photons émis ou absorbés lors de chaque transition possible.

Nous allons maintenant nous écarter des premiers travaux de Bohr afin de présenter une approche simplifiée. Il n'existe pas de justification pour le premier postulat concernant les orbites stationnaires, un postulat que Bohr avait dû énoncer pour tenir compte du fait que les atomes ne s'effondrent pas

* D'après le modèle atomique issu de la mécanique quantique (voir le chapitre 11), plus récent que celui de Bohr associé à la « vieille théorie quantique », cette idée classique est indirectement de retour : lors d'une transition qui entraîne l'émission d'un photon, la *probabilité de présence* de l'électron oscille brièvement dans l'espace et la fréquence de cette oscillation correspond à la fréquence du photon émis. Même dans son modèle, Bohr considérait que la fréquence d'oscillation de l'électron devait correspondre à la fréquence émise dans une certaine limite (voir la section 9.9).

spontanément. Pour en donner une expression formelle, nous avons besoin d'une condition quantique qui limite les valeurs que peuvent prendre les rayons des orbites. Vers la fin de son premier article, Bohr soulignait au passage que le module du moment cinétique* de l'orbite était quantifié, sans toutefois prendre cette idée très au sérieux. On ne se rendit compte que plus tard (vers 1915) qu'il s'agit là d'un aspect *fondamental* de la théorie quantique et nous allons donc en faire notre « troisième » postulat :

Troisième postulat du modèle de Bohr

Le module du moment cinétique $L = mvr$ de l'électron ne peut prendre que des valeurs entières multiples de $h/2\pi$ ($\equiv \hbar$) :

$$mvr = n\hbar \tag{9.21}$$

où n est le « nombre quantique » de l'atome considéré. En égalant la relation $v = n\hbar/mr$ tirée de cette équation avec $v = \sqrt{ke^2/mr}$ tirée de l'équation 9.19, on trouve le rayon de la $n^{\text{ième}}$ orbite :

Rayon de l'orbite de l'électron dans le modèle de Bohr

$$r_n = \frac{\hbar^2}{mke^2}n^2 \tag{9.22a}$$

Ce résultat correspond précisément à l'intuition de Bohr qui, à la suite d'une analyse dimensionnelle simple, avait estimé que la taille d'un atome devait être liée par un multiple quelconque à la quantité h^2/mke^2. En substituant les valeurs numériques (voir l'exemple 9.13), l'équation 9.22*a* devient

$$r_n = (0{,}0529 \text{ nm})n^2 \tag{9.22b}$$

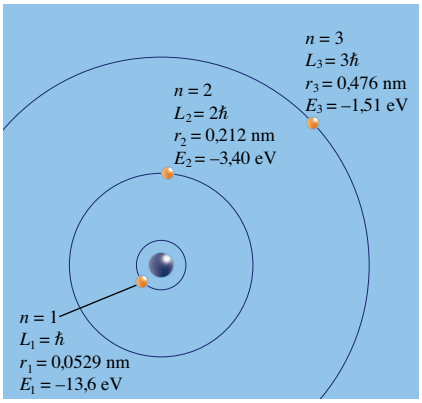
L'état stationnaire $n = 1$ a le rayon le plus petit et les états suivants ont des rayons qui augmentent rapidement (figure 9.28). Le rayon $n = 1$ concorde avec la grosseur typique d'un atome telle qu'on peut la déduire à partir du nombre d'Avogadro (voir l'exemple 9.11). Si l'on substitue l'équation 9.22*a* dans l'équation 9.20, on obtient que l'énergie mécanique de la $n^{\text{ième}}$ orbite est

$$E_n = -\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \tag{9.23a}$$

En substituant les valeurs numériques, on obtient

$$E_n = -(2{,}18 \times 10^{-18} \text{ J})\frac{1}{n^2} = -(13{,}6 \text{ eV})\frac{1}{n^2} \tag{9.23b}$$

À la figure 9.28, l'énergie des premiers niveaux est inscrite à côté de chaque orbite. On constate que le niveau $n = 1$ est celui dont l'énergie est minimale. Quand l'atome perd de l'énergie, il ne peut pas descendre sous $E_1 = -13{,}6$ eV.



▲ Figure 9.28

Le moment cinétique de l'électron est quantifié dans le modèle de Bohr : il est un multiple entier de $\hbar$. Par conséquent, le rayon et l'énergie de chaque état stationnaire ne peuvent prendre que des valeurs discrètes. Le *niveau fondamental* ($n = 1$) est le plus stable, c'est-à-dire celui dont l'énergie (et le rayon) est la plus faible.

* Le moment cinétique d'une particule se définit comme $\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p}$, où $\vec{r}$ est la position de la particule et $\vec{p}$, sa quantité de mouvement. Dans le cas d'une particule décrivant une orbite circulaire comme à la figure 9.27, le module du moment cinétique est donné par $\|\vec{r} \times \vec{p}\| = \|\vec{r} \times m\vec{v}\| = mvr \sin 90° = mvr$. Pour en savoir plus sur le concept de moment cinétique, voir le chapitre 12 du tome 1.

En l'absence d'une source d'énergie pour le faire remonter vers des niveaux plus élevés, il restera indéfiniment à son niveau $n = 1$, qu'on appelle pour cette raison le **niveau fondamental**. Les niveaux $n > 1$ sont les **niveaux excités**.

Considérons de l'hydrogène à la température ambiante. À chaque instant t, la très grande majorité des atomes de ce gaz sont à leur niveau fondamental. Il est possible d'utiliser deux moyens pour qu'un atome change de niveau d'énergie : au cours de l'**excitation radiative**, le nombre quantique de l'atome augmente en raison de l'absorption d'un photon ; au cours de l'**excitation collisionnelle**, il augmente en raison d'un choc avec une particule qui lui a transféré de l'énergie. L'excitation radiative n'est possible que si le photon incident a une énergie qui correspond exactement à l'écart entre deux niveaux d'énergie de l'atome. En revanche, pour que l'excitation collisionnelle se produise, il suffit que la particule incidente possède une énergie cinétique supérieure ou égale à l'écart en question (si l'énergie cinétique est plus grande, la particule garde tout simplement l'excédent après la collision).

Si l'énergie du photon ou de la particule qui excite l'électron est assez grande, l'électron sera carrément éjecté de l'atome. Ce processus porte le nom d'**ionisation**. Il faut 13,6 eV pour faire passer un atome d'hydrogène de son niveau fondamental à un niveau tel que le noyau et l'électron sont séparés et immobiles ($E = K + U \approx 0$). En d'autres termes, l'énergie d'ionisation pour l'hydrogène est égale à 13,6 eV. La théorie de Bohr concorde remarquablement bien avec l'observation sur ce point.

Une fois l'atome excité, il ne le demeure jamais bien longtemps : il revient au niveau fondamental en se départissant de l'énergie excédentaire en une ou plusieurs étapes. Chaque étape peut faire appel à l'émission d'un photon (**désexcitation radiative**) ou à une collision au cours de laquelle l'atome cède de l'énergie (**désexcitation collisionnelle**).

Les lasers trouvent aujourd'hui de nombreuses applications, comme la soudure de précision. Sur quel concept leur fonctionnement est-il basé ?

Notons que nous distinguons aujourd'hui deux types de désexcitation radiative, même si la théorie de Bohr ne prévoyait que le premier type : l'*émission spontanée* est la plus fréquente et elle se produit lorsque l'électron descend de niveau spontanément. L'*émission stimulée*, quant à elle, se produit lorsque le passage d'un photon extérieur déclenche le processus de désexcitation. C'est en exploitant ce processus qu'on a mis au point les lasers (voir le sujet connexe à la fin du chapitre).

Si on porte l'hydrogène gazeux à une très haute température, les collisions thermiques augmentent en nombre et en force, de sorte qu'à tout instant t, une proportion plus grande des atomes sont à un niveau excité. À la température de la surface solaire, environ 0,04 % des atomes d'hydrogène sont excités en tout temps.

La proportion d'atomes qui sont à un niveau d'énergie donné E_n est proportionnelle au *facteur de Boltzmann*, donné par $\exp(-E_n/k_B T)$, où $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K est la constante de Boltzmann (voir le chapitre 18 du tome 1 ; dans cette section, nous ajoutons l'indice B pour distinguer la constante de Boltzmann de la constante de la loi de Coulomb, qui apparaît dans plusieurs équations). Nous y reviendrons à l'exemple 9.14.

Le modèle de Bohr est complètement inapproprié dès qu'on ajoute un deuxième électron. (Que deviendrait l'application de la deuxième loi de Newton ayant conduit à l'équation 9.19 ?) Par contre, ce modèle peut être appliqué à d'autres systèmes à un seul électron comme les ions He^+ ou Li^{++}, à condition de remplacer

la charge nucléaire e par Ze, Z étant le numéro atomique. En général, l'énergie du $n^{\text{ième}}$ niveau pour tout système à un électron est donc donnée par l'équation 9.23*a* multipliée par Z^2 :

Énergie mécanique de l'atome dans le modèle de Bohr

$$E_n = -(13{,}6 \text{ eV})\frac{Z^2}{n^2} \qquad (9.23c)$$

Exemple 9.13

Selon la théorie de Bohr, quel est le rayon de l'orbite de l'état fondamental de l'atome d'hydrogène ?

Solution

D'après l'équation 9.22*a*,

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{mke^2} = 5{,}29 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Ce rayon correspond à la taille attendue d'un atome, telle qu'elle peut être déduite à partir du nombre d'Avogadro.

Exemple 9.14

Nous avons montré au chapitre 18 du tome 1 que l'énergie cinétique moyenne d'une particule dans un gaz à la température T est égale à $\frac{3}{2}k_BT$, k_B étant la constante de Boltzmann. À quelle température l'énergie cinétique moyenne serait-elle égale à l'énergie nécessaire pour faire passer un atome d'hydrogène de l'état fondamental jusqu'à $n = 2$?

Solution

L'énergie nécessaire est égale à

$$\begin{aligned} 13{,}6 \text{ eV} - 3{,}4 \text{ eV} &= 10{,}2 \text{ eV} \\ &= (10{,}2 \text{ eV})(1{,}6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}) \\ &= 1{,}63 \times 10^{-18} \text{ J} \end{aligned}$$

On pose cette énergie égale à l'énergie thermique :

$$\Delta E = \tfrac{3}{2}k_BT$$

d'où l'on tire

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\Delta E}{3k_B} \\ &= \frac{2(1{,}63 \times 10^{-18} \text{ J})}{3(1{,}38 \times 10^{-23} \text{ J/K})} \\ &= 7{,}87 \times 10^4 \text{ K} \end{aligned}$$

Il serait donc assez difficile dans les conditions d'un laboratoire d'exciter l'atome d'hydrogène uniquement par des collisions thermiques. On utilise en général une décharge électrique dans le gaz. Toutefois, la surface de plusieurs étoiles peut atteindre ce genre de température, et l'étude des spectres de la lumière émise par ces dernières révèle effectivement l'absorption de photons par des atomes dont le niveau initial est $n = 2$.

Les prédictions spectroscopiques du modèle de Bohr

Maintenant qu'on connaît l'énergie de chaque état stationnaire, donnée par l'équation 9.23*c*, nous allons montrer comment le modèle de Bohr permet de prédire l'équation de Balmer-Rydberg et même de prédire des raies supplémentaires du spectre de l'hydrogène.

Considérons d'abord le spectre d'émission. On suppose qu'un atome émet un photon en passant d'un état stationnaire initial d'énergie E_{n_i} à un état stationnaire final d'énergie E_{n_f}. Le photon émis ayant pour énergie $E = hf = hc/\lambda$, le principe de conservation de l'énergie permet d'écrire

Photon émis

$$E_{n_i} = E_{n_f} + \frac{hc}{\lambda} \tag{9.24a}$$

où $E_{n_f} < E_{n_i}$ puisqu'il y a eu émission. En substituant l'équation 9.23*a* et en isolant $1/\lambda$, on obtient

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{mk^2e^4}{4\pi c\hbar^3}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \tag{9.25a}$$

où on a remplacé $h = 2\pi\hbar$ au dénominateur. Si on considère plutôt l'absorption d'un photon, l'atome passe d'un état stationnaire d'énergie E_{n_i} à un état stationnaire d'énergie $E_{n_f} > E_{n_i}$. Cette fois,

Photon absorbé

$$E_{n_i} + \frac{hc}{\lambda} = E_{n_f} \tag{9.24b}$$

d'où

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{mk^2e^4}{4\pi c\hbar^3}\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right) \tag{9.25b}$$

Si $n_f = 2$ dans l'équation 9.25*a* ou si $n_i = 2$ dans l'équation 9.25*b*, on obtient un résultat identique à la formule de Rydberg (équation 9.18), avec

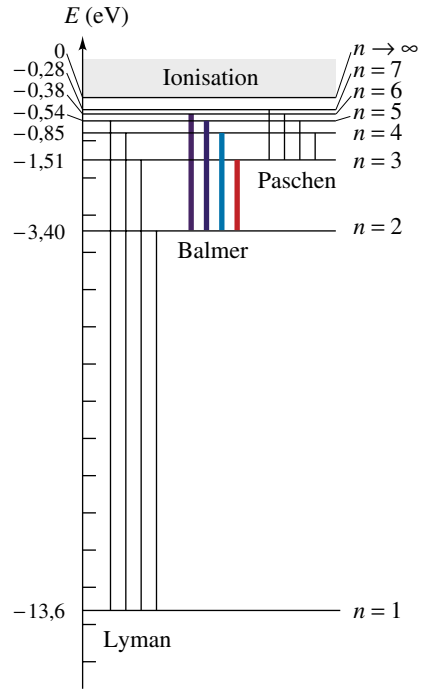
$$R = \frac{mk^2e^4}{4\pi c\hbar^3} \tag{9.26}$$

Bohr avait exprimé le nombre empirique R en fonction de constantes fondamentales. En remplaçant ces constantes par leurs valeurs, il obtint une valeur de R qui correspondait à 6 % près à la valeur acceptée à l'époque. Une partie de cet écart s'explique par le fait que le noyau a été considéré comme immobile, alors que c'est le centre de masse de l'atome qui doit être immobile.

D'après la comparaison qui précède, les raies visibles du spectre d'émission de l'hydrogène correspondent à des transitions descendantes d'un niveau $n_i > 2$ vers le niveau $n_f = 2$. Les raies identiques dans le spectre d'absorption correspondent tout simplement aux transitions en sens inverse.

Ainsi, en plus d'avoir réussi à établir une prédiction équivalente à la formule de Rydberg, Bohr faisait la prédiction que le spectre d'émission de l'hydrogène comportait d'autres séries de raies, celles correspondant aux transitions descendantes vers les niveaux $n_f \neq 2$. Pour illustrer ces séries de raies, on utilise souvent un diagramme comme celui de la figure 9.29. On peut voir sur cette figure les niveaux d'énergie pour l'hydrogène ($Z = 1$), tels que donnés par l'équation 9.23*c*. Chaque état est caractérisé par le nombre quantique n. L'écart vertical entre deux niveaux d'énergie donnés correspond à l'énergie du photon émis lors d'une transition descendante entre ces deux niveaux ou à celle du photon absorbé lors de la transition inverse. On voit sur la figure que les transitions qui ont en commun un même niveau inférieur ont des énergies voisines, ce qui signifie que les photons correspondants ont des longueurs d'onde voisines : ils forment une des *séries* spectrales.

En 1908, Friedrich Paschen (1865-1947) avait observé dans l'infrarouge, entre 820 nm et 1875 nm, la série de raies correspondant aux transitions descendantes



▲ Figure 9.29

Le diagramme des niveaux d'énergie pour l'hydrogène. Il y a émission ou absorption de lumière lorsqu'un électron effectue une transition entre deux niveaux. De gauche à droite, les raies sont en ordre croissant de longueur d'onde.

vers $n_f = 3$. En 1914, Theodore Lyman (1874-1954) acheva l'observation des raies correspondant aux transitions vers $n_f = 1$, dans l'ultraviolet. La figure 9.29 illustre ces trois séries. Conformément au modèle de Bohr, d'autres séries de raies sont aussi possibles. Des raies émises lors de transitions vers $n_f = 4$, $n_f = 5$ et $n_f = 6$, toutes dans l'infrarouge à des longueurs d'onde de plus en plus grandes, ont été observées respectivement en 1922, 1924 et 1953. À l'exception de la série de Balmer, chacune des six premières séries spectrales de l'hydrogène porte le nom de celui qui parvint le premier à les obtenir expérimentalement (tableau 9.1). Pour chaque série, il existe une fréquence maximale possible, appelée limite de la série. Elle correspond à une transition de $n \to \infty$ jusqu'au niveau le plus bas de la série. La capacité du modèle de Bohr à prédire toutes ces raies spectrales le rendait nettement meilleur que les modèles classiques de la section précédente, même s'il est limité exclusivement aux atomes à un électron.

▶ Tableau 9.1
Séries spectrales de l'hydrogène

Nom de la série	Équation	Valeurs admises pour *n*	Portion du spectre
série de Lyman	$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2})$	$n = 2, 3, 4, 5, 6, \ldots$	ultraviolet
série de Balmer	$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2})$	$n = 3, 4, 5, 6, 7, \ldots$	surtout visible
série de Paschen	$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2})$	$n = 4, 5, 6, 7, 8, \ldots$	infrarouge
série de Brackett	$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2})$	$n = 5, 6, 7, 8, 9, \ldots$	infrarouge
série de Pfund	$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2})$	$n = 6, 7, 8, 9, 10, \ldots$	infrarouge
série de Humphreys	$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2})$	$n = 7, 8, 9, 10, 11, \ldots$	infrarouge

La technique du tube à décharge

Pour obtenir expérimentalement un spectre d'émission, il faut trouver un moyen d'exciter les atomes. Nous avons déjà dit que chauffer un échantillon est un moyen pratique pour en exciter les atomes puisque les collisions entre eux augmentent en force et en fréquence ; Robert Bunsen (1811-1899), un pionnier de la spectroscopie, a utilisé à cette fin le brûleur qui porte son nom. Mais quand l'échantillon est gazeux, une méthode plus pratique consiste à le confiner à basse pression dans un tube à décharge, puis à y faire circuler un courant électrique. Le courant circule si la différence de potentiel est suffisante pour ioniser partiellement le gaz. Des ions et des électrons sont alors accélérés, provoquant des collisions.

Processus d'émission des raies

Une fois un atome excité (sans ionisation), il aura tendance à revenir vers le niveau fondamental. Puisqu'il n'y a pas d'émission de lumière dans le cas d'une désexcitation collisionnelle, ce processus ne nous intéresse pas. C'est lors de désexcitations radiatives que sont émis les photons correspondant aux différentes raies qu'on observe dans le spectre d'émission. Bien sûr, un atome isolé ne produit qu'une transition à la fois mais, dans un gaz comportant des milliards d'atomes, on trouve à chaque instant des atomes en train de produire chacune des transitions possibles, de sorte que chaque transition est observée simultanément dans un spectromètre.

Prenons l'exemple d'un atome excité au niveau $n = 4$. Il peut passer directement de cet état excité à l'état fondamental ou bien passer par des niveaux intermédiaires. Les transitions suivantes sont toutes possibles :

$n = 4 \to n = 1$
$n = 4 \to n = 3 \to n = 1$
$n = 4 \to n = 2 \to n = 1$
$n = 4 \to n = 3 \to n = 2 \to n = 1$

Le modèle de Bohr est toutefois trop primitif pour prédire quelles sont les transitions les plus probables, c'est-à-dire celles qui produisent les raies spectrales les plus intenses.

D'un spectre de raies au rayonnement du corps noir

Si un atome excité émet une série de fréquences correspondant aux transitions entre ses niveaux, comment se fait-il qu'un corps dense fait des mêmes atomes émette un spectre continu, comme nous l'avons vu à la section 9.2 ? C'est un phénomène appelé *thermalisation* qui explique cette transition. Nous avons dit qu'un tube à décharge doit contenir un gaz à basse pression, ce qui assure qu'un photon issu d'un atome donné ne subit pas vraiment d'interactions avant de quitter le gaz. Si on augmente graduellement la pression, on voit les raies s'élargir jusqu'à fusionner, comme nous l'avons déjà évoqué à la section 9.5. Avant de sortir du gaz, chaque photon est entré en collision un nombre incalculable de fois avec des atomes. Quelle qu'ait pu être sa fréquence au moment de son émission, elle a été modifiée par les collisions : les photons sont thermalisés par la matière à l'intérieur du corps. C'est l'un des processus qui sont à l'œuvre si la source lumineuse est un solide ou un liquide à haute température. On voit donc que, pour émettre un spectre continu comparable à celui d'un corps noir, un objet doit être suffisamment opaque. Par exemple, un nuage ténu d'hydrogène chaud émet une série de raies spectrales caractéristiques ; si ce nuage se condense pour former une étoile, il devient assez opaque pour produire à la place un spectre de corps noir. (L'atmosphère ténue d'une étoile peut produire des raies spectrales, ce qui fait en sorte que le spectre d'une étoile est en général une combinaison d'un spectre de corps noir et d'un spectre de raies.)

Exemple 9.15

Soit un atome d'hydrogène dans un état excité pour lequel $n = 3$. (a) Quelle est la plus haute fréquence pouvant être émise ? (b) Quelles sont les autres fréquences d'émission possibles ?

Solution

(a) La fréquence d'un photon est proportionnelle à son énergie, laquelle correspond à la différence entre deux niveaux d'énergie de l'atome. La plus haute fréquence correspond donc à un saut direct entre les deux niveaux les plus éloignés, $n_i = 3$ et $n_f = 1$. D'après le diagramme des niveaux d'énergie, on voit que $E_1 = -13{,}6$ eV et $E_3 = -1{,}51$ eV. Par conséquent,

$$\begin{aligned} f_{31} &= \frac{(E_3 - E_1)}{h} \\ &= \frac{(+12{,}1\ \text{eV})}{(4{,}14 \times 10^{-15}\ \text{eV·s})} \\ &= 2{,}92 \times 10^{15}\ \text{Hz} \end{aligned}$$

Notez que l'on a exprimé la constante h en électronvolts-secondes.

(b) On peut aussi utiliser l'équation 9.25*a*. Ainsi,

$$\begin{aligned} f_{32} &= Rc\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \\ &= (1{,}10 \times 10^7\ \text{m}^{-1})(3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s})\left(\frac{5}{36}\right) \\ &= 4{,}58 \times 10^{14}\ \text{Hz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{21} &= Rc\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \\ &= (1{,}10 \times 10^7\ \text{m}^{-1})(3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s})\left(\frac{3}{4}\right) \\ &= 2{,}48 \times 10^{14}\ \text{Hz} \end{aligned}$$

Exemple 9.16

Quelle est la plus courte longueur d'onde possible dans la série de Balmer ?

Solution

Dans ce cas, il se produit une transition de $n_i \to \infty$ à $n_f = 2$. Par l'équation 9.25*a*, on a

$$\frac{1}{\lambda} = \lim_{n_i \to \infty} R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

ce qui signifie que $\lambda = 4/R = 364$ nm.

Le modèle de Bohr permet de prédire correctement les fréquences du spectre de l'hydrogène et d'autres systèmes à un seul électron, ce qui en fait un modèle meilleur que celui de Thomson. Il n'en demeure pas moins limité puisqu'il ne permet pas de prédire les intensités relatives des raies ni de représenter tout atome à plusieurs électrons. Comme nous le verrons au chapitre 11, la théorie de Bohr a été remplacée par la mécanique quantique. Les deuxième et troisième postulats restent valables, mais la représentation d'un électron sur des orbites bien définies a été complètement rejetée. Néanmoins, le modèle de Bohr a été un précurseur important dans l'avènement de cette nouvelle mécanique.

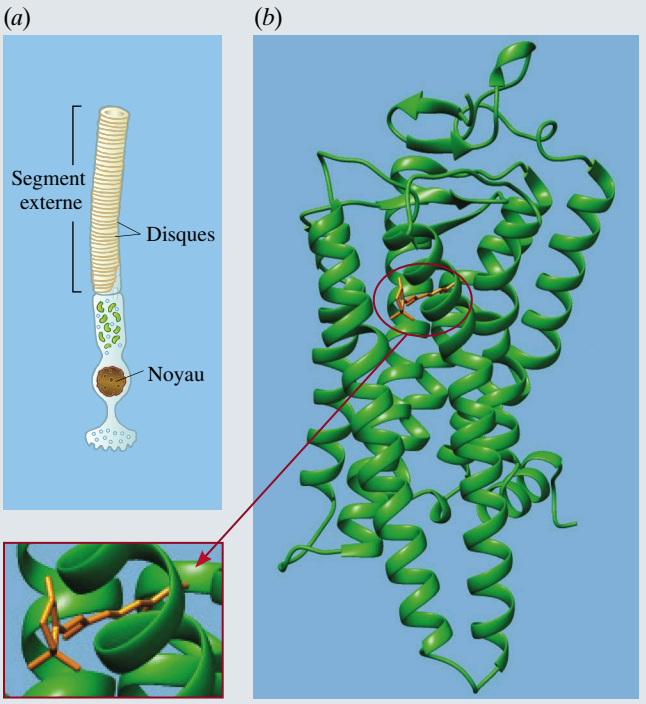
SUJET CONNEXE

Comment un photon excite-t-il la rétine ?

À la section 5.8, nous avons vu comment un œil sain forme une image nette sur la rétine. Nous allons maintenant examiner la façon dont la rétine convertit cette image en influx nerveux que le cerveau peut interpréter. Deux mécanismes nous intéresseront davantage en raison de leur contenu physique : tout d'abord, nous découvrirons que chaque photon absorbé par la rétine cause l'excitation d'une molécule particulière selon un mécanisme analogue à l'excitation d'un atome que nous venons d'étudier dans le contexte du modèle de Bohr. Ensuite, nous étudierons la façon dont la rétine peut distinguer une grande variété de couleurs.

La rétine contient trois types de *photorécepteurs*, c'est-à-dire des cellules sensibles à la lumière et capables de transformer les signaux lumineux en un influx électrique. Deux d'entre eux, les *cônes* et les *bâtonnets*, interviennent dans le mécanisme de la vision. Une rétine en santé est parsemée d'environ 125 millions de bâtonnets et de 6 millions de cônes, des neurones spécialisés dont la membrane contient des macromolécules appelées *pigments visuels*. Malgré la diversité des mécanismes de vision dans le règne animal, les pigments sont semblables d'une espèce à l'autre.

La figure 9.30*a* illustre un bâtonnet. À son extrémité, le bâtonnet se replie pour former des disques, ce qui permet à sa membrane d'avoir une très grande surface qui peut contenir plus de 100 millions de macromolécules de *rhodopsine*, un des pigments visuels (figure 9.30*b*). Chaque macromolécule de rhodopsine est composée d'une molécule de *rétinal*, un proche dérivé de la vitamine A (en orangé sur la figure), liée de façon covalente à une protéine, l'*opsine*. Plutôt que d'en illustrer chaque atome, nous représentons la structure de l'opsine sous la forme de rubans (voir le sujet connexe du chapitre 1 du tome 2 pour une description de cette représentation).

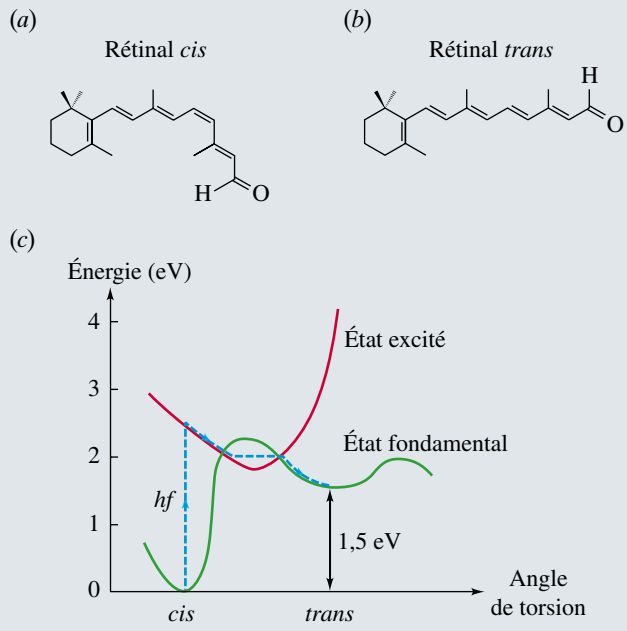


▲ **Figure 9.30**
Le bâtonnet (*a*) est un neurone spécialisé dont les membranes contiennent un pigment visuel appelé *rhodopsine* (*b*).

Pour comprendre comment la rhodopsine peut détecter un photon, il nous faut d'abord décrire la structure du rétinal qui en fait partie. La figure 9.31 illustre cette molécule en suivant la représentation abrégée définie à la section 2.6 du tome 2, c'est-à-dire en faisant abstraction des atomes de carbone présents à chaque « coude ». Le rétinal comporte une chaîne d'atomes de

carbone où alternent les liaisons simples et les liaisons doubles. Les liaisons simples permettent une rotation qui fait en sorte que la molécule adopte une forme tridimensionnelle stable où les parties les plus encombrantes sont éloignées les unes des autres. Les liaisons doubles, par contre, sont rigides : le lien C═C et les quatre atomes y étant liés demeurent tous situés *dans un même plan*. Les figures 9.31*a* et 9.31*b* illustrent deux *isomères* du rétinal. Il s'agit de deux molécules distinctes puisqu'il est impossible de convertir l'une en l'autre sans rompre une liaison double.

Le rétinal est inséré dans la rhodopsine sous la forme *cis*. Quand un photon incident est absorbé, la molécule de rétinal passe de la forme *cis* à la forme *trans*. La figure 9.31*c* montre l'énergie du niveau fondamental de la molécule au cours de cette transition. Le passage d'un puits de potentiel à l'autre est possible parce que le photon fait passer la molécule par un état excité où la liaison double est temporairement transformée en liaison simple. Comme le montre la figure, le niveau d'énergie de chaque état dépend de l'angle de la liaison C═C mais, pour certains angles, l'état excité a une énergie plus faible que la barrière qui séparerait les formes *cis* et *trans* sans absorption d'un photon. La différence d'énergie entre la forme *cis* et la forme *trans* est de l'ordre de 1,5 eV, mais le photon doit fournir l'énergie requise pour exciter la molécule, soit 2,0 eV. Cette énergie est celle d'un photon de 620 nm, proche de l'extrémité rouge du spectre visible.



▲ Figure 9.31

(*a*) Le rétinal sous la forme *cis*. (*b*) Le rétinal sous la forme *trans*. (*c*) Esquisse de l'énergie potentielle de la molécule. Le niveau fondamental est celui dans lequel aucun électron n'est excité, mais son énergie dépend de la position relative des atomes. La différence d'énergie entre la forme *cis* et la forme *trans* est de 1,5 eV. Les flèches pointillées bleues sur la figure illustrent les modifications que subit la molécule lors du passage de la forme *cis* à la forme *trans*.

Quand le rétinal a changé de forme, le photon a disparu. Il s'ensuit une séquence d'événements physiques ou chimiques qui aboutit à l'excitation électrique de la membrane. Tout d'abord, la figure 9.30*b* et son agrandissement montrent que le rétinal est placé dans une « poche » au centre de l'opsine. Quand le rétinal passe de la forme *cis* à la forme *trans*, il prend plus de place et exerce une force sur les parois de cette poche. Sous l'effet de cette force, la rhodopsine change plusieurs fois de conformation jusqu'à ce que, par une réaction chimique qui devient spontanée, le rétinal se détache de l'opsine. Bien que ces changements se déroulent très rapidement, ils sont tout de même importants, car l'une des conformations intermédiaires de la rhodopsine, appelée état *méta II*, possède un site actif qui lui permet d'agir comme enzyme. Cette enzyme rend alors possible une succession de réactions biochimiques (dans laquelle interviennent à chaque étape de plus en plus de molécules ou de macromolécules) qui aboutit à la *fermeture des canaux ioniques à Na^+ dans la membrane*. Ces nombreuses étapes sont nécessaires pour produire un effet d'amplification par lequel un très petit nombre de photons absorbés (parfois un seul) aboutit à la fermeture rapide de centaines de canaux ioniques. Cette fermeture empêche les ions Na^+ de traverser la membrane, ce qui modifie le courant électrique traversant la membrane et le potentiel électrique de chaque côté de la membrane. L'arrivée d'un photon a donc été « traduit » sous forme d'un changement de la différence de potentiel entre les côtés de la membrane, ce qui déclenche des influx nerveux dans une succession de neurones*.

Peu après, une autre enzyme fixe à l'opsine une nouvelle molécule de rétinal *cis*, ce qui régénère la rhodopsine et lui permet de recevoir un nouveau photon et le processus entier peut recommencer. Quand le rétinal *cis* vient à manquer, la rétine doit en générer à partir du rétinal *trans* ; ce processus prend du temps, car il ne se déroule pas directement dans le photorécepteur mais plutôt dans une cellule voisine. On peut avoir une idée du délai requis en observant ce qui se produit quand on passe d'un endroit éclairé à une pièce sombre : au début, on ne voit rien, car la lumière vive avait conduit à l'épuisement du rétinal *cis* dans presque tous les bâtonnets de la rétine ; après quelques dizaines

* La nature électrique de l'influx nerveux de même que le rôle des canaux ioniques dans le déclenchement ou la cessation des influx nerveux ont été étudiés au sujet connexe du chapitre 5 du tome 2.

►►►

de secondes, les bâtonnets sont fonctionnels à nouveau, car le rétinal *cis* commence à être régénéré. Le traitement de *toutes* les molécules de rétinal peut prendre 45 minutes.

La perception des couleurs

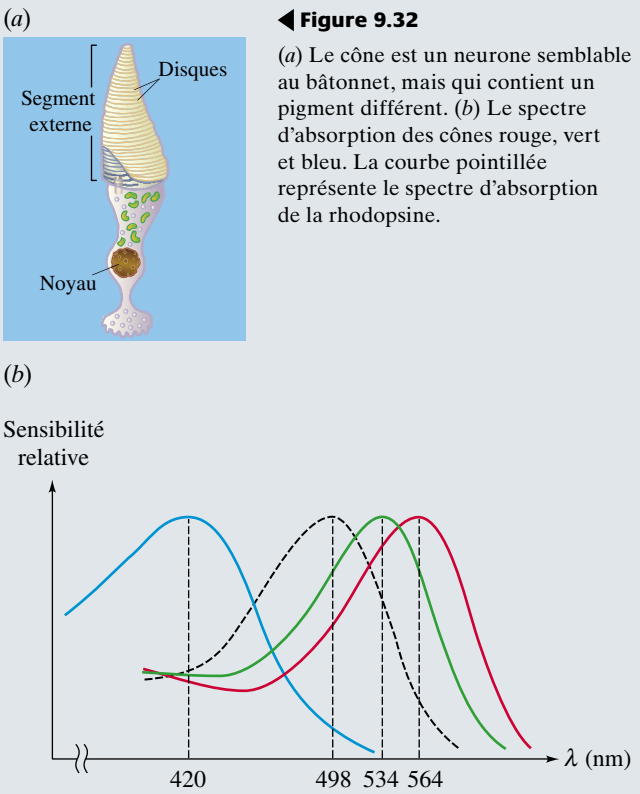
Le deuxième processus physique que nous allons étudier est celui qui permet à la rétine de distinguer une grande variété de couleurs à partir de seulement quelques macromolécules. La rhodopsine des bâtonnets absorbe les photons dont la longueur d'onde se situe entre 400 nm et 600 nm environ. Puisqu'elle conserve le même spectre d'absorption dans tous les bâtonnets, deux bâtonnets voisins ne peuvent pas déterminer si les photons qu'ils ont absorbés avaient des longueurs d'onde identiques ou non. C'est pourquoi on dit que les bâtonnets ne permettent qu'une « vision en noir et blanc ».

Pour distinguer les couleurs, la rétine doit *comparer* la réponse de cellules voisines qui ne réagissent pas au même spectre de longueurs d'onde. Cette fonction est assurée par les cônes (figure 9.32*a*). En effet, il y a trois types de cônes, qui se distinguent seulement par le pigment de leurs membranes. Dans ces trois pigments, le rétinal est lié à une protéine qui ressemble beaucoup à l'opsine des bâtonnets, mais en diffère subtilement*, ce qui modifie le spectre d'absorption (figure 9.32*b*). On dit que les cônes sont « bleus », « verts » et « rouges » selon la variété de la protéine qu'ils produisent (il ne s'agit que de noms : les cônes « rouges » sont ceux qui absorbent le mieux le rouge, mais leur pic d'absorption est en fait dans le jaune).

Les cônes sont moins sensibles que les bâtonnets, ce qui signifie que plusieurs pigments d'un même cône doivent absorber un photon avant que le cône ne réagisse. Ainsi, les spectres illustrés à la figure 9.32*b* déterminent qualitativement la probabilité qu'un cône donné réagisse à un photon d'une longueur d'onde donnée. Supposons que nous regardions une source lumineuse monochromatique produisant des photons de 550 nm. Comme le montre la figure 9.32*b*, ces photons feront réagir les cônes rouges et verts, mais pas les bleus. Des photons de 600 nm auraient fait réagir les *mêmes* cônes, mais dans des proportions différentes : la réponse d'un cône rouge aurait été plus probable qu'avec des photons de 550 nm, alors que la réponse des cônes verts aurait été plus faible.

* Le nombre d'acides aminés et leur séquence sont quasi identiques, mais une minorité des acides aminés ont subi une substitution. Par exemple, 95 % des acides aminés sont identiques dans l'opsine « rouge » et dans l'opsine « verte ». La structure des protéines en tant que chaîne d'acides aminés a été étudiée au sujet connexe du chapitre 1 du tome 2.

Bien sûr, le fait de voir en couleurs suppose que chaque petite parcelle de l'image captée par la rétine puisse avoir une couleur différente. Cette capacité requiert que la comparaison entre les réponses des cônes ne se fasse *qu'entre les cônes qui sont des voisins immédiats*. Ce n'est pas le cerveau mais la rétine elle-même qui est à la source de ce traitement complexe de l'information : comme le montre la figure 9.33, les cônes ne sont pas reliés directement à des neurones qui projettent leurs axones vers le cerveau. Dans la rétine, il y a plutôt une couche intermédiaire composée de *neurones bipolaires*. Cette couche peut traiter l'information, car elle contient aussi des neurones supplémentaires « horizontaux » qui assurent la communication entre les neurones bipolaires voisins.

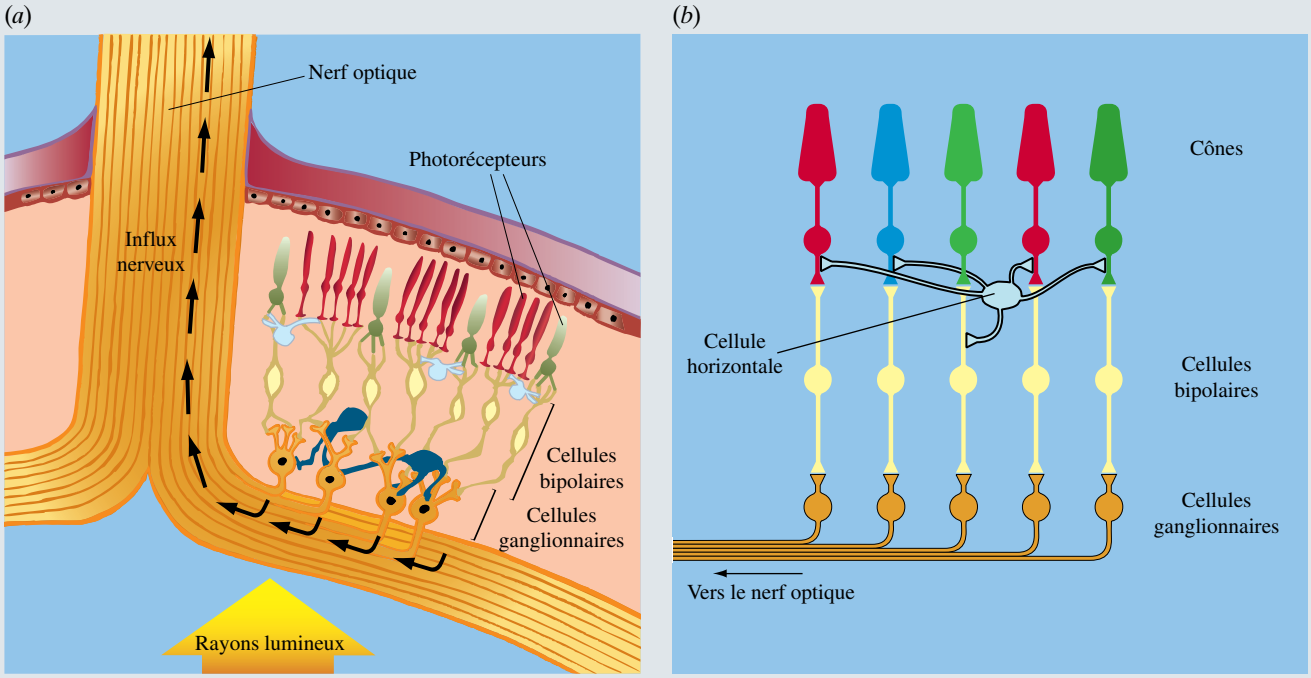


◀ Figure 9.32
(*a*) Le cône est un neurone semblable au bâtonnet, mais qui contient un pigment différent. (*b*) Le spectre d'absorption des cônes rouge, vert et bleu. La courbe pointillée représente le spectre d'absorption de la rhodopsine.

Le traitement de l'information réalisé par cette couche intermédiaire ne se limite pas à la reconnaissance des couleurs. Par exemple, quand une zone est éclairée alors que la zone voisine ne l'est pas, les cellules horizontales inhibent les cellules dans l'obscurité et rendent plus sensibles celles qui sont déjà éclairées. Cela permet d'accentuer les contrastes de l'image, aidant le cerveau à reconnaître les contours des objets.

Il peut sembler spectaculaire que l'évolution ait doté les vertébrés d'un appareil aussi sophistiqué que l'œil. Pourtant, force est de constater qu'elle n'a pas si bien fait les choses : comme le montre la figure 9.33, les cônes et les bâtonnets sont situés au fond de la rétine et non

en surface. Cela signifie que les seuls photons qui les atteignent sont ceux ayant réussi à traverser toutes les autres couches cellulaires de la rétine. Cela signifie aussi qu'il doit y avoir un « trou » sans photorécepteur dans la rétine afin de laisser passer les axones en direction du cerveau. Les calmars, dont les yeux ont évolué de façon complètement indépendante, ont une rétine sans ce défaut : ses photorécepteurs sont situés en surface.



▲ Figure 9.33

(*a*) La structure de la rétine. Les cônes et les bâtonnets, situés au fond, ne sont pas reliés directement aux neurones dont les prolongements se rendent au cerveau. Il y a plutôt une couche intermédiaire qui permet un traitement de l'information. (*b*) Schéma de la couche intermédiaire.

9.8 LA DUALITÉ ONDE-PARTICULE DE LA LUMIÈRE

Les faits présentés dans ce chapitre ne peuvent s'expliquer que si l'on représente la lumière comme un jet de particules. Cependant, l'expérience des deux fentes de Young ne peut clairement s'expliquer que si l'on représente la lumière comme une onde. Pour qui s'interroge sur la « nature réelle » de la lumière, il y a apparemment une contradiction ! Comment allons-nous réconcilier ces deux aspects ?

Cette apparente ambiguïté au sujet de la nature de la lumière se reflète jusque dans les équations utilisées par la physique quantique. Nous l'avons vu plus haut, l'équation $E = hf$ (équation 9.8) pour un photon implique que $p = h/\lambda$ (équation 9.12). Ces deux équations font intervenir à la fois les notions de particule et d'onde : E est l'énergie d'un quantum de lumière (qu'Einstein se représentait au départ comme une particule classique), alors que f est la fréquence d'une onde. Le module de la quantité de mouvement p est normalement associé aux particules, tandis que λ, la longueur d'onde, est une propriété des ondes.

L'expérimentation permet-elle de clarifier la situation ? Si l'on imagine la lumière comme un jet de particules classiques, il semble alors raisonnable de

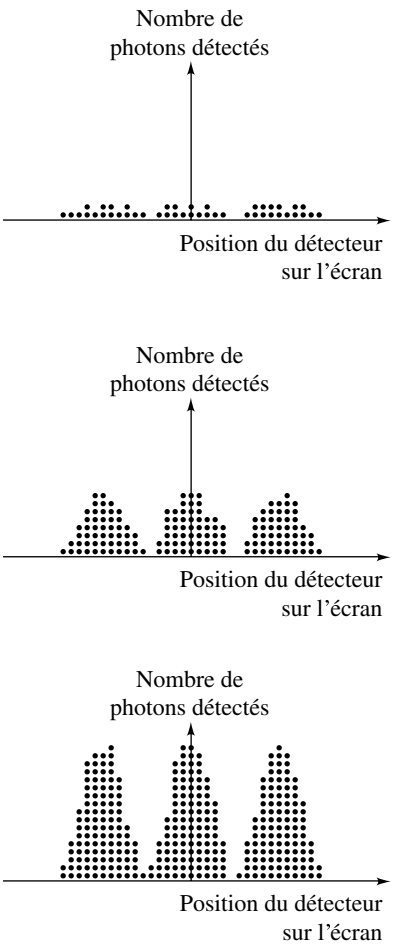
supposer que chaque photon, dans l'expérience de Young, doit passer par une fente ou par l'autre. Supposons que les fentes soient alternativement fermées et ouvertes, de sorte qu'à un instant donné une fente est ouverte, tandis que l'autre est fermée. On constate dans ce cas que la figure d'interférence disparaît. D'ailleurs, on observe que *toute* tentative visant à déterminer par quelle fente passe chaque photon entraîne la disparition de la figure d'interférence.

On pourrait essayer d'expliquer le phénomène d'interférence en disant que chaque photon se divise d'une manière ou d'une autre en deux parties et passe donc par les deux fentes. Ainsi, chaque photon ne pourrait interférer qu'avec lui-même. Toutefois, si l'énergie du photon est divisée par deux, la relation $E = hf$ implique que sa longueur d'onde ($\lambda = c/f$) double. Cela donnerait un espacement entre les franges deux fois plus grand que celui observé en réalité. Il semble donc que l'expérience des deux fentes telle que conçue initialement par Young, qui fut si cruciale pour faire prévaloir le modèle ondulatoire de la lumière sur le modèle corpusculaire classique, ne soit finalement pas aussi concluante qu'on l'aurait cru. Cela illustre bien qu'une « preuve » scientifique n'est jamais irréfutable, car elle est fondée sur *l'interprétation* d'une expérience.

Einstein ayant émis l'idée que les ondes électromagnétiques représentent le comportement d'un grand nombre de photons, on pourrait tenter de répéter l'expérience de Young *un photon à la fois*. On remplace alors l'écran par une grille de petits détecteurs comme les pixels du capteur d'un appareil photo. Ce qu'on observe alors est schématisé à la figure 9.34. Ce n'est ni le comportement d'une onde classique ni celui d'une particule classique : chaque photon est détecté en *un endroit précis* de l'« écran », ce qui semble correspondre au comportement d'une particule classique. Par contre, des particules classiques émises avec des conditions initiales identiques atteindraient toutes le *même* point de l'écran, ce qui n'est pas le cas ici. De plus, quand on attend une longue période, on réalise que certaines destinations sur l'écran sont plus probables que d'autres et forment, à la longue, une figure d'interférence identique à celle de l'expérience de Young !

Les premières mesures expérimentales équivalentes à ce que nous venons de décrire sont attribuées à Geoffrey Taylor (1886-1975). En 1909, il exposa une série de cinq plaques photographiques à la figure de diffraction que produit un petit obstacle (une aiguille) éclairé par une lumière dont l'intensité contrôlée par des filtres était de plus en plus faible. Chaque fois qu'il diminuait l'intensité de la lumière, il compensait par une période d'exposition plus grande pour que chaque plaque reçoive un nombre comparable de photons. Pour la cinquième plaque, l'intensité était si faible que la période d'exposition fut de trois mois, chaque grain de la plaque photographique ne recevant en moyenne qu'un photon toutes les 18 minutes. Malgré ce faible rythme d'arrivée des photons, Taylor observa *les mêmes franges de diffraction sur les cinq plaques.*

Comment résoudre ce problème pour mieux décrire la « nature » de la lumière ? Pour les physiciens du début du XX^{e} siècle, la théorie ondulatoire semblait appropriée pour expliquer la *propagation* de la lumière, mais la théorie quantique naissante paraissait nécessaire pour expliquer l'*interaction* de la lumière avec la matière, en particulier son *émission* et son *absorption*. Mais pouvait-on considérer que la lumière sous forme ondulatoire se transforme soudainement en un quantum localisé lorsqu'elle rencontre la matière ? D'un point de vue classique, cela serait certainement incohérent. Nous devons simplement admettre que la façon classique de nous imaginer des ondes ou des particules, inspirée de notre expérience quotidienne, ne convient pas du tout. C'est d'ailleurs ce que



▲ Figure 9.34

Quand la lumière atteint des fentes de Young un photon à la fois, on détecte des impacts localisés sur l'écran, ce qui semble confirmer le modèle corpusculaire. Toutefois, chaque photon arrive à un endroit différent et, après un grand nombre de photons, on voit apparaître une figure d'interférence, ce qui contredit le modèle corpusculaire. Le modèle ondulatoire classique ne permet pas, lui non plus, d'expliquer ce comportement.

révèle l'expérience de Taylor ou sa version moderne illustrée à la figure 9.34 : *aucun* des deux modèles ne convient parfaitement.

En somme, on ne peut donc pas dire que la lumière est « réellement » une particule ou une onde. D'habitude, une telle confusion entre le modèle et la réalité est déjà hasardeuse puisque la physique ne construit ses modèles que sur les bases des observations connues à ce jour et de l'interprétation qu'on en fait alors. Mais c'est encore plus vrai dans le cas de la lumière puisque ni le modèle ondulatoire ni le modèle corpusculaire ne parviennent à expliquer toutes les observations.

Les physiciens du début du XX^{e} siècle conclurent que la lumière était plutôt caractérisée par la **dualité onde-particule**. Ce concept fut introduit par Einstein, notamment lorsqu'il montra qu'il fallait faire appel aux *deux* modèles pour parvenir à prédire la loi de Planck. Cette dualité implique que, selon l'expérience ou la mesure réalisée, c'est soit le comportement ondulatoire de la lumière, soit son comportement corpusculaire qui va dominer. Plusieurs situations vérifient cette idée. Par exemple, aux basses fréquences, comme dans le cas des ondes radio, la représentation du rayonnement par une onde continue est adéquate puisqu'on détecte des milliards de photons à la fois. Dans la région optique, des expériences différentes, par exemple sur l'interférence ou l'effet photoélectrique, font appel soit au modèle ondulatoire, soit au modèle corpusculaire. Aux fréquences élevées, comme dans le cas des rayons X, nous avons tendance à observer des événements ne faisant intervenir qu'un seul photon, bien qu'il soit encore possible de démontrer la nature ondulatoire des rayons X par la diffraction dans un cristal (voir les sections 7.8 et 10.2).

Comportement de la lumière selon la région du spectre électromagnétique

Cette idée de la « vieille théorie quantique » selon laquelle la lumière agit *soit* comme une particule classique, *soit* comme une onde ne résiste toutefois pas à l'expérience de Taylor (ou à sa version moderne) : dans cette expérience, les photons ne se comportent pas comme des particules classiques puisqu'ils atteignent des endroits différents, apparemment au hasard, bien qu'ils aient tous été émis de la même façon. De plus, l'apparition d'une figure d'interférence après l'émission de nombreux photons nous oblige à considérer que chaque photon est en mesure d'interférer *avec lui-même* et que la présence de deux fentes plutôt qu'une doit avoir un effet sur son comportement. Seule la mécanique quantique, introduite plus d'une décennie après l'expérience de Taylor, permet de représenter ce comportement. Dans le cadre de cette théorie, que nous survolerons au chapitre suivant, on renonce à toute image classique : la lumière y est conçue comme faite de photons dont le comportement est *statistiquement* celui d'une onde.

9.9 LE PRINCIPE DE CORRESPONDANCE DE BOHR

Comme la physique classique réussit très bien à expliquer de nombreux phénomènes, Bohr estimait que, lorsqu'une nouvelle théorie plus générale était proposée, ses prédictions devaient aboutir aux résultats classiques dans les cas limites appropriés. Cette condition selon laquelle les résultats d'une nouvelle théorie correspondent, à la limite, à ceux de la physique classique est le *principe de correspondance*. Par exemple, la loi de Planck se réduit à la forme classique de la loi de Rayleigh-Jeans lorsque $h \to 0$.

Historiquement, Bohr utilisa ce principe de correspondance pour établir la constante de Rydberg, plutôt que la démarche que nous avons présentée à la section 9.7. En substituant la formule empirique de Rydberg (équation 9.18)

dans l'équation 9.24*a* issue du deuxième postulat de son modèle atomique, il obtint d'abord

$$E_n = \frac{-Rch}{n^2} \tag{9.27}$$

La fréquence (*mécanique*) du mouvement orbital est $f_{\text{orb}} = v/2\pi r$, alors que l'équation 9.20 nous donne $r = ke^2/2|E_n|$ et que la deuxième loi de Newton (équation 9.19) nous donne $v^2 = ke^2/mr = 2|E_n|/m$. En remplaçant ces deux expressions, on trouve f_{orb} en fonction de E_n. Pour la $n^{\text{ième}}$ orbite,

$$f_{\text{orb}} = \frac{(2|E_n|^3/m)^{1/2}}{\pi ke^2} = \frac{(2|E_1|^3/m)^{1/2}}{\pi ke^2 n^3} \tag{9.28}$$

où $|E_1|$ correspond à l'énergie d'ionisation de l'hydrogène, 13,6 eV. Pour poursuivre sa démonstration, Bohr invoqua son principe de correspondance, qui stipulait que, à la limite où les nombres quantiques n sont très grands (disons $n = 10^4$), la fréquence *rayonnée* f devait être la même que la fréquence *mécanique* f_{orb}, comme le prévoit la théorie de Maxwell. D'après l'équation 9.24*a*, $f = |\Delta E|/h$; en substituant l'équation 9.27, on obtient que la fréquence rayonnée lors de la transition de n à $n - 1$ est

$$f = Rc\left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2}\right]$$
$$= Rc\left[\frac{2n-1}{n^2(n-1)^2}\right]$$

Lorsque $n \to \infty$, on trouve

$$f \approx \frac{2Rc}{n^3}$$

En posant cette valeur égale à f_{orb} dans l'équation 9.28, on obtient après quelques opérations l'équation 9.26 donnant R. Ce résultat marqua le succès de la théorie.

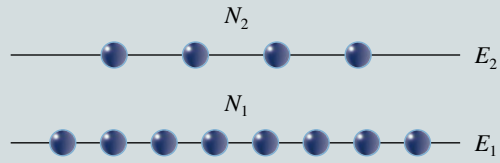
SUJET CONNEXE

Les lasers

En 1917, Einstein publia un article portant sur l'équilibre thermodynamique entre le rayonnement d'une cavité rayonnante et la matière constituant les parois de cette cavité. Il supposait que les atomes pouvaient occuper un ensemble discret de niveaux d'énergie. Considérons deux états atomiques d'énergies E_1 et E_2 (figure 9.35). Le rapport des nombres de particules occupant deux niveaux d'énergie à la température T est donné par le facteur de Boltzmann (voir le chapitre 18 du tome 1) :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-(E_2 - E_1)/kT} \tag{i}$$

où $k = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K est la constante de Boltzmann. À l'équilibre thermique, $N_2 < N_1$; autrement dit, moins d'atomes sont au niveau dont l'énergie est plus élevée (on dit que cet état est moins « peuplé »).

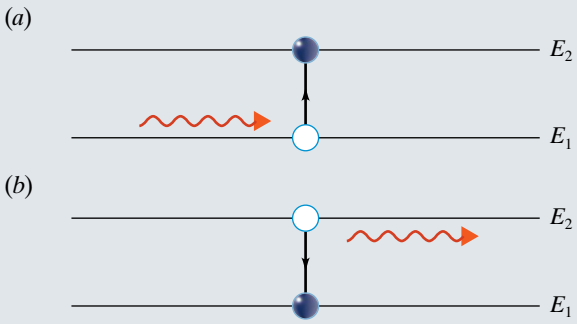


▲ **Figure 9.35**

À l'équilibre thermique, le nombre relatif de particules aux deux niveaux d'énergie est donné par le facteur de Boltzmann : $N_2/N_1 = e^{-(E_2-E_1)/kT}$. Cet équilibre ne signifie pas que chaque atome reste au même niveau, mais plutôt que le nombre d'atomes qui atteignent un niveau est à chaque instant égal au nombre d'atomes qui quittent ce niveau.

Même à l'équilibre thermodynamique, il y a continuellement absorption et émission de rayonnement sous forme de photons. En effet, l'équilibre thermodynamique ne veut pas dire que chaque atome individuel demeure

dans le même état (au même niveau), mais plutôt que le nombre total d'atomes à chacun des niveaux reste statistiquement le même dans le temps. Voyons donc maintenant comment on peut décrire ce rayonnement. Considérons tout d'abord un atome à l'état 1. Si un photon incident est à la bonne fréquence ($hf = E_2 - E_1$), il peut être absorbé et faire passer l'atome au niveau 2 (figure 9.36*a*). On peut calculer la quantité d'énergie ainsi *absorbée* par l'ensemble des atomes à partir du niveau 1, pour une unité de temps donnée : elle dépend du nombre d'atomes à l'état 1, c'est-à-dire N_1, et de l'abondance des photons ayant la fréquence appropriée, qu'on peut décrire par la densité d'énergie ρ du rayonnement à cette fréquence (la densité d'énergie correspond à l'énergie par unité de volume et par intervalle de fréquences). Le nombre de ces transitions $1 \rightarrow 2$ par unité de temps est $N_1 B_{12}\rho$, où B_{12} est une mesure de la probabilité (par particule par unité de temps par unité de densité d'énergie disponible) que la transition ait lieu. La probabilité par particule par unité de temps qu'un atome au niveau supérieur retourne à E_1 (figure 9.36*b*) est notée A_{21}. Le nombre de ces *émissions spontanées* dépend de N_2 mais pas de la présence de rayonnement externe. Le nombre de transitions $2 \rightarrow 1$ par unité de temps est $A_{21}N_2$.

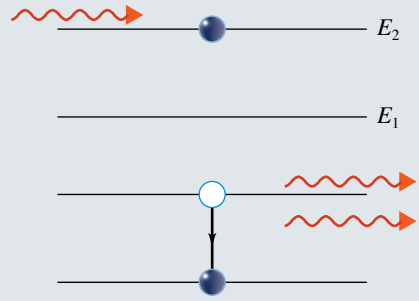


▲ Figure 9.36

(*a*) Une particule à l'état inférieur absorbe un photon et passe à l'état supérieur. (*b*) La particule passe de l'état supérieur à l'état inférieur au cours du processus d'émission spontanée.

À l'équilibre thermodynamique, on devrait pouvoir s'attendre à ce que le taux de transition vers le haut soit égal au taux de transition vers le bas, c'est-à-dire $N_2A_{21} = N_1B_{12}\rho$. Ainsi, la densité d'énergie du rayonnement aurait alors la forme $\rho = (A_{21}/B_{12})(N_2/N_1)$. Comme la quantité de photons d'une fréquence donnée qui sortent par l'ouverture de la cavité dépend du nombre de photons de cette fréquence que contient la cavité, on en déduit que la radiance spectrale est proportionnelle à cette valeur prédite de ρ. Pourtant, quand on substitue l'équation (i) dans le résultat ci-dessus, la prédiction qu'on obtient pour la radiance spectrale ressemble à l'approximation de Wien, qui n'est valable que pour les grandes fréquences.

Or, un raisonnement valable aurait dû permettre de prédire la loi de Planck, celle qui correspond à la radiance observée pour toutes les fréquences. Cela poussa Einstein à proposer un second mécanisme d'émission qui, contrairement à l'émission spontanée, *dépendrait de* ρ. Il s'agit de l'*émission stimulée*, un nouveau mécanisme d'interaction de l'atome avec un rayonnement. À la figure 9.37, l'atome est à l'état 2. Un photon incident ayant la fréquence convenable met l'atome en « résonance » par un mécanisme quelconque et le fait retomber au niveau 1. Dans ce cas, il y a *deux* photons sortants de même fréquence. Einstein montra également que le photon stimulé doit sortir dans la même direction que le photon incident. Ce processus d'émission stimulée correspond à une probabilité B_{21}, qui possède les mêmes dimensions que B_{12}. Le nombre de telles transitions par unité de temps, qui dépend de la densité de rayonnement et de N_2, est $N_2B_{21}\rho$.



▲ Figure 9.37

Dans le processus d'émission stimulée, un photon incident fait passer une particule du niveau supérieur au niveau inférieur. Le photon émis et le photon initial sont cohérents et repartent dans la même direction.

Si l'on inclut l'émission stimulée, la condition pour que le taux d'émission équilibre le taux d'absorption s'écrit maintenant

$$N_1B_{12}\rho = N_2(A_{21} + B_{21}\rho)$$

En utilisant le facteur de Boltzmann pour N_2/N_1, on trouve que ρ a exactement la forme de la loi de Planck, à condition que $B_{21} = B_{12} \equiv B$ et qu'il existe une relation simple entre A_{21} et B. Cette dérivation nouvelle de la loi de Planck montre que le processus d'émission stimulée est nécessaire pour que le système puisse atteindre l'équilibre thermodynamique. Dans des conditions normales, le processus d'absorption domine parce que les atomes sont plus nombreux au niveau inférieur.

Au début des années 1950, plusieurs scientifiques eurent l'idée d'utiliser l'émission stimulée, dans une situation hors de l'équilibre thermodynamique, pour amplifier un rayonnement micro-onde. Au printemps 1951, Charles Hard Townes (1915-2015) imagina un dispositif permettant de réaliser cette amplification. En

►►►

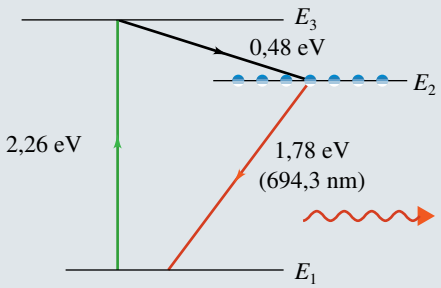
mettant à profit les niveaux d'énergie de la molécule d'ammoniaque, il réussit avec l'aide de ses collègues à le mettre en œuvre : en 1953, ils firent fonctionner le premier *maser* (*microwave amplification by stimulated emission of radiation* : amplification de micro-ondes par émission stimulée de rayonnement). En 1958, Townes et Arthur Leonard Schawlow (1921-1999) proposèrent un moyen de produire une émission stimulée aux fréquences optiques et, en 1960, Theodore Harold Maiman (1927-2007) fit fonctionner le premier *laser* à rubis (*light amplification by stimulated emission of radiation* : amplification de lumière par émission stimulée de rayonnement).

Le laser à rubis

La teinte rouge du rubis (Al_2O_3) est due à un petit nombre d'impuretés Cr^{3+}. Les niveaux d'énergie correspondant à cet ion sont représentés à la figure 9.38 : E_1 est l'état fondamental et E_3 est un état excité de courte durée (10^{-8} s), alors que E_2 correspond à un état *métastable* de longue durée (3×10^{-3} s). En somme, l'atome passe rapidement de E_3 à E_2 mais pas de E_2 à E_1. Maiman avait placé un cristal de rubis en forme de tige à l'intérieur d'un tube à éclairs en serpentin (figure 9.39). Un éclair comprenant une gamme de longueurs d'onde aux alentours de 550 nm possède l'énergie requise pour faire monter les ions Cr^{3+} à l'état E_3. À partir de cet état, ils reviennent rapidement à l'état E_2. Si l'éclair est assez intense, il est possible d'avoir plus d'atomes dans l'état métastable que dans l'état fondamental. Ce processus de *pompage optique* crée un état de non-équilibre appelé *inversion de population* dans lequel $N_2 > N_1$.

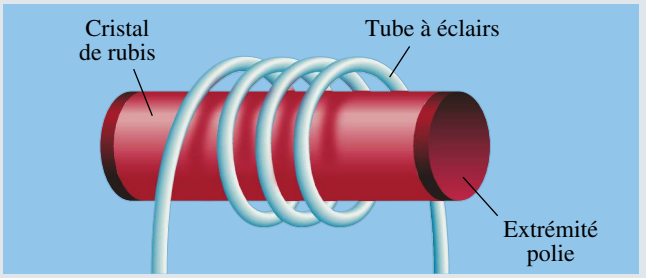
Les deux conditions suivantes doivent être satisfaites pour permettre le fonctionnement du laser :

1. $B_{21} = B_{12}$; autrement dit, les probabilités d'absorption et d'émission stimulée doivent être égales. L'inversion de population ($N_2 > N_1$) rend l'émission stimulée plus fréquente que l'absorption.



▲ Figure 9.38

Les niveaux d'énergie pour le fonctionnement du laser à rubis. Le niveau E_2 est un état métastable. Pour que le laser puisse fonctionner, la population dans cet état doit être supérieure à celle dans l'état fondamental E_1.

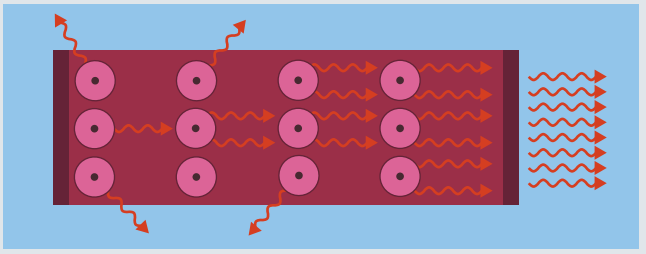


▲ Figure 9.39

Dans le laser à rubis, le pompage optique est réalisé par un tube à éclairs enroulé autour du cristal. Ce dispositif permet d'obtenir l'inversion de population nécessaire pour le fonctionnement du laser.

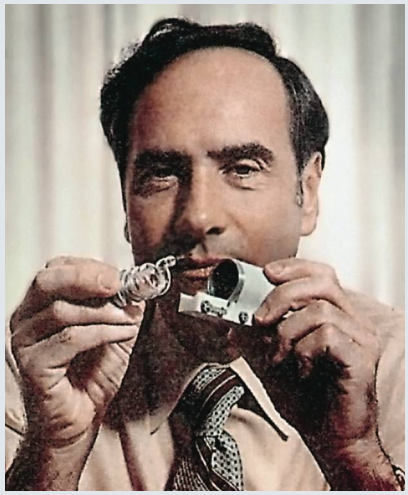
2. Il doit y avoir un état métastable pour permettre à l'émission stimulée de se produire avant l'émission spontanée et rendre possible l'inversion de population.

La production d'un faisceau laser se déroule comme suit : dès qu'un photon est produit par émission spontanée, il peut causer une émission stimulée. S'il stimule un atome qui se trouve à l'état E_2 pour qu'il émette un photon, on obtient un total de deux photons qui ont la *même fréquence* et voyagent dans la *même direction*. Ces deux photons peuvent alors stimuler deux autres atomes qui vont émettre deux photons supplémentaires, et ainsi de suite (figure 9.40). Ce processus se déroule simultanément dans plusieurs directions. Pour obtenir un faisceau, on recouvre d'aluminium les extrémités du cristal qui tiennent ainsi lieu de miroirs et on les rend parallèles avec une précision de 1′ d'arc ! L'une des extrémités légèrement transparente laisse passer 1 % de la lumière. Avec ce montage, les photons qui se propagent parallèlement à l'axe du cristal sont réfléchis plusieurs fois vers l'avant et vers l'arrière. Le rayonnement stimulé augmente en intensité seulement le long de cet axe jusqu'à ce qu'une courte impulsion pratiquement unidirectionnelle et monochromatique soit enfin émise à



▲ Figure 9.40

Les extrémités du laser sont des miroirs qui réfléchissent les photons effectuant un mouvement de va-et-vient à l'intérieur du cristal. Initialement, les photons stimulés sont émis dans toutes les directions, mais ceux qui se déplacent parallèlement à l'axe deviennent de plus en plus nombreux. La lumière laser sort par l'un des miroirs qui est légèrement transparent.

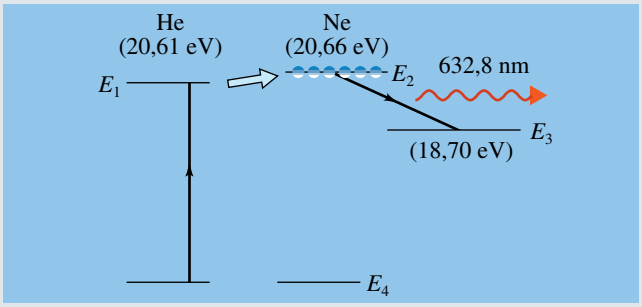


Maiman et son laser, représenté à la figure 9.39.

la sortie du miroir semi-réfléchissant. Le laser à rubis émet uniquement de courtes impulsions (plusieurs impulsions par éclair du tube à décharge). De plus, ce processus à trois niveaux se termine lorsque l'atome est à l'état fondamental et requiert donc une grande quantité d'énergie pour maintenir une inversion de population.

Le laser à gaz He-Ne

En 1960, Ali Javan (né en 1926) et ses collègues firent fonctionner le premier laser à ondes entretenues en utilisant un mélange d'hélium (He) et de néon (Ne) gazeux dans un tube à décharge. Les collisions entre les électrons et les ions font passer les atomes He à un état métastable d'énergie situé à E_1 = 20,61 eV au-dessus de l'état fondamental (figure 9.41). Il se trouve que le néon a un état stable presque au même niveau d'énergie, E_2 = 20,66 eV. Au lieu de revenir à leur propre état fondamental en émettant un photon, les atomes He peuvent transférer leur énergie aux atomes Ne par collision. La petite différence de 0,05 eV est fournie par l'énergie cinétique des atomes. Des atomes Ne sont également portés au niveau E_2 par des collisions avec des électrons, mais les atomes He aident considérablement à peupler cet état. Ce processus à quatre niveaux offre un meilleur rendement (un apport de 15 W produit un faisceau de 1 mW à la sortie) que le schéma à trois niveaux parce que les atomes à l'état E_3 = 18,70 eV chutent très rapidement à l'état E_4. Il est donc plus facile de maintenir une inversion de population entre les états E_2 et E_3. Ce système émet une lumière laser de 632,8 nm.



▲ Figure 9.41

Les quatre niveaux d'énergie mis en jeu dans le laser He-Ne. L'état métastable E_2 des atomes Ne est peuplé par les collisions avec des électrons dans l'état E_1 des atomes He.

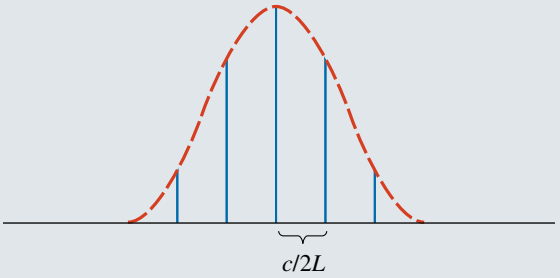
Les propriétés de la lumière laser

Nous allons maintenant examiner certaines propriétés de la lumière laser.

1. *Le faisceau est unidirectionnel* : Le faisceau qui sort d'un laser a une divergence typique de 1′ d'arc environ (la diffraction par l'orifice produit toujours une petite divergence). Le diamètre du faisceau augmente donc de 1 mm environ par mètre parcouru. Cela implique également que la lumière laser a des fronts d'onde presque plans et que son intensité ne décroît que très lentement avec la distance.
2. *L'intensité du faisceau est élevée* : Un projecteur puissant peut produire un rayonnement de 1 kW environ, alors qu'un laser au CO_2 en fonctionnement continu peut produire 10 kW. Un laser au titane-saphir fonctionnant par impulsions de 10^{-15} s à 10^{-14} s peut générer une puissance instantanée de 10^{15} W ! Un laser He-Ne continu à 632,8 nm a une faible puissance de sortie (1 mW) mais, selon la dimension du faisceau, son intensité est voisine de 100 W/m^2. Le rayonnement thermique d'un corps noir à une température de 4580 K atteint son maximum à cette longueur d'onde. L'intensité rayonnée dans l'intervalle indiqué serait à peu près de 25 mW/m^2. Ainsi, dans sa partie du spectre, même le laser He-Ne de puissance relativement faible est 4000 fois plus intense que la lumière solaire. (C'est pourquoi il ne faut JAMAIS qu'un faisceau laser pénètre dans l'œil.)
3. *La lumière laser est presque monochromatique* : Bien qu'il n'existe pas de lumière parfaitement monochromatique, la lumière laser s'approche beaucoup de cet idéal. Chaque raie du spectre d'un atome correspond à un très petit intervalle naturel de longueurs d'onde ou de fréquences. Les effets des collisions entre atomes et l'effet Doppler viennent encore élargir ces raies. Pour une fine raie produite par un tube à décharge ordinaire, l'étalement des longueurs d'onde peut être de ±0,01 nm, alors que les meilleurs ont un étalement de ±0,0005 nm. Par contre, l'étalement d'un laser He-Ne peut descendre jusqu'à ±10^{-6} nm.

►►►

L'étroitesse de la gamme des fréquences émises par un laser est due à un effet de résonance. Le rayonnement réfléchi plusieurs fois entre les miroirs crée des modes résonants d'ondes stationnaires de fréquences nettement définies. Ainsi, dans l'intervalle de longueurs d'onde (élargi par les collisions et par l'effet Doppler), le faisceau laser est constitué de quelques fréquences très précises ($\Delta f < 10^3$ MHz), comme le montre la figure 9.42. Il existe plusieurs moyens de faire fonctionner le laser sur une fréquence unique, mais nous n'allons pas les examiner ici.



▲ Figure 9.42

La fréquence précise de la lumière laser est associée aux modes résonants qui sont établis dans la cavité résonante du laser.

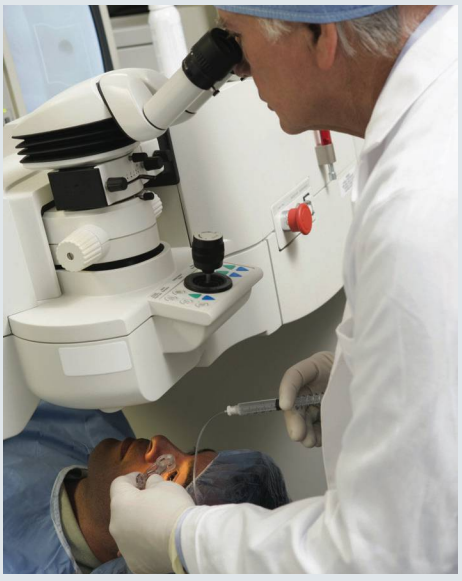
4. *La lumière du laser est cohérente* : Nous avons souligné plus haut qu'un photon produit par émission stimulée voyage dans la même direction que le photon initial. Autre fait important, les deux photons sont parfaitement *en phase* et ont la *même polarisation*. C'est ce qui donne à la lumière laser sa remarquable cohérence (voir la section 6.7). Cette propriété rend les lasers particulièrement utiles pour reproduire des expériences sur l'interférence, comme l'expérience de Young. La *cohérence spatiale* de la lumière laser signifie que deux points de part et d'autre du faisceau sont cohérents. La lumière laser a également une grande *cohérence temporelle*.

Le temps de cohérence τ_c est le temps maximal pendant lequel deux points d'un train d'ondes ont une relation de phase fixe. Ce temps correspond également à la durée de vie du niveau supérieur intervenant dans une transition. On peut considérer qu'un train d'ondes quelconque de longueur finie résulte de la superposition d'ondes de longueur infinie (correspondant chacune à une seule fréquence) dont l'étalement en fréquence est Δf. L'étude montre que l'étalement en fréquence et le temps de cohérence sont liés par la relation

$$\Delta f = \frac{1}{\tau_c}$$

On voit donc que si l'étalement en fréquence est faible, la *durée de cohérence* du faisceau est grande. La *longueur de cohérence* $\ell_c = c\tau_c$ mesure la longueur d'un train d'ondes. En général, pour un seul atome, $\tau_c \approx 10^{-8}$ s et donc $\ell_c = c\tau_c = 3$ m. Dans une décharge gazeuse, les collisions et l'effet Doppler contribuent à élargir la largeur de raie mesurée. L'une des raies les plus nettes du cadmium a une largeur $\Delta\lambda = \pm 0{,}001$ nm, ce qui donne $\ell_c = 25$ cm si $\lambda = 500$ nm. Par contre, la longueur de cohérence d'une raie laser peut aller jusqu'à 30 km !

Un faisceau laser servant à déterminer les dimensions des particules et la concentration d'une flamme.



Anesthésie en préparation d'une chirurgie oculaire avec un laser. Lors d'une telle chirurgie, le laser est manipulé de façon experte et n'est jamais focalisé sur la rétine.

RÉSUMÉ

Le spectre de rayonnement émis par une petite ouverture dans une cavité rayonnante est indépendant de la nature du matériau constituant les parois de cette cavité et est équivalent au rayonnement du corps noir. Le spectre d'un tel rayonnement est décrit par la loi de Planck :

$$R(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \tag{9.5}$$

La position λ_{max} du maximum de l'équation 9.5 est donnée par la loi du déplacement spectral de Wien :

$$\lambda_{max} T = 2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m·K} \tag{9.1}$$

L'aire sous la courbe de l'équation 9.5, c'est-à-dire l'intensité totale émise, est donnée par la loi de Stefan-Boltzmann :

$$I = \sigma T^4 \tag{9.2}$$

Selon l'hypothèse quantique d'Einstein, l'énergie d'un atome agissant comme oscillateur est quantifiée en multiples de hf, où f est la fréquence et h, la constante de Planck. L'énergie du $n^{\text{ième}}$ niveau est

$$E_n = nhf \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \tag{9.6}$$

L'énergie d'un rayonnement électromagnétique de fréquence f est également quantifiée. Chaque photon, ou quantum d'énergie, possède une valeur donnée par

$$E = hf \tag{9.8}$$

Dans l'effet photoélectrique, on observe que l'intensité de la lumière incidente a un effet sur le nombre d'électrons éjectés mais pas sur leur énergie cinétique. En revanche, augmenter la fréquence de la lumière fait croître l'énergie cinétique des électrons éjectés. Einstein expliqua cela grâce à un modèle où un seul photon de fréquence f interagit avec un seul électron et l'éjecte du matériau. Le photon est absorbé (disparaît) au cours de ce processus. On peut déterminer l'énergie cinétique maximale des électrons à partir du potentiel d'arrêt ΔV_0 :

$$K_{max} = e\Delta V_0 \tag{9.7}$$

Selon l'équation photoélectrique d'Einstein,

$$K_{max} = hf - \phi \tag{9.9}$$

où ϕ est le travail d'extraction, c'est-à-dire l'énergie minimale nécessaire pour extraire un électron de la surface. L'effet photoélectrique ne se produit pas aux fréquences inférieures à la fréquence de seuil f_0 :

$$hf_0 = \phi \tag{9.10}$$

Dans l'effet Compton, on explique la diffusion de la lumière par une collision entre un photon et un électron libre. Le déplacement de longueur d'onde du photon diffusé est donné par

$$\lambda' - \lambda = \left(\frac{h}{m_0 c}\right)(1 - \cos\theta) \tag{9.16}$$

où θ est l'angle de déviation du photon.

Le modèle de Bohr pour l'atome d'hydrogène permet de prédire les longueurs d'onde du spectre de raies que produit cet atome. Il s'applique également à d'autres systèmes à un seul électron. Ce modèle se fonde sur les postulats suivants :

1. L'électron se déplace uniquement sur certaines orbites circulaires, appelées *états stationnaires*.
2. Il n'y a émission ou absorption d'un rayonnement que lorsqu'un électron passe d'une orbite n_i à une orbite n_f, la fréquence du rayonnement étant donnée par le principe de conservation de l'énergie :

   (émission) $$E_{n_i} = E_{n_f} + \frac{hc}{\lambda} \qquad (9.24a)$$

   (absorption) $$E_{n_i} + \frac{hc}{\lambda} = E_{n_f} \qquad (9.24b)$$

3. Le module du moment cinétique d'un électron est quantifié selon

   $$mvr = n\hbar \qquad (9.21)$$

   où $\hbar = h/2\pi$.

L'énergie mécanique de l'atome, selon le modèle de Bohr, est donnée par

$$E = -\frac{ke^2}{2r} \qquad (9.20)$$

Les valeurs permises pour le rayon de l'orbite de l'électron de cet atome sont données par

$$r_n = \frac{\hbar^2}{mke^2} n^2 \qquad (9.22a)$$

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène, en électronvolts, sont donnés par

$$E_n = -(13{,}6\ \text{eV})\frac{Z^2}{n^2} \qquad (9.23c)$$

Un atome peut être excité et passer à un état de niveau plus élevé soit par suite d'une collision avec un électron hors de l'atome, soit par l'absorption d'un photon de fréquence convenable.

TERMES IMPORTANTS

approximation de Wien (p. 392)
cavité rayonnante (p. 388)
corps noir (p. 388)
désexcitation collisionnelle (p. 415)
désexcitation radiative (p. 415)
diffusion (p. 403)
dualité onde-particule (p. 425)
effet Compton (p. 403)
effet photoélectrique (p. 395)
excitation collisionnelle (p. 415)
excitation radiative (p. 415)
formule de Balmer (p. 408)
fréquence de seuil (p. 401)
hypothèse quantique d'Einstein (p. 394)
ionisation (p. 415)
loi de Planck (p. 394)
loi de Rayleigh-Jeans (p. 392)
loi de Stefan-Boltzmann (p. 389)
loi du déplacement spectral de Wien (p. 389)
longueur d'onde de Compton (p. 405)
luminosité (p. 390)
niveau excité (p. 415)
niveau fondamental (p. 415)
noyau (p. 411)
photon (p. 400)
potentiel d'arrêt (p. 398)
quantification de l'énergie (p. 394)
radiance spectrale (p. 385)
rayonnement du corps noir (p. 388)
rayonnement thermique (p. 387)
spectre (p. 384)
spectre continu (p. 384)
spectre d'absorption (p. 384)
spectre d'émission (p. 384)
spectre de raies (p. 384)
spectre discret (p. 384)
travail d'extraction (p. 396)

RÉVISION

R1. En quoi la figure 9.7 (p. 388) illustre-t-elle la loi de Stefan-Boltzmann ?

R2. Quelles particularités de l'effet photoélectrique la mécanique classique peut-elle expliquer ? Lesquelles ne parvient-elle pas à expliquer ?

R3. Expliquez pourquoi l'arrivée successive de deux photons possédant chacun la moitié de la fréquence de seuil est incapable de produire l'effet photoélectrique.

R4. Comment l'effet Compton a-t-il permis de convaincre la plupart des physiciens de la validité de la notion de photon ?

R5. Décrivez l'apport de Rutherford et de Bohr dans l'évolution des modèles atomiques.

R6. Énoncez les trois postulats de Bohr.

R7. Expliquez la différence entre une excitation radiative et une excitation collisionnelle.

R8. Expliquez la différence entre une désexcitation radiative et une désexcitation collisionnelle.

R9. Expliquez comment on peut concilier le spectre en forme de cloche caractéristique du corps noir et le spectre de raies prédit par le modèle de Bohr.

R10. Quelle caractéristique du modèle atomique de Bohr était incompatible avec les lois de la physique connues à l'époque ?

R11. Précisez une expérience où la lumière se comporte surtout comme une onde et une expérience où elle se comporte surtout comme une particule.

QUESTIONS

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

Q1. Un signal radio AM suffisamment puissant peut-il produire un effet photoélectrique ?

Q2. (a) Lorsqu'une surface est éclairée par de la lumière monochromatique, pourquoi y a-t-il une limite supérieure à l'énergie cinétique que peuvent posséder les photoélectrons ? (b) Pour une fréquence donnée supérieure au seuil photoélectrique, pourquoi existe-t-il un intervalle d'énergie cinétique pour les électrons émis ?

Q3. Lorsque de la lumière contenant un intervalle continu de fréquences traverse un échantillon de gaz hydrogène à température ambiante, seule la série de Lyman (voir la figure 9.29, p. 417) est observée dans le spectre d'absorption. Pourquoi ?

Q4. Si l'intensité de la lumière est fixe, le nombre de photoélectrons dépend-il de la fréquence ?

Q5. L'existence d'un travail d'extraction photoélectrique n'est pas contraire à la physique classique. Puisque le travail d'extraction est égal à hf_0, pourquoi l'existence d'une fréquence de coupure n'est-elle pas également acceptable dans le cadre de la physique classique ?

Q6. Quel phénomène facilement observable est décrit par : (a) la loi de Stefan-Boltzmann ; (b) la loi du déplacement de Wien ?

Q7. En quoi l'effet photoélectrique et l'effet Compton sont-ils : (a) semblables ; (b) différents ?

Q8. Pourquoi l'effet Compton ne se produit-il pas avec la lumière visible ?

Q9. La température de la plaque métallique où se produit l'effet photoélectrique a-t-elle une importance ?

Q10. La lumière provenant des étoiles nous apparaît parfois rougeâtre ou bleuâtre. Quels renseignements peut-on tirer de cette observation ?

Q11. Pourquoi est-il difficile de produire une ampoule incandescente avec un spectre visible semblable à celui de la lumière solaire ?

Q12. Montrez que les unités de la constante de Planck sont les mêmes que celles du moment cinétique.

Q13. Les rayons ultraviolets provoquent le bronzage et les coups de soleil. Pourquoi la lumière visible n'a-t-elle pas les mêmes effets ?

Q14. Un filament plus chaud dans une ampoule serait-il plus efficace pour convertir l'énergie électrique en énergie lumineuse ? Justifiez votre réponse.

Q15. Selon le deuxième postulat de Bohr, la fréquence f de la lumière émise est donnée par $\Delta E = hf$, où ΔE est la différence d'énergie entre deux niveaux. Cette équation peut-elle être absolument valable ? (*Indice* : Pensez à la conservation de la quantité de mouvement.)

Q16. Un électron dans un atome d'hydrogène est dans son état fondamental. (a) Que lui arrive-t-il en présence d'un rayonnement incident de fréquence supérieure à $(E_3 - E_1)/h$ mais inférieure à $(E_4 - E_1)/h$? (b) Que se passe-t-il si l'on utilise un faisceau d'électrons d'énergie cinétique supérieure à $(E_3 - E_1)$ mais inférieure à $(E_4 - E_1)$?

Q17. De quelle donnée expérimentale se servit Bohr pour formuler sa théorie ?

Q18. Dans son premier postulat, Bohr abandonne *deux* caractéristiques de la théorie classique du rayonnement. L'une d'entre elles a été mentionnée explicitement. Quelle est l'autre ?

Q19. Quels aspects du modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène sont : (a) classiques ; (b) non classiques ?

Q20. L'hydrogène a un seul électron, mais il émet plusieurs raies spectrales. Expliquez pourquoi.

Q21. Soit une collision entre un électron libre et un atome d'hydrogène. Quelle énergie cinétique maximale peut posséder l'électron pour que la collision avec l'atome soit élastique ?

Q22. (a) Complétez la figure 9.15*b* (p. 399) pour montrer comment est modifié le graphique du courant obtenu par effet photoélectrique si l'on maintient l'intensité fixe et que l'on fait varier la fréquence ($f > f_0$). (b) Que devient cette figure si on remplace le matériau de la plaque P ?

Q23. Puisque l'équation 9.26 fait intervenir e^4, pourquoi le fait de remplacer e par Ze donne Z^2 dans l'équation 9.23*c* ? Indiquez les étapes suivies.

Q24. Expliquez le fondement physique du principe de combinaison de Ritz (voir la section 9.5).

Q25. Supposons que l'électron dans l'atome d'hydrogène parte du niveau $n = 4$. Combien de raies peut-on observer ?

Q26. Dans l'effet Compton, pourquoi $\Delta\lambda$ est-il indépendant du matériau ? Pourquoi est-il indépendant de λ ?

Q27. Dans l'effet Compton, pourquoi est-il préférable d'utiliser de courtes longueurs d'onde pour le rayonnement incident ?

Q28. Lors de la radiographie d'un os, celui-ci interrompt le parcours en ligne droite des photons incidents sur lui, alors que les photons qui passent à côté poursuivent leur chemin jusqu'au capteur. Quand un photon atteint un des pixels du capteur, la construction de l'image suppose qu'il a fait un chemin en ligne droite de la source jusque-là, mais ce n'est pas toujours le cas : une partie des photons diffusés par effet Compton atteignent quand même le capteur. (a) Quelle conséquence ces photons ont-ils sur l'allure générale de l'image ? (b) Quel phénomène, à la place de l'effet Compton, permettrait à l'os d'interrompre le parcours rectiligne des photons sans produire de photons diffusés ?

EXERCICES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

9.2 Rayonnement du corps noir

E1. (I) Quelle est la longueur d'onde du pic (λ_{max}) dans le rayonnement du corps noir aux températures suivantes : (a) le rayonnement cosmique de 3 K provenant du Big Bang qui créa l'Univers ; (b) un filament de tungstène à 3000 K ; (c) une réaction de fusion à 10^7 K ?

E2. (I) (a) Le pic de rayonnement provenant du Soleil se situe à 500 nm. Quelle est la température à la surface du Soleil, en supposant qu'il s'agisse d'un corps noir ? (b) Quelle serait la température à la surface d'une étoile dont le pic de rayonnement serait situé à 350 nm ?

E3. (I) Pour quel intervalle de températures la longueur d'onde du pic de rayonnement du corps noir varie-t-elle de 400 nm à 700 nm, soit la gamme des longueurs d'onde de la lumière visible ?

E4. MonLab (II) En vous servant de la loi de Stefan-Boltzmann, estimez l'intensité nette transférée vers l'environnement par : (a) un poêle chaud à 2000 °C dans une pièce à 20 °C ; (b) une personne dont la température de la peau est à 34 °C dans l'air à 10 °C.

E5. (I) Sachant que la température à la surface de l'étoile Sirius A est de 8830 K, estimez sa luminosité. Le rayon de cette étoile est environ deux fois celui du Soleil.

E6. (I) Un filament chauffant a un rayon de 2 mm et une longueur de 20 cm. Si sa température est de 2000 K, quelle est sa luminosité ?

E7. (I) Quelle est la longueur d'onde du pic du rayonnement du corps noir pour un objet à 300 K ?

E8. (I) Une molécule de CO_2 peut vibrer à des fréquences qui sont des multiples entiers de $5{,}1 \times 10^{13}$ Hz. Quelle est la séparation entre des niveaux d'énergie adjacents en électronvolts ?

9.3 Effet photoélectrique

E9. (I) Une station de radio a une puissance émettrice de 400 kW à 100 MHz. Combien de photons par seconde sont émis ?

E10. (I) (a) Montrez que l'énergie E d'un photon (en électronvolts) peut s'écrire sous la forme

$$E = \frac{(1{,}24 \times 10^3 \text{ eV·nm})}{\lambda}$$

où la longueur d'onde λ est en nanomètres. (b) Quel est, en électronvolts, l'intervalle d'énergie des photons dans la région visible entre 400 nm et 700 nm ?

E11. (I) Le travail d'extraction d'un électron est de 2,25 eV pour le potassium. Soit un faisceau de longueur d'onde 400 nm qui a une intensité de 10^{-9} W/m^2. Déterminez : (a) l'énergie cinétique maximale des photoélectrons en électronvolts ; (b) le nombre

d'électrons émis par mètre carré par seconde à partir de la surface où se produit l'effet photoélectrique, en supposant que 3 % des photons incidents parviennent à éjecter des électrons.

E12. (I) L'intensité lumineuse minimale que peut détecter l'œil est de 5×10^{-13} W/m^2 environ. Si le diamètre de la pupille est de 5 mm, trouvez : (a) la puissance nécessaire ; (b) le nombre de photons par seconde requis à 500 nm.

E13. (I) Le seuil photoélectrique de longueur d'onde pour le césium est de 686 nm. Si de la lumière de longueur d'onde 470 nm éclaire la surface, quel est le module de la vitesse maximale des photoélectrons ?

E14. (I) Déterminez l'énergie, en électronvolts, des photons pour les longueurs d'onde ou fréquences suivantes : (a) la lumière visible à 550 nm ; (b) une onde radio FM à 100 MHz ; (c) une onde radio AM à 940 kHz ; (d) un faisceau de rayons X à 0,071 nm.

E15. (I) (a) L'énergie de dissociation du CO est de 11 eV. Quelle est la fréquence minimale de rayonnement qui peut rompre cette liaison ? (b) La longueur d'onde maximale d'un rayonnement capable de dissocier la molécule O_2 est de 175 nm. Quelle est l'énergie de liaison de cette molécule en électronvolts ?

E16. (I) La liaison C—C a une énergie de dissociation de 3,6 eV. Quelle est la plus grande longueur d'onde pouvant rompre cette liaison ? À quelle partie du spectre appartient-elle ?

E17. (I) L'intensité du rayonnement solaire incident sur l'atmosphère terrestre est de 1,34 kW/m^2. En supposant qu'il est monochromatique à 550 nm (jaune), à combien de photons/(m^2·s) correspond-il ?

E18. (I) Un laser à gaz He-Ne produit 1 mW à une longueur d'onde de 632,8 nm. Combien de photons émet-il par seconde ?

E19. MonLab (I) Le travail d'extraction d'un des électrons du lithium est de 2,3 eV. (a) Quelle est, en électronvolts, l'énergie cinétique maximale des photoélectrons lorsqu'une surface constituée de cet atome est éclairée par de la lumière de longueur d'onde 400 nm ? (b) Si le potentiel d'arrêt est de 0,6 V, quelle est la longueur d'onde de rayonnement ?

E20. (I) Soit un rayonnement de longueur d'onde 200 nm tombant sur du mercure pour lequel le travail d'extraction photoélectrique est de 4,5 eV. Quels sont : (a) l'énergie cinétique maximale des électrons éjectés, en électronvolts ; (b) le potentiel d'arrêt ?

E21. (I) Lorsqu'un rayonnement de longueur d'onde 350 nm éclaire une surface, l'énergie cinétique maximale des photoélectrons est de 1,2 eV. Quel est le potentiel d'arrêt pour une longueur d'onde de 230 nm ?

E22. (I) Lorsque de la lumière violette de longueur d'onde 420 nm éclaire une surface, le potentiel d'arrêt des photoélectrons est de 2,4 V. Quelle est la fréquence de seuil pour cette surface ?

E23. MonLab (II) Une ampoule de 100 W convertit 5 % de l'énergie électrique consommée en lumière visible. On suppose que la lumière a une longueur d'onde de 600 nm et que l'ampoule est une source ponctuelle. (a) Quel est le nombre de photons émis par seconde ? (b) Si, pour détecter une source à cette longueur d'onde, l'œil a besoin au minimum de 20 photons/s, à quelle distance maximale l'ampoule est-elle visible ? On suppose le diamètre de la pupille égal à 3 mm. (c) Dans l'obscurité, le diamètre de la pupille passe à 8 mm. À quelle distance l'ampoule devient-elle discernable ?

E24. (II) Lorsqu'un métal est éclairé par de la lumière de fréquence f, l'énergie cinétique maximale des photoélectrons est de 1,3 eV. Lorsqu'on augmente la fréquence de 50 %, l'énergie cinétique maximale peut atteindre jusqu'à 3,6 eV. Quelle est la fréquence de seuil pour ce métal ?

E25. (II) Avec une pupille de diamètre égal à 5 mm, l'œil peut détecter 8 photons/s à 500 nm. Pour que l'œil puisse la détecter, quelle doit être la luminosité d'une source ponctuelle à la distance de : (a) la Lune ; (b) Alpha du Centaure, située à 4,2 a.l. ?

E26. (II) Lors d'une expérience sur l'effet photoélectrique, on a recueilli les valeurs suivantes pour la longueur d'onde et le potentiel d'arrêt.

λ (nm) :	500	450	400	350	300
ΔV_0 (V) :	0,37	0,65	1,0	1,37	2,0

Tracez un graphe et utilisez-le pour déterminer : (a) h/e ; (b) la fréquence de seuil.

9.4 Effet Compton

E27. (II) (a) Quelle est la fréquence d'un photon dont l'énergie est égale à deux fois l'énergie au repos d'un électron ? (Voir le chapitre 8.) (b) Quel serait le module de la quantité de mouvement de ce photon ?

E28. MonLab (I) Un faisceau de rayons X dans lequel chaque photon a une énergie de 30 keV subit une diffusion Compton. Un photon diffusé émerge à 50° par rapport au faisceau incident. (a) Trouvez la longueur d'onde modifiée. (b) Quelle est l'énergie cinétique de l'électron diffusé ?

E29. (I) Soit un faisceau de rayons X dans lequel chaque photon a une énergie de 40 keV. Trouvez, en électronvolts, l'énergie cinétique maximale possible des électrons diffusés par effet Compton.

E30. (I) Un photon de la gamme des rayons X de longueur d'onde 0,071 nm est diffusé par une cible de

carbone. Il subit un déplacement d'une longueur d'onde de 0,02 %. Selon quel angle émerge-t-il par rapport à sa direction initiale ?

E31. (I) La longueur d'onde d'un photon est égale à la longueur d'onde de Compton. Quelle est son énergie en électronvolts ?

E32. (I) Un faisceau de rayons X dans lequel chaque photon a une énergie de 30 keV est diffusé à 37° par effet Compton. (a) Quelle est la variation de longueur d'onde ? (b) Quelle est, en électronvolts, l'énergie des photons diffusés ?

E33. (II) La variation relative de longueur d'onde d'un faisceau soumis à une diffusion Compton est $\Delta\lambda/\lambda = 0{,}03\,\%$. Quelle est l'énergie des photons incidents si l'angle de diffusion est de 53° ?

E34. (I) Un photon de la gamme des rayons X de longueur d'onde 0,08 nm est diffusé à 70° par un bloc de graphite. (a) Quelle est la variation de longueur d'onde par effet Compton ? (b) Quelle est, en électronvolts, l'énergie cinétique de l'électron diffusé ?

E35. (I) Des rayons X dont l'énergie par photon est de 50 keV sont diffusés à 45°. Trouvez la fréquence des photons diffusés.

E36. (I) Un faisceau de rayons X de longueur d'onde 0,08 nm utilisé lors d'une radiothérapie est soumis à une diffusion Compton quand il atteint sa cible. Calculez le déplacement de longueur d'onde si les photons diffusés sont déviés de : (a) 30° ; (b) 90° ; (c) 150°.

9.7 Modèle de Bohr

E37. MonLab (II) (a) Un gaz d'atomes d'hydrogène à l'état fondamental est bombardé par des électrons d'énergie cinétique égale à 12,5 eV. Quelles longueurs d'onde émises peut-on s'attendre à observer ? (b) Que se passe-t-il si les électrons sont remplacés par des photons de même énergie ?

E38. (I) (a) Trouvez les trois plus grandes longueurs d'onde de la série de Paschen (voir la figure 9.29, p. 417) pour l'atome d'hydrogène. Dans quelle partie du spectre électromagnétique sont-elles situées ? (b) Quelle est la plus courte longueur d'onde dans cette série ?

E39. MonLab (I) Quelle est la longueur d'onde maximale capable d'ioniser un atome d'hydrogène à l'état fondamental ? Dans quelle région du spectre électromagnétique est située cette longueur d'onde ?

E40. (I) Calculez la fréquence de révolution de l'électron de l'atome d'hydrogène à l'état fondamental. Si l'électron rayonnait à cette fréquence, dans quelle partie du spectre électromagnétique ce rayonnement serait-il situé ?

E41. (I) Un atome d'hydrogène est à l'état $n = 2$. Quelles sont, en électronvolts : (a) son énergie potentielle électrique ; (b) l'énergie cinétique de son électron ?

E42. MonLab (I) (a) Déterminez, en électronvolts, les quatre premiers niveaux d'énergie de l'ion Li^{++} ($Z = 3$). (b) Quelles sont les longueurs d'onde des trois transitions les plus énergétiques pour ces quatre niveaux ?

E43. (I) Calculez le rayon de l'orbite de l'électron dans chacun des trois premiers états de l'atome d'hydrogène.

E44. (I) (a) Quels sont, en électronvolts, les trois premiers niveaux d'énergie de l'ion He^+ ($Z = 2$) ? (b) Quelle est l'énergie requise pour libérer l'électron de cet ion ?

E45. (I) On considère l'électron de l'atome d'hydrogène à l'état fondamental. Déterminez, selon le modèle de Bohr, le module de : (a) sa vitesse ; (b) sa quantité de mouvement ; (c) son accélération.

E46. (II) Soit un électron en orbite autour d'un noyau de charge Ze. Montrez que le rayon de l'orbite du $n^{\text{ième}}$ niveau est donné par $r_n = n^2 r_1/Z$, où r_1 correspond au rayon de l'orbite de l'électron de l'hydrogène lorsque $n = 1$, soit $\hbar^2/mke^2$.

E47. (II) Un électron est en orbite autour d'un noyau de charge Ze. Montrez que le module de la vitesse pour le $n^{\text{ième}}$ niveau est donné par $v_n = (2{,}19 \times 10^6\ \text{m/s})(Z/n)$.

E48. (II) Dans un atome muonique, l'électron est remplacé par une particule appelée *muon*, qui possède la même charge que l'électron mais dont la masse est 207 fois plus grande. De quel facteur varie chacune des grandeurs suivantes par rapport à un atome ordinaire à un électron : (a) les niveaux d'énergie ; (b) les rayons des orbites ?

E49. (II) Un électron est en orbite autour d'un noyau de charge Ze. Montrez que l'énergie du $n^{\text{ième}}$ niveau est donnée par l'équation 9.23*c*.

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

9.3 Effet photoélectrique

E50. (I) Les ondes d'un four à micro-ondes ont une fréquence de 2450 MHz. Trouvez : (a) leur longueur d'onde ; (b) l'énergie d'un photon en électronvolts.

E51. (I) Lorsque de la lumière de longueur d'onde 490 nm éclaire une surface photoélectrique, le potentiel d'arrêt est de 0,63 V. Quel est, en électronvolts, le travail d'extraction d'un électron ?

E52. (I) Le travail d'extraction d'un photoélectron pour un métal est de 2,2 eV. (a) Quelle est la longueur d'onde de seuil photoélectrique ? (b) Quelle est l'énergie cinétique maximale, en électronvolts, des électrons émis lorsqu'on utilise une longueur d'onde de 420 nm ?

E53. (I) Lorsqu'on éclaire une surface avec de la lumière de longueur d'onde 428 nm, les photoélectrons ont une vitesse maximale de module $5{,}2 \times 10^5$ m/s. Quelle est la fréquence de seuil de la photoémission ?

E54. (I) Un photon de 4,8 eV frappe une surface pour laquelle le travail d'extraction est de 2,78 eV. Quel est le module de la vitesse maximale de l'électron émis ?

E55. (I) La longueur d'onde de seuil photoélectrique d'un matériau métallique est de 360 nm. Quel est le module de la vitesse maximale des électrons émis si on utilise des photons de 280 nm de longueur d'onde ?

9.4 Effet Compton

E56. (I) Un photon de la gamme des rayons X de 30 keV est diffusé à 60° par un électron libre. (a) Quelle est, en électronvolts, l'énergie du photon diffusé ? (b) Quelle est alors la vitesse de ce photon ?

E57. (I) Un photon de 120 keV est diffusé par un électron libre et perd 5 % de son énergie. Quel est l'angle de diffusion ?

E58. (I) Un photon de 0,15 nm de longueur d'onde est diffusé par un électron libre dont le module de la vitesse de recul n'est que de $2{,}6 \times 10^6$ m/s. (a) Quelle est la nouvelle longueur d'onde du photon ? (b) Quel est l'angle de diffusion ? (c) Comment expliquez-vous que la vitesse de recul soit si faible ?

E59. (II) Un photon de 0,01 nm est diffusé à 90° par les électrons libres d'une cible de carbone. (a) Quelle énergie l'électron gagne-t-il ? (b) Quelle est alors sa quantité de mouvement ? (c) Quel est l'angle auquel est projeté l'électron ?

E60. (I) Des photons de 100 keV sont utilisés pendant une radiographie en bloc opératoire. Quel est l'intervalle d'énergie des photons auxquels le personnel médical est exposé ?

9.7 Modèle de Bohr

E61. (I) Quelle est la plus petite longueur d'onde d'une raie spectrale : (a) de la série de Balmer ; (b) de la série de Lyman ?

E62. (I) Un atome d'hydrogène passe de l'état $n = 2$ à l'état fondamental. Quelle est la longueur d'onde du photon émis ?

E63. MonLab (I) Un atome absorbe l'énergie d'un photon de 392 nm et la réémet en deux étapes. Si la longueur d'onde d'un des photons émis est de 712 nm, quelle est la longueur d'onde de l'autre ?

E64. (II) Un atome d'hydrogène émet des photons dont la longueur d'onde est de 102,5 nm. Quels sont les deux niveaux d'énergie en cause ?

PROBLÈMES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

P1. MonLab (I) Dans une expérience sur l'effet Compton, le photon diffusé a une énergie de 130 keV et l'électron diffusé a une énergie cinétique de 45 keV. Trouvez : (a) la longueur d'onde des photons incidents ; (b) l'angle θ de diffusion du photon ; (c) l'angle ϕ suivant lequel est éjecté l'électron.

P2. (I) Montrez que l'approximation de Wien mène à la loi du déplacement de Wien (équation 9.1). (*Indice* : Quelle est la condition pour obtenir λ_{max} ?)

P3. (I) En considérant le cas particulier d'une collision à une dimension, montrez qu'un électron libre ne peut pas absorber complètement un photon. (Montrez que la quantité de mouvement et l'énergie ne peuvent pas être conservées simultanément.)

P4. (I) Montrez que la perte d'énergie relative d'un photon soumis à une diffusion Compton est donnée approximativement par $\Delta E/E = -\Delta\lambda/\lambda$.

P5. (I) Les deux protons de la molécule d'hydrogène sont distants de 0,074 nm et tournent autour de leur centre de masse. Le module du moment cinétique total est quantifié en multiples de $h/2\pi$. (a) Quel est le moment d'inertie I ? (b) Si le moment cinétique $I\omega_n$ est quantifié, trouvez ω_n. (c) Si f est la fréquence de rotation de chacun des protons autour du centre de masse, où est situé $f_{n+1} - f_n$ dans le spectre électromagnétique ?

P6. (I) Un atome d'hydrogène fait une transition du niveau $n = 5$ au niveau $n = 1$. Trouvez le module de la vitesse de recul de cet atome.

P7. (II) Établissez l'équation 9.16 pour l'effet Compton. (*Indice* : Utilisez d'abord les équations 9.13 et 9.14 pour éliminer ϕ et obtenir l'expression donnant p^2. Ensuite, utilisez $E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4 = (K + m_0c^2)^2$ et l'équation 9.15 pour obtenir une autre expression donnant p^2.)

P8. (II) (a) Dans la loi de Planck, posez $x = hc/\lambda kT$. En dérivant par rapport à x, montrez que la longueur d'onde correspondant au maximum est donnée par l'équation $5 - x = 5e^{-x}$. La solution de cette équation

est $x = 4{,}965$. (b) Montrez que la loi de Planck mène à la loi du déplacement de Wien.

P9. (II) Montrez que

$$I = \int_0^\infty R(\lambda, T)\,\mathrm{d}T$$

conduit à $I = \sigma T^4$, où la constante $\sigma = 2\pi^5 k^4/15c^2h^3$, soit la loi de Stefan-Boltzmann. Pour y arriver, faites un changement de variable du type $x = hc/\lambda kT$ et remarquez que

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{(e^x - 1)}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi^4}{15}$$

P10. (II) Le positonium est composé d'un électron et d'un positon (électron positif) en orbite autour de leur centre de masse commun. Utilisez le modèle de Bohr pour montrer que les niveaux d'énergie sont donnés par $E_n \approx (-6{,}8\text{ eV})/n^2$.

P11. (II) Ajustez correctement les paramètres qui apparaissent dans les expressions pour la radiance spectrale de Wien, de Rayleigh-Jeans et de Planck. Tracez ensuite le graphe de ces trois expressions sur une plage de longueurs d'onde permettant de vérifier les affirmations de la section 9.2 et de la figure 9.9 (p. 392).

P12. (I) La tomographie par émission de positons, une technique d'imagerie médicale, utilise le fait qu'une substance injectée au patient émet des positons (antiélectrons). Quand un positon et un électron se rencontrent, ces deux particules *s'annihilent* et une paire de photons de haute énergie est créée. Le positon et l'électron ont des masses identiques et on considère que leur vitesse est négligeable à l'instant où ils se rencontrent. (a) En utilisant les principes de conservation appropriés, montrez que ces deux photons doivent avoir la même longueur d'onde et prendre des directions diamétralement opposées. (b) Quelle est leur longueur d'onde ? (c) Quel est le module de leur quantité de mouvement ?

P13. (I) Considérez deux cavités rayonnantes placées face à face, de façon à ce que le rayonnement produit par chacune soit entièrement incident dans l'autre cavité. (a) Montrez qu'à l'équilibre thermique, l'intensité totale que chacune laisse échapper ne peut dépendre que de la température et non de la nature du matériau qui compose les parois. (*Indice* : À l'équilibre thermique, que peut-on dire au sujet de l'énergie ? Utilisez ensuite un raisonnement par l'absurde.) (b) On insère entre les deux cavités un filtre qui ne laisse passer qu'un intervalle de longueurs d'onde, le reste étant réfléchi vers la cavité émettrice. Pourquoi la température d'équilibre n'est-elle pas modifiée ? (c) Comment peut-on utiliser des filtres comme celui décrit en (b) pour montrer que les deux cavités ont exactement le même spectre, quel que soit le matériau ?

CHAPITRE 10

LA MÉCANIQUE QUANTIQUE

SOMMAIRE

10.1 Les ondes de Broglie
10.2 La diffraction des électrons
10.3 Le paquet d'ondes
10.4 L'équation d'onde de Schrödinger
10.5 La fonction d'onde
10.6 Applications de la mécanique quantique
10.7 Le principe d'incertitude de Heisenberg
10.8 La réduction du paquet d'ondes
10.9 La dualité onde-particule

Cette photo montre à la fois de la matière (le groupe rock et son matériel) et de la lumière (émise par les projecteurs). Selon la physique quantique, les particules qui composent la matière ont un comportement très comparable à celui des photons qui composent la lumière. En effet, les deux manifestent la dualité onde-particule : dans le premier cas, le carré de l'amplitude d'une onde électromagnétique indique la probabilité de présence de chaque photon et, dans le second cas, le carré de l'amplitude d'une onde de matière indique la probabilité de présence de chaque électron, proton, neutron… Dans ce chapitre, nous nous pencherons sur ce type de description exclusivement probabiliste.

Malgré les avancées majeures qu'elle a permis de marquer, la « vieille théorie quantique », que nous avons étudiée au chapitre précédent, avait d'importantes limites. Par exemple, la théorie de Bohr permet de prédire le spectre de l'hydrogène et donne un début d'explication à la stabilité des atomes, mais elle n'est valable que pour des systèmes à un seul électron et ne peut pas prédire les intensités relatives des raies spectrales. Certes, en 1916, Arnold Sommerfeld (1868-1951) améliora la théorie de Bohr en incorporant la relativité restreinte, la possibilité d'orbites elliptiques et deux nouveaux nombres quantiques. Mais même si cette théorie améliorée permettait de rendre compte de nombreuses caractéristiques des spectres et montrait comment le tableau périodique est construit de façon systématique, elle restait fondée sur divers postulats décousus et peu satisfaisants.

Vers la fin de la Première Guerre mondiale, toute la « vieille théorie quantique » avait atteint le même genre de statut : l'ensemble des nouveaux modèles ne formait pas un tout cohérent. Dans le climat d'ouverture de l'après-guerre, un remaniement radical de la théorie se produisit, ce qui donna la *mécanique quantique* moderne. À la section 10.1, nous exposerons les idées qui sont à l'origine de ce remaniement. À la section 10.4, nous verrons que ces idées ont ensuite été développées par d'autres physiciens et qu'elles ont conduit à l'équation de Schrödinger, qui en est une extension et qui forme la base de la mécanique quantique. Contrairement aux différents modèles de la vieille théorie quantique, l'équation de Schrödinger a une portée générale. Nous le montrerons à la section 10.6 en l'appliquant à plusieurs situations. Enfin, aux sections 10.7 à 10.9, nous verrons comment la description ondulatoire qui découle de cette équation conduit au principe d'incertitude de Heisenberg et à une remise en question radicale du déterminisme.

10.1 LES ONDES DE BROGLIE

▲ **Figure 10.1**
Louis de Broglie (1892-1987).

Dans la thèse de doctorat qu'il présenta en 1924, Louis de Broglie (figure 10.1) émit au sujet des particules de matière une hypothèse révolutionnaire fondée sur la généralisation des propriétés de la lumière. Celle-ci, qui depuis un siècle était considérée comme une onde, venait de manifester des caractéristiques propres à un jet de particules, notamment dans l'effet photoélectrique et dans l'effet Compton ; de Broglie présuma qu'on pouvait attribuer aux particules matérielles une dualité onde-particule similaire. Autrement dit, l'**hypothèse de Broglie** consiste à supposer que les particules composant la matière *peuvent également avoir un comportement ondulatoire*.

Utilisant une combinaison de la théorie quantique et de la relativité restreinte, de Broglie supposa que la longueur d'onde λ associée à une particule est liée au module de sa quantité de mouvement $p = mv$ par la relation

Longueur d'onde d'une particule

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad (10.1)$$

En la comparant avec l'équation 9.12, on remarque que l'équation 10.1 est également valable pour un photon : $p = E/c = hf/c = h/\lambda$. Dans le cas du photon, l'onde associée est une onde électromagnétique, mais ce type d'onde ne convient pas pour une particule : de Broglie venait en somme d'inventer un nouveau type d'onde, l'**onde de matière**. La signification physique de cette nouvelle onde n'était pas claire ; en particulier, de Broglie n'avait pas identifié « ce qui oscille » et s'était contenté de déterminer une longueur d'onde.

Malgré ce vide, on peut vérifier la validité de l'hypothèse de Broglie : il suffit d'en comparer les prédictions avec celles que permettent de faire les autres lois de la physique. Or, de Broglie montra de façon assez satisfaisante que son hypothèse était cohérente avec les lois de la dynamique, donnant l'exemple d'un corps en mouvement uniforme, d'une charge en mouvement dans un champ électrique et d'une charge en mouvement dans un champ magnétique. À titre d'exemple, nous allons montrer que l'hypothèse de Broglie est cohérente avec

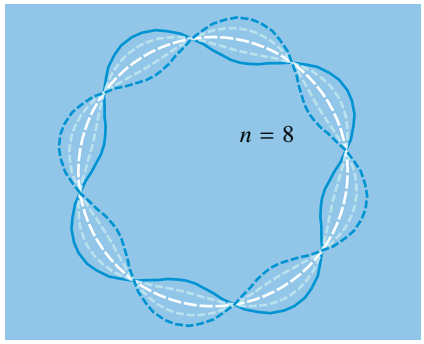
le modèle atomique de Bohr. Dans ce modèle, le module du moment cinétique de l'électron est quantifié :

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \qquad (10.2)$$

Lorsqu'on y substitue l'équation de Broglie $p = mv = h/\lambda$, l'équation 10.2 devient

$$\lambda = \frac{2\pi r}{n} \qquad (10.3)$$

Cette équation est très analogue à la condition $\lambda = 2L/n$ (équation 2.15) que doivent respecter les ondes stationnaires résonantes sur une corde ! Ainsi, bien que l'hypothèse de Broglie n'ait pas initialement reposé sur des observations expérimentales, elle venait de fournir un fondement théorique fort à l'équation 10.2, un postulat que Bohr, lui, avait posé arbitrairement : les seules orbites autorisées devenaient celles dont la circonférence contient un nombre entier de longueurs d'onde (figure 10.2).

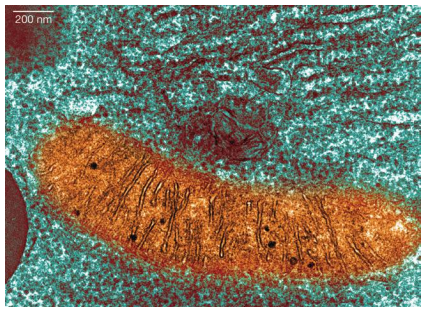


▲ Figure 10.2

Une onde stationnaire sur la circonférence d'un cercle. De Broglie se servit de ce schéma pour expliquer la quantification du moment cinétique dans la théorie de Bohr.

L'hypothèse de Broglie fut d'abord rejetée par une majorité de scientifiques, mais Einstein aida à la faire connaître. Nous allons voir à la prochaine section comment le comportement ondulatoire des particules microscopiques composant la matière a été confirmé expérimentalement avec des électrons en 1926.

Le comportement ondulatoire des électrons permet de s'en servir pour des applications jusqu'ici envisagées seulement pour le photon, c'est-à-dire pour la lumière. L'exemple le plus éloquent est celui du microscope électronique inventé en 1931. Dans un tel microscope, on met à profit la faible longueur d'onde d'un électron, 100 fois plus petite que celle d'un photon visible, pour obtenir une image dont la résolution est 100 fois plus grande. (Le lien entre longueur d'onde et pouvoir de résolution a été présenté à la section 7.3.) De tels microscopes sont abondamment utilisés en biologie pour caractériser des surfaces microscopiques (figure 10.3). La structure des membranes cellulaires, la distribution des protéines dans la cellule et de nombreux autres détails ont pu être élucidés grâce à ces instruments. On se sert aussi de microscopes électroniques dans d'autres domaines, notamment en sciences des matériaux. Il en sera question plus en détail dans le sujet connexe à la fin de ce chapitre. ●



▲ Figure 10.3

Sur ce gros plan d'une cellule, on voit, coloriée en orange, la structure interne d'une *mitochondrie*, le site de la respiration cellulaire. Les membranes internes qu'on y distingue ont une épaisseur d'environ 5 nm, ce qui est beaucoup plus petit que les détails visibles au microscope optique.

Exemple 10.1

Quelle est la longueur d'onde de Broglie : (a) d'un électron ayant été accéléré à partir du repos par une différence de potentiel de 54 V ; (b) d'une balle de pistolet de 10 g dont la vitesse est 400 m/s ?

Solution

(a) On évalue d'abord la vitesse de l'électron. L'énergie cinétique acquise par l'électron de charge $-e$ accéléré par la différence de potentiel ΔV équivaut à $\frac{1}{2}mv^2 = |-e||\Delta V|$, d'où l'on tire $v = 4{,}36 \times 10^6$ m/s.

En effet, un électron qui est accéléré par une différence de potentiel aussi faible n'acquiert pas une vitesse comparable à celle de la lumière. On peut donc utiliser l'équation non relativiste $K = \frac{1}{2}mv^2$. Ci-dessous, on pourra aussi considérer que la masse dans $p = mv$ est la masse au repos. ■

D'après l'équation 10.1, la longueur d'onde de Broglie est

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J·s})}{(9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(4{,}36 \times 10^{6}\ \text{m/s})}$$
$$= 1{,}67 \times 10^{-10}\ \text{m} = 0{,}167\ \text{nm}$$

(b) La longueur d'onde de Broglie est

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J·s})}{(10^{-2}\ \text{kg})(400\ \text{m/s})}$$
$$= 1{,}66 \times 10^{-34}\ \text{m}$$

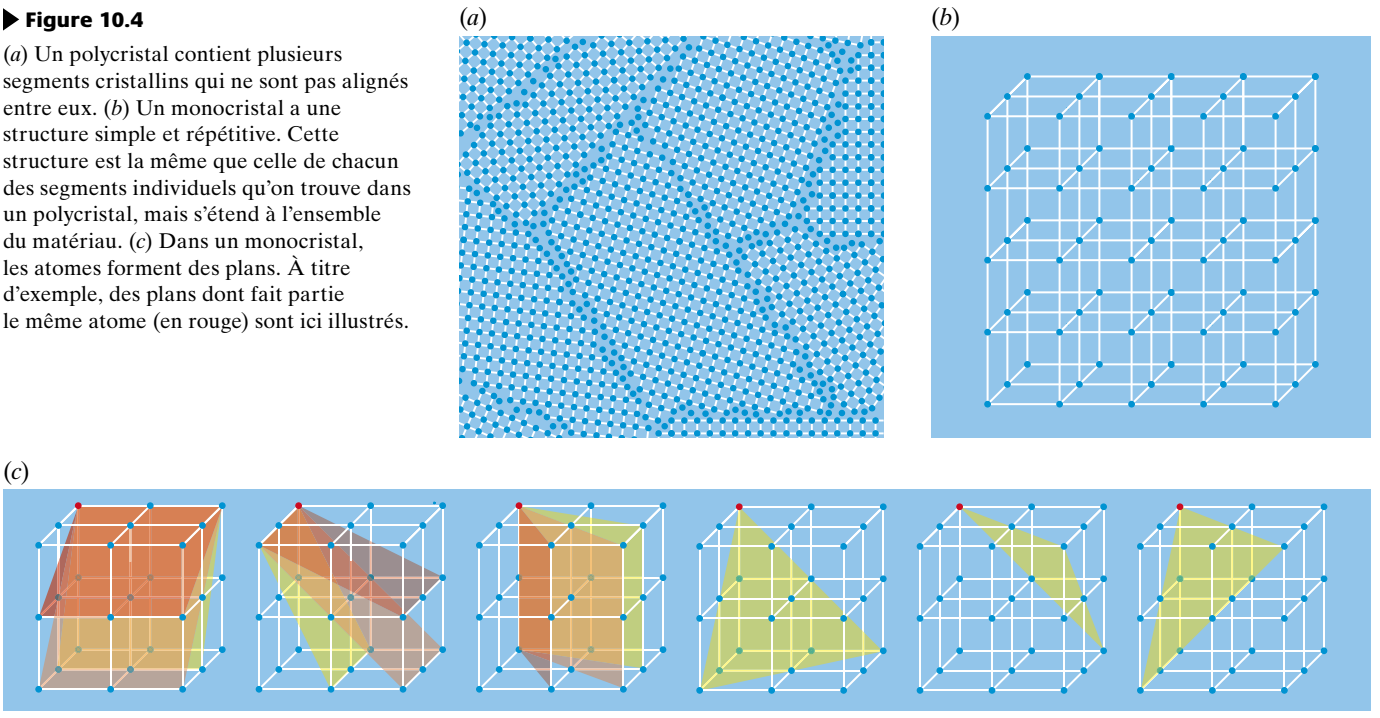
On note que la longueur d'onde d'un objet microscopique est sensiblement plus *grande* que celle d'un objet macroscopique. ■

L'hypothèse de Broglie n'a d'impact que dans le monde microscopique. En effet, afin qu'il soit possible d'utiliser le phénomène de diffraction pour confirmer le comportement ondulatoire d'une particule, celle-ci doit traverser un orifice de largeur comparable à sa longueur d'onde. Or, l'équation 10.1 montre que cette longueur d'onde est inversement proportionnelle à la masse. Seuls des objets microscopiques (particules élémentaires, atomes, etc.) peuvent donc manifester un comportement ondulatoire observable. Les valeurs calculées dans le dernier exemple sont éloquentes : une longueur d'onde de 0,167 nm est comparable à l'espace entre les plans d'atomes dans un cristal, mais il n'existe aucune « fente » suffisamment étroite pour faire diffracter des ondes d'une longueur d'onde de 10^{-34} m ! À la limite, on peut faire diffracter des ondes de 10^{-15} m de longueur d'onde grâce au réseau des nucléons qui composent un noyau atomique.

10.2 LA DIFFRACTION DES ÉLECTRONS

Nous allons maintenant voir comment l'hypothèse de Broglie a été corroborée par l'expérience. Même avant que de Broglie ne présente sa thèse, il existait des indications expérimentales du comportement ondulatoire des électrons, mais elles étaient passées inaperçues. Clinton Joseph Davisson (1881-1958), qui étudiait des surfaces en nickel en y projetant des électrons, avait signalé des mesures curieuses montrant que le nombre d'électrons réfléchis dans une direction donnée dépend de l'orientation de l'échantillon. Une fois l'hypothèse de Broglie rendue publique, Walter Elsasser (1904-1991) suggéra que cette observation pouvait éventuellement faire intervenir la diffraction des ondes de Broglie, mais Davisson n'y porta pas grande attention.

Heureusement, le hasard fit en sorte que des mesures beaucoup plus claires allaient être obtenues par Davisson et son nouvel assistant Lester Germer (1896-1971) : en 1926, un incident survenu dans son système à vide obligea Davisson à chauffer la cible de nickel pour éliminer une couche d'oxyde. Comme le montre la figure 10.4, durant ce processus, l'échantillon polycristallin



▶ Figure 10.4
(*a*) Un polycristal contient plusieurs segments cristallins qui ne sont pas alignés entre eux. (*b*) Un monocristal a une structure simple et répétitive. Cette structure est la même que celle de chacun des segments individuels qu'on trouve dans un polycristal, mais s'étend à l'ensemble du matériau. (*c*) Dans un monocristal, les atomes forment des plans. À titre d'exemple, des plans dont fait partie le même atome (en rouge) sont ici illustrés.

de nickel fut pratiquement transformé en un monocristal, c'est-à-dire en une structure atomique simple et répétitive où les atomes sont disposés selon des plans parallèles. Après ce chauffage, Davisson et Germer purent continuer l'expérimentation. C'est donc sur un monocristal qu'était dirigé le faisceau issu d'un canon à électrons (figure 10.5*a*). Grâce au fait que la cible de nickel comportait maintenant des plans d'atomes plus larges que le faisceau d'électrons, on mesura beaucoup plus clairement que les électrons étaient réfléchis principalement dans certaines directions et que ces directions dépendaient de leur vitesse.

La figure 10.5*b* montre un des résultats historiques publiés par Davisson et Germer : l'intensité du faisceau d'électrons réfléchis présente un maximum prononcé à un certain angle ϕ. Si l'on imagine l'électron comme une particule classique, ce comportement est inexplicable : chaque électron aurait dû subir une collision avec des chances comparables d'être projeté dans n'importe quelle direction. Toutefois, si on se représente l'électron comme une onde, cette onde est réfléchie par *plusieurs* atomes (comme une vague qui atteindrait une série de perches plantées verticalement dans l'eau) et les réflexions n'interfèrent constructivement que dans certaines directions. Les mesures ne s'expliquent donc que si l'on attribue à chaque électron un comportement ondulatoire ! Notons que c'est une expérience très semblable qui a permis de vérifier le comportement ondulatoire des rayons X, dont la longueur d'onde est comparable à celle que l'équation 10.1 attribue à un électron lent (voir la section 7.8).

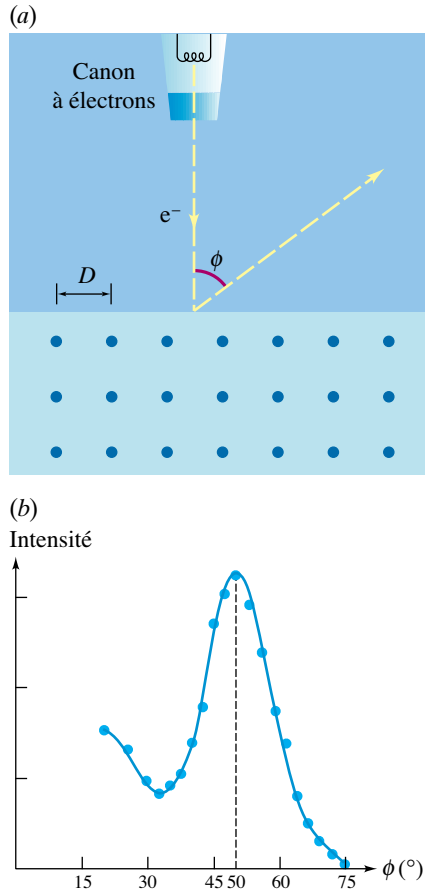
Nous allons maintenant vérifier cette explication d'une façon quantitative, en utilisant le raisonnement de Davisson et Germer. D'abord, évaluons la longueur d'onde. Lorsqu'une particule de masse m et de charge q initialement au repos est accélérée par une différence de potentiel ΔV, comme c'est le cas pour un électron dans le canon à électrons de Davisson et Germer, son énergie cinétique est donnée par $K = p^2/2m = |q||\Delta V|$ (en supposant que le module de sa vitesse est suffisamment inférieur à celui de la vitesse de la lumière). Si on isole $p = \sqrt{2m|q||\Delta V|}$, la relation de Broglie, $\lambda = h/p$, prend la forme

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m|q||\Delta V|}} \qquad (10.4)$$

Par exemple, si $\Delta V = 150$ V, la longueur d'onde de Broglie d'un électron est de 0,1 nm environ, ce qui correspond à peu près à l'espace interatomique dans un cristal. Quand l'onde atteint le cristal, elle est réfléchie par chaque atome dans toutes les directions. En général, ces réflexions interfèrent destructivement entre elles, sauf dans certaines directions particulières. Afin de prévoir ces directions, nous suivrons un raisonnement en deux étapes.

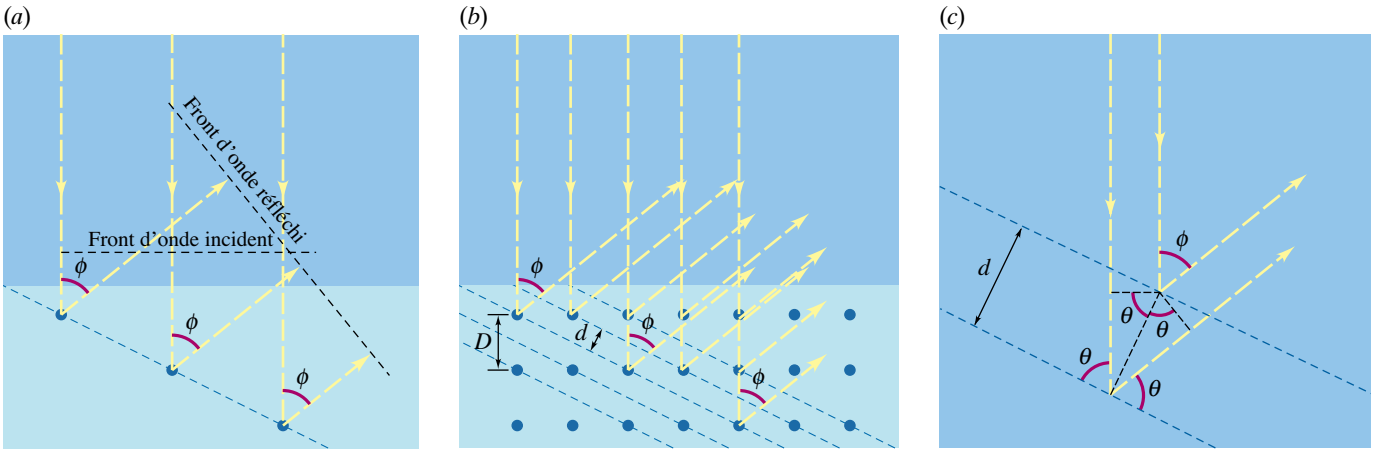
D'abord, considérons la superposition des réflexions produites par les atomes qui sont tous situés dans *un* même plan. Pour illustrer le propos, choisissons au hasard un des plans présentés à la figure 10.4*c*. Les ondes sphériques réfléchies par chaque atome de ce plan se renforcent toutes dans une même direction, faisant en sorte que le plan d'atomes *se comporte comme un miroir* (figure 10.6*a*). Si le cristal était remplacé par cet unique plan d'atomes, les électrons seraient toujours réfléchis dans la même direction, quelle que soit leur longueur d'onde $\lambda = h/p$. Cette direction serait celle pour laquelle l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion (équation 4.6).

Mais dans un cristal tridimensionnel, chaque plan d'atomes est accompagné d'autres plans d'atomes qui lui sont parallèles (figure 10.6*b*). Chaque atome du cristal fait partie d'un de ces plans. Puisque des plans parallèles réfléchissent



▲ Figure 10.5

(*a*) Dans l'expérience de Davisson et Germer, des électrons bombardent un monocristal de nickel et on mesure l'intensité du faisceau d'électrons réfléchi à chaque angle ϕ. (*b*) Mesures obtenues pour une valeur donnée de ΔV. Cette forte dépendance angulaire de l'intensité réfléchie ne peut s'expliquer que si *chaque* électron peut interagir avec *plusieurs* atomes, exactement comme le font les rayons X. Note : la disposition des atomes dans le nickel a été simplifiée pour faciliter l'interprétation de la figure.



▲ Figure 10.6

(*a*) En arrivant sur le cristal de la figure 10.5*a*, l'onde qui correspond à un électron est réfléchie par chacun des atomes, mais les atomes situés dans un même plan se comportent comme un miroir : les ondes qu'ils réfléchissent (trois sur le schéma) sont en effet en phase dans la direction qui correspondrait à l'angle de réflexion d'un miroir. (*b*) Quelle que soit l'orientation du plan considéré, le cristal entier peut être modélisé comme un ensemble de plans parallèles entre eux. Tous ces plans réfléchissent l'onde incidente dans la même direction. (*c*) La différence de marche entre les réflexions issues de deux plans cristallins parallèles est $2d \sin \theta$, où d est la distance entre les plans cristallins.

dans la même direction, il y a interférence entre les réflexions qu'ils produisent, ce qui détermine l'intensité finale. À la figure 10.6*c*, on voit que la différence de marche entre les réflexions causées par deux plans cristallins parallèles entre eux est $2d \sin \theta$, où d est la distance entre ces plans cristallins. Pour que l'interférence soit constructive, l'équation 6.2 ($\delta = m\lambda$) doit être respectée. On prédit donc que les angles θ pour lesquels se produiront les maxima de diffraction sont donnés par

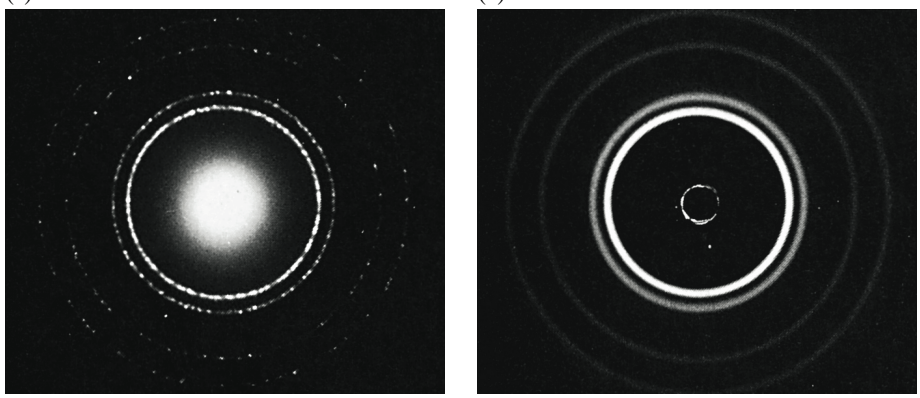
$$2d \sin \theta = m\lambda \qquad (10.5)$$

La figure 10.6*a* représente un plan atomique en particulier. Si on avait choisi un autre des plans possibles (parmi tous ceux illustrés à la figure 10.4*c*, p. 444), le cristal aurait quand même formé un ensemble de plans parallèles entre eux, chaque atome faisant partie de l'un de ces plans. Ces plans auraient toutefois été séparés par des distances d différentes, ce qui signifie que l'équation 10.5 aurait prédit un ensemble de maxima à des angles θ différents. Pour chaque ensemble de plans cristallins, il y a donc un maximum $m = 1$ différent, un maximum $m = 2$ différent, et ainsi de suite, jusqu'à la valeur maximale pour laquelle l'équation 10.5 présente une solution $0 < \theta < 90°$. Pour chaque ensemble de plans cristallins, le maximum $m = 1$ est le plus intense. On note que le raisonnement que nous venons de présenter est identique à celui utilisé à la section 7.8 pour expliquer la diffraction des rayons X par un cristal.

Un des maxima mesurés par Davisson et Germer se produisait à l'angle $\phi = 50°$, pour une différence de potentiel de 54 V (voir la figure 10.5*b*). Selon l'équation 10.4, fondée sur l'hypothèse de Broglie, des électrons accélérés par une telle différence de potentiel auraient une longueur d'onde $\lambda = 0{,}167$ nm. La figure 10.6*c* montrant que $\theta = 90° - \phi/2 = 65°$, on peut vérifier pour quelles valeurs de λ l'équation 10.5 prédit qu'un maximum sera produit à cet angle : la distance $d = 0{,}091$ nm entre les plans cristallins ayant été mesurée par la diffraction de rayons X, l'équation 10.5 (avec $m = 1$) donne $\lambda = 0{,}165$ nm. Cette valeur étant très proche de 0,167 nm, l'hypothèse de Broglie était vérifiée de manière concluante !

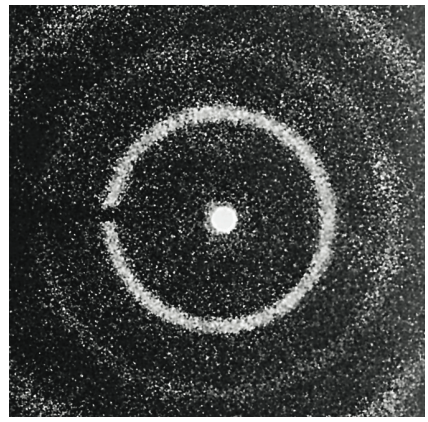
Avant que les résultats de Davisson et Germer soient publiés, l'hypothèse de Broglie fut même vérifiée une seconde fois, d'une façon indépendante : en 1927,

(*a*) (*b*)



▲ Figure 10.7

(*a*) Figure de diffraction produite par des rayons X de longueur d'onde égale à 0,071 nm traversant une feuille d'aluminium. (*b*) Figure de diffraction produite par des électrons traversant une feuille d'aluminium. Les figures sont circulaires parce que la feuille est composée de nombreux petits cristaux orientés au hasard. La similitude entre les deux figures, anneau par anneau, est absolument éloquente.



▲ Figure 10.8

Figure de diffraction produite par des neutrons de 0,07 eV traversant un échantillon polycristallin de fer.

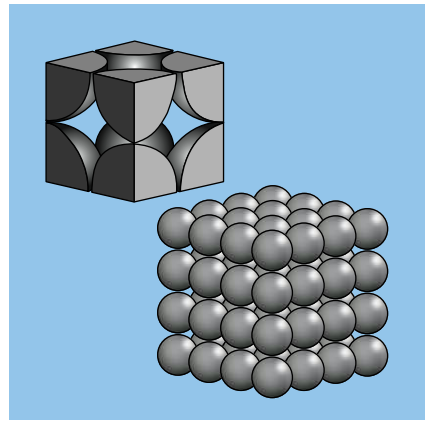
George Paget Thomson (1892-1975) et Alexander Reid firent passer un faisceau d'électrons de 30 keV *à travers* de minces pellicules de celluloïd et d'or composées de petits cristaux orientés au hasard (comme à la figure 7.39, p. 314). Dans un tel montage, il se trouve toujours des cristaux orientés de telle sorte que l'équation 10.5 soit vérifiée. Ils réussirent donc à enregistrer des anneaux de diffraction sur une plaque photographique, confirmant ainsi à nouveau le comportement ondulatoire des électrons. À la figure 10.7, on compare les anneaux de diffraction, typiques de l'expérience de Thomson et Reid, produits par des électrons, avec ceux produits par des rayons X. Il est cocasse de noter que Thomson a mis en évidence le comportement ondulatoire de l'électron, alors que son père est celui qui, en 1897, avait «prouvé» que l'électron était une particule !

Des expériences semblables ont montré que toutes les particules élémentaires ont un comportement ondulatoire. Par exemple, la figure 10.8 représente la diffraction des neutrons par un échantillon polycristallin de fer. On a même réussi à faire diffracter des jets d'*atomes complets*, comme de l'hydrogène ou de l'hélium.

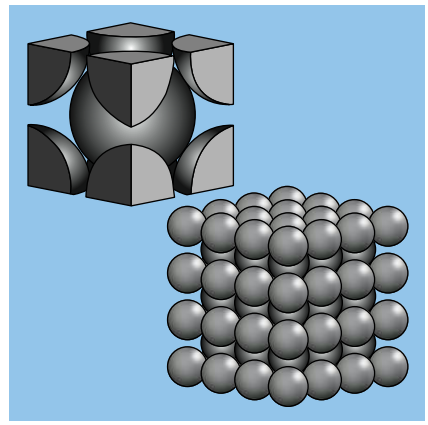
Applications de la diffraction des électrons

Davisson et Germer sont partis de la structure connue du cristal de nickel pour déterminer la longueur d'onde des électrons, mais on peut aussi procéder en sens inverse : sachant que les électrons ont un comportement ondulatoire, on peut utiliser les réflexions sur un cristal pour déterminer la structure du cristal. Le même genre d'expérience peut aussi être réalisée avec des rayons X. La figure 10.9 illustre deux des façons dont des atomes identiques peuvent se placer dans un cristal : dans la structure *cubique simple* (figure 10.9*a*), les atomes sont placés aux coins de cubes, alors que, dans la structure *cubique centrée* (figure 10.9*b*), un atome supplémentaire est inséré au centre du cube. Dans les deux cas, la densité et la distance entre les ensembles de plans cristallins ne sont pas les mêmes. Ainsi, en projetant sur un cristal inconnu des électrons dont la longueur d'onde $\lambda = h/p$ est connue, on peut déterminer, en mesurant la liste des angles auxquels des électrons sont diffractés, s'il s'agit de l'une ou l'autre des structures de la figure 10.9 ou d'une structure différente. Douze autres structures (dont onze ne sont pas cubiques) sont possibles dans un cristal où tous les atomes sont identiques.

(*a*)



(*b*)



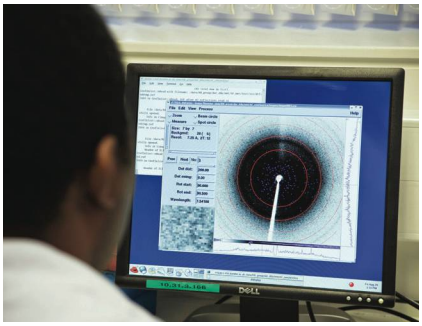
▲ Figure 10.9

Deux exemples (parmi quatorze) de façons dont des atomes identiques peuvent former un cristal : (*a*) la structure cubique simple ; (*b*) la structure cubique centrée.

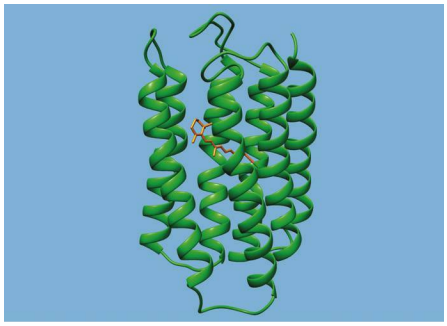
En biochimie, on peut utiliser la diffraction d'électrons ou de rayons X pour déterminer la structure tridimensionnelle d'une protéine ou d'une macromolécule. Il faut d'abord faire cristalliser la molécule. Pour ce faire, il suffit parfois de placer des protéines identiques en solution et de faire en sorte que cette solution devienne sursaturée. Les protéines ont alors tendance à s'agglomérer en rangées répétitives : c'est le début de la formation d'un cristal. Souvent, il est très délicat d'obtenir un cristal sans que la structure de la protéine soit modifiée et on doit mettre au point la technique requise en procédant par tâtonnements. Une fois le cristal obtenu, on projette sur lui un faisceau d'électrons ou de rayons X et on produit une figure de diffraction présentant des taches dans différentes directions. La figure 10.10*a* montre le processus d'analyse du résultat observé. La comparaison de la figure de diffraction qu'on devine sur l'écran d'ordinateur et de celles des figures 10.7 et 10.8 laisse entrevoir que l'analyse est ici passablement plus complexe ; elle repose cependant sur la même théorie. On peut donc en déduire les coordonnées tridimensionnelles de tous les atomes dans la protéine cristallisée (figure 10.10*b*).

Cette technique qui consiste à observer comment des cristaux de macromolécules biologiques font diffracter un faisceau d'électrons ou de rayons X a permis d'accomplir de grandes avancées historiques en biophysique. C'est grâce à une analyse de diffraction (de rayons X) que James Watson (né en 1928) et Francis Crick (1916-2004) ont conçu le modèle à double hélice de l'ADN (figure 10.10*c*). C'est aussi grâce à cette technique que la structure du *ribosome*, la machine moléculaire qui lit le code génétique et produit les protéines correspondantes, a pu récemment être modélisée : il s'agit d'un énorme complexe de macromolécules de plus de 2×10^6 g/mol où des protéines et des segments d'ARN sont combinés. Les auteurs de cet exploit ont été récompensés en 2009 par le prix Nobel. La connaissance tridimensionnelle de cette structure permettra notamment d'en faire la cible d'une nouvelle génération d'antibiotiques. ●

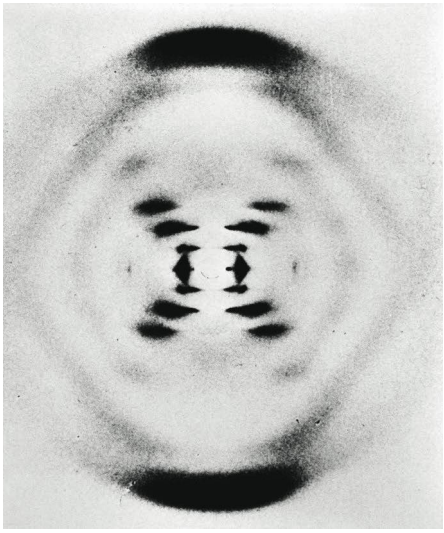
(*a*)



(*b*)



(*c*)



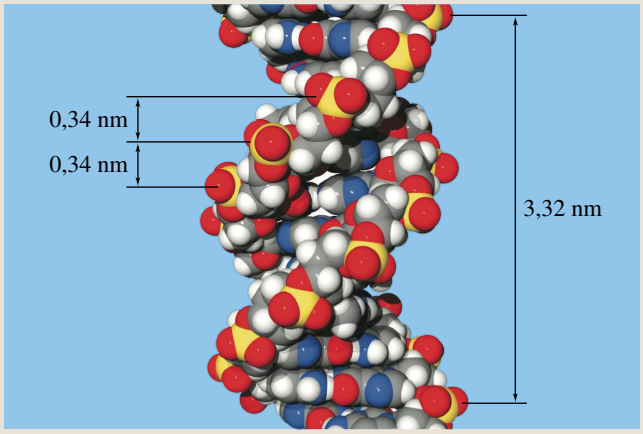
▲ Figure 10.10

(*a*) Analyse de la figure de diffraction produite par un cristal de protéines. (*b*) La *bactériorhodopsine* est la première protéine dont la structure a été obtenue par diffraction d'électrons. Cette petite protéine, qui utilise l'énergie d'un photon absorbé pour « pomper » un ion H^+ hors de la cellule, est vraisemblablement l'ancêtre des protéines qui permettent le sens de la vue chez les animaux. (*c*) Figure de diffraction (de rayons X) qui a révélé la structure en double hélice de l'ADN.

Exemple 10.2

Considérons un groupe de molécules d'ADN toutes alignées parallèlement entre elles. La figure 10.10*c* a été obtenue en dirigeant des rayons X perpendiculairement aux molécules d'ADN dans un tel groupe (on

pourrait théoriquement obtenir la même chose avec des électrons de même longueur d'onde). Le montage expérimental utilisé est schématisé à la figure 7.39 (p. 314). À partir de l'équation 10.5, proposer une analyse de la figure 10.10*c* qui montre en quoi elle correspond à la structure connue de l'ADN (figure 10.11).



▲ Figure 10.11
La structure connue de l'ADN.

Solution

Chaque tache noire présente sur la figure 10.10*c* correspond à une interférence constructive. Nous allons faire l'hypothèse que toutes ces taches sont assez proches du centre de la figure 10.10*c* pour qu'on puisse utiliser l'approximation des petits angles, de sorte que l'équation 10.5 devient

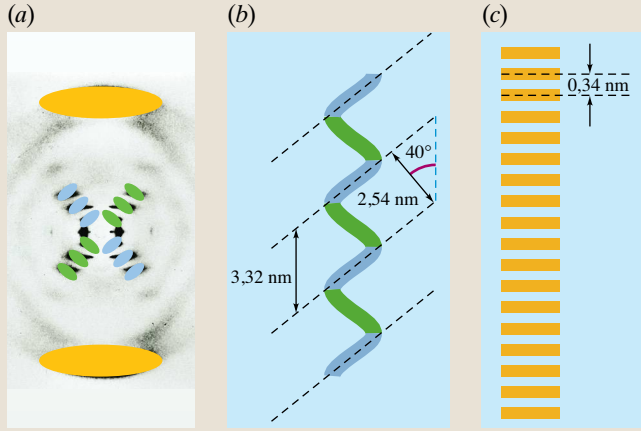
$$\theta = m\lambda/2d \qquad \text{(i)}$$

La figure 10.12*a* associe une couleur à chacun des éléments clés de la figure 10.10*c* dont nous allons nous servir pour l'analyse. On constate d'abord la présence du motif en X central, dont chaque branche est faite de points à intervalles réguliers. Si on essaie d'interpréter la branche en bleu à la lumière de l'équation (i), l'explication la plus simple est qu'elle correspond aux interférences d'ordre $m = 1$, $m = 2$ et $m = 3$ produites par une unique famille de plans disposée perpendiculairement à la rangée de points bleus. Puisque la rangée de points bleus est disposée à environ 40° de la verticale, on en déduit que les plans qui y ont donné naissance sont placés à 40° de l'horizontale. L'analyse des points verts aboutit à une conclusion analogue.

La figure 10.12*b* montre en quoi cette analyse correspond à ce qu'on attend d'une structure en hélice : quand on regarde une hélice perpendiculairement, elle définit en première approximation deux familles de plans. Les rayons X étant incidents selon cet angle, chaque famille de plans est à l'origine d'une des « branches » du X central de la figure 10.12*a*. La mesure de la position angulaire θ des taches qui composent ce X central permet de déterminer $d = 2{,}54$ nm, la distance entre les plans. On en déduit donc (figure 10.12*b*) que le pas de l'hélice est (2,54 nm)/cos 40° = 3,32 nm. On peut aussi déduire son diamètre.

L'analyse ne permet pas de distinguer une simple hélice (figure 10.12*b*) d'une double hélice (figure 10.11), mais la figure 10.12*a* comporte des éléments supplémentaires, en orange. D'après l'équation (i), ces taches alignées verticalement correspondent à l'interférence $m = 1$ d'une famille de plans horizontaux. Leur position étant environ 8 fois plus loin du centre que les taches $m = 1$ en bleu ou en vert, on déduit par l'équation (i) que la distance d entre les plans est 8 fois plus petite : (2,54 nm)/8 = 0,32 nm. Ces deux taches révèlent que l'ADN contient des éléments disposés horizontalement et qu'ils sont assez nombreux pour avoir produit cette tache très intense. La figure 10.12*c* montre qu'il s'agit des bases azotées (les atomes d'azote sont en bleu sur la figure 10.11).

Watson et Crick ont déduit que le diamètre de la molécule d'ADN correspondait à celui de deux bases azotées bout à bout. Si chacun des plans de la figure 10.12*c* est une paire de bases azotées, il est logique que chacune de ces deux bases soit reliée à sa propre hélice, située en périphérie. La structure illustrée à la figure 10.11 est donc la conclusion logique. On y voit un tour complet d'une des deux hélices et un tour partiel de la seconde, ainsi que les bases azotées, au centre.



▲ Figure 10.12
Analyse de la figure de diffraction présentée à la figure 10.10*c*.

10.3 LE PAQUET D'ONDES

Dans ses travaux, de Broglie a associé aux particules de matière la longueur d'onde $\lambda = h/p$, mais il leur a aussi associé la fréquence $f = E/h$. (On note que cette seconde relation est elle aussi valable pour le photon.) La comparaison de ces deux équations conduit cependant à une impasse conceptuelle : si on imagine la particule comme une onde sinusoïdale, la vitesse de phase de cette onde ne correspond pas à la vitesse de la particule qu'elle représente. Pour le montrer, considérons une particule de vitesse v_p. Sa quantité de mouvement a le module mv_p, donc sa longueur d'onde de Broglie est $\lambda = h/mv_p$. Son énergie cinétique étant $\frac{1}{2}mv_p^2$, sa fréquence de Broglie est $f = mv_p^2/2h$. On obtient donc que la vitesse de l'onde de Broglie est

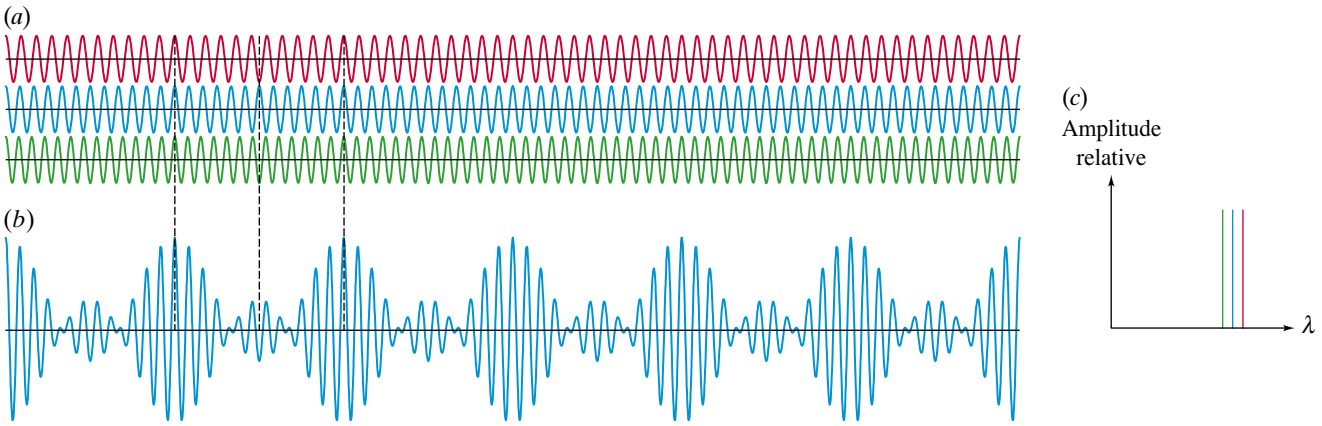
$$v_{\text{onde}} = \lambda f = (h/mv_p)(mv_p^2/2h) = \frac{v_p}{2}$$

La vitesse de phase de l'onde de Broglie n'est que la moitié de la vitesse de la particule ! Même si de Broglie n'a pas précisé la nature de l'onde en question, cette différence de vitesse paraît problématique.

Pour résoudre ce problème, de Broglie envisagea qu'une particule n'était pas représentée par une onde sinusoïdale pure mais par une superposition de plusieurs ondes sinusoïdales appelée *paquet d'ondes*. À la figure 3.18 (p. 108), on a montré qu'en superposant deux ondes de longueurs d'onde légèrement différentes, on obtient des battements, c'est-à-dire des « enveloppes » périodiques dont l'amplitude présente périodiquement des maxima identiques. Les figures 10.13 à 10.15 illustrent ce qui se produit quand on superpose de plus en plus d'ondes de longueurs d'onde semblables. Tout d'abord, la figure 10.13*b* montre la somme obtenue quand on superpose les trois ondes de la figure 10.13*a*. Les trois longueurs d'onde étant légèrement différentes (figure 10.13*c*), on voit sur la figure 10.13*b* que l'enveloppe présente plusieurs maxima qui ne sont plus identiques. Si on compare avec la figure 3.18 (p. 108), on voit que les maxima les plus importants sont ici plus espacés. En effet, pour que ces maxima se produisent, les *trois* ondes doivent être en phase, et non seulement deux. Si on ajoute d'autres ondes ayant des longueurs d'onde intermédiaires entre celles de la figure 10.13*a*, les maxima les plus importants sont encore plus espacés, mais demeurent périodiques (figure 10.14*a*). On peut estomper davantage les maxima intermédiaires en ajustant l'amplitude de chaque sinusoïde (figure 10.14*b*). Supposons maintenant qu'on fasse la somme d'une distribution *continue* de longueurs d'onde. Même si l'intervalle de longueurs d'onde est très petit, il contient une infinité de longueurs d'onde légèrement différentes. On obtient cette fois *un seul* maximum (figure 10.15). En effet, si on suppose que les ondes sont toutes en phase à $x = 0$, il est impossible qu'elles le soient à nouveau ailleurs.

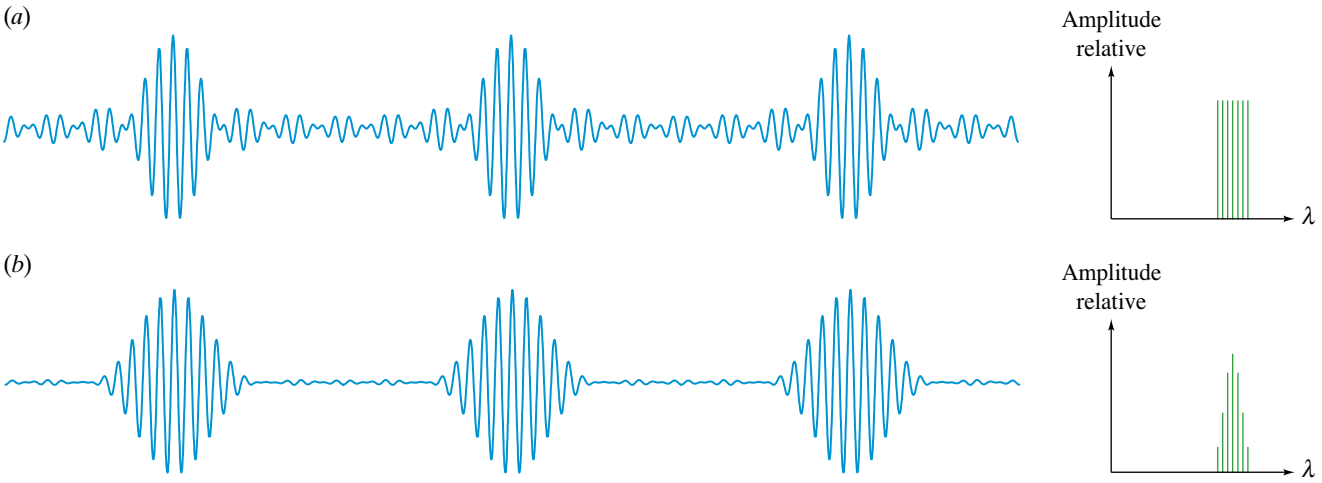
On appelle **paquet d'ondes** une fonction d'onde comme celle illustrée à la figure 10.15. Chaque onde qui compose le paquet d'ondes a une vitesse de phase $v_{\text{onde}} = \lambda f$ qui est légèrement différente, mais la vitesse *du paquet d'ondes* n'a rien à voir avec des vitesses de phase. En effet, la vitesse de l'enveloppe en pointillé à la figure 10.15 est celle à laquelle progresse le point où toutes les ondes sont simultanément en phase.

Contrairement à la vitesse de phase, qui est $v_{\text{onde}} = v_p/2$, on peut montrer que la vitesse du paquet d'ondes est égale à v_p. Cette conclusion est satisfaisante : le paquet d'ondes peut être localisé dans l'espace, un peu comme une particule, et la vitesse à laquelle il progresse est la même que celle de la particule qu'il représente. Dans cette perspective, l'équation 10.1 ne donne pas la



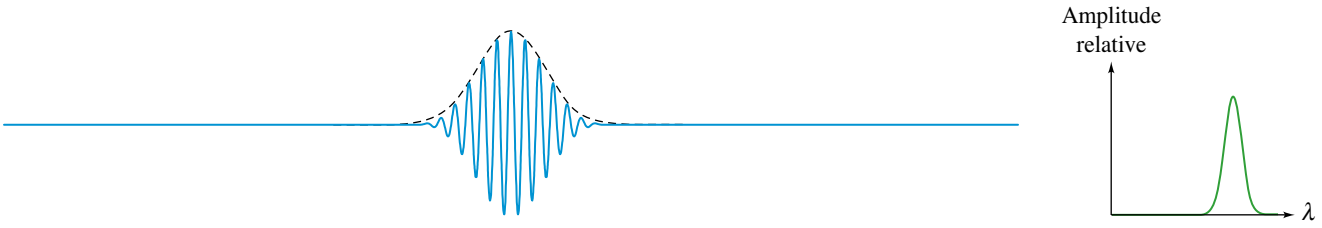
▲ Figure 10.13

(*a*) Trois ondes de longueurs d'onde légèrement différentes. (*b*) Leur somme. Notons que les maxima les plus importants sont plus espacés que ceux qu'on obtiendrait en superposant seulement deux ondes (voir la figure 3.18, p. 108). (*c*) Graphique montrant l'amplitude et la longueur d'onde des trois ondes superposées. Cette représentation étant plus succincte que celle utilisée en (*a*), nous l'utilisons pour les figures suivantes.



▲ Figure 10.14

Somme de sept ondes de longueurs d'onde légèrement différentes. Les maxima les plus importants sont plus espacés qu'à la figure 10.13. (*a*) Somme obtenue quand les sept ondes ont la même amplitude. (*b*) Somme obtenue pour les amplitudes illustrées (graphique en vert).



▲ Figure 10.15

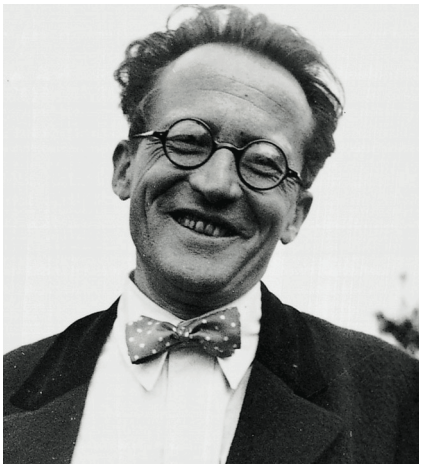
En superposant des ondes formant une distribution continue de longueurs d'onde, on obtient un *paquet d'ondes*. Dans le cas illustré, l'enveloppe du paquet d'ondes présente un maximum relativement localisé.

longueur d'onde d'une sinusoïde pure mais plutôt la longueur d'onde moyenne d'un paquet d'ondes.

Les relations $\lambda = h/p$ et $f = E/h$ ne jouent plus le rôle de postulats de base dans la mécanique quantique moderne. Néanmoins, elles ont permis d'arriver à la

conclusion qu'il faut voir un lien entre la position de la particule et celle de l'amplitude du paquet d'ondes. Cette idée, elle, prend une importance fondamentale dans la mécanique quantique qui découle des idées de De Broglie.

10.4 L'ÉQUATION D'ONDE DE SCHRÖDINGER



▲ **Figure 10.16**
Erwin Schrödinger (1887-1961).

Lorsque Erwin Schrödinger (figure 10.16) entendit parler de l'hypothèse de Broglie, il pensa tout d'abord qu'elle ne tenait pas la route. Mais, voyant qu'Einstein prenait cette idée au sérieux, il décida de chercher une équation d'onde permettant d'associer à ces ondes de matière une *fonction d'onde*, plutôt qu'une unique longueur d'onde. Schrödinger partit de l'hypothèse suivante : tout comme l'optique géométrique n'est qu'une approximation de l'optique ondulatoire, il se pourrait que la mécanique classique (des particules) soit simplement une approximation d'une « mécanique ondulatoire » plus détaillée.

L'équation d'onde de Schrödinger dépasse le cadre de cet ouvrage, car il s'agit d'une équation différentielle aux dérivées partielles qui, de plus, fait appel aux nombres complexes. Nous allons toutefois en obtenir un cas particulier, appelé équation de Schrödinger *indépendante du temps*, qui est valable pour les états *stationnaires*. Ce choix limitera la portée de l'équation à laquelle nous aboutirons, mais ce n'est pas si grave puisque l'analyse que de Broglie a fait du modèle de Bohr (voir la figure 10.2, p. 443) suggère que plusieurs situations ne permettent qu'à de tels états stationnaires de se produire.

L'équation de Schrödinger joue le rôle d'un postulat (hypothèse de base) dans la mécanique quantique moderne (au même titre que les trois lois de Newton dans la mécanique classique) et ne peut donc pas être démontrée. Il en va de même de sa version indépendante du temps. Pour l'obtenir, nous ne répéterons pas la démarche que Schrödinger a réalisée (car elle aboutit à la version dépendante du temps), mais nous obtiendrons plutôt l'équation indépendante du temps à partir d'une démarche visant à montrer qu'elle est plausible. Au départ, supposons que l'équation indépendante du temps doit avoir la même forme que l'équation d'onde démontrée au chapitre 2 pour les ondes dans une corde, soit

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \tag{10.6}$$

Ensuite, intéressons-nous exclusivement aux fonctions d'ondes *stationnaires* qui peuvent être des solutions de cette équation. Rappelons que, comme on l'a vu à la section 2.8, la forme d'une onde stationnaire est

$$y(x, t) = \psi(x)\cos(\omega t) \tag{10.7}$$

En remplaçant y par cette expression dans l'équation 10.6 et en simplifiant les facteurs $\cos(\omega t)$, on obtient l'équation suivante, où l'inconnue est seulement la fonction $\psi(x)$ donnant la dépendance spatiale :

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{\omega^2}{v^2}\psi \tag{10.8}$$

Nous utilisons la dérivée ordinaire puisque $\psi(x)$ est fonction uniquement de x. Comme prévu, le facteur temps a disparu de l'équation. Puisque $\omega/v = k = 2\pi/\lambda$ et $p = h/\lambda$, on a

$$\frac{\omega^2}{v^2} = \frac{p^2}{\hbar^2}$$

D'après l'expression de l'énergie mécanique $E = p^2/2m + U$, où U est l'énergie potentielle, on voit que $p^2 = 2m(E - U)$. On a donc

$$\frac{\omega^2}{v^2} = \frac{2m(E - U)}{\hbar^2} \tag{10.9}$$

L'équation 10.8 devient ainsi

Équation d'onde de Schrödinger indépendante du temps à une dimension

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi(x)}{\mathrm{d}x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U(x)]\psi(x) = 0 \tag{10.10}$$

Cette équation est l'**équation d'onde de Schrödinger indépendante du temps** à une dimension. La **fonction d'onde** $\psi(x)$ représente la dépendance spatiale de l'un des états *stationnaires* d'un système atomique pour lequel E est constante dans le temps. La fonction d'onde complète de la particule dans cet état stationnaire est donnée par l'équation 10.7.

Dans l'équation 10.10, E est l'énergie du système, qui est constante, mais $U(x)$ est l'énergie potentielle, qui varie selon la position x de la particule. Ainsi, $E - U(x)$ est l'énergie cinétique de la particule lorsqu'elle est à la position x. L'équation 10.10 est une équation différentielle dont les solutions sont des fonctions $\psi(x)$. L'équation différentielle est linéaire, ce qui signifie qu'en additionnant plusieurs de ses solutions, les sommes obtenues sont aussi des solutions. Cela rend possibles des sommes comme celles des figures 10.13 à 10.15.

La discrétisation de l'énergie émerge de l'équation de Schrödinger

Comment une description *continue* comme celle qui est contenue par une fonction d'onde peut-elle donner des quantités *discrètes* comme les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène ? Rappelons que le système continu d'une corde fixée à ses deux extrémités vibre uniquement à certaines fréquences propres et produit des ondes stationnaires. La raison en est simple : l'équation d'onde classique donne des modes discrets lorsqu'on applique les *conditions aux limites*, selon lesquelles le déplacement de la corde doit être nul aux extrémités fixes. En mécanique quantique, il y a aussi des conditions aux limites : ψ et $\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}x$ doivent être tous deux des fonctions *continues*. Si, par exemple, $\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}x$ avait une discontinuité ou tendait vers l'infini, alors $\mathrm{d}^2\psi/\mathrm{d}x^2$ serait infini et les solutions de l'équation 10.10 ne pourraient se voir attribuer un sens physique. En somme, l'équation 10.10 n'admet une solution $\psi(x)$ acceptable que pour certaines valeurs de E. C'est de là que provient la discrétisation des niveaux d'énergie. Pour chacune des valeurs acceptables de E, il y a une (et parfois plusieurs) fonction d'onde $\psi(x)$.

Les fonctions d'ondes doivent respecter des conditions aux limites.

Lorsque Schrödinger appliqua la forme tridimensionnelle de l'équation 10.10 à l'atome d'hydrogène (pour lequel $U = -ke^2/r$), il s'aperçut que les conditions aux limites appropriées menaient naturellement aux niveaux d'énergie discrets du modèle de Bohr. À peu près en même temps, en 1925, Werner Heisenberg (voir la figure 10.31, p. 465) élaborait une forme différente de la mécanique quantique qui s'avéra par la suite équivalente à celle de Schrödinger.

10.5 LA FONCTION D'ONDE

L'équation de Schrödinger constituait un succès important pour plusieurs raisons. D'abord, elle ne permettait d'obtenir des solutions $\psi(x)$ respectant les conditions aux limites appropriées que si la valeur de E était l'un des niveaux discrets admis par le système traité ; l'équation de Schrödinger permettait donc de prédire les valeurs E des niveaux admis. Mais elle donnait beaucoup plus : chacune des fonctions $\psi(x)$ comporte, pour chaque valeur de x, une amplitude locale et une longueur d'onde locale (voir la section 10.6). Quel sens devait-on accorder à la fonction $\psi(x)$ elle-même ? Au départ, de Broglie avait provisoirement suggéré que l'onde pouvait représenter la particule elle-même si elle a la forme d'un paquet d'ondes localisé dans l'espace comme on s'attend à ce qu'une particule le soit. Mais en 1926, Max Born (1882-1970) résolut l'équation de Schrödinger pour une expérience où une particule est projetée sur une cible et peut ensuite diffuser dans les trois dimensions. Il réalisa que le paquet d'ondes *ne demeure pas du tout localisé dans l'espace* : un peu comme une onde qui diffracte, il se répartit dans toutes les directions derrière la cible, bien que la particule ne soit détectée que dans une seule direction. Que signifie-t-il alors ?

Born proposa une interprétation de la fonction d'onde qui est généralement admise à l'heure actuelle. Il s'appuya sur l'idée d'Einstein selon laquelle l'intensité d'une onde lumineuse en un point donné (qui est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'onde) est une mesure du nombre de photons arrivant en ce point. Cela veut dire que la fonction d'onde du champ électromagnétique détermine la *probabilité de trouver un photon*. Born suggéra par analogie que ψ^2, le carré de la fonction d'onde*, indique la probabilité par unité de volume de trouver une particule.

D'après cette interprétation, la description du comportement d'une particule matérielle devient *identique* à celle que l'on fait d'un photon ! Certes, pour une particule, c'est l'équation de Schrödinger qui donne la fonction d'onde, alors que, pour le photon, c'est l'équation d'onde de Maxwell. Toutefois, dans les deux cas, la fonction d'onde est interprétée comme indiquant la **probabilité de présence** de la même façon.

Densité de probabilité

$\psi^2\,\mathrm{d}x$ = probabilité de trouver la particule à l'intérieur de l'intervalle compris entre x et $x + \mathrm{d}x$

La grandeur ψ^2 est appelée **densité de probabilité**. (En trois dimensions, $\psi^2\,\mathrm{d}V$ est proportionnel à la probabilité de trouver la particule à l'intérieur d'un volume $\mathrm{d}V$.) Ainsi, quand on tente d'observer la particule pour mesurer sa position, nous avons d'autant plus de chances de la détecter à un point x donné que $\psi^2(x)$ est grande en ce point. La fonction d'onde représente donc une *onde de probabilité*. Puisque la particule doit se trouver quelque part, la somme de toutes les probabilités sur l'axe des x doit être égale à 1 :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^2(x)\,\mathrm{d}x = 1$$

* Puisque ψ peut être un nombre complexe, l'expression correcte est $\psi\psi^*$, où ψ^* désigne le complexe conjugué de ψ. Dans ce qui suit, nous illustrons surtout des fonctions d'onde qui sont purement réelles. Sinon, seule la partie réelle, Re(ψ), est illustrée (voir par exemple la figure 10.17).

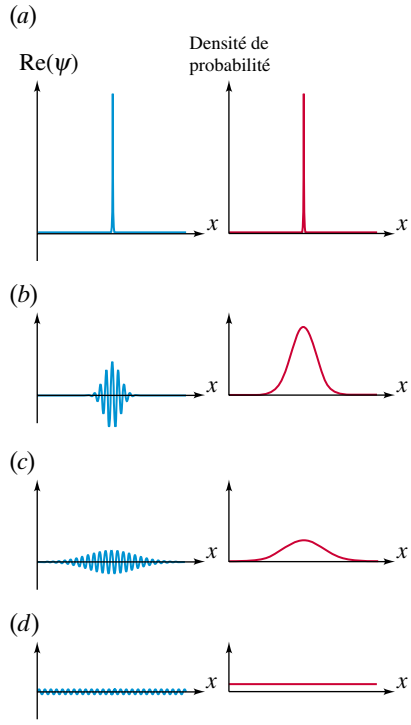
Une fonction d'onde qui satisfait à cette condition est dite *normalisée*. Toute solution de l'équation de Schrödinger dont l'amplitude est une fonction de x peut être normalisée en étant multipliée par une constante appropriée.

Pour illustrer cette interprétation probabiliste, comparons les fonctions d'onde de quatre particules en mouvement rectiligne le long d'un axe des x. (Nous supposons qu'elles ont été préparées de différentes manières, et c'est pourquoi elles sont décrites par des fonctions d'onde ayant la forme de paquets d'ondes différents.) Puisqu'il ne s'agit pas d'états stationnaires, chaque fonction d'onde dépend du temps, mais nous allons la considérer à un instant fixe t. La figure 10.17 présente, au temps t, les fonctions d'onde (en bleu), ainsi que la densité de probabilité correspondante* (en rouge), en fonction de la position x. Quand on compare les figures successives 10.17*a* à 10.17*d*, on constate que la probabilité de présence ψ^2 est de moins en moins localisée. À la figure 10.17*a*, la probabilité est non nulle seulement en un point de l'axe des x ou presque, alors qu'à la figure 10.17*d*, elle est la même en chaque point de l'axe.

En d'autres termes, supposons qu'on produise N particules identiques à celle de la figure 10.17*a* et qu'on attende au temps t pour mesurer la position de chacune d'elles, on obtiendrait N fois presque identiquement la même position. Si on produisait les N particules comme à la figure 10.17*b*, les N mesures seraient différentes, mais seraient localisées dans un petit intervalle Δx. Pour des particules préparées comme à la figure 10.17*c*, Δx serait plus grand. Enfin, pour des particules comme celles de la figure 10.17*d*, les N mesures seraient *complètement* différentes, les particules étant trouvées en des points uniformément répartis le long de l'axe des x. Nous reviendrons sur la figure 10.17 à la section 10.7.

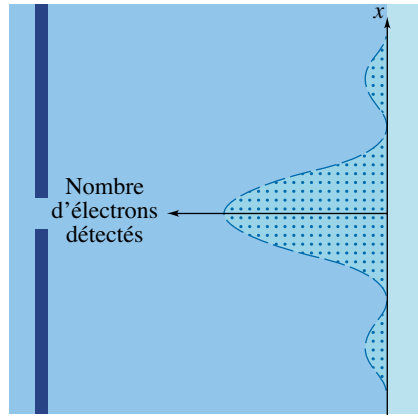
On peut illustrer l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde à l'aide d'une expérience plus facile à visualiser. Supposons qu'un grand nombre d'électrons sont projetés un à un sur une seule fente (figure 10.18). Un simple écran (composé d'une grille de nombreux détecteurs comme les pixels d'un capteur d'appareil photo) permet de mesurer la position *latérale* x de l'électron approximativement au même temps t après qu'il a franchi la fente. Nous n'illustrons pas la fonction d'onde cette fois (puisqu'elle n'est pas unidimensionnelle), mais il est clair qu'elle est identique pour chaque électron. La grandeur $\psi^2(x)$ prédit quelle fraction du nombre total est enregistrée à la position x. Comme pour les mesures de la figure 10.17, chaque électron est mesuré à un endroit différent de l'écran. La figure obtenue paraît initialement aléatoire. Toutefois, quand plusieurs milliers d'électrons ont été captés, la distribution sur l'écran tend vers $\psi^2(x)$. Comme le montre la figure, cette distribution est identique à la figure de diffraction produite par une fente simple. Cette expérience constitue une fulgurante confirmation de la validité de l'interprétation de Born !

La figure 10.19 illustre un autre exemple d'une expérience qui confirme l'interprétation de Born : une figure d'interférence produite par des électrons projetés un à un sur deux fentes. Notez à quel point les résultats de cette expérience, réalisée en 1989, sont très analogues à ceux, connus depuis 1909, qu'on obtient en faisant la même expérience avec des *photons* un à la fois (voir la figure 9.34, p. 424). Le photon et l'électron ont donc des comportements quasi identiques !



▲ Figure 10.17

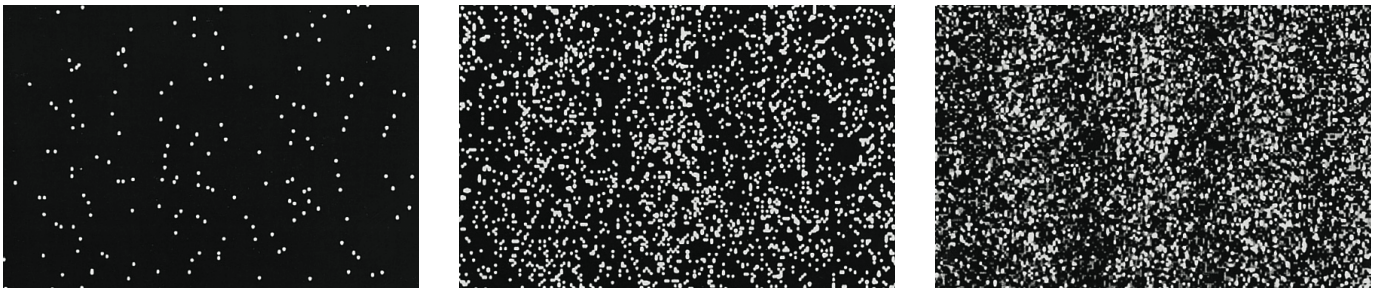
Différents paquets d'ondes. Ils sont triés de celui qui détermine le mieux la position de la particule jusqu'à celui qui la détermine le moins. Seule la partie réelle de la fonction d'onde, Re(ψ), est illustrée.



▲ Figure 10.18

Lorsque des électrons passent par une fente étroite, ils sont détectés un à un en un point localisé de l'écran. Toutefois, l'accumulation d'un grand nombre d'électrons détectés forme la figure de diffraction habituellement produite par une fente simple recevant une onde continue !

* Ces fonctions d'onde sont complexes et seule leur partie réelle est illustrée. La probabilité de présence tient compte aussi de la partie imaginaire, non illustrée. En raison du déphasage entre la partie réelle et la partie imaginaire, on obtient une probabilité de présence sans oscillation.



▲ Figure 10.19

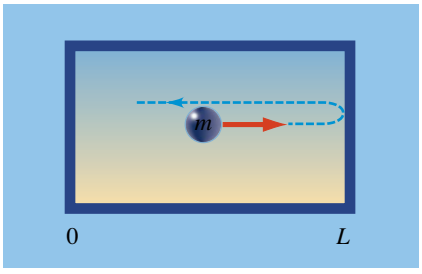
Figure d'interférence (enregistrée sur un écran de télévision) produite par des électrons passant par deux fentes. Initialement, les points semblent situés au hasard. Cependant, la figure devient plus nette lorsqu'un grand nombre d'électrons sont arrivés.

La fin du déterminisme

Avec l'interprétation de Born, la mécanique quantique introduit une révolution conceptuelle fondamentale. Toute la physique avant elle part du principe du *déterminisme* : selon ce principe, valable en mécanique classique ou relativiste, connaissant la position initiale et la vitesse d'une particule ainsi que toutes les forces agissant sur elle, on peut prédire avec précision quelle sera sa trajectoire. La position exacte de la particule à un temps t peut être déterminée, du moins en théorie. La mécanique quantique met fin à ce déterminisme.

En effet, l'interprétation statistique de la fonction d'onde nous dit que l'on ne peut prédire que la *probabilité* d'observer une particule à une position donnée. Il n'est plus possible de prédire exactement où elle sera détectée. La mécanique quantique prédit correctement les valeurs *moyennes* des grandeurs physiques mais pas les résultats des mesures individuelles. Pour vérifier ses prédictions, on doit donc répéter la même expérience ou la même mesure un grand nombre de fois sur des échantillons *indépendants*, puis faire la moyenne des mesures obtenues. Par exemple, à la figure 10.19, la mécanique quantique ne peut *pas* prédire la position où sera détecté un électron précis. Par contre, après avoir mesuré la position de milliers d'électrons *indépendants*, on peut calculer la position moyenne où ils ont été détectés et vérifier qu'elle correspond à la probabilité prédite par la théorie. Nous reviendrons sur la question du déterminisme à la section 10.7, après avoir appliqué l'équation de Schrödinger à plusieurs situations concrètes.

10.6 APPLICATIONS DE LA MÉCANIQUE QUANTIQUE



▲ Figure 10.20

Une particule enfermée dans une boîte est, du point de vue classique, animée d'un mouvement de va-et-vient. Si les parois sont impénétrables, elles définissent une région d'énergie potentielle infinie.

Nous allons voir maintenant comment appliquer les idées de la mécanique quantique à quatre cas : une particule captive d'un puits de potentiel infini (c'est-à-dire enfermée dans une boîte aux parois infranchissables), une particule dans un puits de potentiel fini (boîte aux parois franchissables), une particule qui tente de traverser une barrière de potentiel et une particule attachée à un ressort idéal (oscillateur harmonique).

Particule enfermée dans une boîte

Commençons par le cas d'une particule de masse m qui est captive d'une boîte à une dimension de côté L (figure 10.20). Comme la particule possède une énergie cinétique, la physique classique suggère qu'elle rebondit d'un côté à l'autre de la boîte. Si cette image permet d'avoir une idée de ce qui se passera, il ne faut pas oublier qu'une telle trajectoire définie est exclue par la mécanique quantique.

Le fait que la particule soit captive signifie qu'elle est piégée par une barrière de potentiel : quand elle atteint la paroi, elle ralentit à mesure que son énergie cinétique se transforme en énergie potentielle, s'arrête, puis inverse son mouvement. On peut donc exprimer l'énergie potentielle $U(x)$ en fonction de la position x de la particule. Dans un premier temps, nous considérerons le cas simple où la barrière est infranchissable, quelle que soit l'énergie cinétique de la particule. Autrement dit, $U(x)$ est nulle pour tous les points situés à l'intérieur de la boîte et tend vers l'infini sur les parois. Une telle fonction $U(x)$ est appelée un *puits de potentiel infini*. Évidemment, aucune barrière n'est infranchissable, mais ce modèle simple demeure valable pour représenter des situations où la barrière est très importante. Il constitue aussi un premier pas vers la résolution de certains problèmes comme le mouvement d'un électron de conduction dans un bloc métallique ou d'un proton emprisonné dans un noyau.

En physique classique, la probabilité de trouver la particule serait la même n'importe où entre $x = 0$ et $x = L$. En mécanique quantique, on doit attribuer à la particule une fonction d'onde pour déterminer cette probabilité. Puisque la particule ne peut pas traverser les parois, $\psi = 0$ pour $x < 0$ et $x > L$. La condition de continuité de la fonction d'onde donne la condition aux limites

$$\psi(x) = 0 \text{ pour } x = 0 \text{ et } x = L$$

Avec $U = 0$ à l'intérieur de la boîte, l'équation d'onde de Schrödinger devient

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2} + k^2\psi = 0$$

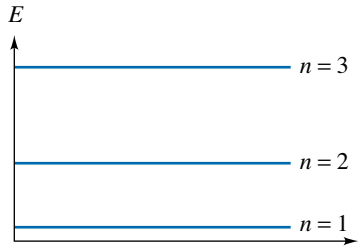
où $k = \sqrt{2mE}/\hbar$. La solution générale de cette équation est $\psi(x) = A\sin(kx + \phi)$. Comme la fonction d'onde doit respecter les conditions aux limites, ce ne sont toutefois que certaines valeurs de k, donc certaines valeurs de l'énergie E, qui donneront des solutions acceptables. On s'attend donc à ce que l'énergie de la particule soit quantifiée ! D'après la condition aux limites $\psi = 0$ en $x = 0$, il s'ensuit que $\phi = 0$. D'après la condition selon laquelle $\psi = 0$ en $x = L$, on trouve $\sin(kL) = 0$, ce qui signifie que $kL = n\pi$, où n est un entier. Ainsi, la fonction d'onde qui vérifie les conditions aux limites *a la forme d'une onde stationnaire sinusoïdale* :

$$\psi(x) = A\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \quad (10.11)$$

Puisque $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ et que la condition aux limites impose $k = n\pi/L$, l'énergie E de la particule (qui est purement cinétique) est quantifiée :

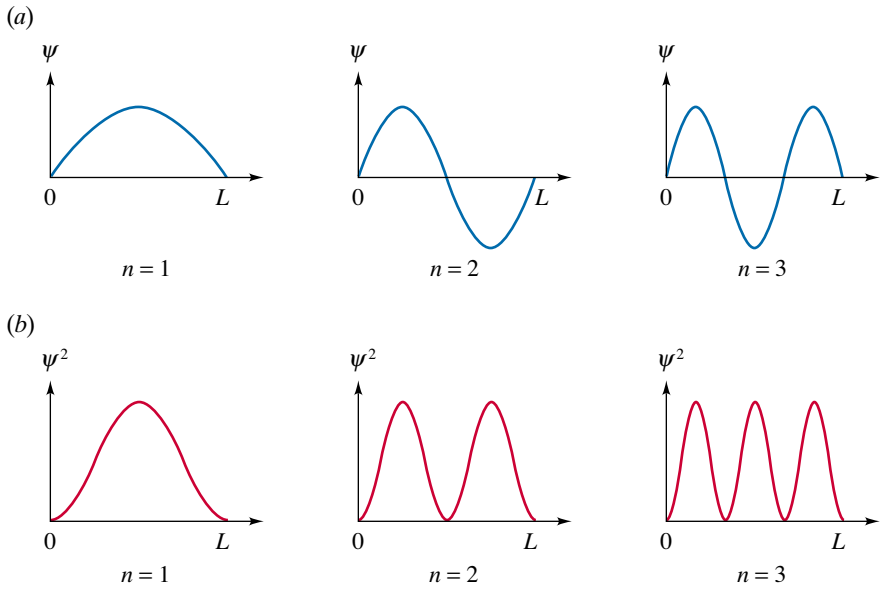
$$E_n = \frac{n^2h^2}{8mL^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \quad (10.12)$$

Les conditions aux limites donnent lieu à un ensemble de niveaux d'énergie discrets qui sont décrits à la figure 10.21. On remarque que la particule *ne peut pas* avoir une énergie nulle. La valeur la plus basse, qui correspond à $n = 1$, est l'**énergie du niveau fondamental**. Elle est présente pour toute particule confinée dans une région de l'espace même à 0 K, ce qui marque un contraste frappant avec la notion classique selon laquelle tout doit être au repos au zéro absolu.



▲ Figure 10.21
Les niveaux d'énergie discrets d'une particule dans un puits de potentiel infini.

Les fonctions d'onde pour les premiers niveaux stationnaires sont représentées à la figure 10.22*a*. Les densités de probabilité $\psi^2(x)$ sont représentées à la figure 10.22*b*. On remarque qu'au niveau fondamental, la particule a plus de chances d'être détectée près du centre de la boîte et que, pour des n croissants, la probabilité de présence est nulle en certains points : la particule ne peut jamais être observée en ces points. Cela semble contredire l'observation courante,



▶ Figure 10.22

(*a*) Les trois premières fonctions d'onde stationnaires d'une particule dans une boîte. (*b*) Les densités de probabilité pour ces trois premiers états stationnaires. Notez qu'il y a des points où la probabilité de détecter la particule est absolument nulle.

mais le problème est heureusement résolu par le principe de correspondance (voir la section 9.9), comme nous le verrons à l'exemple 10.4.

Pour passer d'un niveau d'énergie à un autre plus élevé, la particule captive doit absorber de l'énergie grâce à une collision ou à un photon. De même, lorsqu'elle passe à un niveau d'énergie inférieur, elle émet un photon ou transfère son énergie par une collision. Ces mécanismes sont identiques à ceux prévus par Bohr dans son modèle atomique. Il y a toutefois une différence importante : alors que le modèle de Bohr décrit la transition entre deux états stationnaires comme un mystérieux saut discontinu, on peut utiliser l'équation de Schrödinger *dépendante du temps* pour obtenir une fonction d'onde valable pendant la brève transition entre deux états stationnaires. Selon cette fonction d'onde, la probabilité de présence en un point donné de l'espace oscille dans le temps à une fréquence qui est proportionnelle à l'écart d'énergie entre les deux niveaux de la transition. Une fois la transition complétée, la probabilité de présence redevient constante dans le temps.

Exemple 10.3

Un électron est enfermé dans un puits de potentiel infini (en une dimension) de longueur 0,1 nm. (a) Quels sont les trois premiers niveaux d'énergie ? (b) Quelle est la longueur d'onde du photon émis lors de la transition de l'électron du niveau $n = 2$ à l'état fondamental ?

Solution

(a) D'après l'équation 10.12, les niveaux d'énergie sont donnés par

$$E_n = \frac{n^2h^2}{8mL^2} = \frac{n^2(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J·s})^2}{8(9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(10^{-10}\ \text{m})^2}$$
$$= (6{,}03 \times 10^{-18}\ \text{J})n^2 = (37{,}7\ \text{eV})n^2$$

Les trois premiers niveaux d'énergie sont donc $E_1 = 37{,}7$ eV, $E_2 = 151$ eV et $E_3 = 339$ eV.

(b) On cherche l'énergie du photon, $hf = hc/\lambda$, telle que $E_2 + hc/\lambda = E_1$. En convertissant en joules les résultats trouvés en (a), on obtient

$$hc/\lambda = (151\ \text{eV} - 37{,}7\ \text{eV})(1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{J/eV})$$

d'où $\lambda = 11{,}0$ nm.

Exemple 10.4

Soit une particule de poussière de 10^{-7} kg enfermée dans une boîte de 1 cm. (a) Quelle est la vitesse minimale possible ? (b) Quel est le nombre quantique n si la vitesse de la particule a pour module 10^{-3} mm/s ? (On suppose que la situation est en une dimension.)

Solution

(a) D'après l'équation 10.12, l'énergie minimale permise est $E_1 = h^2/8mL^2$. Si cette énergie correspond à $\frac{1}{2}mv^2$, on tire

$$v = \frac{h}{2mL} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J·s}}{2(10^{-7}\ \text{kg})(10^{-2}\ \text{m})} = 3{,}32 \times 10^{-25}\ \text{m/s}$$

À cette vitesse, le temps requis pour parcourir la longueur de la boîte dépasse l'âge de l'Univers. Ainsi, même au niveau fondamental, la particule de poussière est essentiellement au repos, ce qui concorde avec les prévisions classiques. ■

(b) Pour trouver le nombre quantique n, on écrit que l'énergie cinétique est égale à E_n :

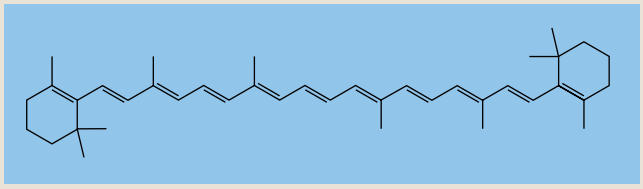
$$\frac{n^2h^2}{8mL^2} = \frac{1}{2}mv^2$$

Lorsqu'on remplace v par 10^{-6} m/s, on trouve $n \approx 10^{18}$!

La quantification de l'énergie des transitions de n à $n \pm 1$ n'est pas observable à l'échelle macroscopique. De plus, la fonction d'onde subit de nombreuses oscillations entre $x = 0$ et $x = L$. Les pics et les creux de la fonction de probabilité sont si rapprochés que la probabilité devient uniforme. Cela correspond au résultat classique, comme le prédit le principe de correspondance. ■

Exemple 10.5

La figure 10.23 illustre une molécule de bêtacarotène. Quand une molécule présente une *chaîne conjuguée*, c'est-à-dire une alternance de liaisons simples (C—C) et doubles (C═C), on observe le phénomène de *conjugaison*, aussi appelé *résonance* : un électron par atome de carbone membre de la chaîne conjuguée peut se déplacer le long de celle-ci. En considérant qu'un tel électron est captif d'un puits de potentiel dont la largeur correspond à la longueur de la chaîne conjuguée, montrer que le bêtacarotène peut absorber la lumière visible. Chaque lien C—C ou C═C a une longueur approximative de 0,14 nm.



▲ Figure 10.23

Une molécule de bêtacarotène, illustrée selon la représentation simplifiée où on fait abstraction des atomes C et H. Chaque angle est un atome de carbone lié à quatre autres atomes, les liens non illustrés étant occupés par des atomes d'hydrogène.

Solution

On compte 21 liens consécutifs. Si on fait l'approximation que ces liens sont alignés, la longueur du puits de potentiel est

$$L = 21(0{,}14\ \text{nm}) = 2{,}94\ \text{nm}$$

Par l'équation 10.12, les énergies admises pour un électron dans ce puits sont

$$E_n = \frac{n^2h^2}{8mL^2} = (6{,}97 \times 10^{-21}\ \text{J})n^2 = (0{,}0435\ \text{eV})n^2 \qquad \text{(i)}$$

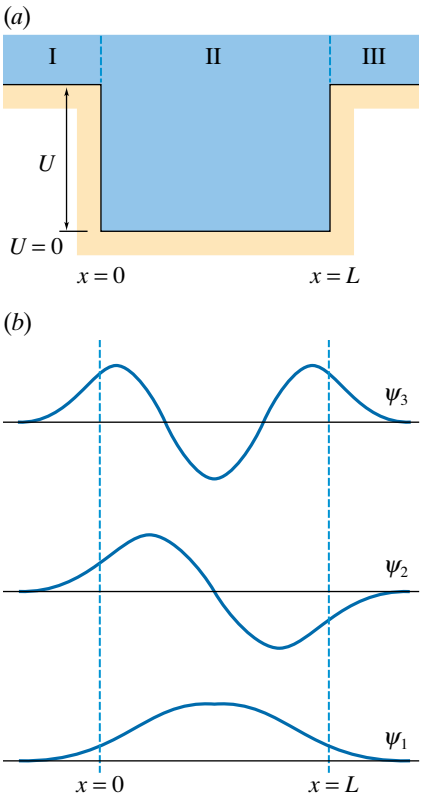
Cet ordre de grandeur correspond à celui de l'énergie des photons visibles. Par exemple, si on considère la transition $n = 11 \rightarrow n = 13$, le photon absorbé possède l'énergie

$$\Delta E = (0{,}0435\ \text{eV})(13^2 - 11^2) = 2{,}08\ \text{eV}$$

Or, les photons visibles ont des énergies comprises entre 1,7 eV et 3 eV.

Pour comprendre pourquoi on donne en exemple deux niveaux aussi élevés, il faut posséder une information supplémentaire : puisque chaque atome de carbone peut fournir un électron et que la chaîne conjuguée comporte 22 atomes de carbone, il y a 22 électrons qui peuvent se déplacer le long de la chaîne. Cependant, nous allons voir au prochain chapitre qu'en raison du principe d'exclusion de Pauli, un maximum de deux électrons peut occuper chacun des niveaux d'énergie donnés par l'équation (i). Les niveaux sont donc saturés jusqu'à $n = 11$. Pour absorber un photon, un électron doit passer d'un niveau $n \leq 11$ à un niveau $n > 11$.

Puits de potentiel fini



▲ Figure 10.24

(*a*) Un puits de potentiel fini de profondeur U. (*b*) De bas en haut, les trois premières fonctions d'onde d'une particule dans un puits de potentiel fini. Les fonctions d'onde décroissent exponentiellement dans les régions interdites par la mécanique classique, où $U < E$.

Considérons maintenant une particule à l'intérieur d'un puits de potentiel de profondeur finie qui s'étend de $x = 0$ à $x = L$. On considère que l'énergie potentielle est nulle au fond du puits et a la valeur constante U hors du puits (figure 10.24*a*). En mécanique classique, si l'énergie de la particule est inférieure à U (c'est-à-dire si $E < U$), la particule ne peut pas pénétrer dans les régions où $x < 0$ et $x > L$. Toutefois, en mécanique quantique, la fonction d'onde ne disparaît *pas* à l'extérieur des parois du puits. Dans la région II, où $U = 0$, l'équation d'onde de Schrödinger indépendante du temps s'écrit

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0 \qquad \text{(i)}$$

où $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ et la fonction d'onde adopte la forme générale suivante :

$$\psi_{II} = C \sin(kx) + D \cos(kx) \qquad \text{(ii)}$$

Contrairement au cas du puits infini, ψ n'est pas nul en $x = 0$ et en $x = L$. Dans les régions I et III extérieures au puits, $U > E$, ce qui signifie que le facteur $(E - U)$ dans l'équation 10.10 est négatif. Ainsi, l'équation d'onde peut s'écrire sous la forme

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} - K^2\psi = 0 \qquad \text{(iii)}$$

où $K^2 = 2m(U - E)/\hbar^2$. La solution générale de cette équation est

$$\psi = Ae^{Kx} + Be^{-Kx}$$

Dans la région III, ψ doit tendre vers zéro lorsque $x \to \infty$, ce qui impose que $A = 0$. La fonction correspondante s'écrit donc

$$\psi_{III} = Be^{-Kx} \qquad \text{(iv)}$$

Dans la région I, ψ doit tendre vers zéro lorsque $x \to -\infty$, ce qui impose que $B = 0$. La fonction prend alors la forme

$$\psi_I = Ae^{Kx} \qquad \text{(v)}$$

Pour compléter la solution, il faut faire coïncider les fonctions à l'intérieur du puits avec les fonctions à l'extérieur. Autrement dit, nous devons vérifier les conditions aux limites. Par exemple,

Conditions aux limites

$$(x = 0) \qquad \psi_I = \psi_{II} \quad \text{et} \quad \frac{d\psi_I}{dx} = \frac{d\psi_{II}}{dx}$$

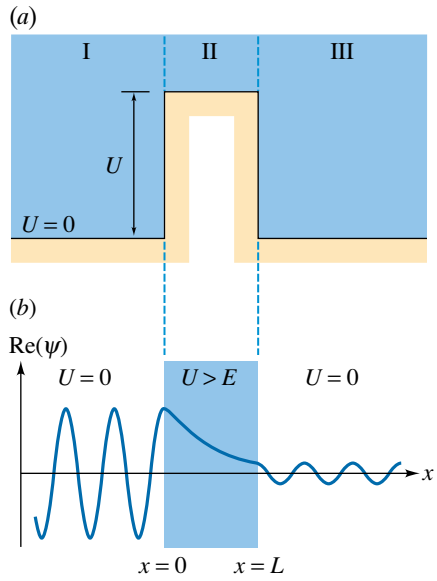
Des conditions semblables doivent être vérifiées pour ψ_{II} et ψ_{III} en $x = L$.

Diverses fonctions d'onde sont représentées à la figure 10.24*b*. Encore une fois, la particule au niveau fondamental a plus de chances d'être détectée au centre du puits. Le fait que les fonctions d'onde ne soient pas nulles à l'extérieur du puits signifie qu'il existe une probabilité non nulle de trouver la particule à l'extérieur du puits, dans la région interdite par la physique classique. Cela n'a aucun sens si on visualise la particule captive comme un corpuscule classique, mais cela n'a rien d'incongru si on la visualise comme une onde. Au contraire, l'analogie avec une onde électromagnétique est frappante puisque nous avons expliqué à la section 7.9 (voir le passage sur la polarisation par réflexion) comment la réflexion ne peut se produire que si l'onde pénètre légèrement la surface réfléchissante, même si cette surface n'est *pas* transparente. Cette légère pénétration se produit aussi pour les ondes *mécaniques* : par exemple, quand une vague atteint un changement de milieu qui cause une réflexion totale interne, on observe une faible oscillation *en bordure* du second milieu, même si la vague

ne s'y propage pas (on pourra le voir, plus loin, sur la figure 10.26*a*). Dans le cas de l'onde de matière, cette légère pénétration de l'onde dans la région interdite par la physique classique permet de prédire l'*effet tunnel*, que nous décrivons ci-dessous.

Traversée d'une barrière, effet tunnel

Examinons ce qui se passe lorsqu'une particule d'énergie E rencontre une barrière d'énergie potentielle de hauteur U ($> E$), comme à la figure 10.25*a*. La fonction d'onde de la particule est sinusoïdale dans la région I, où $U = 0$. Si on appliquait la physique classique à cette situation, la prédiction serait simple : comme $E < U$, la particule ne possède pas l'énergie nécessaire pour franchir la barrière et serait réfléchie. Mais, comme nous l'avons vu dans le cas d'un puits de potentiel fini, en mécanique quantique, la fonction d'onde de la particule décroît exponentiellement dans la région II, située à l'intérieur de la barrière de potentiel (figure 10.25*b*). Si l'épaisseur de la barrière n'est pas trop grande, la fonction d'onde décroissante peut avoir encore une valeur non négligeable en atteignant la région III. Dans ce cas, il reste de l'autre côté de la barrière une fonction d'onde sinusoïdale de faible amplitude. Cela signifie qu'il existe une probabilité, petite mais non nulle, que la particule soit détectée de l'autre côté de la barrière ! Quand une telle détection se produit, on dit que la particule a traversé par **effet tunnel**.

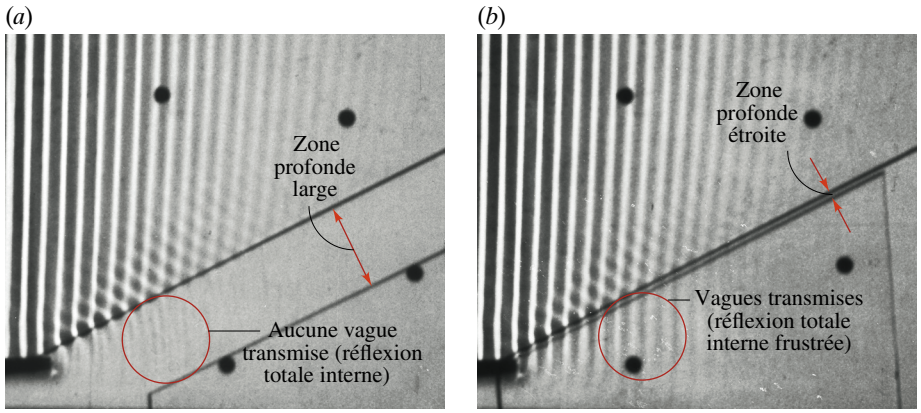


▲ Figure 10.25

(*a*) Une barrière de potentiel de hauteur U. (*b*) Une particule dont l'énergie E est inférieure à la hauteur de la barrière de potentiel a une certaine probabilité de traverser la barrière par effet tunnel. Seule la partie réelle de la fonction d'onde, Re(ψ), est illustrée.

L'effet tunnel découle de la probabilité non nulle de détecter une particule là où sa présence est impossible selon la physique classique. Comme dans la sous-section précédente, cette prédiction n'a aucun sens si on visualise la particule comme un corpuscule classique, mais prend tout son sens si on la visualise comme une onde. Une analogie peut encore une fois être faite avec une onde mécanique. À la figure 10.26*a*, on voit une vague qui subit une réflexion totale interne en atteignant la frontière entre un bassin peu profond et un bassin profond. Tel que souligné plus haut, on observe une légère oscillation *en bordure* du second milieu, laquelle décroît exponentiellement. À la figure 10.26*b*, la zone profonde devient très étroite, et des vagues sont transmises de l'autre côté. C'est le phénomène de la *réflexion totale interne frustrée*. En somme, la légère oscillation qui se produit en bordure du second milieu peut causer la transmission d'une onde dans un troisième milieu si le second milieu est suffisamment mince. On observe aussi ce phénomène pour les ondes électromagnétiques.

L'effet tunnel est utilisé dans plusieurs outils technologiques comme la diode à effet tunnel, les jonctions supraconductrices de Josephson (voir le sujet connexe du chapitre 11) et le microscope électronique à effet tunnel (figure 10.27). Il se produit aussi dans plusieurs phénomènes naturels, par exemple l'émission de particules α par des noyaux radioactifs (voir la section 12.3).

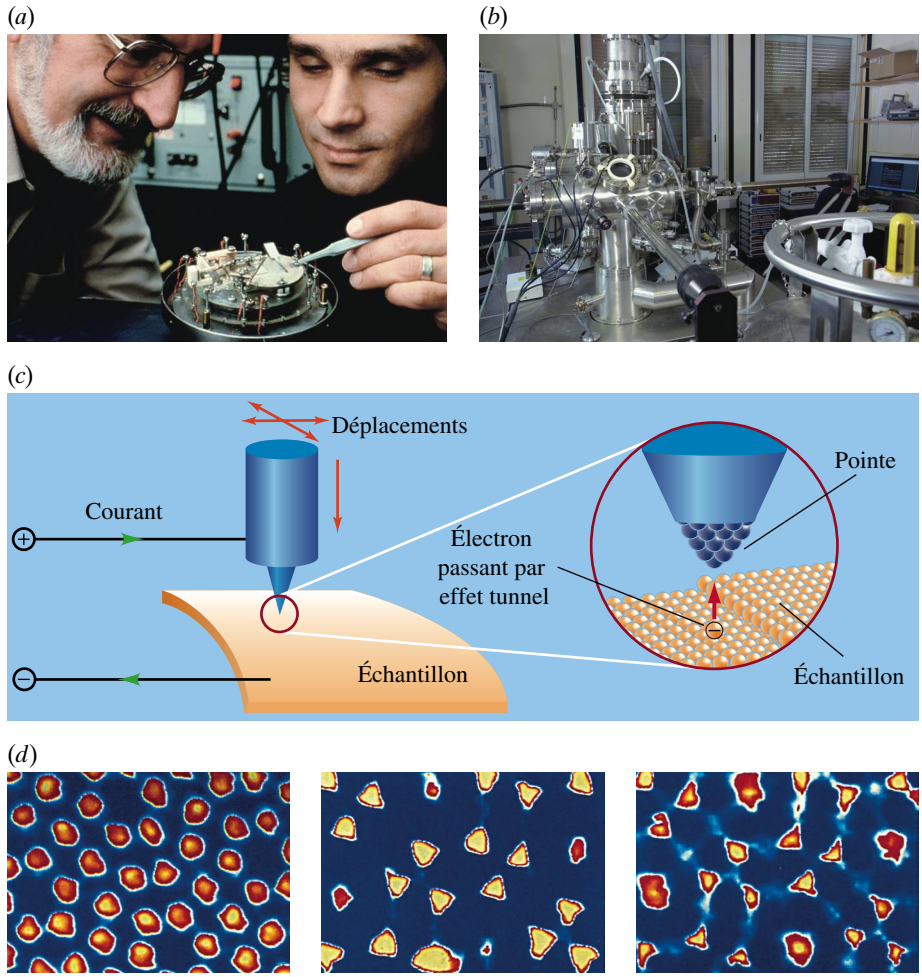


◀ Figure 10.26

En visualisant la particule comme une onde, on peut comprendre l'effet tunnel. (*a*) Quand une onde mécanique effectue une réflexion totale interne, elle pénètre légèrement dans le second milieu, mais n'y est pas transmise. (*b*) Si le second milieu est suffisamment mince, une partie de l'onde arrive à le traverser : c'est la réflexion totale interne frustrée. Cette analogie avec une onde classique a toutefois des limites : l'onde quantique ne peut se mesurer, seul le carré de son amplitude ayant un sens physique, c'est-à-dire la probabilité de détecter une particule.

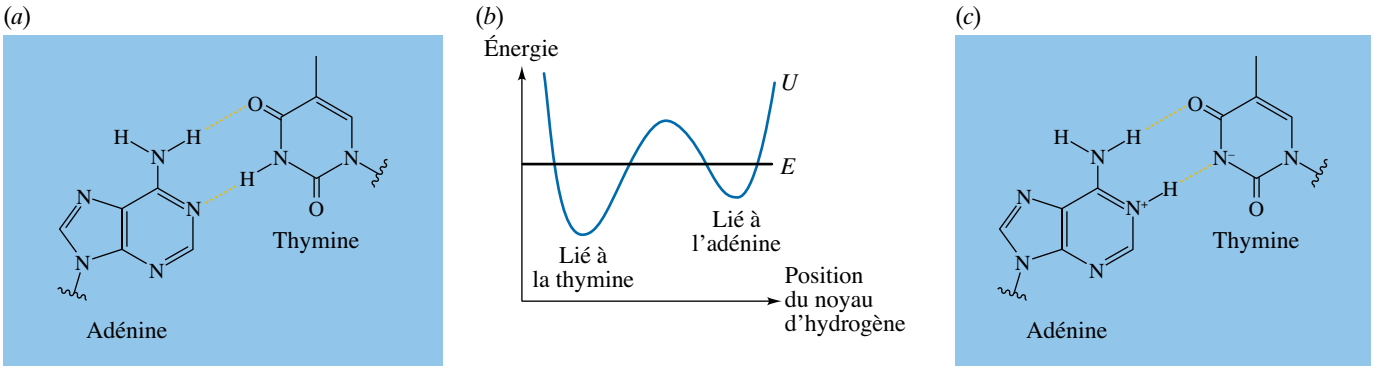
▶ Figure 10.27

(*a*) Le premier microscope électronique à effet tunnel, inventé en 1981 par Heinrich Rohrer et Gerd Binnig. (*b*) Une version plus moderne, dans une enceinte où on a fait le vide. (*c*) En déplaçant une petite pointe le long de la surface d'un échantillon, l'appareil mesure un courant, attribué aux électrons qui parviennent à passer de la surface à la pointe grâce à l'effet tunnel. La mesure du courant permet à un ordinateur, en se fondant sur le comportement de l'onde prévu à la figure 10.25, de construire une « image » de la surface en question. (*d*) Des images de la surface d'un matériau de silicium, à trois profondeurs légèrement différentes, produites par un microscope à effet tunnel, avec un grossissement d'environ 10 millions. La première montre la couche d'atomes situés en surface. La troisième correspond à la deuxième couche d'atomes, à une profondeur de 0,9 nm. Sur la seconde, prise à une profondeur intermédiaire, on devine les liaisons entre les atomes des deux premières couches. (On voit aussi des liaisons latérales sur la troisième image.)



Malgré les apparences, une connaissance de l'effet tunnel est importante en biochimie, car ce phénomène entraîne diverses transformations moléculaires, un exemple notable étant la mutation spontanée de l'ADN. Chaque brin d'ADN comporte une succession de *bases azotées* dont la séquence particulière encode des informations génétiques. Des liaisons covalentes lient ces bases à la façon des perles d'un collier sur un squelette moléculaire (dont la structure ne nous intéresse pas ici). Normalement, on trouve les brins d'ADN sous forme de *paires* de brins complémentaires qui forment une structure à double hélice. En d'autres termes, cette structure comporte deux squelettes moléculaires parallèles, chacun avec sa succession de bases azotées. Comme le montre la figure 10.28*a*, les bases azotées des brins complémentaires sont situées face à face et sont faiblement liées grâce à des ponts hydrogène (voir le chapitre 1 du tome 2). Considérons le pont hydrogène N⋯HN au centre de la figure ; dans ce pont hydrogène, deux atomes d'azote (N) se font compétition pour attirer le noyau de l'atome d'hydrogène. Le graphique de la figure 10.28*b* représente qualitativement l'énergie potentielle de celui-ci, les deux minima correspondant aux positions d'équilibre de l'atome d'hydrogène à proximité de l'un ou l'autre atome d'azote. Classiquement, il serait impossible que l'atome d'hydrogène passe d'une base azotée à l'autre, comme à la figure 10.28*c*, mais on comprend que ce passage peut se faire par effet tunnel. Une logique semblable s'applique au pont hydrogène NH⋯O qu'on voit sur la même figure.

Quand une cellule se divise, elle effectue d'abord une copie de son ADN. Au cours de ce processus, les deux brins sont séparés et un nouveau brin complémentaire est synthétisé pour chacun d'eux afin de reconstituer la double hélice



▲ **Figure 10.28**

(*a*) Une paire de bases normale dans un ADN double brin. (*b*) L'atome d'hydrogène est dans un puits de potentiel à deux minima. (*c*) Une paire de bases où un proton est passé d'une molécule à l'autre par effet tunnel.

entière. Le mécanisme de cette synthèse repose sur le fait que les paires sont complémentaires. Or, dans l'éventualité improbable où un atome d'hydrogène est passé d'une molécule à l'autre, par effet tunnel, au moment où la copie est réalisée, les bases ainsi obtenues *ne sont plus complémentaires* à celles qui sont disponibles pour synthétiser la copie. Il est alors probable qu'une erreur survienne dans la copie, ce qui correspond à une mutation dans l'ADN. ●

Oscillateur harmonique

Nous allons maintenant présenter rapidement le cas d'une particule dans un puits de potentiel qui n'a pas une forme rectangulaire. Un cas extrêmement fréquent est celui du système bloc-ressort, pour lequel l'énergie potentielle élastique a la forme $U(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$, où $m\omega^2$ correspond à la constante de rappel du ressort. Cette fonction représente un puits de potentiel parabolique (figure 10.29*a*).

Du point de vue classique, la particule soumise à une telle énergie potentielle oscille en décrivant un mouvement harmonique simple de fréquence angulaire $\omega = \sqrt{k/m}$ et son énergie peut prendre n'importe quelle valeur, tout comme l'amplitude du mouvement (voir le chapitre 1).

Du point de vue quantique, il en va autrement. Dès la naissance de la physique quantique, Einstein avait postulé que l'énergie d'un oscillateur était quantifiée (voir l'équation 9.6). Bien que ce postulat d'Einstein ne soit plus exactement valable, l'équation de Schrödinger aboutira elle aussi à des niveaux d'énergie quantifiés : quand on y substitue $U(x)$, on obtient

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - \tfrac{1}{2}m\omega^2x^2)\psi = 0 \qquad (10.13)$$

Cette fois, il n'est pas possible de découper l'axe des x en plusieurs régions faciles à analyser. Bien que nous ne puissions résoudre l'équation 10.13 de façon rigoureuse dans le cadre de cet ouvrage, deux arguments donnent une bonne idée de la forme des solutions. Premièrement, on note que l'énergie potentielle est une fonction paire : $U(-x) = U(x)$. Par symétrie, la probabilité de présence doit aussi être une fonction paire. Par conséquent, les solutions $\psi(x)$ auront une parité définie (paire ou impaire). Deuxièmement, le comportement aux limites est facile à deviner. Considérons un oscillateur harmonique possédant une énergie quelconque E. Si x est suffisamment élevé, on atteint rapidement une zone de l'axe des x pour laquelle $U(x) > E$. Cette situation ressemble aux zones I et III de la figure 10.24 (p. 460), bien que U ne soit pas constante cette fois. On s'attend donc à ce que, pour $x \to \infty$ et pour $x \to -\infty$, $\psi(x)$ décroisse rapidement vers zéro. La fonction e^{-Ax} n'a pas ce comportement : elle tend vers zéro seulement à l'une des deux extrémités de l'axe des x. Toutefois, la fonction e^{-Ax^2}, elle, a le comportement attendu. Une solution rigoureuse montre effectivement que chaque solution $\psi(x)$ comporte un facteur e^{-Ax^2} ; ce facteur domine le

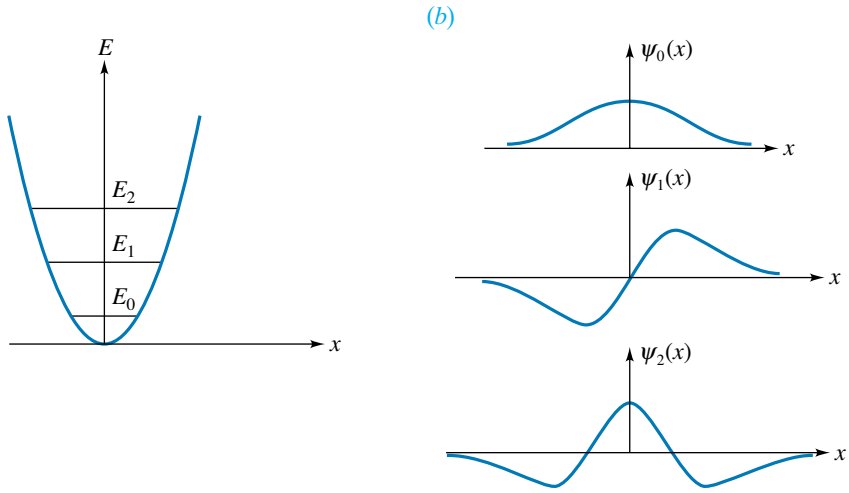


Figure 10.29

(*a*) Une fonction énergie potentielle de forme parabolique correspond à un oscillateur harmonique simple. Notez que les niveaux d'énergie sont quantifiés et que le système ne peut avoir une énergie nulle. (*b*) Les trois premières fonctions d'onde. Plus l'énergie est basse et plus la fonction décroît rapidement vers zéro. Cependant, la zone où la particule peut être détectée s'étend au-delà de l'amplitude classique.

comportement aux limites. Puisque chaque fonction $\psi(x)$ doit être paire ou impaire, il est donc raisonnable de penser que la solution $\psi(x)$ peut prendre la forme de la fonction e^{-Ax^2} multipliée par un polynôme (inconnu pour le moment) :

$$\psi(x) = Ae^{-u^2/2}H(u)$$

où $u = \sqrt{m\omega/\hbar}\,x$. En substituant cette fonction dans l'équation 10.13, on vérifie qu'*elle en est effectivement une solution*, à condition de choisir des valeurs précises pour E et pour les coefficients du polynôme $H(u)$. Même si nous n'avons pas obtenu cette solution de façon très rigoureuse, le fait qu'on puisse vérifier par substitution directe qu'elle satisfait à l'équation 10.13 prouve qu'il s'agit de la « bonne » solution.

Les valeurs discrètes de E pour lesquelles $\psi(x) = Ae^{-u^2/2}H(u)$ est une solution sont les niveaux d'énergie admis :

$$E_n = (n + \tfrac{1}{2})\hbar\omega \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \quad (10.14)$$

et à chaque valeur de E_n correspond un unique polynôme $H(u) = H_n(u)$ qui est d'ordre n. Ces polynômes sont appelés *polynômes d'Hermite*. Les trois premiers sont $H_0(u) = 1$, $H_1(u) = 2u$, $H_2(u) = 4u^2 - 2$. Les trois premières solutions $\psi(x)$ qui leur correspondent sont illustrées à la figure 10.29*b*.

Comme dans le cas de la particule captive dans un puits de potentiel rectangulaire, l'équation 10.14 montre que le système ne peut pas avoir une énergie E nulle. Les niveaux d'énergie sont illustrés à la figure 10.29*a*. Notons que l'équation 10.14 ne diffère de l'équation 9.6 que par le terme $\frac{1}{2}$ et par le fait que n ne peut être nul.

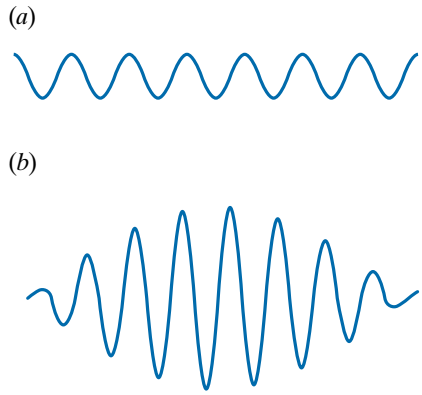
10.7 LE PRINCIPE D'INCERTITUDE DE HEISENBERG

L'aspect le plus choquant de la mécanique quantique est sans aucun doute l'abandon du déterminisme. Des expériences comme celle de Davisson et Germer montrent que la matière doit être représentée par une onde, mais elles ne semblent pas, au premier coup d'œil, justifier un abandon du déterminisme. Or, nous allons maintenant montrer que cet abandon doit nécessairement découler *du simple fait de représenter une particule comme une onde*. Nous laissons donc momentanément de côté l'interprétation probabiliste de Born et ne tenons pour acquis que la relation $\lambda = h/p$ formulée par de Broglie puisqu'elle a été confirmée par l'expérience.

Supposons qu'une particule se déplace en une dimension dans une région de l'espace où son énergie potentielle $U(x)$ est connue. En mécanique classique, on peut déterminer la trajectoire passée et future de cette particule pourvu que l'on connaisse sa position x et sa quantité de mouvement p_x à un temps t (ou, ce qui est équivalent, sa position et sa vitesse). Supposons maintenant que la même particule soit décrite par une fonction d'onde dont la « localisation » dans l'espace détermine la position de la particule. D'après la relation $\lambda = h/p$, il faut aussi connaître la longueur d'onde λ pour prédire la quantité de mouvement p de la particule. Or, *quelle que soit la forme de cette fonction d'onde*, nous allons montrer qu'il est impossible que sa position et sa longueur d'onde soient simultanément déterminées.

La longueur d'onde est parfaitement déterminée par la fonction d'onde si cette dernière est une sinusoïde parfaite (figure 10.30*a*). Mais une telle fonction d'onde occupe l'entièreté de l'axe des x, avec une amplitude uniforme, ce qui laisse la position de la particule parfaitement indéterminée, même si on refuse toute interprétation probabiliste. Pour mieux déterminer la position, on peut donner à la fonction d'onde la forme d'un paquet d'ondes relativement localisé (figure 10.30*b*). Mais nous avons vu à la section 10.3 qu'un paquet d'ondes est obtenu mathématiquement en superposant plusieurs sinusoïdes dont les longueurs d'onde sont légèrement différentes. En somme, pour mieux déterminer la position, il faut introduire une indétermination dans la valeur de la longueur d'onde.

On peut montrer que les paquets d'ondes respectent la propriété suivante :



▲ **Figure 10.30**

(*a*) La longueur d'onde d'une sinusoïde est parfaitement déterminée, mais elle occupe tout l'axe des x ; sa position est parfaitement indéterminée. (*b*) Lorsque des ondes de longueurs d'onde différentes sont superposées, elles peuvent former un paquet d'ondes relativement localisé, mais la longueur d'onde n'est pas bien définie.

Propriété spectrale des paquets d'ondes

Plus un paquet d'ondes est étroit, plus sa distribution de longueurs d'onde est large.

Cet énoncé est une propriété purement mathématique des paquets d'ondes et n'a rien à voir avec la mécanique quantique en particulier. On peut facilement le comprendre si on suppose que toutes les sinusoïdes qui constituent un paquet d'ondes sont en phase en $x = 0$ et qu'on cherche la position x_0 où deux des sinusoïdes seront en opposition de phase pour la première fois : plus la distribution de longueurs d'onde est large, plus cette position surviendra à proximité de $x = 0$.

Maintenant, si on jumelle la relation $\lambda = h/p$ à cette propriété mathématique des paquets d'ondes, on aboutit à une version qualitative du **principe d'incertitude de Heisenberg** :

Principe d'incertitude

Plus une fonction d'onde détermine précisément la position x d'une particule, moins elle détermine sa quantité de mouvement p_x. Les indéterminations Δx et Δp_x sont inversement proportionnelles l'une à l'autre.

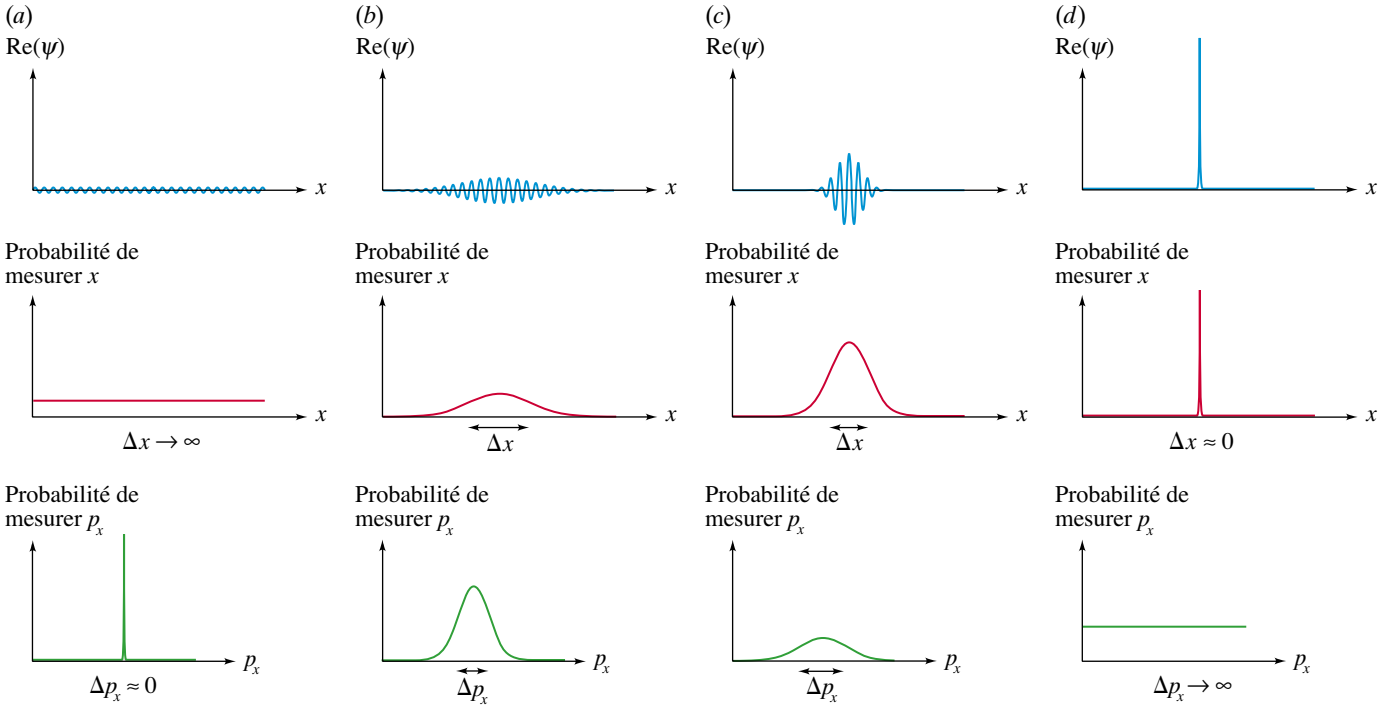
Ce principe a été énoncé en 1927 par Werner Heisenberg (figure 10.31), qui l'avait appelé *principe d'indétermination*. C'est par suite d'un incident dans la traduction de son article que le terme « principe d'incertitude » a été retenu en français. Cette erreur est regrettable, car le mot « incertitude » porte plusieurs à faire un lien entre ce principe et l'incertitude expérimentale sur des *mesures*.

▲ **Figure 10.31**

Werner Heisenberg (1901-1976).

Pourtant, il n'a pas du tout été question de mesures jusqu'ici : l'indétermination dans la position ou la longueur d'onde correspond à la « largeur » de la fonction d'onde et à la « largeur » de son spectre de longueurs d'onde respectivement, et ne relève pas de mesures qu'on fait sur la particule que cette onde représente. En d'autres termes, même dans un problème purement théorique, on pourrait spécifier les conditions initiales x et p_x dans le cadre de la physique classique, mais cela serait impossible dans le contexte d'une fonction d'onde.

Pour obtenir une version quantitative du principe d'incertitude, il nous faut une définition plus précise de ce que représentent les indéterminations sur la position et sur la quantité de mouvement. Pour cela, nous renouons avec l'interprétation probabiliste de Born. La figure 10.32 compare quatre fonctions d'onde en examinant ce qu'elles permettent de prédire au sujet des mesures de x et de p_x. Chacune des figures 10.32*a* à 10.32*d* montre une fonction d'onde et les densités de probabilité correspondantes pour la position et la quantité de mouvement. Conformément au principe d'incertitude, plus la distribution de probabilité est étroite pour x, moins elle l'est pour p_x.



▲ Figure 10.32

(*a*) Fonction d'onde sinusoïdale. La longueur d'onde (donc la quantité de mouvement) est parfaitement déterminée, mais la position est parfaitement indéterminée. (*b*) Paquet d'ondes. La position est déterminée dans un certain intervalle Δx, mais au prix d'une indétermination Δp_x dans la quantité de mouvement. (*c*) Si on réduit Δx, on augmente Δp_x. (*d*) Si la position est parfaitement déterminée, la quantité de mouvement devient parfaitement indéterminée.

Supposons qu'on choisisse la fonction d'onde de la figure 10.32*b*, qu'on prépare une particule pour qu'elle soit adéquatement représentée par cette fonction d'onde et qu'on fasse une mesure de sa position. Si on répète N fois l'expérience sur des particules indépendantes préparées de la même façon, on obtient N mesures différentes de x, qui sont groupées en majorité dans un certain intervalle Δx. De même, si on prépare N autres particules et qu'on mesure cette fois la quantité de mouvement, on obtient N mesures différentes de p_x, qui sont groupées en majorité dans un certain intervalle Δp_x. Ces intervalles Δx et Δp_x sont les indéterminations sur la position et sur la quantité de mouvement.

En mécanique quantique, la définition quantitative qu'on donne à Δx et à Δp_x est l'*écart-type de la distribution des mesures*. Les intervalles illustrés à la figure 10.32 reflètent cette définition rigoureuse. Toutefois, puisque les notions de statistiques requises pour appliquer cette définition sortent du cadre de cet ouvrage, nous allons nous limiter à une définition approximative : si on doit déduire Δx à partir d'une situation physique, on le prendra égal à l'intervalle

de positions le plus grand dans lequel on sait que la particule est contenue. Par exemple, pour une particule dans un puits de potentiel, on peut prendre Δx égal à la largeur du puits de potentiel. Une procédure semblable s'appliquera à Δp_x. Avec ces définitions approximatives, on peut réécrire le principe d'incertitude sous la forme

Principe d'incertitude de Heisenberg

$$\Delta x \Delta p_x \gtrsim h \tag{10.15}$$

où h est la constante de Planck. Il est fondamental de comprendre que l'équation 10.15 est une inégalité : bien qu'il soit impossible d'imaginer une fonction d'onde où Δx et Δp_x sont simultanément nuls, on peut en imaginer où Δx et Δp_x sont arbitrairement élevés.

L'équation 10.15 est en fait notre version simplifiée du principe d'incertitude. Si nous avions défini les indéterminations comme les écarts-types de distributions de mesures, le principe d'incertitude s'écrirait plutôt

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$$

Notons que le symbole $\gtrsim$ a été remplacé par $\geq$. Le produit des deux indéterminations trouve exactement sa valeur minimale $\hbar/2$ quand les distributions ont la forme illustrée aux figures 10.32*b* et 10.32*c*, appelée *courbe normale* ou *courbe gaussienne*. Bien que cette dernière équation soit la forme rigoureuse du principe d'incertitude, nous appliquerons exclusivement la version simplifiée donnée par l'équation 10.15.

On comprend maintenant pourquoi le principe d'incertitude n'a rien à voir avec l'incertitude expérimentale sur les mesures. Même avec des instruments de mesure *parfaits*, on obtiendrait N mesures différentes en répétant N fois une expérience identique. L'indétermination reflète la répartition de ces N mesures. Il s'agit d'une restriction fondamentale imposée par la théorie. Pour un paquet d'ondes, la relation d'incertitude est une propriété intrinsèque qui ne dépend pas de l'appareil de mesure utilisé.

Le principe d'incertitude de Heisenberg s'applique également à d'autres couples de variables, notamment à l'énergie et au temps :

Relation d'incertitude de Heisenberg pour l'énergie et le temps

$$\Delta E \Delta t \gtrsim h \tag{10.16}$$

Cette relation s'applique à une fonction d'onde qui dépend du temps. Si on la laisse évoluer pendant un intervalle Δt, l'énergie du système acquiert l'indétermination ΔE. Lorsqu'on applique cette version de la relation d'incertitude à l'émission de lumière par un atome excité, on peut réécrire le terme ΔE en partant de l'expression de l'énergie du photon à être émis, $E = hf$. On obtient alors : $\Delta E = h\Delta f$. On voit que, si un électron reste dans un état atomique excité pendant un temps assez long avant d'effectuer une transition vers l'état fondamental, la fréquence du photon émis est nettement définie. Si la durée de vie de l'état supérieur est brève, la fréquence de l'émission est moins bien définie : si on répète N fois l'expérience, la fréquence des N photons émis diffère légèrement.

Il serait faux de conclure que l'équation 10.16 permet de violer le principe de conservation de l'énergie, car l'énergie est conservée dans chaque expérience.

Exemple 10.6

On répète N fois l'expérience consistant à mesurer la position d'une particule à un temps t après le début de l'expérience. L'indétermination sur le module de la vitesse est de 0,1 %. Estimer l'indétermination minimale sur les mesures de la position de la particule, sachant que celle-ci est : (a) un électron se déplaçant à 4×10^6 m/s ; (b) une balle de pistolet de 10 g se déplaçant à 400 m/s.

Solution

(a) Comme $\Delta v = 4 \times 10^3$ m/s, l'indétermination sur le module de la quantité de mouvement est

$$\Delta p = m\Delta v = (9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(4 \times 10^3\ \text{m/s}) = 3{,}64 \times 10^{-27}\ \text{kg·m/s}$$

D'après notre version de la relation d'incertitude de Heisenberg, l'indétermination minimale sur la position est

$$\Delta x \gtrsim \frac{h}{\Delta p} \gtrsim \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J·s}}{3{,}64 \times 10^{-27}\ \text{kg·m/s}} = 0{,}182\ \mu\text{m}$$

En somme, les N mesures forment une distribution dont la largeur est approximativement 0,182 µm.

(b) Dans ce cas, $\Delta p = (0{,}01\ \text{kg})(0{,}4\ \text{m/s}) = 4 \times 10^{-3}$ kg·m/s. L'indétermination minimale sur la position est

$$\Delta x \gtrsim h/\Delta p = 1{,}66 \times 10^{-31}\ \text{m}$$

Cette valeur est très inférieure au diamètre d'un proton. Le principe d'incertitude n'impose pas de limite pratique sur la détermination de la position de la balle. En d'autres termes, les N expériences produisent N résultats identiques. ■

Exemple 10.7

Sachant qu'un atome d'hydrogène a un diamètre de l'ordre de 0,1 nm, montrer qu'il est impossible d'attribuer à son électron une trajectoire déterminée.

Solution

Si on mesure N fois la position de l'électron, on trouvera chaque fois qu'il est dans l'atome. L'indétermination sur la position ne peut donc être supérieure au diamètre de l'atome, d'où $\Delta x \approx 0{,}1$ nm. Par conséquent, l'indétermination Δp_x sur la quantité de mouvement ne peut être inférieure à

$$(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J·s})/(0{,}1 \times 10^{-9}\ \text{m}) = 6{,}63 \times 10^{-24}\ \text{kg·m/s}$$

Or, $\Delta p_x = m\Delta v_x$, donc

$$\Delta v_x \gtrsim (6{,}63 \times 10^{-24}\ \text{kg·m/s})/(9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg}) \gtrsim 7{,}28 \times 10^6\ \text{m/s !}$$

En somme, la vitesse de l'électron dans l'atome ne peut pratiquement pas être déterminée. En conséquence, il est impossible de lui attribuer une trajectoire précise, comme c'était le cas dans le modèle de Bohr. ■

Comme d'autres concepts quantiques, le principe d'incertitude contredit le déterminisme qui semble caractériser nos vies quotidiennes. Cela est dû à l'extrême petitesse de la limite h imposée au produit des indéterminations. En pratique, l'équation 10.15 n'a aucun effet sur les systèmes macroscopiques (voir l'exemple 10.6). Toutefois, pour tout système microscopique, le principe d'incertitude impose l'abandon complet de la notion de trajectoire déterminée.

10.8 LA RÉDUCTION DU PAQUET D'ONDES

Considérons une particule représentée par une fonction d'onde donnée pour laquelle Δx et Δp_x ont des valeurs finies. Il peut s'agir, par exemple, d'un paquet d'ondes qui se propage le long d'un axe des x. Nous allons supposer qu'on mesure la position de la particule au temps t_0 en utilisant une méthode qui permet ensuite à la particule de continuer à se propager le long de l'axe des x.

Avant la mesure ($t < t_0$), on ne peut faire que des prédictions probabilistes au sujet de ce que nous allons mesurer. Mais à $t = t_0$, on obtient une seule valeur x_0.

On devient alors *certain* de la position de la particule à l'instant de la mesure. Après la mesure ($t > t_0$), la particule continue de se propager, si bien que sa position change et qu'une certaine indétermination sur la position réapparaît. Il semble évident que la particule après t_0 ne peut pas être décrite par la même fonction d'onde qu'avant t_0. En effet, la nouvelle fonction d'onde doit incorporer l'information qui a été gagnée à $t = t_0$.

La mécanique quantique fait le postulat que l'acte de prendre une mesure *perturbe le paquet d'ondes de façon fondamentale*. Dans l'exemple que nous venons de donner, la fonction d'onde pour $t < t_0$, qui a une certaine indétermination Δx, est brusquement remplacée, à $t = t_0$, par un paquet d'ondes infiniment étroit, qui correspond à une position parfaitement déterminée (voir la figure 10.32*d*, p. 466). De façon semblable, une mesure de la vitesse à $t = t_0$ remplacerait le paquet d'ondes par une fonction d'onde sinusoïdale dont la longueur d'onde est parfaitement déterminée (voir la figure 10.32*a*, p. 466).

Toute mesure modifie le paquet d'ondes en ne conservant, parmi toutes les solutions de l'équation de Schrödinger qui s'y trouvent superposées, que celles qui correspondent à la mesure obtenue. Ce processus de modification brutale de la fonction d'onde, causé par une mesure, est appelé **réduction du paquet d'ondes**.

Ce concept a une conséquence importante : dans le cadre de la mécanique quantique, on ne pourra jamais parler du système comme s'il s'agissait d'une entité isolée puisqu'il y a toujours une interaction inévitable entre l'observateur et le phénomène observé. C'est pourquoi la mécanique quantique représente *chaque mesure* comme un opérateur mathématique qui modifie la fonction d'onde décrivant le paquet d'ondes. L'étude de ces opérateurs ne fait toutefois pas partie du cadre de cet ouvrage.

À l'origine, le concept d'effondrement du paquet d'ondes a été introduit par Heisenberg, qui y voyait une justification du principe d'incertitude. Dans son article de 1927, il a imaginé une expérience idéalisée qui viserait à mesurer simultanément x et p_x : il montre que la mesure de x, en raison de la réduction du paquet d'ondes qu'elle provoque, rend impossible de « connaître » p_x mieux que ne le permet le principe d'incertitude. Nous présentons ci-dessous une version simplifiée de ce raisonnement.

Même si Heisenberg est l'auteur de ce raisonnement, il s'agit d'une erreur conceptuelle. Depuis 1927, les concepts de la mécanique quantique ont été précisés et il est devenu clair que le principe d'incertitude n'a rien à voir avec la réduction du paquet d'ondes qui survient lors d'une mesure. Par exemple, tel que nous l'avons présenté à la section précédente, on peut mesurer x et p_x sur des copies indépendantes du même système, de sorte que la mesure de l'un ne perturbe pas celle de l'autre. On obtient quand même que les indéterminations Δx et Δp_x respectent le principe d'incertitude.

L'expérience imaginée par Heisenberg

Voici maintenant l'essentiel d'un des raisonnements que suivit Heisenberg pour montrer que même un appareil de mesure *idéal* ne pourrait déterminer simultanément la position et la quantité de mouvement d'une particule. L'idée de base est de montrer qu'en mesurant x, on change violemment p_x et vice versa.

On suppose d'abord que l'on cherche à déterminer la position d'un électron. Pour le « voir » au microscope, il faudrait éclairer cet électron, c'est-à-dire projeter de la lumière sur lui. Mais des photons peuvent interagir avec l'électron par effet Compton. Dans le but de réduire cette perturbation au minimum, supposons que l'on projette un seul photon sur l'électron. On ne peut pas

s'attendre à obtenir la position de l'électron avec une précision supérieure à la longueur d'onde de la lumière utilisée pour l'observation. L'incertitude sur la mesure de la position de l'électron est donc au moins $\Delta x = \lambda$. Le photon peut transmettre une proportion plus ou moins grande de sa quantité de mouvement à l'électron. L'incertitude sur la mesure du module de la quantité de mouvement de l'électron est du même ordre que le module de la quantité de mouvement initiale du photon : $\Delta p_x = h/\lambda$. Si l'on essaie de réduire Δx en employant une lumière de longueur d'onde plus courte, la quantité de mouvement du photon augmente et Δp_x augmente également. L'inverse est aussi vrai : si l'on réduit la quantité de mouvement du photon de façon à déterminer plus précisément celle de l'électron, la longueur d'onde du photon doit être plus grande et Δx croîtra donc aussi. En somme, on peut mesurer *soit* la position, *soit* la quantité de mouvement avec précision, mais on ne peut pas mesurer les deux simultanément.

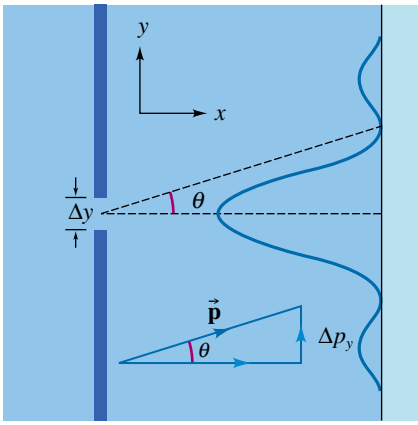
On peut envisager une autre expérience qui vise à déterminer les caractéristiques d'un électron sans utiliser de photon, mais on verra que l'électron est tout de même perturbé de façon fondamentale. Dans la diffraction des électrons par une fente simple (figure 10.33), on sait, d'après l'équation 7.1, que la position du premier minimum est donnée par

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{\lambda}{\Delta y}$$

Au passage de l'onde de l'électron à travers la fente, l'incertitude sur la position latérale correspond à la largeur Δy de la fente. L'incertitude sur la quantité de mouvement dans la direction y doit être au moins égale à $p \sin\theta$, où θ correspond au premier minimum. On peut dire que $\Delta p_y > p \sin\theta$. En combinant cette inéquation avec $p = h/\lambda$, on obtient

$$\Delta p_y \Delta y > h$$

Une fente plus fine permet de déterminer la position de la particule avec une plus grande précision, mais donne une figure de diffraction plus large, c'est-à-dire une incertitude plus grande sur la quantité de mouvement transversale.



▲ Figure 10.33

Lorsqu'un électron passe par une fente, l'incertitude sur sa coordonnée verticale est égale à la largeur de la fente et l'incertitude sur la composante en y de sa quantité de mouvement peut être estimée à partir de la position du premier minimum de diffraction.

10.9 LA DUALITÉ ONDE-PARTICULE

On pourrait se demander si l'utilisation d'une fonction d'onde pour représenter un électron fait en sorte qu'on doive abandonner l'idée de le concevoir comme une particule. Nous allons montrer que ces deux représentations, onde et particule, sont nécessaires.

Pour illustrer notre propos, considérons à nouveau l'expérience des deux fentes de Young, mais réalisée avec des électrons qui peuvent être détectés par un réseau de compteurs. Chaque cliquetis d'un compteur montre qu'un électron est mesuré à un instant donné en une position donnée, ce qui semble indiquer que l'électron doit être conçu comme une particule. Mais, comme nous l'avons vu à la figure 10.19 (p. 456), la figure que forme l'ensemble des points correspond à une figure d'interférence, ce qui suggère que chaque électron se comporte comme une onde.

Supposons que nous voulions déterminer par quelle fente passe chaque électron. Pour que nous puissions détecter un électron, il faut qu'il interagisse avec quelque chose. Par exemple, il faut qu'il soit frappé par un photon ou qu'il entre en collision avec un autre électron. Quel que soit le cas, on s'aperçoit que l'électron passe par l'une *ou* l'autre fente. Toutefois, notre intervention fait disparaître la figure d'interférence, car elle perturbe la fonction d'onde associée au passage par les fentes. À peine venons-nous d'observer l'aspect corpusculaire que l'aspect ondulatoire disparaît !

Bohr avait noté que toute expérience donnée pouvait mettre en évidence *soit* l'aspect ondulatoire, *soit* l'aspect corpusculaire. Selon son **principe de complémentarité**, une description complète de la matière et du rayonnement doit faire intervenir *les deux* aspects, ondulatoire et corpusculaire. Autrement dit, l'onde et la particule sont deux représentations complémentaires.

Principe de complémentarité

La mécanique quantique est venue bouleverser notre conception des phénomènes naturels. Il ne s'agit pas d'une théorie qui tombe sous le sens et on ne peut pas lui trouver d'analogies, aussi lointaines soient-elles, avec les phénomènes de la vie courante. Même ceux qui sont à l'origine de cette théorie, Planck, Einstein et Schrödinger, n'en ont jamais accepté les développements ultérieurs. Schrödinger a même regretté d'y avoir contribué. Bohr lui-même, alors qu'il devint plus tard un ardent promoteur de la mécanique quantique, refusa d'admettre la validité du concept de photon jusqu'en 1925. Quant à Einstein, il n'adhérait pas à la physique quantique, ayant dit un jour : « Je regarde la mécanique quantique avec admiration et suspicion. » Il proposa plusieurs expériences ingénieuses pour contourner les limites imposées par le principe d'incertitude, mais Bohr réussit toujours à trouver un défaut subtil dans les raisonnements d'Einstein. C'est la notion de hasard dans la nature que celui-ci refusait par-dessus tout. Il affirma un jour : « Dieu ne joue pas aux dés avec l'Univers ! » Voilà qui montre bien que des convictions métaphysiques ont parfois un rôle à jouer dans les modèles que proposent les scientifiques. Malgré cette opposition ferme d'Einstein, l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde est très largement acceptée à l'heure actuelle et la mécanique quantique est une pierre angulaire de la physique.

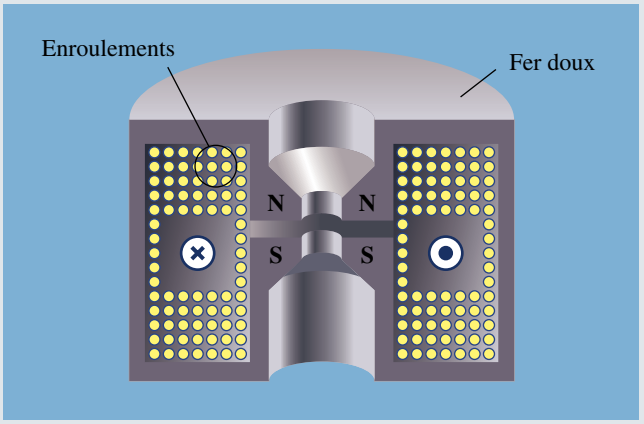
SUJET CONNEXE

Les microscopes électroniques

Alors qu'on mettait au point l'oscilloscope à rayons cathodiques, pendant les années 1920, on se rendit compte que les trajectoires des électrons passant à travers une courte bobine de déviation magnétique peuvent être décrites par une équation analogue à la formule des lentilles minces. La bobine peut donc jouer le rôle d'une lentille pour focaliser un faisceau d'électrons. La « distance focale » d'une lentille magnétique dépend de l'intensité du champ magnétique, qui est déterminée par le courant circulant dans la bobine. Cette analogie entre l'optique « électronique » et l'optique géométrique poussa les ingénieurs Max Knoll (1897-1969) et Ernst Ruska (1906-1988) à construire le premier microscope électronique en 1931. L'année suivante, ayant entendu parler de l'hypothèse de Broglie (qui avait été publiée en 1924 !), ils se rendirent compte qu'en principe un tel instrument pouvait avoir un pouvoir de résolution supérieur à celui d'un microscope optique, qui est limité par la diffraction à 200 nm environ pour une longueur d'onde de 400 nm.

Pour un électron initialement au repos qui est accéléré par une différence de potentiel de 40 kV, la longueur d'onde de Broglie est voisine de 0,006 nm. On pourrait donc s'attendre à ce qu'un microscope électronique ait un pouvoir de résolution voisin de 0,003 nm, ce qui est beaucoup plus petit que la dimension type des atomes (de 0,1 nm à 0,3 nm). En pratique, on ne parvient pas à atteindre cette valeur. Les « lentilles électroniques » sont en général des aimants constitués d'enroulements à l'intérieur d'un enrobage en fer doux. Les pôles sont séparés par un entrefer de quelques millimètres (figure 10.34). Les champs magnétiques non uniformes produits par ces aimants ne peuvent pas avoir une configuration aussi bien définie que la surface d'une lentille en verre et l'aberration de sphéricité (voir la section 5.1) qui en résulte constitue un problème majeur. Néanmoins, nous allons voir que le microscope électronique atteint une résolution de l'ordre des dimensions atomiques. Il existe en fait trois types de microscopes électroniques, que nous allons étudier à tour de rôle.

►►►



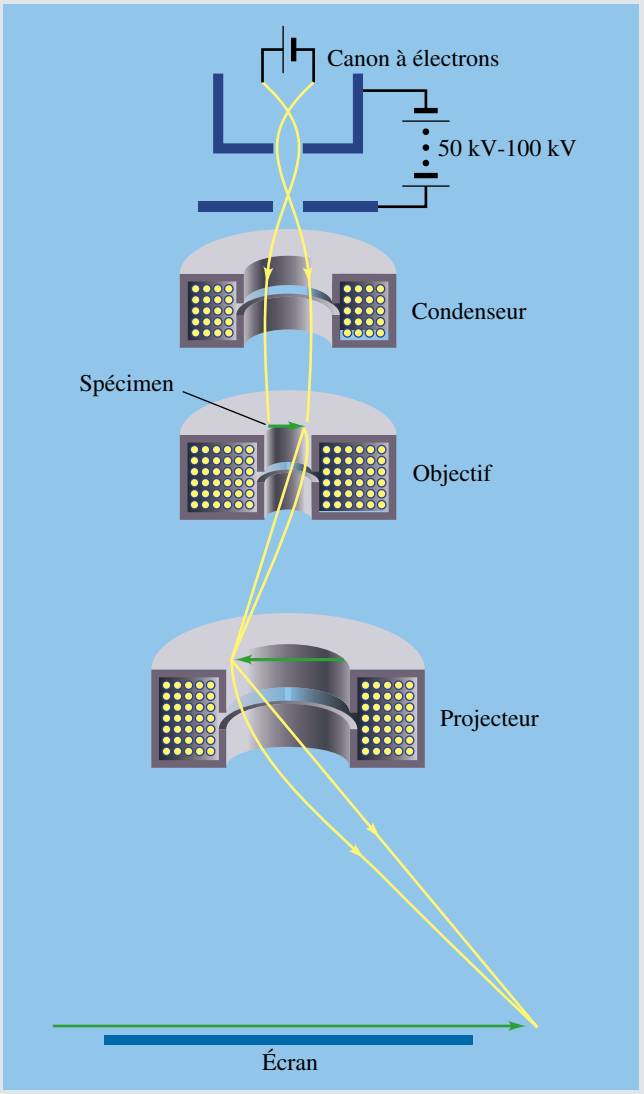
▲ Figure 10.34

Une lentille magnétique. L'enroulement est encastré dans du fer doux et les pôles sont distants de quelques millimètres.

Le microscope électronique à transmission

Dans le microscope électronique à transmission (MET), dont le prototype fut réalisé dans les années 1930 par Ruska, des électrons sont émis par un filament chaud en tungstène puis sont accélérés par une différence de potentiel de 50 kV à 100 kV. Le trajet du faisceau est contrôlé par trois lentilles (figure 10.35). Le *condenseur* est une lentille qui produit un faisceau pratiquement parallèle tombant sur le spécimen. L'*objectif* est une lentille qui produit une image grandie, laquelle joue le rôle d'objet pour la lentille appelée *projecteur*. Cette dernière lentille agrandit encore l'image et projette l'image finale sur un capteur semblable à celui d'un appareil photo. Le système doit être maintenu dans un vide de « haut niveau » d'environ 10^{-5} mm Hg (10^{-7} atm) et la trajectoire du faisceau doit rester stable à 0,2 nm près pendant quelques secondes, le temps de prendre une photographie.

(*a*)



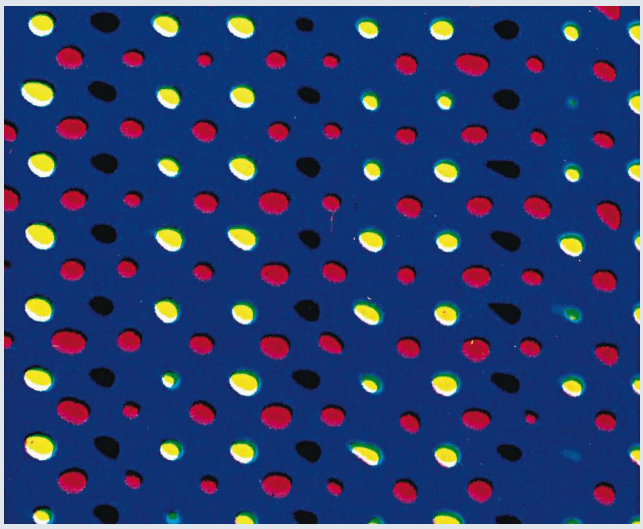
(*b*)

◀ Figure 10.35

Les principaux composants d'un microscope électronique à transmission. Les diaphragmes limitant la largeur du faisceau ne sont pas représentés. Le microscope comporte souvent une autre lentille « intermédiaire » entre l'objectif et le projecteur. La trajectoire des électrons à l'intérieur des aimants est en fait une spirale.

Puisque la longueur d'onde de Broglie d'un électron dépend du module de sa vitesse, la différence de potentiel accélératrice doit être stabilisée en deçà de 1 partie sur 10^5. Néanmoins, l'énergie des électrons émis par le canon à électrons s'étend sur une plage de 1 eV environ, impossible à éliminer. Ainsi, l'intervalle correspondant des longueurs d'onde des électrons entraîne une aberration chromatique (voir la section 5.1). On réduit les effets d'aberration en limitant l'étalement angulaire du faisceau au moyen de petites ouvertures circulaires et en gardant le faisceau proche de l'axe central. Malheureusement, cette méthode limite également le pouvoir de résolution de l'instrument et réduit le courant du faisceau qui, de 150 µA à la sortie du canon à électrons, passe à 10 µA environ lorsqu'il traverse le spécimen.

Dans un MET, on obtient un contraste entre des régions voisines parce que la diffusion des électrons (leur déviation par rapport à leur direction initiale de propagation) diffère selon les régions. Le spécimen doit être très mince, de sorte que les électrons ne perdent pas d'énergie en le traversant. Un étalement des énergies des électrons sortants entraînerait un étalement des longueurs d'onde et une aberration chromatique supplémentaire. Dans le cas d'échantillons biologiques, on les encastre d'abord dans du plastique, que l'on découpe ensuite en tranches d'épaisseur voisine de 20 nm. En général, le MET a un pouvoir de résolution de 0,5 nm, les meilleurs d'entre eux pouvant atteindre 0,2 nm, ce qui correspond à un grossissement de $G = 10^6$. La figure 10.36 représente l'image d'un réseau cristallin produite par un MET et ayant été ensuite coloriée.



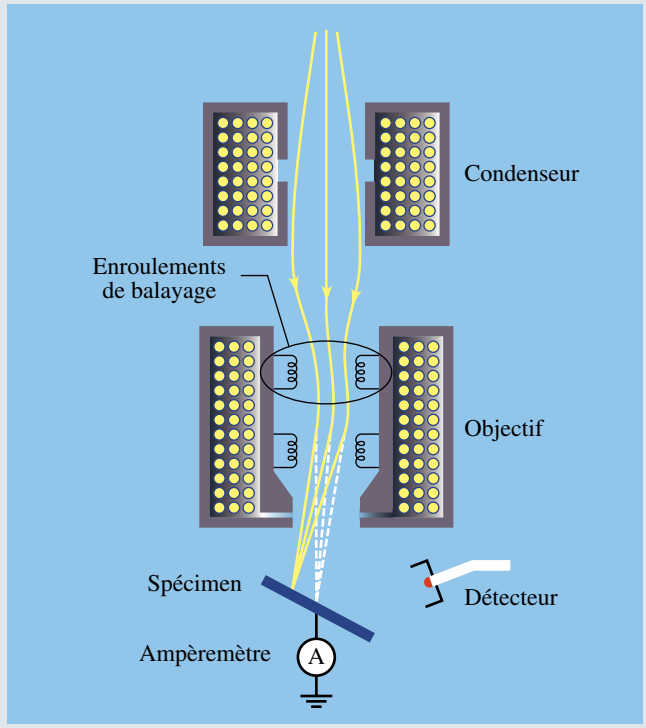
▲ Figure 10.36

Image coloriée produite par un MET d'un supraconducteur à haute température, $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-x}$. Les atomes d'yttrium sont noirs, les atomes de baryum sont jaunes et les atomes de cuivre sont rouges. À cause de leur faible numéro atomique, les atomes d'oxygène ne sont pas visibles.

Le microscope électronique à balayage

Le microscope électronique à balayage (MEB) fut réalisé au milieu des années 1930 par Max Knoll. Dans ce dispositif (figure 10.37), un faisceau d'électrons accélérés par une différence de potentiel de 10 kV à 40 kV balaie la surface du spécimen en suivant une trame (comme les lignes sur un écran de télévision). Lorsque le faisceau rencontre le spécimen, certains électrons sont rétrodiffusés, d'autres éjectent des électrons secondaires de basse énergie (≈50 eV) des couches supérieures des atomes, alors que d'autres produisent des rayons X. On peut détecter ces divers types d'émissions qui constituent le « signal ». On peut même mesurer le courant traversant le spécimen. Le courant du faisceau tombant sur le spécimen est de 10 pA environ et le courant électronique secondaire est de 1 pA, de sorte qu'une amplification considérable est nécessaire.

Un balayage ne produit pas une image au sens habituel, mais dresse plutôt une carte de l'objet. Chaque position du faisceau correspond à un pixel sur l'écran. Le balayage du spécimen est synchronisé avec le balayage de l'écran et le signal sert à contrôler la luminosité de l'affichage. Le grossissement est déterminé par le rapport des dimensions des pixels de l'image aux points du faisceau. Puisque la dimension du faisceau peut



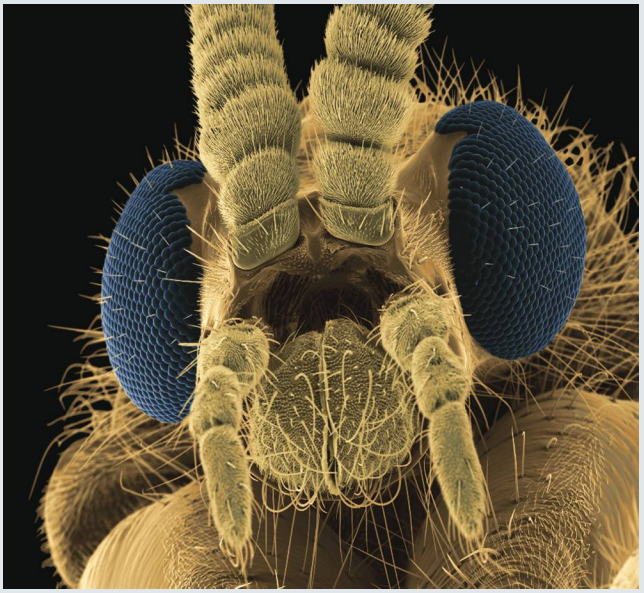
▲ Figure 10.37

Dans le microscope électronique à balayage, la section transversale du faisceau est réduite par deux lentilles. Deux enroulements à l'intérieur de l'objectif servent à balayer la surface du spécimen.

►►►

varier de 10 nm à 1 µm, un MEB peut produire un très large éventail de grossissements, allant de 15 à 10^5 environ. Le pouvoir de résolution est voisin de 10 nm dans le meilleur des cas (encore inférieur d'un facteur 10 à celui du MET).

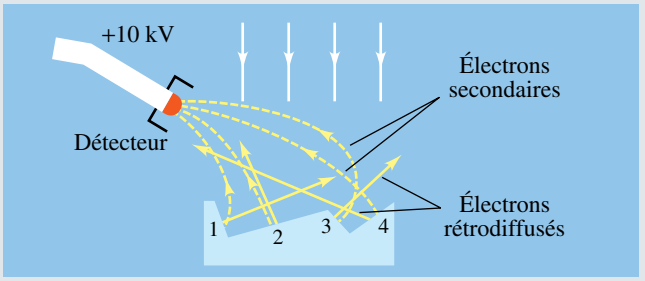
Bien que le MEB n'atteigne pas le pouvoir de résolution du MET, l'image produite par un MEB a une grande profondeur de champ (intervalle des distances objets pour lesquelles l'image est assez bien focalisée). Par exemple, avec une dimension de faisceau de 50 nm (G = 1000), la profondeur de champ est de 50 µm, c'est-à-dire 100 fois plus grande que celle d'un microscope optique de même grossissement. Le MEB produit donc un effet pratiquement tridimensionnel (figure 10.38).



▲ Figure 10.38

L'image d'une mouche produite par un microscope à balayage a une grande profondeur de champ.

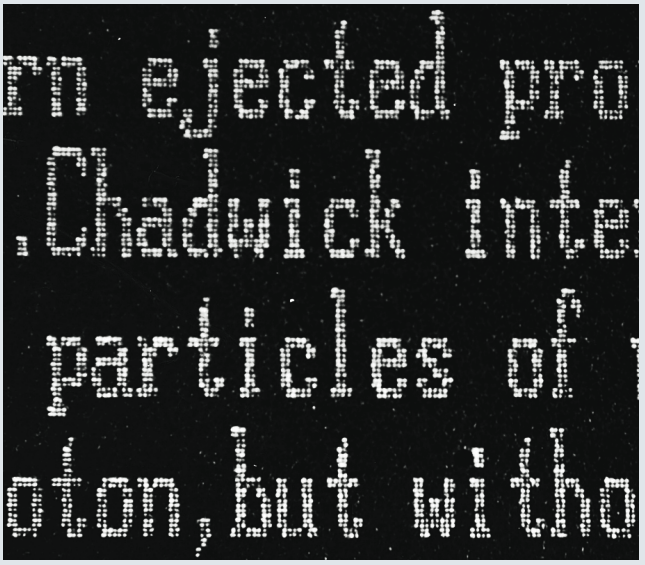
Pour comprendre comment est obtenu le contraste d'une image MEB, regardez la figure 10.39, qui représente le faisceau tombant sur une surface irrégulière. Les électrons de haute énergie qui sont rétrodiffusés sont orientés presque selon la normale à chaque face. Seuls ceux qui sont diffusés par hasard dans la direction du détecteur sont enregistrés. Les faces 1 et 3 vont donc paraître sombres, la face 4 va paraître brillante et la face 2 aura une brillance intermédiaire. Bien que les électrons secondaires de basse énergie émergent dans toutes les directions, ils peuvent être attirés vers le détecteur si on maintient celui-ci à +10 kV environ. Dans ce cas, un signal est enregistré, même lorsque le faisceau balaie les faces 1 et 3. Si le courant du spécimen sert de signal, alors toutes les faces contribuent à l'image. En combinant ces divers signaux, on peut régler le contraste de l'image finale.



▲ Figure 10.39

Si les électrons rétrodiffusés étaient les seuls détectés, les faces 1 et 3 paraîtraient sombres. Si le détecteur est porté à un potentiel de +10 kV par rapport à l'échantillon, il attire également les électrons secondaires de basse énergie. Lorsque le faisceau balaie la surface, les faces 1 et 3 contribuent donc également au signal.

Le faisceau d'électrons dans un MEB peut servir à percer des trous sur une tête d'épingle avec une précision suffisante pour former des lettres. Le bloc de texte représenté à la figure 10.40 ne mesure que 1 µm de large. Les lettres sont si petites qu'on pourrait inscrire les 40 millions de mots de l'*Encyclopædia Britannica* sur une tête d'épingle !



▲ Figure 10.40

Un bloc de texte produit par le faisceau d'un microscope électronique à balayage. Les lettres sont si petites qu'une encyclopédie pourrait tenir au complet sur une tête d'épingle !

Le microscope électronique à effet tunnel

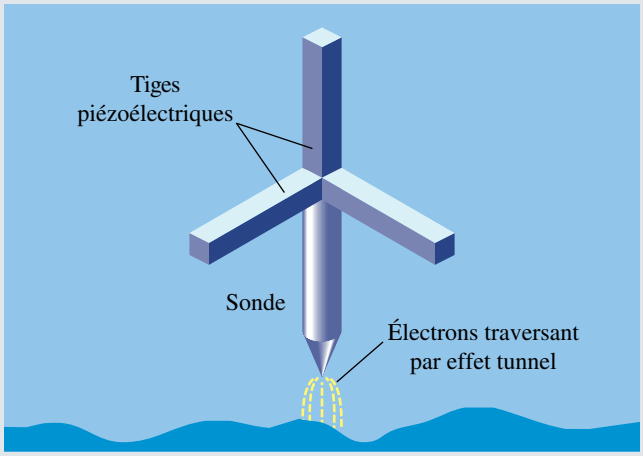
Dans les MET et les MEB, les trajectoires des électrons peuvent être calculées d'après la mécanique classique. La nature ondulatoire des électrons n'a d'effet que sur la résolution de l'image. Par contre, le principe du microscope à effet tunnel repose sur un phénomène de la mécanique quantique qui consiste à traverser une barrière de potentiel par effet tunnel (voir la section 10.6).

Ce dispositif fut inventé en 1981 par Gerd Binnig (né en 1947) et Heinrich Rohrer (1933-2013), qui se sont partagé le prix Nobel avec Ruska en 1986. On fait passer une sonde de tungstène en forme de pointe très fine (pouvant être aussi fine qu'un atome) à une distance de 0,1 nm à 1 nm au-dessus d'une surface conductrice. Lorsqu'on applique une petite différence de potentiel entre la sonde et la surface, un courant d'électrons traverse par effet tunnel l'espace vide entre la pointe et la surface (voir la figure 10.27*c*, p. 462).

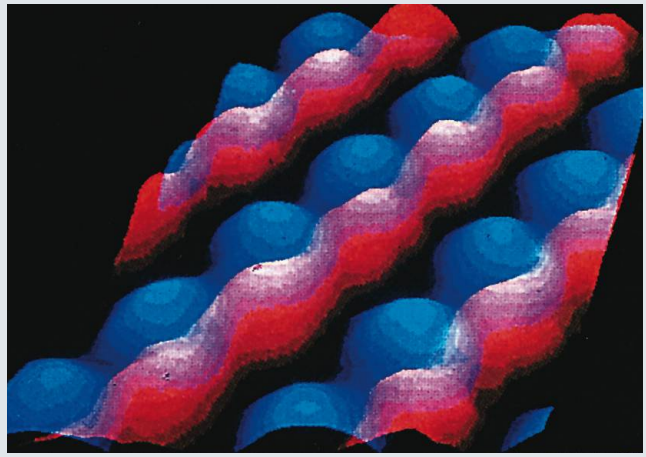
La position de la sonde est déterminée (à 10^{-5} nm près !) par trois tiges *piézoélectriques* perpendiculaires deux à deux (figure 10.41). (Les dimensions d'un cristal piézoélectrique varient lorsqu'on lui applique une différence de potentiel.) Lorsque la sonde balaie lentement la surface, sa position verticale est réglée de sorte que le courant d'effet tunnel et, par conséquent, la hauteur au-dessus de la surface restent constants. La sonde trace donc la topographie de la surface. L'« image » est formée sur un écran.

À la figure 10.25 (p. 461), on a vu que la fonction d'onde d'une particule décroît exponentiellement à l'intérieur d'une barrière de potentiel. L'amplitude de l'onde transmise (qui détermine le courant par effet tunnel) dépend de la largeur de la barrière. La variation exponentielle du courant par effet tunnel en fonction de la distance entre la sonde et la surface confère à l'instrument une haute sensibilité : lorsque la position verticale de la sonde varie d'à peine 0,1 nm, le courant par effet tunnel varie d'un facteur 100.

La résolution verticale atteint la valeur remarquable de 0,01 nm, ce qui est très inférieur à la dimension d'un atome ! La résolution horizontale atteint 0,1 nm environ. Un déplacement de 0,1 nm sur un échantillon est représenté par 1 cm sur un écran ou sur un diagramme, de sorte que le grossissement global est de 10^8. La figure 10.42 représente une image obtenue à l'aide d'un microscope à effet tunnel (voir également la figure 10.27*d*, p. 462).



▲ Figure 10.41
La sonde au tungstène d'un microscope à effet tunnel est placée à 0,1 nm environ au-dessus de la surface qu'elle balaie. Sa position est commandée par trois tiges piézoélectriques.



▲ Figure 10.42
Image de GaAs produite par un microscope à effet tunnel. Ici encore, la couleur a été ajoutée : les atomes Ga sont bleus ; les atomes As sont rouges.

RÉSUMÉ

Selon l'hypothèse de Broglie, les particules matérielles se comportent comme des ondes. La longueur d'onde de Broglie d'une particule de quantité de mouvement $\vec{\mathbf{p}}$ est donnée par

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad (10.1)$$

Cette relation est donc la même que pour le photon.

Les ondes de matière qui correspondent à des états stationnaires sont régies par l'équation d'onde de Schrödinger indépendante du temps à une dimension, laquelle s'écrit

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E - U(x)]\psi(x) = 0 \qquad (10.10)$$

où E est l'énergie mécanique, qui est constante, et $U(x)$ est l'énergie potentielle de la particule en fonction de la position x de celle-ci. Les fonctions d'onde ψ qui sont les solutions de cette équation indiquent la probabilité de trouver une particule à l'intérieur d'un intervalle dx en calculant $\psi^2\,dx$. Pour une version en trois dimensions de l'équation 10.10, la fonction d'onde tridimensionnelle indiquerait que la probabilité de présence de la particule dans un élément de volume dV est $\psi^2\,dV$.

La fonction d'onde doit être *normalisée* : l'intégrale de la probabilité sur tout l'espace doit être égale à 1, $\int \psi^2\,dV = 1$. En une dimension, on doit obtenir $\int \psi^2\,dx = 1$. De même, la fonction d'onde doit remplir les *conditions aux limites* correspondant au cas envisagé. En particulier, ψ et $d\psi/dx$ doivent être continus.

En mécanique quantique, une particule peut pénétrer dans une région pour laquelle $U > E$, qui lui serait interdite en physique classique. Ainsi, une particule peut traverser une barrière de potentiel par *effet tunnel*.

Plus le paquet d'ondes qui décrit une particule est étroit, plus sa distribution de longueurs d'onde est large. Il en découle le principe d'incertitude de Heisenberg, selon lequel on ne peut pas déterminer simultanément la position et la quantité de mouvement d'une particule avec une précision arbitrairement grande. En préparant $2N$ particules identiques de façon à mesurer N fois x et N fois p_x, on obtient une distribution de mesures dont les largeurs caractéristiques Δx et Δp_x représentent l'indétermination sur une mesure individuelle. Ces indéterminations sont liées par la relation

$$\Delta x \Delta p_x \gtrsim h \qquad (10.15)$$

Une autre version du principe d'incertitude met en relation l'énergie et le temps :

$$\Delta E \Delta t \gtrsim h \qquad (10.16)$$

Ces indéterminations sont inhérentes aux fonctions d'onde (paquets d'ondes) et *ne sont pas* dues aux caractéristiques de l'équipement utilisé. Elles n'ont rien à voir avec l'incertitude expérimentale sur une mesure donnée.

L'origine du principe d'incertitude ne doit pas être confondue avec le concept de réduction du paquet d'ondes, une modification fondamentale de la fonction d'onde qui survient lors d'une mesure. Tout équipement utilisé pour prendre une mesure, aussi sensible soit-il, perturbe fondamentalement la particule.

TERMES IMPORTANTS

densité de probabilité (p. 454)
effet tunnel (p. 461)
énergie du niveau fondamental (p. 457)
équation d'onde de Schrödinger indépendante du temps (p. 453)
fonction d'onde (p. 453)
hypothèse de Broglie (p. 442)
onde de matière (p. 442)
paquet d'ondes (p. 450)
principe de complémentarité (p. 471)
principe d'incertitude de Heisenberg (p. 465)
probabilité de présence (p. 454)
réduction du paquet d'ondes (p. 469)

RÉVISION

R1. Expliquez sur quelle *généralisation* s'est appuyé de Broglie pour postuler l'existence d'ondes de matière.

R2. Quel lien peut-on faire entre le modèle atomique de Bohr et les ondes de Broglie ?

R3. Expliquez les fondements du principe d'incertitude de Heisenberg en supposant que les particules sont décrites par des ondes.

R4. Expliquez, par l'analyse du processus de la mesure, comment il est impossible de concevoir une expérience qui viole le principe d'incertitude de Heisenberg.

R5. Votre voisin prétend que le principe d'incertitude de Heisenberg permet de transgresser légèrement le principe de conservation de l'énergie. Expliquez en quoi il a tort.

QUESTIONS

Q1. Qu'est-ce que les ondes de Broglie et les ondes électromagnétiques ont en commun qui les distingue des autres types d'ondes ?

Q2. Peut-on s'attendre à ce que les ondes de Broglie donnent lieu à un effet Doppler ?

Q3. En quoi le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène n'est-il pas compatible avec la mécanique quantique ?

Q4. Comparez les longueurs d'onde de Broglie d'un électron et d'un proton qui ont : (a) la même vitesse ; (b) la même énergie.

Q5. Quel fait pourriez-vous mentionner pour convaincre des amis sceptiques que la matière a des propriétés ondulatoires ?

Q6. La fonction d'onde nous renseigne seulement sur les probabilités et, pourtant, les prédictions de la mécanique quantique sont précises. Réconciliez ces deux propositions.

Q7. Faites la distinction entre le principe de correspondance de Bohr et le principe de complémentarité de Bohr.

Q8. Si l'on utilise un thermomètre froid pour mesurer la température de l'eau chaude dans un verre, la lecture ne sera pas exacte. Est-ce un exemple d'application du principe d'incertitude de Heisenberg ? Justifiez votre réponse.

EXERCICES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

10.1 et 10.2 Ondes de Broglie, diffraction des électrons

E1. (I) Utilisez l'expression classique reliant la quantité de mouvement à l'énergie cinétique pour démontrer que la longueur d'onde de Broglie d'un électron en fonction de l'énergie cinétique K est donnée par

$$\lambda \approx \frac{1{,}23}{\sqrt{K}}$$

où K est en électronvolts et λ, en nanomètres.

E2. (I) Un électron initialement au repos est accéléré par une différence de potentiel $|\Delta V|$. Montrez que sa longueur d'onde de Broglie est donnée par

$$\lambda \approx \sqrt{\frac{1{,}5}{|\Delta V|}}$$

où ΔV est en volts et λ, en nanomètres. On suppose que l'énergie cinétique est donnée par l'expression classique.

E3. (I) Un électron initialement au repos est accéléré par une différence de potentiel de 120 V. Quelle est sa longueur d'onde de Broglie ? (Voir l'exercice précédent.)

E4. (I) Calculez les longueurs d'onde de Broglie (a) d'un électron et (b) d'un proton, sachant que l'énergie cinétique de l'électron et celle du proton sont égales à 2 eV.

E5. (I) Déterminez la longueur d'onde de Broglie d'un proton qui se déplace à : (a) 10^3 m/s ; (b) 10^6 m/s.

E6. (I) Un neutron thermique (voir le chapitre 12), qui a une énergie cinétique de 0,04 eV à 330 K, joue un rôle important dans la fission de l'uranium dans un réacteur nucléaire. Quelle est la longueur d'onde de Broglie d'un tel neutron ?

E7. MonLab (II) Un objet de 1 g se déplace à 10 m/s et traverse une fente. Pour quelle largeur de fente observe-t-on le premier minimum de diffraction à 0,5° ? L'expérience est-elle réalisable en pratique ?

E8. (I) Un photon et un électron ont chacun une longueur d'onde de Broglie de 5 nm. Comparez leurs énergies cinétiques en électronvolts.

E9. (I) Pour quelle énergie, en électronvolts, la longueur d'onde d'un photon est-elle de : (a) 10^{-10} m ; (b) 10^{-15} m ?

E10. (I) Un électron se déplace de façon que sa longueur d'onde de Broglie corresponde à celle de la lumière jaune à 600 nm. Quel est le module de sa vitesse ?

E11. (I) Par quelle différence de potentiel un proton doit-il être accéléré pour avoir une longueur d'onde de Broglie de 0,1 pm ?

E12. (I) En reproduisant l'expérience de Davisson-Germer, on accélère des électrons avec une différence de potentiel de 60 V, en direction d'un monocristal de nature inconnue. Un maximum de premier ordre est mesuré à un angle $\phi = 40°$. (a) Si on suppose la même symétrie qu'à la figure 10.6 (p. 446), quel est l'angle θ correspondant ? (b) Quelle est la distance entre les plans cristallins qui ont causé ce maximum ?

E13. MonLab (I) Un électron possède une énergie mécanique de 80 eV. Il passe d'un endroit où il ne possède aucune énergie potentielle à une région où son énergie potentielle grimpe de 20 eV. Calculez sa longueur d'onde de Broglie : (a) avant l'augmentation de l'énergie potentielle ; (b) après cette augmentation.

E14. (I) Dans un microscope, la dimension du plus petit détail observable correspond à la longueur d'onde du rayonnement utilisé. Ce paramètre correspond au pouvoir de résolution. (a) Pour quel module de vitesse la longueur d'onde de Broglie d'un électron est-elle égale à 0,1 nm, qui est la taille approximative d'un atome ? (b) Quelle est la vitesse des électrons qui permettent de résoudre des détails de 1 nm dans la structure d'une membrane cellulaire ?

E15. (II) (a) Pour quel module de vitesse la longueur d'onde de Broglie d'un électron est-elle égale au rayon de Bohr, qui est de 0,053 nm ? (b) Comparez le module de la vitesse trouvé à la question (a) avec le module de la vitesse de l'électron à l'état fondamental d'après le modèle de Bohr.

E16. (II) Un électron est attiré vers un proton maintenu au repos. En supposant que l'électron parte de l'infini à une vitesse initiale nulle, calculez sa longueur d'onde de Broglie lorsqu'il se trouve à 0,1 nm du proton.

E17. (II) Des neutrons thermiques, dont l'énergie cinétique est de 0,04 eV, passent par deux fentes distantes de 0,1 mm. Quelle est la distance prévue entre des franges de même type dans la figure d'interférence apparaissant sur un écran situé à 2 m des fentes ?

10.6 Applications de la mécanique quantique

E18. (I) Un proton est enfermé dans un puits de potentiel infini à une dimension de longueur 10^{-14} m. (a) Quels sont les deux premiers niveaux d'énergie ? (b) Quelle est la fréquence du photon émis lorsque le proton passe du 2e niveau au 1er niveau ? Dans quelle partie du spectre électromagnétique est-elle située ?

E19. (I) Un électron se déplace à l'intérieur d'un puits de potentiel infini à une dimension de longueur 0,1 nm. (a) Calculez, en électronvolts, les énergies de l'état fondamental et du premier état excité. (b) Quelle est la longueur d'onde du photon émis si l'électron passe de l'état excité à l'état fondamental ?

E20. (I) Un électron dans un puits de potentiel infini a une énergie de 5 eV au niveau $n = 4$. Quelle est la largeur du puits ?

E21. (I) Quelle valeur doit avoir l'énergie d'un photon, en électronvolts, pour faire passer un électron de l'état fondamental au niveau $n = 3$ dans un puits de potentiel infini de largeur 0,2 nm ? Dans quelle partie du spectre électromagnétique est situé le photon ?

E22. MonLab (I) Quelle valeur minimale prend le module de la vitesse d'un électron dans un puits de potentiel infini de largeur 0,1 mm ?

E23. MonLab (II) L'énergie de l'état fondamental d'un électron dans un puits de potentiel infini est de 20 eV. (a) Quelle est, en électronvolts, l'énergie du premier niveau excité ? (b) Quelle est la largeur du puits ?

E24. (I) On suppose qu'un électron est enfermé dans un puits de potentiel infini de largeur 10^{-14} m, valeur qui correspond à la dimension approximative d'un noyau. (a) Calculez, en électronvolts, l'énergie de l'état fondamental de l'électron. (b) Sachant que les énergies nucléaires sont de l'ordre de quelques dizaines de mégaélectronvolts, que pouvez-vous dire quant à la possibilité pour les électrons d'être à l'intérieur du noyau ?

10.7 Principe d'incertitude de Heisenberg

E25. (I) La position de l'électron dans l'état fondamental de l'atome d'hydrogène est déterminée à ±0,1 nm. Estimez l'indétermination sur le module de sa quantité de mouvement.

E26. (I) Un électron se trouve dans un puits de potentiel infini de largeur 0,2 nm. Estimez l'indétermination sur le module de sa quantité de mouvement.

E27. MonLab (I) La durée de vie d'un état excité est de 10^{-8} s. Estimez l'indétermination sur : (a) l'énergie ; (b) la fréquence du photon émis au moment de la désexcitation.

E28. (I) Un proton est enfermé dans un noyau de rayon 2×10^{-14} m. (a) Estimez l'indétermination sur le module de sa quantité de mouvement. (b) Si le module de la quantité de mouvement était égal à l'indétermination trouvée en (a), quelle serait l'énergie cinétique en mégaélectronvolts ?

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

10.1 et 10.2 Ondes de Broglie, diffraction des électrons

E29. (I) Quelle est la longueur d'onde de Broglie d'un proton dont l'énergie cinétique est de 50 keV ?

E30. (I) Dans un métal, un électron libre a une énergie cinétique de 3 eV. Quelle est sa longueur d'onde de Broglie ?

E31. (I) (a) Un électron a une longueur d'onde de Broglie de 0,1 nm, soit environ la taille d'un atome. Quelle est son énergie cinétique (non relativiste) en électronvolts ? (b) Quelle est l'énergie, en électronvolts, d'un photon ayant une longueur d'onde de 0,1 nm ?

E32. (I) Montrez que la longueur d'onde de Broglie d'un neutron non relativiste d'énergie cinétique K (en électronvolts) est donnée par

$$\lambda \approx \frac{2{,}86 \times 10^{-11}}{K^{1/2}}$$

E33. (II) Dans l'accélérateur de particules de Stanford, les électrons atteignent une énergie de 20 GeV. Quelle est la longueur d'onde de Broglie de ces électrons ? (Le module de la vitesse des électrons étant presque équivalent à celui de la lumière, vous aurez besoin de l'expression relativiste de l'énergie ; voir l'équation 8.23.)

E34. (II) Quelle différence de potentiel faudrait-il utiliser pour produire des électrons dont la longueur d'onde correspond à 1 % du diamètre des hélices α d'une protéine, soit 1,2 nm ? (*Indice* : Comment se compare la vitesse de ces électrons à celle de la lumière ?)

10.6 Applications de la mécanique quantique

E35. (I) La fonction d'onde d'un électron libre est

$$\psi(x) = A \sin(4{,}72 \times 10^{10} x)$$

où x est en mètres et A, en mètres à la puissance moins une demie. Quelle est la composante selon x de la quantité de mouvement de cet électron ?

E36. (I) Un électron enfermé dans un puits de potentiel infini a une énergie cinétique de 3,4 eV au niveau $n = 1$. Quelle est, en électronvolts, l'énergie cinétique au niveau $n = 2$?

E37. (I) Une particule α ($m = 4$ u) est enfermée dans un puits de potentiel infini de 2×10^{-14} m de largeur, soit environ la taille d'un noyau. Quelle est l'énergie cinétique du premier niveau en électronvolts ?

E38. (I) Un électron est enfermé dans un puits de potentiel infini de 0,1 nm de largeur, soit environ la taille d'un atome. Calculez les trois plus basses fréquences des photons pouvant être émis par cet électron.

E39. (I) Un électron est enfermé dans un puits de potentiel infini de 1,5 nm de largeur, soit environ la longueur d'une molécule de rétinal (voir le sujet connexe de la section 9.7). Calculez les trois plus basses fréquences des photons pouvant être absorbés par cet électron. Qu'en déduisez-vous ?

E40. (I) Tracez le graphique de la densité de probabilité des trois états de la fonction d'onde illustrés à la figure 10.22*a* (p. 458). Comparez votre résultat avec la figure 10.22*b* (p. 458).

10.7 Principe d'incertitude de Heisenberg

E41. (I) Un électron a une vitesse de module 2×10^7 m/s. Si une indétermination de 50 nm est acceptable sur sa position, quel est le plus petit pourcentage possible d'indétermination sur le module de sa quantité de mouvement ?

E42. (I) Soit un électron dans un état excité. La différence d'énergie entre cet état et l'état fondamental est de 2,25 eV et la durée de vie de cet état excité est de 0,13 µs. (a) Quelle est la fréquence du photon émis au moment de la désexcitation ? (b) Estimez l'indétermination sur la fréquence de ce photon en utilisant notre version du principe d'incertitude de Heisenberg.

PROBLÈMES

P1. (II) Utilisez les expressions relativistes de l'énergie cinétique et du module de la quantité de mouvement pour démontrer que : (a) $\lambda \approx h/\sqrt{2m_0K}$, si $K \ll m_0c^2$; (b) $\lambda \approx hc/K$, si $K \gg m_0c^2$.

P2. (I) Quelle est la longueur d'onde de Broglie d'un électron ayant une énergie de 200 MeV ? Utilisez les expressions relativistes et négligez l'énergie au repos de l'électron ($m_0c^2 = 0{,}511$ MeV).

P3. (I) (a) Calculez le module de la quantité de mouvement de l'électron dans l'état fondamental du modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène. (b) Si, dans un modèle correspondant issu de la mécanique quantique, l'indétermination sur la quantité de mouvement est considérée comme égale à $\Delta p = 2p$, quelle est l'indétermination sur le module de la position ? Comparez votre résultat au rayon de l'état fondamental de l'atome de Bohr.

P4. (I) Considérez la fonction d'onde $\psi = A \sin(n\pi x/L)$ pour une particule dans une boîte à une dimension de longueur L. Utilisez la condition de normalisation $\int \psi^2 \, dx = 1$ pour démontrer que $A = \sqrt{2/L}$.

P5. (II) Considérez la fonction d'onde de l'état fondamental pour une particule dans un puits de potentiel infini qui s'étend de $x = 0$ à $x = L$. Quelle est la probabilité de trouver la particule entre $x = L/4$ et $3L/4$?

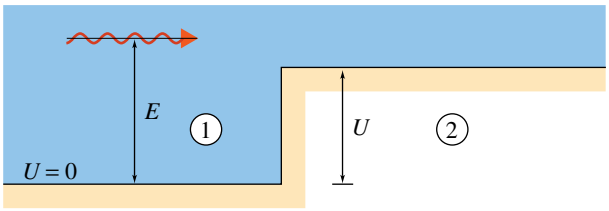
P6. (I) Un puits de potentiel fini s'étend de $x = 0$ à $x = L$ (voir la figure 10.24*a*, p. 460). Démontrez que les conditions aux limites en $x = 0$ donnent la relation $C = AK/k$. (La notation est la même que celle du texte accompagnant la figure 10.24, p. 460-461.)

P7. (I) Une boîte impénétrable s'étend de $x = -L/2$ à $x = L/2$. Quelles sont les fonctions d'onde normalisées pour les trois niveaux d'énergie les plus bas ?

P8. (I) Une particule d'énergie E s'approche d'une région où le potentiel monte subitement jusqu'à U (figure 10.43). La probabilité de réflexion est donnée par le coefficient de réflexion

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2$$

où $k_1 = \sqrt{2mE}/\hbar$ et $k_2 = \sqrt{2m(E - U)}/\hbar$. Évaluez R pour $E = 1{,}5U$.



▲ **Figure 10.43**
Problème 8.

P9. (II) L'énergie potentielle d'un oscillateur harmonique simple est donnée par $U = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$. Démontrez que $\psi = Ae^{-Bx^2}$ est une solution de l'équation d'onde de Schrödinger, où $E = \hbar\omega/2$ est l'énergie mécanique de cet oscillateur. Que représente B ?

P10. (II) Un électron de conduction dans un métal peut être considéré comme une particule enfermée dans une boîte à trois dimensions de côté L. L'énergie est déterminée par les trois nombres quantiques n_1, n_2 et n_3 :

$$E = \frac{h^2}{8mL^2}(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)$$

(a) Donnez le nombre de valeurs distinctes des nombres quantiques qui correspondraient à l'état fondamental. (b) Reprenez la question (a) pour le premier état excité.

P11. (II) Dans le contexte de la mécanique quantique, la valeur moyenne d'une fonction $f(x)$, c'est-à-dire la moyenne des mesures obtenues sur N expériences identiques indépendantes visant à mesurer $f(x)$, est donnée par

$$\langle f(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\psi^2 \, dx$$

Montrez que, pour une particule dans le $n^{\text{ième}}$ état d'une boîte impénétrable à une dimension de longueur L, la valeur moyenne du carré de la position horizontale est donnée par

$$\langle x^2 \rangle = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n^2\pi^2} \right) L^2$$

(Voir le problème P4.)

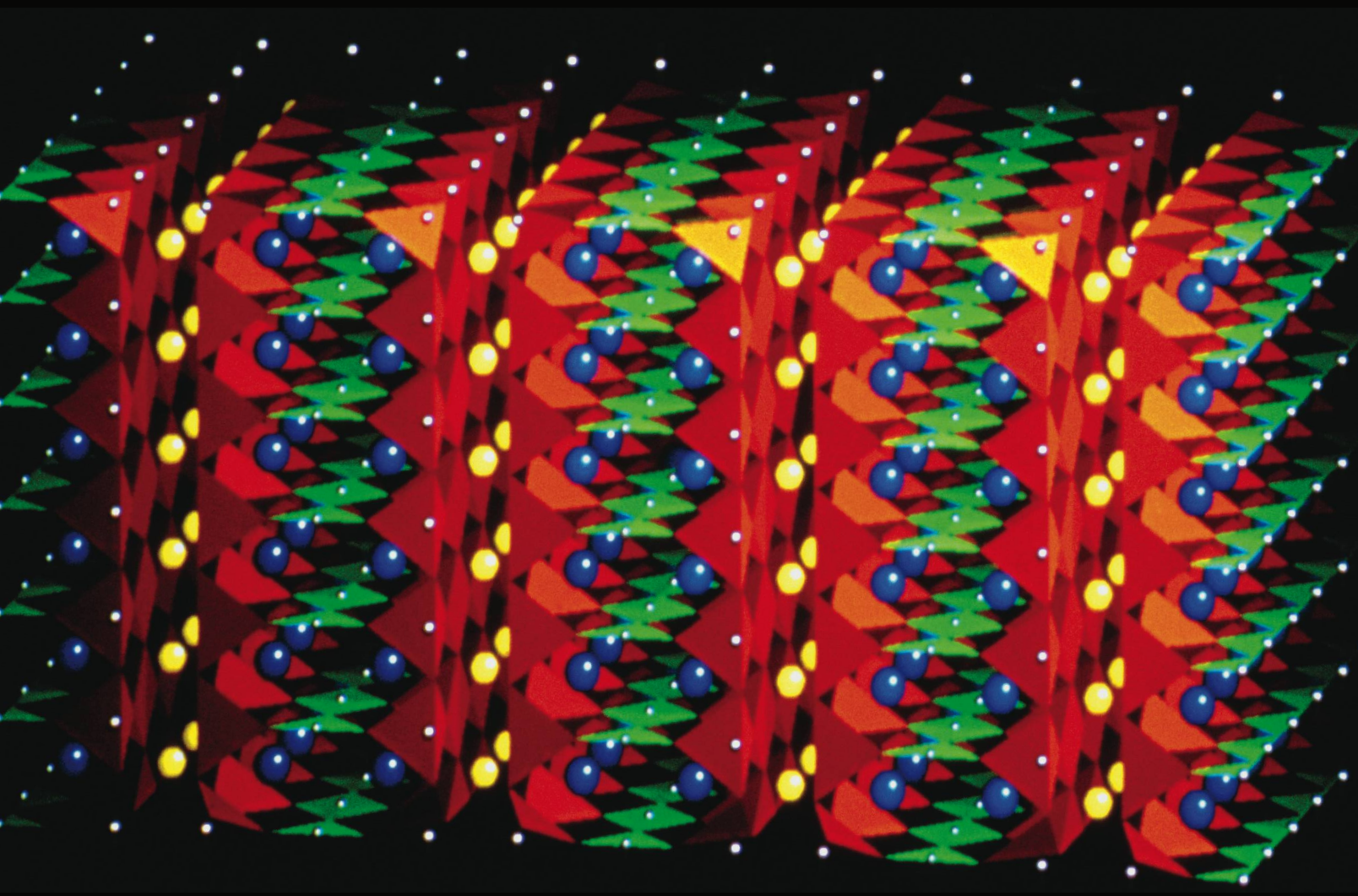
P12. (II) Un électron d'énergie E s'approche d'une barrière de hauteur U ($> E$) et de largeur L (voir la figure 10.25, p. 461). On détermine le coefficient de transmission T à partir du rapport des probabilités sur les deux faces de la barrière. (a) Démontrez que

$$T \approx e^{-2KL}$$

où $K^2 = 2m(U - E)/\hbar^2$. (Cette expression est approximative parce que l'on néglige la réflexion « interne » sur la deuxième face de la barrière.) (b) Évaluez T pour $L = 0{,}1$ nm, $U = 100$ eV et $E = 50$ eV.

CHAPITRE 11

ATOMES ET SOLIDES



SOMMAIRE

11.1 Les nombres quantiques de l'atome d'hydrogène

11.2 Les fonctions d'onde de l'atome d'hydrogène

11.3 Le spin

11.4 Les atomes à plusieurs électrons

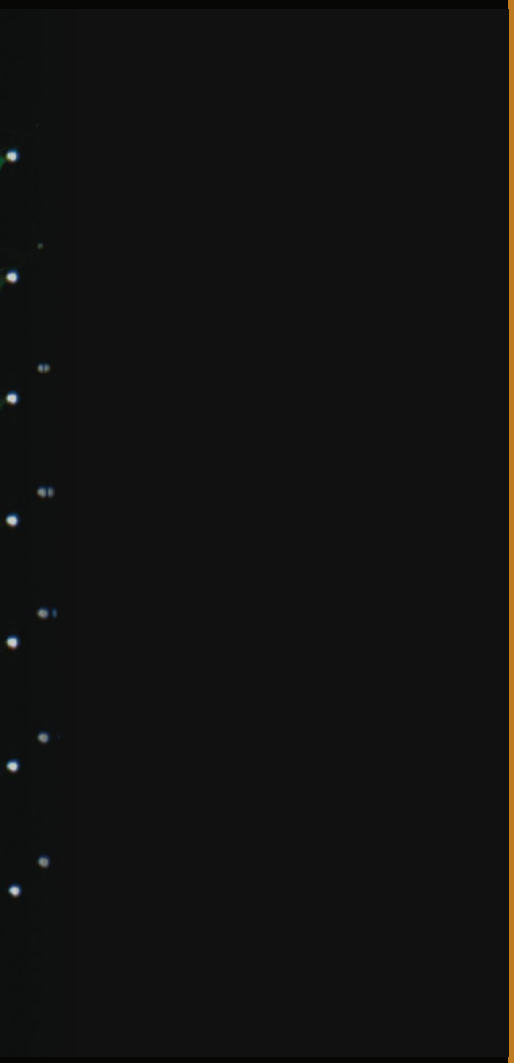
11.5 Les rayons X et les travaux de Moseley sur le numéro atomique

11.6 Le principe d'exclusion de Pauli et le tableau périodique

11.7 Les moments magnétiques

11.8 La théorie des bandes d'énergie dans les solides

11.9 Les dispositifs semi-conducteurs



Cette image, où les atomes de chaque élément ont été coloriés, est une représentation de la structure microscopique d'un matériau capable d'être supraconducteur à haute température. Dans un solide, la proximité des atomes, situés à intervalles périodiques, permet de prédire des propriétés macroscopiques (telle la conductivité impliquée ici), comme nous le verrons dans ce chapitre.

La mécanique quantique s'applique remarquablement bien à un grand éventail de phénomènes. Elle permet de nous représenter la structure et de prédire le comportement des atomes, des molécules, des noyaux et des solides. Nous allons commencer ce chapitre par un examen rapide de son application au cas de l'atome d'hydrogène. La résolution de ce problème à trois dimensions demande trois nombres quantiques pour distinguer les uns des autres les états possibles de l'électron. Nous verrons à la section 11.1 qu'il s'agit du *nombre quantique principal*, n, du *nombre quantique orbital*, ℓ, et du *nombre quantique magnétique orbital*, m_ℓ. De plus, nous verrons à la section 11.3 que les particules comme l'électron ont un moment cinétique intrinsèque, appelé *spin*, qui est caractérisé par un *nombre quantique magnétique du spin*, m_s.

Après avoir étudié l'atome d'hydrogène, nous nous attarderons aux cas des atomes à plus d'un électron. À la section 11.4, nous verrons que les mêmes quatre nombres quantiques permettent de décrire les états de chacun des électrons dans n'importe quel atome. Toutefois, la section 11.6 montrera que les électrons obéissent alors à une contrainte importante, le *principe d'exclusion de Pauli*,

selon lequel deux électrons d'un même atome ne peuvent pas avoir les quatre mêmes nombres quantiques.

Nous avons vu au chapitre 9 que Thomson avait émis le premier l'idée que la périodicité des propriétés des éléments, mise en évidence par le tableau périodique, était reliées à l'agencement des électrons dans les atomes. Comme nous le verrons, cette intuition n'était pas dépourvue de fondement : nous allons voir à la section 11.6 qu'à partir des quatre nombres quantiques et du principe d'exclusion, nous pouvons construire de façon systématique le tableau périodique et expliquer plusieurs de ses caractéristiques par les configurations électroniques des atomes.

Enfin, nous étudierons à la section 11.8 la conductivité électrique des solides. Nous verrons que l'agencement régulier d'atomes qui les caractérise présente non pas des niveaux d'énergie admise, comme dans un atome isolé, mais plutôt des *bandes* d'énergie admise. Ce modèle permet d'expliquer la conductivité électrique différente des métaux, des isolants et des semi-conducteurs.

11.1 LES NOMBRES QUANTIQUES DE L'ATOME D'HYDROGÈNE

Lors de notre étude du puits de potentiel, au chapitre précédent, nous avons vu que la solution de l'équation d'onde de Schrödinger en *une* dimension faisait intervenir *un* nombre quantique n. Lorsqu'on applique la version *tri*dimensionnelle de l'équation d'onde de Schrödinger à l'électron de l'atome d'hydrogène, pour lequel $U = -ke^2/r$, l'analyse fait intervenir *trois* nombres quantiques. Nous allons nous contenter d'énoncer les résultats obtenus, sans les démontrer. Les niveaux d'énergie sont donnés par

Nombre quantique principal, n

$$E_n = -\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2 n^2} \tag{11.1}$$

Les énergies dépendent uniquement du **nombre quantique principal**, n, un entier qui peut prendre toute valeur de 1 à l'infini. Les énergies données par l'équation 11.1 concordent avec celles prédites par le modèle atomique de Bohr. Toutefois, *plusieurs* états (différenciés par les valeurs des autres nombres quantiques) peuvent maintenant correspondre à la même énergie du système.

Le module du moment cinétique orbital $\vec{\mathbf{L}}$ de l'électron pour un état donné est déterminé par le **nombre quantique orbital** ℓ :

Module du moment cinétique orbital, L

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar \tag{11.2}$$

où la valeur maximale de ℓ est limitée par la valeur de n :

Nombre quantique orbital, ℓ

$$\ell = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$$

On remarque que cette prédiction de la mécanique quantique, liée aux fonctions d'onde qui sont les solutions de l'équation de Schrödinger, est complètement différente du postulat de Bohr selon lequel $L = n\hbar$ (équation 9.21). En particulier, la plus faible valeur permise pour le module du moment cinétique

est maintenant $L = 0$ et non plus $L = \hbar$ comme c'était le cas dans le modèle de Bohr. Cette valeur $L = 0$ n'aurait aucun sens dans le cadre de la théorie de Bohr, car elle correspondrait à un électron qui *ne décrit aucun mouvement circulaire*. Toutefois, maintenant qu'on se représente l'électron comme une onde, c'est différent : la valeur $L = 0$ apparaît quand la fonction d'onde a une symétrie sphérique.

Pour préciser la direction du vecteur moment cinétique $\vec{\mathbf{L}}$, il nous faut choisir un axe privilégié. Pour ce faire, on peut appliquer un champ magnétique externe et choisir l'axe des z parallèle à ce champ. La fonction d'onde obtenue par l'équation de Schrödinger montre que la composante du moment cinétique orbital selon un tel axe est également quantifiée :

Composante selon z du moment cinétique orbital, L_z

$$L_z = m_\ell \hbar \qquad (11.3)$$

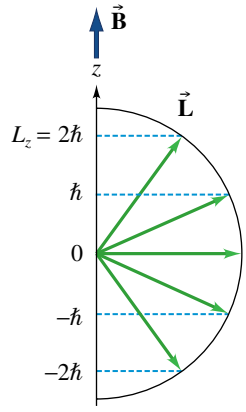
où le **nombre quantique magnétique orbital** m_ℓ ne peut prendre que les valeurs

$$m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm \ell$$

Nombre quantique magnétique orbital, m_ℓ

Le vecteur moment cinétique ne peut être orienté que dans des directions telles que sa composante selon z prenne les valeurs données par l'équation 11.3. Ce phénomène est appelé *quantification spatiale*. Nous utilisons le terme « magnétique » car, lorsque l'atome est placé dans un champ magnétique externe, chaque valeur de m_ℓ correspond à une énergie légèrement différente. Une raie donnée du spectre peut alors être divisée en plusieurs raies, phénomène qui porte le nom d'*effet Zeeman*. Le nombre quantique m_ℓ permet toutefois de décrire les états possibles de l'électron même en l'absence de champ magnétique.

À chaque valeur de ℓ correspondent $2\ell + 1$ valeurs possibles de m_ℓ. Par exemple, si $\ell = 2$, alors l'équation 11.2 donne $L = \sqrt{6}\hbar$ et les cinq valeurs permises de m_ℓ sont 0, ±1 et ±2. Les valeurs correspondantes de L_z, données par l'équation 11.3, sont représentées à la figure 11.1.



▲ Figure 11.1

L'orientation quantifiée du vecteur moment cinétique dans le cas $\ell = 2$ où son module est $L = \sqrt{6}\hbar$.

Tous les états correspondant à une valeur donnée de n forment une **couche**, alors que les états correspondant à une valeur donnée de ℓ forment une **sous-couche***. Pour les différencier plus facilement, on désigne les couches par la valeur de n, mais les sous-couches par la lettre qui leur est associée (tableau 11.1), les quatre premières de ces lettres étant *s*, *p*, *d* et *f*. Ces quatre lettres proviennent historiquement de termes anglais (*sharp*, *principal*, *diffuse* et *fundamental*) ayant servi à décrire les raies spectrales. Les états sont désignés par la couche et la sous-couche : n, ℓ. Par exemple, pour $n = 1$ et $\ell = 0$, l'état est $1s$; pour $n = 2$ et $\ell = 1$, il est $2p$, etc. Il n'est pas possible d'avoir un état comme $3f$ puisqu'avec $n = 3$, la valeur maximale de ℓ est 2.

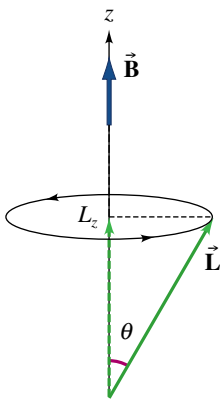
▼ Tableau 11.1

Nomenclature des couches et des sous-couches

n	Couche	ℓ	Sous-couche
1	*K*	0	*s*
2	*L*	1	*p*
3	*M*	2	*d*
4	*N*	3	*f*
5	*O*	4	*g*
6	*P*	5	*h*

En mécanique quantique, on peut déterminer les valeurs de L et de L_z, mais *on ne peut pas* déterminer L_x ni L_y. En effet, si les trois composantes du moment cinétique étaient simultanément connues, cela contredirait le principe d'incertitude de Heisenberg (voir la section 10.7), car l'électron se déplacerait alors dans un plan. Pour montrer cette contradiction, supposons que l'électron se

* Ce vocabulaire renvoie à la vision classique de Thomson selon laquelle les électrons se stabilisaient en couches à symétrie sphérique possédant un rayon différent. Bien entendu, ces termes semblent peut-être inappropriés dans le cas de l'atome d'hydrogène, qui ne comporte qu'un seul électron, mais ils prendront tout leur sens à la section 11.6, lorsque nous verrons que les mêmes nombres quantiques permettent de décrire les états des électrons dans des atomes à plusieurs électrons.



▲ Figure 11.2

Durant la précession du vecteur moment cinétique, la composante en z reste constante. Les composantes en x et en y ne peuvent pas être déterminées.

déplace uniquement dans le plan xy, ce qui signifie que $z = 0$ et $p_z = 0$. Ces valeurs précises sont en contradiction avec la relation d'incertitude $\Delta z \Delta p_z \geq \hbar$. Une interprétation de cette restriction, fondée sur une analogie en mécanique classique, est représentée à la figure 11.2. Le vecteur $\vec{\mathbf{L}}$ d'un système classique y est en précession (il décrit un cône) autour de l'axe des z, alors que la composante L_z reste constante. Les moyennes dans le temps des composantes selon x et selon y sont nulles. (En mécanique quantique, ce sont plutôt les moyennes de N mesures réalisées sur N systèmes indépendants qui sont nulles.)

L'angle formé par le vecteur $\vec{\mathbf{L}}$ avec l'axe des z positifs est donné par

$$\cos\theta = \frac{L_z}{L} = \frac{m_\ell}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} \tag{11.4}$$

Notons que θ ne peut pas être nul, car L_z est toujours inférieur à L. Cela est d'ailleurs conforme à la restriction que nous venons de décrire : si on pouvait avoir $L_z = L$, alors l'électron se déplacerait dans le plan xy, ce qui est interdit par le principe d'incertitude.

De plus, lorsque ℓ devient grand, la variation de θ ou de L_z devient de plus en plus petite d'une valeur à la suivante. Dans la limite classique des nombres quantiques très grands, les valeurs permises pour L_z ou θ forment un intervalle pratiquement continu, ce qui concorde avec le principe de correspondance de Bohr.

Exemple 11.1

(a) Quelles sont les valeurs permises de θ pour $\ell = 2$?
(b) Quelle est la valeur minimale de l'angle θ entre L_z et L pour $\ell = 100$?

Solution

(a) Pour $\ell = 2$, on a $L = \sqrt{6}\hbar$ et $m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2$. Donc, d'après l'équation 11.4,

$$\cos\theta = \frac{m_\ell}{\sqrt{6}} = 0, \pm\frac{1}{\sqrt{6}}, \pm\frac{2}{\sqrt{6}}$$

d'où l'on tire $\theta = 90°$; 65,9° ; 35,3° ; 114,1° et 144,7°.

(b) On obtient la valeur minimale de θ lorsque $m_\ell = +\ell$. Ainsi,

$$\cos\theta = \frac{\ell}{\sqrt{\ell(\ell+1)}} = \frac{100}{\sqrt{100(101)}}$$

On en déduit que $\theta = 5{,}71°$.

On note donc, tel qu'attendu, que θ peut se rapprocher de zéro, mais ne l'atteint jamais. ■

11.2 LES FONCTIONS D'ONDE DE L'ATOME D'HYDROGÈNE

Maintenant que nous avons décrit les trois nombres quantiques permettant de différencier les fonctions d'onde qui sont les solutions de l'équation de Schrödinger pour l'atome d'hydrogène, nous allons présenter dans cette section les plus simples de ces fonctions d'onde. Nous commençons par celles pour lesquelles $\ell = 0$ puisqu'elles ont la symétrie sphérique et peuvent donc être exprimées en fonction de la seule variable r. La fonction d'onde pour l'état fondamental, $n = 1$ et $\ell = 0$, est

Fonction d'onde à l'état fondamental

$$\psi_{1s}(r) = \sqrt{\frac{1}{\pi r_0^3}}\, e^{-r/r_0} \tag{11.5}$$

où $r_0 = \hbar^2/mke^2 = 0{,}0529$ nm est appelé *rayon de Bohr* (voir l'exemple 9.13). La densité de probabilité, donnée par ψ^2, est maximale à $r = 0$ et décroît exponentiellement lorsque r augmente. Cette équation tranche avec la représentation

issue du modèle de Bohr, selon laquelle l'électron suivait une trajectoire bien définie : maintenant, il peut carrément être détecté n'importe où. L'atome demeure toutefois constitué en majorité de vide puisque l'électron n'est détecté qu'à *un* endroit précis, imprévisible, lors d'une mesure. Au lieu de parler d'orbites bien définies, on parle donc d'**orbitales atomiques**, qui sont les « nuages de probabilité » indiquant la distribution de ψ^2 dans l'espace. Ce terme, qui a été introduit en 1932 par Robert S. Mulliken (1896-1986), était à l'origine une abréviation désignant une « fonction d'onde orbitale à un électron ». Nous illustrerons quelques orbitales plus bas. Conformément aux équations ci-dessus, on verra alors que les orbitales 1*s* et 2*s* ont la symétrie sphérique.

La probabilité de trouver l'électron à l'intérieur d'un *volume* dV est $\psi^2\,\mathrm{d}V$. Il est commode de définir la **densité de probabilité radiale**, $P(r)$, de sorte que $P(r)\,\mathrm{d}r$ soit la probabilité de trouver l'électron à l'intérieur de la mince coquille sphérique comprise entre r et $r + \mathrm{d}r$. Le volume d'une telle coquille sphérique de rayon r et d'épaisseur dr est $\mathrm{d}V = 4\pi r^2\,\mathrm{d}r$. Par conséquent,

$$\psi^2\,\mathrm{d}V = \psi^2(4\pi r^2\,\mathrm{d}r) = P(r)\,\mathrm{d}r$$

La densité de probabilité radiale est donc

$$P(r) = 4\pi r^2\psi^2$$

D'après l'équation 11.5, on trouve pour l'état fondamental (état 1*s*)

$$P_{1s}(r) = \frac{4r^2}{r_0^3}\,e^{-2r/r_0} \qquad (11.6)$$

Cette fonction est représentée en rouge à la figure 11.3. On remarque que la distance du noyau où il est le plus probable de détecter l'électron* est $r = r_0$, ce qui correspond au premier rayon permis dans le modèle de Bohr. Toutefois, contrairement à la représentation de Bohr où r_0 est une valeur *certaine*, la représentation quantique moderne ne prédit cette valeur que comme la mesure *la plus probable* : on peut trouver l'électron à des valeurs de r supérieures ou inférieures à r_0, les prédictions de la mécanique quantique n'étant que probabilistes. Si on répète N fois la mesure sur N atomes indépendants, la valeur obtenue le plus souvent sera r_0. De plus, la fonction d'onde conservant une valeur non nulle pour $r \to \infty$, l'atome n'a pas de limite définie.

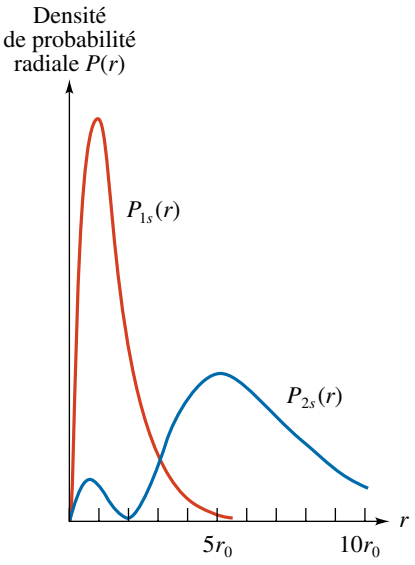
La fonction d'onde pour le premier état excité à symétrie sphérique, $n = 2$ et $\ell = 0$, est

$$\psi_{2s}(r) = \sqrt{\frac{1}{32\pi r_0^3}}\left(2 - \frac{r}{r_0}\right)e^{-r/2r_0}$$

La densité de probabilité radiale correspondante,

$$P_{2s}(r) = \left(\frac{r^2}{8r_0^3}\right)\left(2 - \frac{r}{r_0}\right)^2 e^{-r/r_0} \qquad (11.7)$$

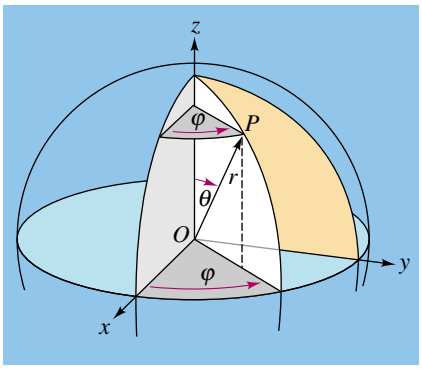
est également représentée à la figure 11.3, en bleu. On remarque que $P_{2s}(r)$ admet deux pics et qu'il y a un chevauchement considérable entre les fonctions 1*s* et 2*s*. La valeur la plus probable de r pour l'état 2*s* est $r \approx 5r_0$, alors que le deuxième rayon permis par le modèle de Bohr vaut $4r_0$.



▲ **Figure 11.3**
Les densités de probabilité radiale pour les états 1*s* et 2*s* de l'hydrogène.

* Notez que ψ^2 est maximal à $r = 0$, alors que $P(r)$ est maximal à $r = r_0$. Cela n'est pas contradictoire : plus r augmente et plus la coquille comprise entre les rayons r et $r + \mathrm{d}r$ a un grand volume. Pour $r < r_0$, ψ^2 décroît légèrement quand r augmente, mais le volume de la coquille augmente plus vite, de telle sorte que $P(r)$ croît.

Les harmoniques sphériques



▲ Figure 11.4

En trois dimensions, il faut trois coordonnées pour donner la position d'un point *P*. En *coordonnées sphériques*, on utilise la coordonnée *r* (distance à l'origine *O*), la coordonnée θ (angle entre l'axe des *z* positifs et la droite *OP*) et la coordonnée φ (angle dans le plan *xy*).

Toutes les fonctions d'onde des états *s* ($\ell = 0$) dépendent uniquement de *r* ; elles sont de symétrie sphérique. Les fonctions d'onde pour les états tels que $\ell \neq 0$ comprennent de plus un facteur angulaire $Y_{\ell m_\ell}(\theta, \varphi)$ appelé *harmonique sphérique*. En général, chaque harmonique sphérique peut dépendre de l'angle θ, mesuré par rapport à l'axe des *z* positifs dans un plan vertical, et de l'angle φ, qui donne la position autour de l'axe des *z* (figure 11.4). Les facteurs $Y_{\ell m_\ell}(\theta, \varphi)$ donnent aux orbitales atomiques une forme tridimensionnelle facilement reconnaissable (figure 11.5).

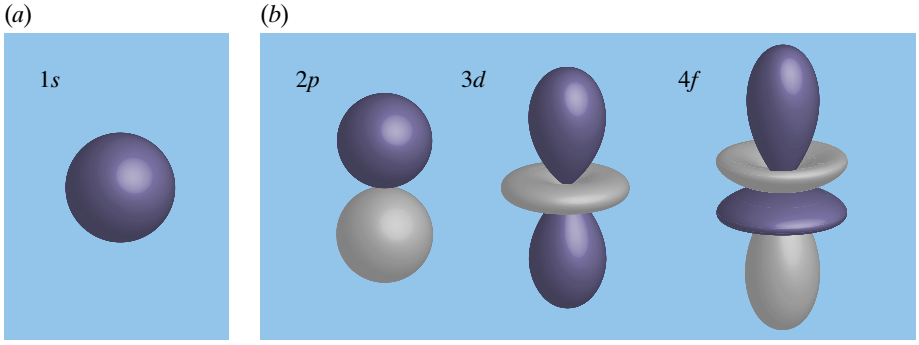
Dans les cas où $\ell \neq 0$ mais $m_\ell = 0$, la fonction d'onde n'a pas de symétrie sphérique, mais elle conserve sa symétrie autour de l'axe des *z* (axe privilégié associé à un éventuel champ magnétique externe). En d'autres termes, elle ne dépend que de *r* et de l'angle θ. À titre d'exemple, la fonction d'onde pour l'état $2p$ ($n = 2$, $\ell = 1$) est

$$\psi_{2p}(r, \theta) = \sqrt{\frac{1}{32\pi r_0^3}}\left(\frac{r}{r_0}\right)e^{-r/2r_0}\cos\theta$$

Cette équation incorpore le facteur $Y_{10} = A\cos\theta$, où *A* est une constante*. La densité de probabilité correspondante est la première illustrée à la figure 11.5*b*. L'axe des *z* étant vertical sur la figure, on constate que la probabilité de présence de l'électron est nulle dans le plan *xy*, tous les points situés sur ce plan ayant la coordonnée $\theta = 90°$. Quand $\ell \neq 0$ et $m_\ell \neq 0$, l'harmonique sphérique dépend à la fois de θ et de φ.

▶ Figure 11.5

Les harmoniques sphériques déterminent la forme des orbitales atomiques (nuages de probabilité) pour les états 1*s*, 2*p*, 3*d* et 4*f* de l'hydrogène. Les cas illustrés sont ceux pour $m_\ell = 0$, de sorte qu'on obtient la symétrie autour de l'axe vertical.



Exemple 11.2

Montrer que la valeur la plus probable de la mesure de la distance *r* où est situé l'électron, dans l'état 1*s* de l'atome d'hydrogène, est bel et bien r_0.

Solution

La valeur la plus probable de *r* correspond à la valeur maximale de $P(r)$ à la figure 11.3. On doit calculer dP/dr et le poser égal à zéro. D'après l'équation 11.6, on trouve

$$\frac{dP}{dr} = \frac{4}{r_0^3}\left[2re^{-2r/r_0} + r^2\left(-\frac{2}{r_0}\right)e^{-2r/r_0}\right]$$

$$= \frac{8r}{r_0^3}\left(1 - \frac{r}{r_0}\right)e^{-2r/r_0} = 0$$

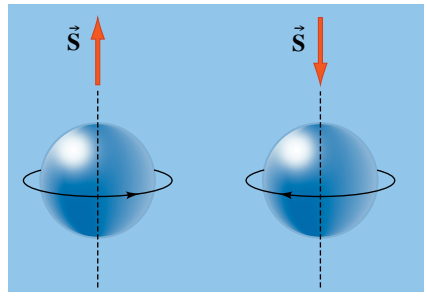
Puisque l'exponentielle ne s'annule que pour $r \to \infty$, la parenthèse doit être nulle. On trouve donc $r = r_0$. Par conséquent, c'est bien à une distance radiale égale au rayon de Bohr qu'on a le plus de chances de trouver l'électron. ■

* Cette constante permet de normaliser séparément le facteur radial et le facteur angulaire. Pour Y_{10}, elle vaut $A = (3/4\pi)^{1/2}$.

11.3 LE SPIN

Lorsqu'on examine à haute résolution la raie spectrale jaune du sodium à 589,3 nm, on voit qu'elle est en fait composée de deux raies plus fines de longueurs d'onde 589,0 nm et 589,6 nm. L'équation de Schrödinger ne permet pas de prédire cette *structure fine*, présente dans de nombreuses raies spectrales. De plus, l'équation d'onde de Schrödinger ne prédit pas correctement le nombre de nouvelles raies qui apparaissent lorsque l'atome est placé dans un champ magnétique (effet Zeeman).

En 1924, Wolfgang Pauli (1900-1958) suggéra que ces problèmes pourraient être résolus si l'on ajoutait au modèle un quatrième nombre quantique ne pouvant prendre que deux valeurs. Partant de cette suggestion, Samuel Abraham Goudsmit (1902-1978) et George Uhlenbeck (1900-1988) émirent l'idée que chaque électron possède un *moment cinétique* intrinsèque, appelé **spin**, pouvant prendre les valeurs $\pm\frac{1}{2}\hbar$. Ils représentèrent l'électron comme une sphère chargée en rotation autour d'un axe interne (figure 11.6). Bien qu'elle soit commode, cette représentation (classique) n'est pas correcte. En 1929, lorsque Paul Dirac (1902-1984) intégra la relativité à la mécanique quantique, il s'aperçut que le nombre quantique du spin découle naturellement de l'analyse. Aucun équivalent classique au spin ne peut être imaginé : on peut seulement attribuer à l'électron une propriété intrinsèque, appelée spin pour des raisons purement historiques, qui a les dimensions d'un moment cinétique et obéit aux règles suivantes. Le module du *moment cinétique* $\vec{\mathbf{S}}$ du spin de l'électron est déterminé par le *nombre quantique du spin**, $s = \frac{1}{2}$, tel que



▲ **Figure 11.6**

Dans cette représentation simple inspirée de la mécanique classique, l'électron est conçu comme une sphère en rotation sur elle-même dont le moment cinétique du spin peut être orienté vers le haut ou vers le bas. Toutefois, cette représentation simple est incorrecte pour plusieurs raisons, notamment le fait que l'électron est considéré comme ponctuel dans la mécanique quantique.

Module du moment cinétique du spin de l'électron, S

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar \qquad (11.8)$$

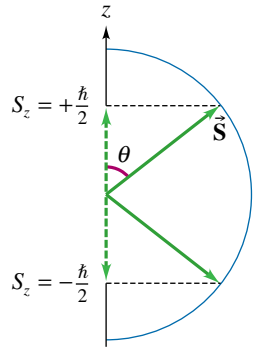
Dans un champ magnétique, la composante en z peut prendre uniquement deux valeurs :

Composante selon z du moment cinétique du spin, S_z

$$S_z = m_s\hbar \qquad (11.9)$$

où le **nombre quantique magnétique du spin**, $m_s = \pm\frac{1}{2}$ (figure 11.7). L'introduction du spin double le nombre d'états permis pour chaque valeur de n.

La séparation des raies spectrales en doublets s'explique par un effet que l'on appelle *couplage spin-orbite*. Comme nous le verrons à la section 11.7, l'électron a un moment magnétique intrinsèque qui est proportionnel à son spin. Dans le référentiel d'un électron en orbite, le noyau positif semble se déplacer et donc produire un champ magnétique. Les deux orientations possibles du moment magnétique du spin par rapport à ce champ ont des énergies légèrement différentes. Par exemple, l'énergie correspondant à une des raies spectrales du sodium est de 2,1 eV, alors que la différence d'énergie entre les deux raies dans la structure fine est de seulement 2,1 meV.



▲ **Figure 11.7**

La composante en z du moment cinétique du spin $\vec{\mathbf{S}}$ peut prendre les valeurs $S_z = \pm\hbar/2$.

* Il ne faut pas confondre le s utilisé ici avec celui qui désigne la sous-couche correspondant à $\ell = 0$.

Exemple 11.3

Quelles sont les valeurs permises de l'angle formé par $\vec{\mathbf{S}}$ et l'axe des z ?

Solution

D'après la figure 11.7, on voit que

$$\cos\theta = \frac{S_z}{S} = \pm\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right)}} = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

11.4 LES ATOMES À PLUSIEURS ÉLECTRONS

Le modèle de Bohr n'est plus valable dès qu'on introduit un deuxième électron. Mais nous allons maintenant voir que la mécanique quantique, elle, permet de décrire *tous* les atomes. Depuis la section 11.1, il a été question de l'atome d'hydrogène, où l'énergie potentielle de l'électron est donnée par $U = -ke^2/r$. Pour ce potentiel, il est possible de résoudre l'équation de Schrödinger de façon analytique et on obtient les fonctions d'onde données à la section 11.2.

Une certaine analogie avec le modèle de Bohr se poursuit si on applique l'équation de Schrödinger à un ion à un seul électron, comme He^+, Li^{++}, etc. L'énergie potentielle de l'électron est alors donnée par $U = -Zke^2/r$, où Z est le nombre de protons dans le noyau, c'est-à-dire le numéro atomique. Pour ces cas, l'équation de Schrödinger donne encore un résultat analytique et on obtient des fonctions d'onde *qui ne diffèrent de celles de la section 11.2 que par l'introduction de facteurs d'échelle constants*. Par exemple, pour l'état $1s$:

$$\psi_{1s}(r) = \sqrt{\frac{Z^3}{\pi r_0^3}}\, e^{-Zr/r_0}$$

Cette équation se compare à l'équation 11.5 pour l'hydrogène. Supposons qu'on veuille maintenant obtenir la fonction d'onde d'un électron dans un atome à *plusieurs* électrons. Nous allons voir que les quatre nombres quantiques n, ℓ, m_ℓ et m_s peuvent encore servir à différencier l'état de cet électron de celui des autres électrons. Dans un atome à plusieurs électrons, l'équation de Schrödinger s'applique toujours, mais il est impossible d'en isoler analytiquement la solution, c'est-à-dire la fonction d'onde. On peut en obtenir une excellente approximation analytique en supposant que la fonction d'onde de chaque électron n'est que *faiblement perturbée* par la présence des autres électrons.

À titre d'exemple, considérons l'atome de carbone C ($Z = 6$) et supposons qu'on veuille déterminer la fonction d'onde d'un électron dont les trois premiers nombres quantiques sont n, ℓ et m_ℓ. On fait l'hypothèse que cette fonction d'onde est presque la même que celle de l'unique électron dans l'ion C^{5+}, pourvu que cet électron soit dans l'état décrit par les mêmes nombres quantiques. La fonction d'onde de l'électron dans l'atome (neutre) de carbone est donc la somme du résultat analytique obtenu pour l'ion C^{5+} et d'une série de *termes de perturbation* dus aux autres électrons. On peut calculer ces termes additionnels grâce à la *théorie des perturbations* dont nous avons déjà mentionné l'existence au chapitre 13 du tome 1.

La perturbation qui s'applique à la fonction d'onde modifie aussi les niveaux d'énergie, de sorte que l'équation 11.1, même avec l'ajout d'un facteur constant qui dépend de Z, ne devient qu'approximative. Dans un atome à plusieurs électrons, l'énergie d'un niveau dépend à la fois des nombres quantiques n, ℓ et m_ℓ.

Le calcul de termes perturbatifs dépasse le cadre de cet ouvrage, mais on peut néanmoins tirer la conclusion suivante : les orbitales de la section 11.2 ne s'appliquent pas uniquement à l'hydrogène. En effet, à des facteurs d'échelle près, elles représentent en première approximation la fonction d'onde d'un électron dans n'importe quel atome.

Cette conclusion est de la plus grande importance en chimie et en biochimie, car les orbitales d'un atome conditionnent la façon dont il peut réagir chimiquement avec des atomes voisins. Considérons par exemple deux atomes d'hydrogène au niveau fondamental. Quand ils sont isolés, leur électron respectif est dans une orbitale 1*s*. Quand on approche les deux atomes l'un de l'autre, l'énergie potentielle de chacun des électrons n'est plus $U = -ke^2/r$, car cet électron est maintenant plongé dans le champ électrique produit par deux noyaux. En première approximation, on peut considérer que les deux orbitales atomiques ψ_1 et ψ_2 deviennent deux orbitales moléculaires $\Psi = \psi_1 + \psi_2$ et $\Psi^* = \psi_1 - \psi_2$. L'orbitale Ψ est dite *liante*, car la probabilité de présence de l'électron est maximale entre les deux noyaux, ce qui correspond à un lien covalent. Au niveau fondamental, les deux électrons de la molécule H_2 sont dans cette même orbitale. L'orbitale Ψ^* est *antiliante* : si un électron est excité vers cette orbitale, il y a rupture de la liaison.

Quand une molécule réagit chimiquement avec une autre, un de ses électrons doit pénétrer dans une orbitale de l'autre molécule. La forme tridimensionnelle des orbitales de la molécule attaquée détermine donc les angles d'attaque qui favorisent la réaction. Normalement, quand deux molécules entrent en collision, c'est le hasard qui détermine si l'angle d'attaque est approprié ou non pour que la réaction chimique se produise. Plusieurs enzymes fonctionnent en plaçant les réactifs l'un par rapport à l'autre d'une façon qui favorise la réaction. D'autres enzymes réagissent chimiquement avec le réactif avant d'être régénérés, mais doivent néanmoins orienter la molécule de réactif d'une façon qui favorise l'accès à ses orbitales moléculaires libres. ●

11.5 LES RAYONS X ET LES TRAVAUX DE MOSELEY SUR LE NUMÉRO ATOMIQUE

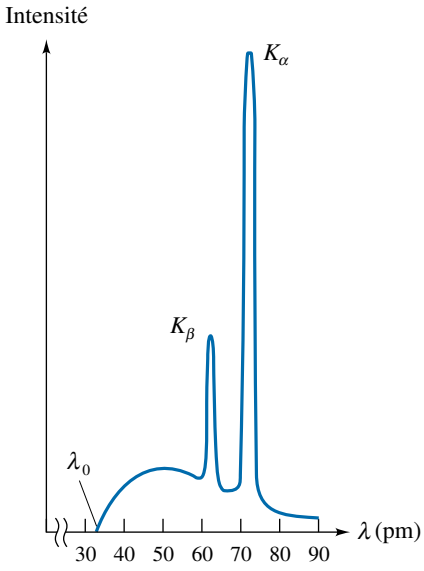
Vers le milieu du XIX^{e} siècle, les chimistes avaient identifié plusieurs groupes ou familles d'éléments ayant des propriétés semblables, comme les alcalins, les halogènes et les gaz rares. En 1871, trois décennies avant le premier modèle représentant la structure interne des atomes, Dmitri Mendeleïev (1834-1907) dressa un tableau périodique comportant les 62 éléments connus à l'époque. Il les classa par ordre croissant de masse atomique et mit en évidence la régularité de leurs propriétés physiques et chimiques. Il fut capable de prédire les propriétés des éléments manquants dans son classement (masse atomique, point d'ébullition, densité et couleur). Quelques années plus tard, les éléments comme le Ge, le Ga et le Sr furent découverts et vinrent occuper les places vacantes prédites par Mendeleïev.

L'hypothèse initiale de Mendeleïev, selon laquelle les éléments devaient être triés par ordre de masse atomique, n'était cependant pas tout à fait valable, certaines paires d'éléments devant être interverties pour respecter la régularité des propriétés physiques et chimiques. Par exemple, le potassium est fortement réactif (c'est un alcalin), alors que l'argon est inerte (c'est un gaz rare). Ils appartiennent clairement à des groupes différents, l'argon apparaissant avant le potassium. Toutefois, la masse atomique de l'argon est légèrement supérieure à celle du potassium. Ainsi, l'ordre dans lequel on doit les placer dans le tableau

périodique est contraire à l'ordre voulu par Mendeleïev, c'est-à-dire suivant la masse atomique. On attribua donc empiriquement aux éléments un « numéro atomique Z », qui correspondait à leur position logique dans le tableau. Mais si Z n'était pas toujours déterminé correctement par la masse atomique, à quelle propriété physique fallait-il plutôt le relier ? Cette question se devait d'être résolue avant qu'on puisse utiliser le modèle atomique pour expliquer la structure du tableau périodique (voir la section suivante). Les travaux de Henry Gwyn Jeffreys Moseley (figure 11.8) permirent de résoudre ce problème.

▶ Figure 11.8
H. G. J. Moseley (1887-1915).

Les travaux de Moseley se basent sur les propriétés du spectre d'émission des rayons X. Nous avons vu à la section 7.8 qu'une cible en métal lourd bombardée d'électrons de haute énergie (de 30 keV à 50 keV) émet des rayons X. Le rayonnement émis fait intervenir à la fois un spectre continu et un spectre de raies (figure 11.9). Le spectre *continu*, qui débute à une longueur d'onde minimale λ_0, est attribué à la décélération rapide des électrons qui rencontrent la cible : c'est le *bremsstrahlung*, ou « rayonnement de freinage ». L'observation, dans ce spectre continu, d'une longueur d'onde minimale λ_0 (c'est-à-dire d'une fréquence maximale) est une confirmation supplémentaire de la validité du modèle du photon : on s'explique en effet ce seuil par le fait qu'aucun photon d'énergie supérieure à celle d'un des électrons incidents ne peut être émis. Le photon de fréquence maximale est alors émis lorsqu'un électron perd toute son énergie d'un seul coup. En exprimant l'égalité entre l'énergie de l'électron E et l'énergie du photon $hf_0 = hc/\lambda_0$, on trouve

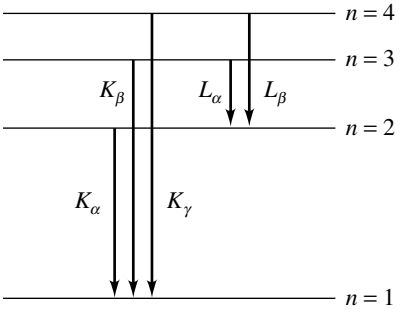


▲ Figure 11.9
L'émission de rayons X produite lors du bombardement d'une cible de molybdène par des électrons de 35 keV.

$$\lambda_0 = \frac{hc}{E} \qquad (11.10)$$

La longueur d'onde minimale dépend de l'énergie de l'électron, mais pas du matériau dont est constituée la cible.

Le spectre de *raies*, lui, dépend de l'élément servant de cible. Ces *rayons X caractéristiques* sont produits lorsqu'un des électrons incidents éjecte un électron atomique d'un des niveaux inférieurs. L'électron éjecté laisse un vide qui est comblé par un électron provenant d'un niveau plus élevé. Au cours du processus, un photon de haute énergie est émis. Si les transitions se font vers le niveau $n = 1$, les rayons X sont désignés par K_α pour un passage de $n = 2$ à $n = 1$, par K_β pour un passage de $n = 3$ à $n = 1$, etc. Si elles se font vers le niveau $n = 2$, les rayons sont désignés par L_α pour un passage de $n = 3$ à $n = 2$, par L_β pour un passage de $n = 4$ à $n = 2$, etc. (figure 11.10).



▲ Figure 11.10
Les raies caractéristiques des rayons X sont désignées d'après le niveau le plus bas (couche) dans la transition.

En 1913, bien avant la formulation de la mécanique quantique, Moseley remarqua que les fréquences des raies caractéristiques se décalent *de façon systématique* lorsqu'on change le matériau de la cible. Par essais et erreurs, il tenta d'obtenir une loi empirique rendant compte de ce décalage. Il s'aperçut alors qu'en représentant graphiquement la racine carrée de la fréquence de la raie K_α en fonction du numéro atomique Z (qui ne désignait alors que la position logique dans le tableau périodique), il obtenait une droite presque parfaite (figure 11.11). Or, si on trace $\sqrt{f}$ en fonction de la masse atomique, les points obtenus ne sont pas aussi nettement situés sur une droite.

Moseley en tira donc la conclusion que Z n'était pas qu'un nombre arbitraire, mais bel et bien *une propriété physique des atomes*. Cherchant à déterminer cette propriété, il s'empressa de confirmer une hypothèse qu'Antonius van den Broek (1870-1926) avait émise la même année, selon laquelle il y a un lien entre la *charge du noyau* et le nombre atomique Z:

> *Comme il a été proposé que la charge de tout noyau atomique soit un multiple de la charge du noyau de l'atome d'hydrogène, toutes les raisons sont bonnes de supposer que l'entier qui permet de décrire le spectre des rayons X* [le numéro atomique Z] *est le même que le nombre de charges élémentaires contenues dans le noyau.*

En somme, d'après Moseley, ce n'était pas la masse atomique mais *la charge du noyau* qui déterminait l'ordre des éléments dans le tableau périodique ! (Comme l'atome est neutre, Z représente aussi le nombre d'électrons.) La droite qu'il avait tracée était si éloquente que Moseley proposa d'intervertir les positions du Ni et du Cu dans le tableau périodique, même si la masse atomique du Cu est légèrement supérieure à celle du Ni. Il laissa aussi des places vacantes pour $Z = 43$, 61, 72 et 75. Ces éléments furent effectivement découverts par la suite.

La courbe tracée par Moseley peut être exprimée par une équation empirique, appelée *loi de Moseley*. Comme on le remarque en examinant la figure 11.11, la droite ne passe pas par l'origine, ce qui implique que $\sqrt{f}$ n'est pas directement proportionnel à Z. En fait, la courbe montre que $\sqrt{f}$ est plutôt proportionnel à $Z - 1$ (dans le cas de la raie K_α), de sorte que la loi de Moseley pour cette raie s'écrit

$$\sqrt{f_{K_\alpha}} = a(Z - 1) \qquad (11.11)$$

Loi de Moseley

où a est une constante. Moseley obtint cette équation à partir de mesures expérimentales et non d'un modèle théorique. Il serait peut-être parvenu plus loin

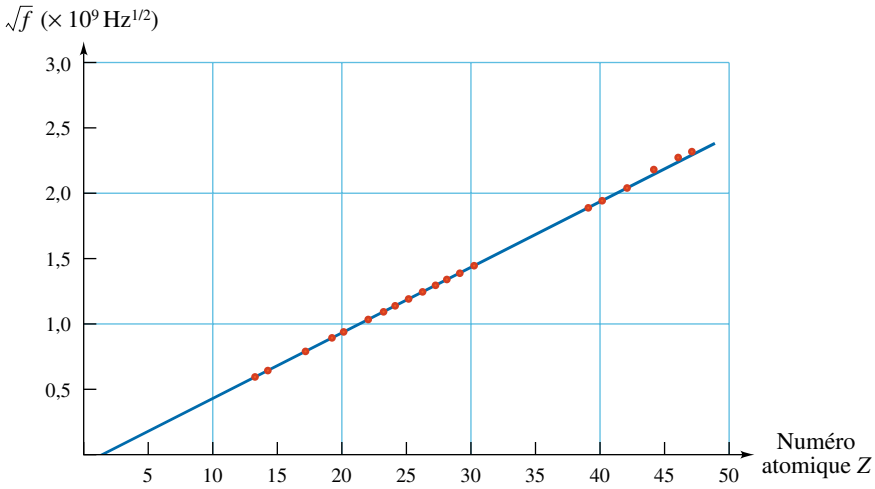
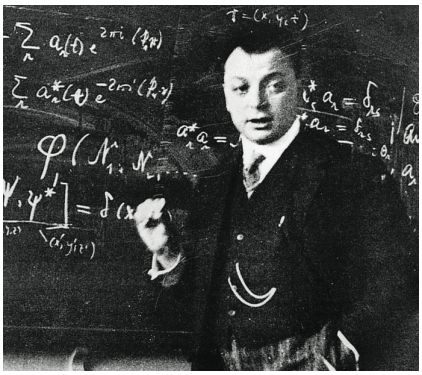


Figure 11.11
Le graphe représentant la racine carrée de la fréquence des raies K_α en fonction du numéro atomique, tracé à partir des données de Moseley.

s'il n'avait pas trouvé la mort de façon prématurée au cours de la Première Guerre mondiale. Toutefois, on parvint peu après à prédire la constante a de même que la proportionnalité en $Z - 1$ à partir du modèle atomique de Bohr.

La loi de Moseley joua un rôle crucial dans la classification des éléments. Après le décès de Moseley, un chimiste français, Georges Urbain (1872-1938), qui travaillait au classement des terres rares, déclara que la loi de Moseley « permit d'établir en quelques jours les résultats de mes vingt années de travail assidu ».

11.6 LE PRINCIPE D'EXCLUSION DE PAULI ET LE TABLEAU PÉRIODIQUE



▲ Figure 11.12
Wolfgang Pauli (1900-1958).

Nous avons vu à la section 11.4 que les quatre nombres quantiques n, ℓ, m_ℓ et m_s peuvent servir à différencier les états des électrons dans tous les atomes, bien que l'énergie associée à un ensemble de valeurs données dépende aussi de Z. La question qui se pose naturellement est de savoir pourquoi les électrons dans un atome ne descendent pas tous à l'état fondamental $n = 1$, $\ell = m_\ell = 0$. Après avoir étudié la classification des raies spectrales, Wolfgang Pauli (figure 11.12) énonça en 1925 une conclusion importante, que l'on appelle maintenant **principe d'exclusion de Pauli***:

Principe d'exclusion de Pauli

Dans un atome, deux électrons ne peuvent avoir les quatre mêmes nombres quantiques n, ℓ, m_ℓ et m_s.

Le principe d'exclusion peut être déduit à partir de la mécanique quantique. En effet, cette théorie exige qu'un système où il y a plusieurs particules identiques (ici, plusieurs électrons) soit décrit avec une fonction d'onde d'une forme particulière**. Pour des électrons, les termes de cette fonction d'onde particulière *s'annulent* dès que deux des électrons occupent le même état. En d'autres termes, leur probabilité de présence devient nulle.

Supposons qu'on « construise » un atome à plusieurs électrons en ajoutant les électrons un à un autour du noyau. Le principe d'exclusion nous permet de voir comment s'effectue le remplissage des couches (n) et des sous-couches (ℓ) par les électrons. Pour chaque valeur de ℓ, il y a $(2\ell + 1)$ valeurs de m_ℓ. Comme $m_s = \pm\frac{1}{2}$, chaque sous-couche peut donc accepter le double, soit $2(2\ell + 1)$ électrons. Au tableau 11.2 figurent les états possibles, qui, dans un atome quelconque, se remplissent *dans l'ordre croissant des énergies*. Dans l'atome d'hydrogène, l'énergie d'un état ne dépendait que du nombre quantique n, mais dans un atome à plusieurs électrons, pour une valeur donnée de n, l'énergie des états augmente avec ℓ. Ainsi, l'énergie d'un état $4s$ est plus basse que celle d'un état $4p$, laquelle est plus basse que celle d'un état $4d$. Toutefois, on peut montrer (en utilisant la méthode des perturbations décrite qualitativement à la section 11.4) que l'état $4s$ a une énergie inférieure à l'état $3d$ et que l'état $5s$ a une énergie inférieure à l'état $4d$. Par conséquent, la sous-couche $4s$ se remplit avant

* Le principe d'exclusion de Pauli ne s'applique pas seulement aux électrons mais à tout système de particules qui ont un spin demi-entier, $\hbar/2$, $3\hbar/2$, $5\hbar/2$, etc. Les particules dont le spin a une valeur entière, $\hbar$, $2\hbar$, $3\hbar$, etc., n'obéissent pas à ce principe.

** En physique classique, deux (ou plusieurs) particules identiques peuvent être « étiquetées » et on peut suivre leurs trajectoires de manière à les différencier en tout temps. En physique quantique, elles ne peuvent être distinguées l'une de l'autre d'une façon analogue, car cela exigerait une série de mesures qui perturberaient le système de façon fondamentale. En conséquence, la fonction d'onde doit avoir une forme qui prédit la même probabilité de présence même si l'on intervertit les deux particules. Cela limite la forme que peut prendre la fonction d'onde.

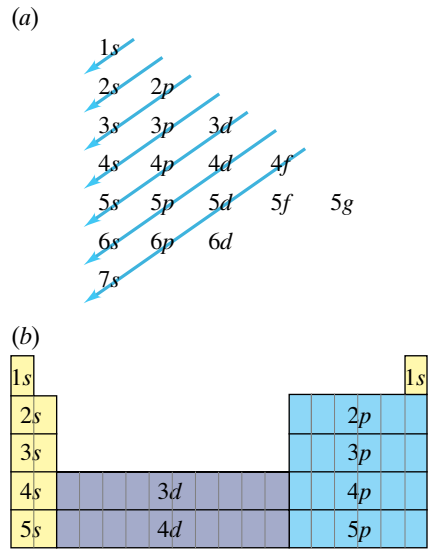
la sous-couche 3*d* et la sous-couche 5*s* avant la sous-couche 4*d*. La figure 11.13*a* donne un moyen mnémonique pratique mais *approximatif* de savoir dans quel ordre se remplissent les sous-couches. La dernière colonne du tableau 11.2 indique le nombre d'électrons suivant l'ordre de remplissage.

Application au tableau périodique

Le tableau périodique des éléments est divisé en groupes (les colonnes) et en périodes (les lignes). Les nombres d'éléments dans les six périodes complètes sont 2, 8, 8, 18, 18 et 32. Historiquement, ce tableau a été construit en regroupant les éléments selon la régularité de leurs propriétés physiques et chimiques et en réalisant que cette régularité est parfaite si les éléments sont placés par ordre croissant de charge atomique Ze, c'est-à-dire par ordre croissant de numéro atomique Z (voir la section précédente). Nous allons maintenant voir comment la mécanique quantique et le principe d'exclusion de Pauli permettent d'expliquer la structure du tableau périodique, c'est-à-dire le nombre d'éléments par période complète.

Comparons des éléments successifs de la même période. Quand on passe de l'élément Z à l'élément $Z + 1$, un électron supplémentaire s'ajoute. On peut transposer la logique que nous avons appliquée ci-dessus en « construisant » un atome en ajoutant ses électrons un à un. Une nouvelle période du tableau périodique débute chaque fois qu'on commence à remplir une nouvelle sous-couche *s*. En suivant l'ordre de remplissage de la figure 11.13*a*, on obtient donc la structure de tableau périodique de la figure 11.13*b*. Chacune des premières périodes contient tous les éléments qui ont un même nombre quantique n, mais ce n'est plus le cas à partir de la troisième période, car la sous-couche 4*s* se remplit avant la sous-couche 3*d*. Le nombre d'éléments par période correspond à la dernière colonne du tableau 11.2.

Les configurations électroniques complètes de l'état fondamental de chaque élément sont indiquées dans le tableau périodique de l'annexe D. Le nombre d'électrons dans une sous-couche est indiqué par un exposant. Par exemple, $2p^3$ signifie qu'il y a trois électrons dans cette sous-couche $\ell = 1$.



▲ Figure 11.13

(*a*) Procédé mnémonique simple mais approximatif pour effectuer le remplissage des sous-couches. (*b*) L'ordre de remplissage détermine le nombre d'éléments dans chaque période du tableau périodique.

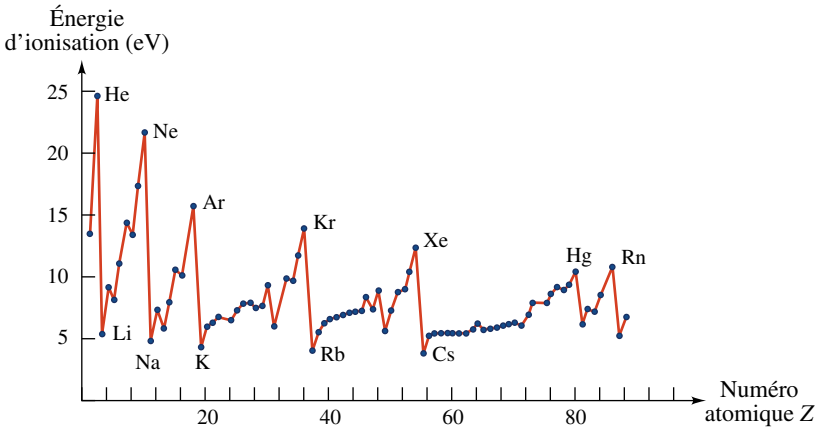
▼ Tableau 11.2

Nombres quantiques pour les quatre premiers niveaux d'énergie

n	ℓ	m_ℓ	m_s	Couche	Sous-couche	Nombre d'électrons dans la sous-couche	Nombre d'électrons dans la couche	Nombre d'électrons lors du remplissage
1	0	0	$\pm\frac{1}{2}$	*K*	1*s*	2	2	2
2	0	0	$\pm\frac{1}{2}$	*L*	2*s*	2		
	1	0, ±1	$\pm\frac{1}{2}$		2*p*	6	8	8
3	0	0	$\pm\frac{1}{2}$	*M*	3*s*	2		
	1	0, ±1	$\pm\frac{1}{2}$		3*p*	6		8
	2	0, ±1, ±2	$\pm\frac{1}{2}$		3*d*	10	18	
4	0	0	$\pm\frac{1}{2}$	*N*	4*s*	2		
	1	0, ±1	$\pm\frac{1}{2}$		4*p*	6		18
	2	0, ±1, ±2	$\pm\frac{1}{2}$		4*d*	10		
	3	0, ±1, ±2, ±3	$\pm\frac{1}{2}$		4*f*	14	32	

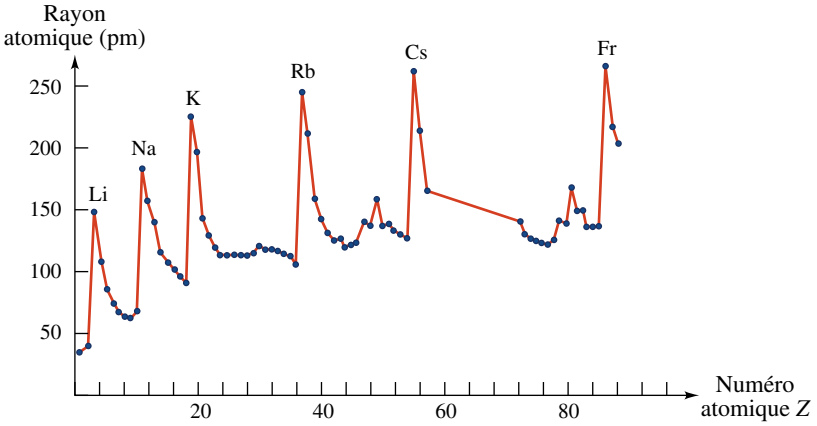
La configuration électronique des atomes, telle que donnée par la mécanique quantique, permet de prédire qualitativement la régularité des propriétés des éléments. En effet, la manière dont nous avons construit le tableau périodique fait en sorte que tous les éléments d'un même groupe (colonne) ont des configurations électroniques se terminant de façon identique. Or, chaque colonne du tableau périodique contient des éléments dont l'expérience démontre la similarité de leurs propriétés physiques et chimiques.

Par exemple, dans la dernière colonne se trouvent les *gaz rares* : He, Ne, Ar, Kr, Xe et Rn. Ils ont tous leur dernière sous-couche complètement remplie et l'énergie nécessaire pour passer à la sous-couche suivante ou au niveau suivant est considérable. Ces configurations sont extrêmement stables et ces éléments ne réagissent donc pas facilement avec d'autres éléments. À la figure 11.14, on voit que l'énergie d'ionisation de chaque gaz rare est plus élevée que celle des éléments voisins. Dans la première colonne se trouvent les *éléments alcalins* : Li, Na, K, Rb, Cs et Fr. Chacun de ces éléments a un seul électron faiblement lié, appelé *électron de valence*, qui est situé seul dans une sous-couche *s* dont le nombre quantique *n* est plus élevé que celui de tous les autres électrons de l'atome. Cet électron est plus éloigné du noyau que les autres, de sorte que les alcalins sont fortement réactifs. On voit, à la figure 11.15, que leurs rayons atomiques sont toujours plus grands que ceux des éléments voisins. Les *halogènes*, F, Cl, Br, I et At, sont des éléments auxquels il manque un électron pour que la sous-couche *p* soit complète. Cette situation énergétique est favorable au transfert de l'électron de valence d'un élément alcalin vers un atome d'halogène pour compléter la couche. Le chlorure de sodium (NaCl) est l'exemple d'un tel composé. Les propriétés des *éléments de transition* et des *terres rares* peuvent également s'expliquer par leurs configurations électroniques, qui sont caractérisées par des sous-couches inférieures incomplètes.



▶ Figure 11.14

L'énergie d'ionisation des atomes en fonction du numéro atomique. Les valeurs correspondant aux gaz rares sont systématiquement élevées. Ces mesures correspondent à la régularité prévue par le tableau périodique quand il est construit conformément à la mécanique quantique.



▶ Figure 11.15

Les rayons des atomes en fonction du numéro atomique. Les rayons des éléments alcalins sont systématiquement supérieurs à ceux des éléments voisins. Ces mesures correspondent à la régularité prévue par le tableau périodique quand il est construit conformément à la mécanique quantique.

11.7 LES MOMENTS MAGNÉTIQUES

En physique classique, un électron qui se déplace sur une orbite produit le même champ magnétique que le ferait une boucle de courant. Le moment dipolaire magnétique orbital $\vec{\mu}_\ell$ (voir la section 8.4 du tome 2) peut être exprimé en fonction du moment cinétique orbital $\vec{\mathbf{L}}$:

$$\vec{\mu}_\ell = -\frac{e\vec{\mathbf{L}}}{2m} \qquad (11.12)$$

Moment magnétique orbital

La mécanique quantique postule exactement la même relation, même si l'on ne peut plus attribuer à l'électron une trajectoire définie (circulaire ou autre). Dans un champ magnétique externe $\vec{\mathbf{B}} = B_z\vec{\mathbf{k}}$, l'énergie potentielle magnétique du dipôle s'écrit (voir le chapitre 8 du tome 2)

$$U = -\vec{\mu}_\ell \cdot \vec{\mathbf{B}} = -\mu_{\ell z} B_z \qquad (11.13)$$

En mécanique classique, le vecteur $\vec{\mu}_\ell$ peut avoir une orientation quelconque par rapport au champ. Si l'on appliquait cette idée classique au comportement d'un électron en mouvement dans un atome qui est immergé dans un champ magnétique, l'énergie potentielle magnétique de l'électron pourrait donc prendre n'importe quelle valeur entre $-\mu_{\ell z}B_z$ et $+\mu_{\ell z}B_z$. En ajoutant cette énergie à celle que l'atome possède déjà en l'absence de champ magnétique, on prédirait donc un élargissement de chacun des niveaux d'énergie atomiques, ce qui devrait conduire à un élargissement (continu) de chacune des raies spectrales. Ce n'est toutefois pas ce qu'on observe en pratique, l'expérience montrant plutôt qu'en présence d'un champ magnétique extérieur, chaque raie se divise en un nombre fini de raies discrètes. Ce phénomène (effet Zeeman) ne peut s'expliquer que si l'on admet que les énergies des états dans le champ magnétique, et donc les orientations des moments magnétiques dans l'atome, ne peuvent pas prendre une valeur arbitraire. L'énergie magnétique étant donnée par l'équation 11.13, on en déduit que la composante selon z du moment cinétique doit être quantifiée comme nous l'avons indiqué à l'équation 11.3. Ainsi, la composante selon z du moment magnétique orbital est

$$\begin{aligned}\mu_{\ell z} &= -\frac{e}{2m}L_z \\ &= -\mu_B m_\ell\end{aligned}$$

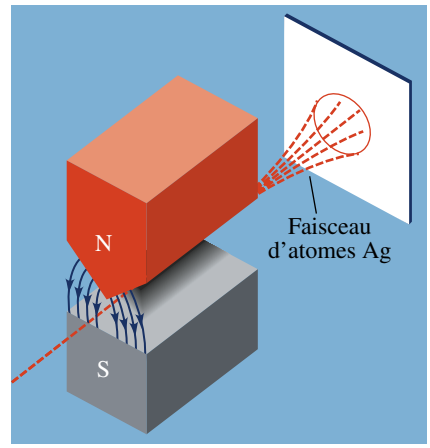
où la quantité

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9{,}27 \times 10^{-24}\ \text{J/T}$$

est appelée le *magnéton de Bohr*. C'est une unité commode pour exprimer les moments magnétiques atomiques.

L'expérience de Stern-Gerlach

En 1921, Otto Stern (1888-1969) et Walther Gerlach (1889-1979) réalisèrent une expérience qui mit en évidence des effets attribués à la quantification spatiale sans qu'il soit nécessaire de recourir à l'interprétation d'un spectre lumineux, ce qui renforça la validité de cette idée de quantification spatiale. Ils dirigèrent entre les pôles d'un aimant un faisceau d'atomes d'argent neutres (Ag), qui se déposaient ensuite sur une plaque de verre (figure 11.16). Ils réalisèrent d'abord l'expérience sans aimant, ce qui produisit un trait sur la plaque (figure 11.17*a*). Puis, ils appliquèrent le champ extrêmement irrégulier de l'aimant. La force



▲ Figure 11.16
Dans l'expérience de Stern-Gerlach, on fait passer dans un champ magnétique très peu uniforme un faisceau d'atomes d'argent neutres sortant d'un four. La force résultante qui s'exerce sur les atomes dépend de l'orientation du moment dipolaire par rapport au champ magnétique.

résultante sur un dipôle dans un champ magnétique non uniforme est donnée par (voir la section 8.4 du tome 2)

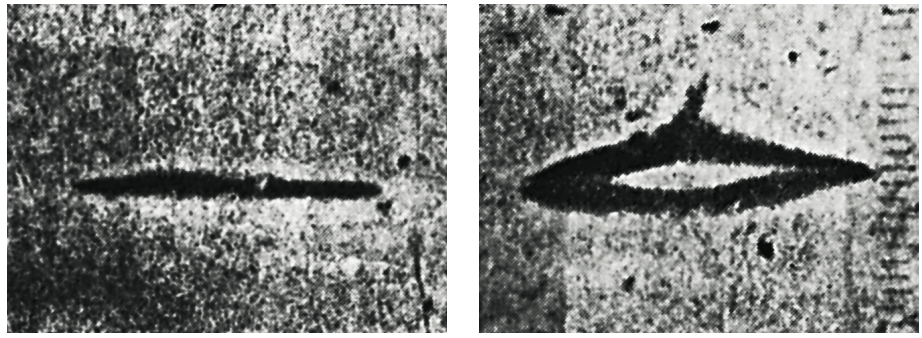
$$F_z = -\frac{dU}{dz} = \mu_z \frac{dB}{dz}$$

En mécanique classique, μ_z peut prendre un ensemble continu de valeurs et l'on devrait observer simplement un étalement du faisceau. Or, Stern et Gerlach observèrent plutôt sur la plaque les deux traces distinctes représentées à la figure 11.17*b*. D'après leur interprétation, μ_z pouvait être orienté soit vers le haut (vers les z positifs), soit vers le bas (vers les z négatifs). Ils expliquèrent ce résultat en recourant à l'idée de quantification de L_z. On se rendit compte par la suite que l'on ne peut pas attribuer ce phénomène à m_ℓ puisque ce nombre quantique peut prendre $(2\ell + 1)$ valeurs, qui est toujours un nombre *impair*, alors qu'ils avaient obtenu *deux* traces. La quantification de l'espace était bien vérifiée, mais le nombre de traces ne fut correctement expliqué qu'en 1925, avec l'introduction du concept de spin.

▶ Figure 11.17

Les résultats obtenus par Stern et Gerlach. (*a*) Le tracé observé en l'absence d'un champ magnétique. (*b*) Les deux tracés distincts observés en présence d'un champ non uniforme indiquent que le moment magnétique ne peut avoir que deux orientations. Ce phénomène porte le nom de *quantification spatiale*.

(*a*) (*b*)



La relation entre le moment cinétique du spin $\vec{\mathbf{S}}$ et le moment magnétique du spin $\vec{\boldsymbol{\mu}}_s$ s'écrit

Moment magnétique du spin

$$\vec{\boldsymbol{\mu}}_s = -\frac{e}{m}\vec{\mathbf{S}} \qquad (11.14)$$

En comparant cette relation avec l'équation 11.12, $\vec{\boldsymbol{\mu}}_\ell = -e\vec{\mathbf{L}}/2m$, on voit que le moment cinétique du spin est deux fois plus efficace que le moment cinétique orbital pour produire un champ magnétique. Cette différence montre à nouveau qu'il n'est pas cohérent d'imaginer l'électron comme une charge en rotation sur elle-même. La composante du moment magnétique sur l'axe des z peut prendre deux valeurs, données par

$$\mu_{sz} = -2m_s\mu_B$$

où

$$m_s = \pm\frac{1}{2}$$

et μ_B est le magnéton de Bohr. Nous pouvons maintenant donner une explication correcte de l'expérience de Stern-Gerlach.

Dans un atome quelconque, le moment cinétique du spin et le moment cinétique orbital de chaque électron contribuent tous deux au moment magnétique total de l'atome. L'expérience de Stern-Gerlach dépend de ce moment magnétique résultant de l'atome. Sur les 47 électrons de l'atome d'argent, 46 forment des couches complètes avec un moment cinétique nul et un moment magnétique nul. C'est seulement le spin du dernier électron, dans l'état $\ell = 0$, qui contribue au moment cinétique et au moment magnétique totaux de l'atome.

Exemple 11.4

Dans un champ magnétique externe $\vec{\mathbf{B}} = 0{,}5\vec{\mathbf{k}}$ T, quelle est la différence d'énergie entre des niveaux d'énergie voisins pour un atome dont le moment magnétique est égal au magnéton de Bohr ?

Solution

D'après l'équation 11.13, on voit que l'énergie est donnée par

$$U = -\mu_{\ell z} B_z = \mu_B m_\ell B_z$$

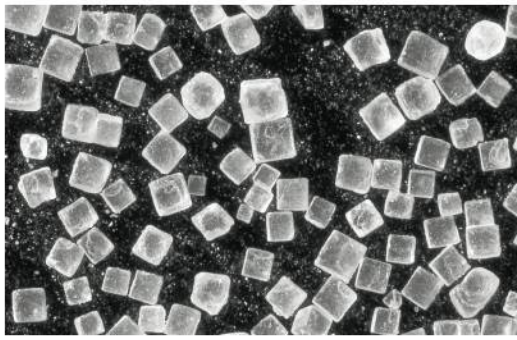
Entre des niveaux adjacents, $\Delta m_\ell = \pm 1$, de sorte que

$$|\Delta U| = \mu_B B_z |\Delta m_\ell|$$
$$= 4{,}64 \times 10^{-24} \text{ J} = 2{,}90 \times 10^{-5} \text{ eV}$$

Cette différence d'énergie doit être comparée avec les énergies de photons de raies visibles, qui sont d'environ 2 eV.

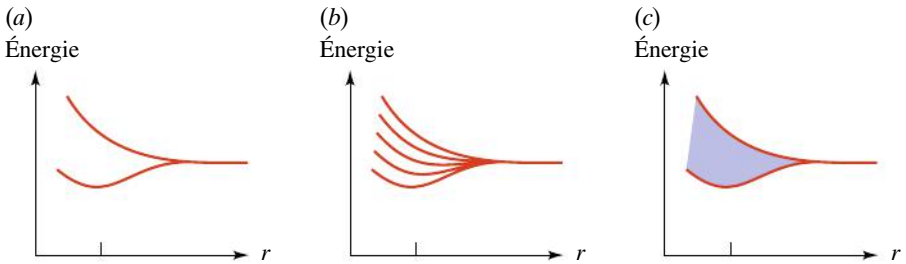
11.8 LA THÉORIE DES BANDES D'ÉNERGIE DANS LES SOLIDES

D'après la mécanique quantique, chaque électron d'un atome isolé ne peut occuper que des niveaux d'énergie discrets et bien définis, mais qu'en est-il d'un solide, dans lequel les atomes ne sont pas isolés mais plutôt périodiquement espacés ? Dans cette section, nous verrons que les *niveaux* d'énergie discrets que peuvent occuper les électrons sont alors remplacés par des *intervalles* d'énergie presque continus. Sur un diagramme d'énergie comme ceux que nous illustrerons plus loin aux figures 11.20 et 11.21, ces intervalles forment des *bandes* horizontales, ce qui donne son nom à la **théorie des bandes**, que nous étudierons dans cette section. Cette théorie permet de prédire la conductivité électrique (et quelques autres propriétés) de matériaux conducteurs, isolants ou semi-conducteurs.



En examinant les angles de ces grains de sel, devinez-vous que leurs atomes forment de petits cubes qui se répètent de façon périodique dans les trois dimensions ?

Pour comprendre comment les niveaux d'énergie discrets deviennent des bandes d'énergie, commençons par considérer le cas de deux atomes. Quand on approche deux atomes identiques au point où les fonctions d'onde de leurs électrons se chevauchent, la théorie des perturbations prédit que chacun des niveaux d'énergie de chaque atome se divise en deux états d'énergies différentes. Comme on le voit à la figure 11.18*a*, cette séparation est d'autant plus marquée que la distance interatomique diminue. De même, si l'on place cinq atomes de manière qu'ils soient très rapprochés les uns des autres, chaque niveau d'énergie initial se divise en cinq nouveaux niveaux (figure 11.18*b*). Le même processus se produit dans un solide cristallin comme celui de la figure 11.19, où il y a $\approx 10^{28}$ atomes/m^3, périodiquement espacés : chaque niveau d'énergie associé à un état de l'atome isolé s'étale en une **bande d'énergie** pratiquement continue (figure 11.18*c*). La figure 11.20 illustre les bandes pour un cristal formé exclusivement d'atomes de sodium ($Z = 11$). On y voit que les bandes correspondant aux états atomiques de plus basse énergie sont plus étroites ; cela est dû au fait que le chevauchement est moins important entre les fonctions d'onde correspondantes.

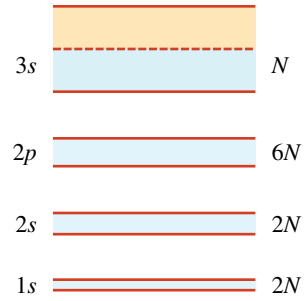


◀ Figure 11.18

(*a*) Lorsqu'on approche deux atomes l'un de l'autre, un même niveau atomique se sépare en deux états d'énergies différentes. (*b*) Un même niveau atomique se sépare en cinq niveaux lorsque cinq atomes sont assez rapprochés. (*c*) Dans un cristal, chaque niveau atomique se sépare pour donner une bande d'énergie pratiquement continue.

▲ **Figure 11.19**

Le sodium pur est un métal. Au niveau microscopique, ses atomes forment un cristal, c'est-à-dire qu'ils s'agencent en rangées rectilignes et périodiques.



▲ **Figure 11.20**

Les bandes d'énergie du sodium. Lorsque N atomes sont regroupés dans un solide, chaque niveau atomique se subdivise en N niveaux. Si une sous-couche est complètement occupée, la bande d'énergie associée aux N niveaux est complètement remplie. Comme la sous-couche $3s$ du sodium ne contient qu'un seul électron, la bande qui lui est associée n'est qu'à moitié remplie.

Pour comprendre comment la théorie des bandes permet de prédire le comportement électrique d'un solide, poursuivons l'étude du cristal de sodium à la figure 11.20. Dans un atome isolé de sodium, au niveau fondamental, les dix premiers électrons remplissent complètement les deux premières couches : les sous-couches $1s$ et $2s$ ont chacune deux électrons et la sous-couche $2p$ comporte six électrons. Lorsque N atomes sont regroupés pour former un solide cristallin (un bloc de sodium pur), chaque niveau de l'atome isolé se divise en N nouveaux niveaux, dont chacun peut avoir deux électrons de spins opposés. Les atomes forment un système dans lequel le principe d'exclusion de Pauli permet seulement à un électron d'occuper chaque état quantique. Par conséquent, dans le solide, au niveau fondamental, les $2N$ niveaux de la bande $1s$, les $2N$ niveaux de la bande $2s$ et les $6N$ niveaux de la bande $2p$ sont complètement remplis (bleu pâle sur la figure 11.20). Toutefois, le niveau $3s$ dans un atome de sodium a un seul électron au lieu des deux électrons permis. La bande $3s$ correspondante est donc seulement à moitié remplie, comme on le voit par les deux couleurs sur la figure 11.20. On peut faire un raisonnement semblable pour prédire la structure de bandes d'autres solides.

Dans n'importe quel matériau, la dernière bande qui est *saturée* au niveau fondamental est appelée **bande de valence**, alors que la bande suivante est appelée **bande de conduction**. À la figure 11.20, la bande de valence est la bande $2p$, alors que la bande de conduction est la bande $3s$.

En pratique, cet état fondamental où tous les électrons sont au niveau le plus bas possible ne se produit qu'au zéro absolu puisqu'à toute température $T > 0$ K, l'agitation thermique normale provoque toujours l'apparition d'électrons excités, même peu nombreux. La présence d'un champ électrique (par exemple, celui qui est produit dans un fil dont les extrémités sont branchées à une pile) peut aussi exciter des électrons. Toutefois, on ne peut pas exciter un électron vers un état qui est déjà occupé (de la même bande ou non). Ainsi, *selon que les niveaux non occupés ont une énergie très proche ou très lointaine des niveaux occupés, il sera facile ou difficile d'y faire sauter un électron*. Nous allons maintenant voir que ce simple raisonnement permet de prédire la conductivité électrique du matériau.

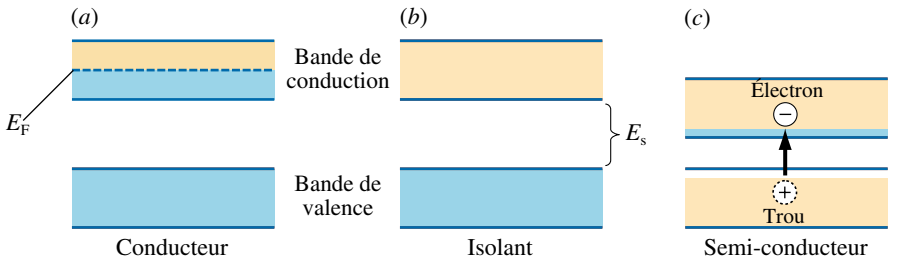
Les matériaux conducteurs

La figure 11.21*a* montre la bande de valence et la bande de conduction d'un **conducteur** au zéro absolu. Un tel matériau se caractérise par le fait que *sa bande de conduction n'est que partiellement remplie*. Au niveau fondamental, les électrons remplissent les niveaux permis jusqu'à un niveau maximal, appelé **énergie de Fermi** E_F et, en vertu du principe d'exclusion, ils ne peuvent pas descendre plus bas dans la bande de conduction ni passer aux bandes inférieures. Typiquement, l'énergie de Fermi excède de 3 eV à 8 eV le niveau inférieur de la bande de conduction. Les électrons dans la bande de conduction peuvent très facilement réagir à un champ électrique externe parce qu'il y a de nombreux niveaux inoccupés dont l'énergie diffère très peu des niveaux occupés au zéro absolu.

Les métaux ayant tous une structure de bandes où la bande de conduction n'est que partiellement remplie, on prédit que leur conductivité électrique est excellente, ce qui correspond à l'expérience. De même, à température ambiante ($kT \approx 0{,}025$ eV), des électrons proches du niveau de Fermi peuvent être thermiquement excités jusqu'aux niveaux non occupés.

Les matériaux isolants

La figure 11.21*b* montre un **isolant** au zéro absolu. La bande de conduction est vide. La bande de valence est séparée de la bande de conduction par une énergie E_s typiquement de 5 eV à 8 eV. Comme la bande de valence est pleine, il faut exciter un électron jusqu'à la bande de conduction pour qu'il puisse se déplacer. L'écart entre les deux bandes étant important, à température ambiante, il est extrêmement peu probable qu'un électron puisse être excité jusqu'à la bande de conduction, qui demeure donc essentiellement vide. La présence de cette différence d'énergie signifie également que les électrons ne peuvent pas acquérir d'énergie à partir d'un champ électrique externe parce qu'il n'y a pas de niveaux voisins inoccupés vers lesquels ils pourraient être transférés. Par conséquent, le courant ne peut pas circuler dans un isolant.



◀ Figure 11.21

(*a*) Dans un conducteur, la bande de conduction n'est que partiellement remplie. En absorbant de l'énergie électrique ou thermique, les électrons peuvent faire des transitions vers des niveaux voisins dans la bande de conduction. (*b*) Dans un isolant, la bande de conduction est vide. La bande de valence étant saturée, il n'y a pas d'états voisins vers lesquels les électrons peuvent faire des transitions. (*c*) La structure des bandes d'un semi-conducteur est semblable à celle d'un isolant, mais la différence d'énergie entre les bandes est relativement faible. Un électron de la bande de valence peut être thermiquement ou électriquement excité et passer dans la bande de conduction en laissant un « trou ».

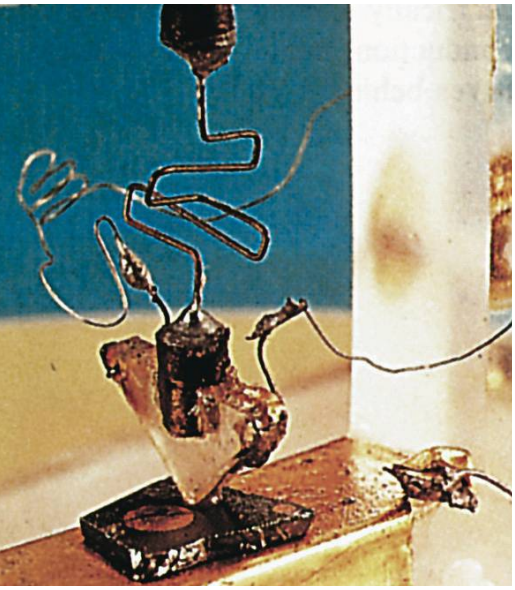
Par ailleurs, si la différence d'énergie entre les bandes est supérieure à 3,2 eV, les photons dans la région visible (de 1,8 eV à 3,2 eV) ne seront pas absorbés. On prédit donc que le matériau sera transparent à la lumière visible. C'est d'ailleurs le cas pour le chlorure de sodium (sel de table), utilisé pour fabriquer des lentilles dans des applications très précises, ou pour le chlorure de calcium, utilisé en hiver pour faire fondre la glace dans les rues. (La transparence est plus apparente lorsqu'on regarde un gros bloc de sel possédant une surface relativement uniforme.)

Les matériaux semi-conducteurs

La figure 11.21*c* montre un **semi-conducteur** au zéro absolu. Dans ce type de matériau, la structure des bandes est semblable à celle d'un isolant, mais la différence d'énergie entre la bande de valence et la bande de conduction est

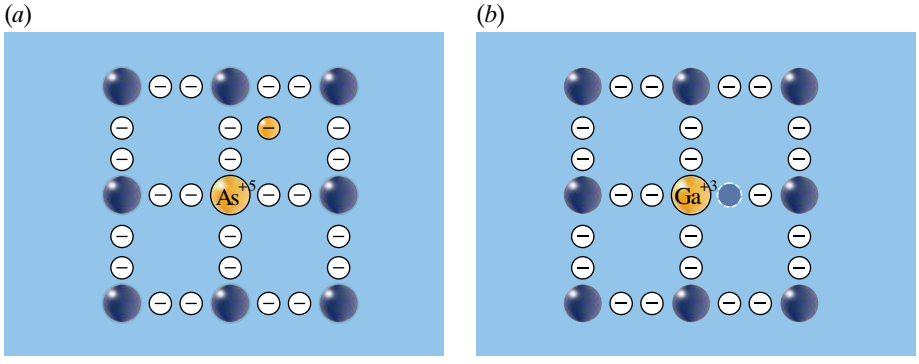
beaucoup plus petite : elle est de 0,7 eV dans le germanium (Ge) et de 1,1 eV dans le silicium (Si). À température ambiante, quelques électrons peuvent être thermiquement excités et passer de la bande de valence à la bande de conduction. Le nombre d'électrons par unité de volume dans la bande de conduction est de 10^{15} m^{-3} environ, ce qui est très inférieur à la valeur de 10^{28} m^{-3} attribuée à un conducteur. Lorsque la température s'élève, le nombre d'électrons de conduction augmente et par conséquent la conductivité augmente également.

Lorsqu'un électron fait une transition de la bande de valence à la bande de conduction, il laisse une place vacante que l'on appelle un **trou** (figure 11.21*c*). Si l'on applique un champ externe, un autre électron de la bande de valence peut venir combler ce trou, laissant à son tour un trou là où il se trouvait. Ce nouveau trou peut être rempli par un troisième électron, et ainsi de suite. Au cours de ce processus, le trou se déplace donc dans le solide. Le courant total traversant le semi-conducteur provient du mouvement des électrons dans la bande de conduction et du mouvement en sens inverse des trous dans la bande de valence. Un matériau pur dans lequel ces deux processus ont lieu est un **semi-conducteur intrinsèque**.



Le premier transistor, fabriqué en 1947, mesurait un peu plus d'un centimètre. Comme les transistors d'aujourd'hui, il utilisait des semi-conducteurs pour fonctionner, mais il était énorme en comparaison. Le processeur central d'un ordinateur de bureau ordinaire contenait quelque 300 000 transistors au milieu des années 1980 et en compte aujourd'hui plusieurs milliards, un nombre qui ne cesse d'augmenter exponentiellement.

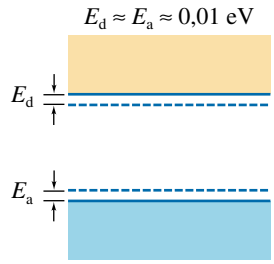
On peut augmenter la conductivité d'un semi-conducteur en le *dopant*, c'est-à-dire en lui incorporant des impuretés. Lorsque la conduction est due à des impuretés ajoutées à un semi-conducteur pur, le matériau porte le nom de **semi-conducteur extrinsèque**. Considérons par exemple un cristal de Ge. Chaque atome fournit quatre électrons de valence pour former des liaisons covalentes avec ses voisins (les atomes Ge sont en bleu sur la figure 11.22). Lorsqu'on ajoute au cristal de Ge une impureté, comme de l'arsenic (As) ou du phosphore (P), qui ont cinq électrons de valence, quatre de ces électrons forment des liaisons, mais le cinquième n'est que faiblement lié à l'ion positif As ou P restant (figure 11.22*a*). Les niveaux d'énergie très rapprochés de ces électrons peu liés sont à peine inférieurs à la bande de conduction (0,01 eV pour le Ge, 0,05 eV pour le Si), comme le montre la différence de niveau E_d à la figure 11.23. Les électrons de ces niveaux peuvent donc être facilement excités thermiquement jusqu'à la bande de conduction. Puisque l'atome As fournit des électrons, on dit qu'il s'agit d'un **atome donneur**. Le nombre d'atomes d'impuretés par unité de volume est en général voisin de 10^{21} m^{-3}, de sorte que le nombre d'électrons de conduction par unité de volume augmente d'un facteur voisin de $10^{21}/10^{15} = 10^6$ comparativement au Ge pur. Bien que les trous contribuent encore à la conduction, les électrons (négatifs) constituent la majorité des porteurs de charge et le matériau est donc appelé un **semi-conducteur de type *n***.



▲ Figure 11.22

(*a*) Lorsqu'un élément avec cinq électrons de valence remplace un atome dans un cristal de Ge ou de Si, l'un de ses électrons n'est que faiblement lié à l'atome d'impureté, qui est alors un atome donneur. (*b*) Lorsque l'impureté est un atome trivalent, elle crée un *trou* qui peut accepter des électrons provenant d'autres sites. L'impureté est alors un atome accepteur.

Si l'impureté est du gallium (Ga), ses trois électrons de valence forment des liaisons avec les atomes Ge voisins, mais il reste un trou dans une liaison (figure 11.22*b*). Les atomes d'impureté produisent un ensemble de niveaux juste au-dessus de la bande de valence, comme le montre la différence de niveaux E_a à la figure 11.23. Puisque l'impureté trivalente accepte des électrons provenant d'autres sites, on dit qu'il s'agit d'un **atome accepteur** et les niveaux que cet atome ajoute sont appelés *niveaux accepteurs*. Les électrons peuvent être thermiquement excités à partir de la bande de valence jusqu'à ces niveaux, mais les trous sont nettement plus nombreux. Comme la majorité des porteurs de charge sont des trous (positifs), le matériau dopé est appelé un **semi-conducteur de type *p***.



▲ Figure 11.23

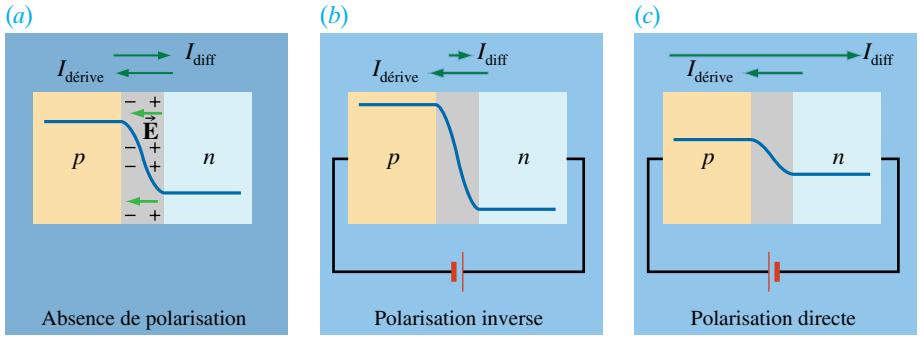
Les niveaux d'énergie dus à la contribution des atomes donneurs sont près de la partie inférieure de la bande de conduction, alors que les niveaux dus à la contribution des atomes accepteurs sont juste au-dessus de la bande de valence.

11.9 LES DISPOSITIFS SEMI-CONDUCTEURS

Nous allons examiner ici quelques dispositifs semi-conducteurs, comme les diodes, les transistors et les cellules solaires, obtenus par diverses combinaisons de semi-conducteurs de type *n* et de type *p*.

La diode à jonction

En général, on appelle *diode* tout dispositif qui se laisse traverser par le courant électrique dans une direction mais non dans l'autre. Dans une *diode à jonction pn*, un semi-conducteur de type *p* est séparé d'un semi-conducteur de type *n* par une région que l'on appelle *jonction*, d'épaisseur voisine de 1 µm (figure 11.24*a*). Le nombre de trous ou d'électrons par unité de volume dans la jonction est faible et sa résistivité électrique est nettement plus élevée*. Pour décrire le fonctionnement de la diode, nous allons uniquement considérer le mouvement des électrons, sachant que le raisonnement est semblable pour les trous. Ces deux porteurs peuvent en effet être considérés de façon individuelle même si un trou et un électron voyageant en sens inverse peuvent s'annuler (processus de *recombinaison*), car la charge demeure alors conservée.



◀ Figure 11.24

Une diode à jonction *pn*. La diffusion des porteurs majoritaires crée un champ électrique interne dans la jonction. L'énergie potentielle des électrons est indiquée sur la figure par la courbe en bleu. La hauteur de la barrière de potentiel diminue lorsque la diode est en polarisation directe et augmente lorsqu'elle est en polarisation inverse. Notez que le sens de chaque courant, indiqué par une des deux flèches, est l'inverse de celui du mouvement correspondant des électrons.

Le nombre d'électrons de conduction par unité de volume est beaucoup plus élevé dans la région de type *n* que dans la région de type *p*. Du simple fait de leur mouvement aléatoire, il est plus probable que des électrons traversent la jonction du côté *n* vers le côté *p* qu'en sens inverse. On dit que les électrons *diffusent* du matériau de type *n* au matériau de type *p* (où ils se recombinent avec des trous), créant ainsi un *courant de diffusion* I_{diff}. Le courant de diffusion ne permet pas à tous les électrons de s'écouler de la région de type *n* parce

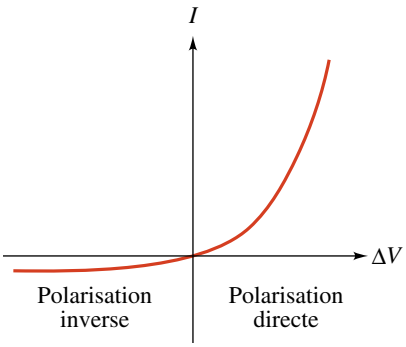
* La jonction n'est pas un matériau supplémentaire mais plutôt une zone qui se forme spontanément quand on met en contact le matériau de type *n* et celui de type *p*. En effet, à proximité de l'interface, les électrons issus du milieu de type *n* diffusent vers le milieu de type *p* et les trous issus du milieu de type *p* diffusent vers le milieu de type *n*. Ces porteurs de signes opposés se recombinent, ce qui crée une zone presque dépourvue de porteurs.

qu'il se forme rapidement une charge positive de ce côté de la jonction et une charge négative sur le côté adjacent de la région de type *p*. Le champ électrique produit par ces charges crée une barrière d'énergie potentielle qui s'oppose au courant de diffusion. Seuls les électrons dont l'énergie est supérieure à celle de la barrière peuvent ensuite passer. Quelques électrons sont également thermiquement excités dans la région de type *p* et certains d'entre eux se dirigent vers la jonction où ils peuvent subir une chute d'énergie. De telles chutes donnent lieu à un très faible *courant de dérive*, $I_{\text{dérive}}$, qui ne dépend pas de la hauteur de la barrière de potentiel. Quand l'équilibre est établi, le courant de diffusion est compensé par le courant de dérive.

Examinons maintenant ce qui se produit lorsqu'on applique une différence de potentiel externe aux bornes de la diode. Si la région de type *p* est reliée à la borne négative de la pile et la région de type *n* à la borne positive, on dit que la diode est en *polarisation inverse* (figure 11.24*b*). Le champ électrique externe est alors de même sens que le champ interne dans la jonction. En conséquence, l'énergie des électrons dans la région de type *p* augmente par rapport à celle des électrons de la région de type *n*, de sorte que la barrière de potentiel devient plus élevée. Le courant de diffusion diminue puisque le nombre d'électrons de la région de type *n* qui sont capables de traverser la barrière diminue. Lorsque la polarisation est fortement négative, seul le faible courant de dérive, produit par les porteurs minoritaires, circule dans le circuit externe. Ce courant dû aux porteurs minoritaires ne dépend pas de la différence de potentiel appliquée, mais seulement du nombre d'électrons de conduction d'origine thermique et de leur débit vers la jonction. En somme, quelle que soit la différence de potentiel externe, si elle est appliquée en polarisation inverse, il est impossible de faire circuler dans la diode un courant supérieur à $I_{\text{dérive}}$.

Lorsque la polarité de la pile est telle que la région de type *p* est positive et la région de type *n* négative, on dit que la diode est en *polarisation directe* (figure 11.24*c*). Le champ électrique externe est alors de sens opposé au champ interne dans la jonction et la barrière de potentiel est donc plus basse. Un nombre plus élevé d'électrons de la région de type *n* peut traverser cette barrière moins haute, de sorte que le courant de diffusion augmente. Si le champ externe est suffisant, le champ résultant sera dirigé de la région de type *p* vers la région de type *n*. Dans ce cas, il n'y a plus du tout de barrière de potentiel : au contraire, les électrons sont plutôt accélérés au passage de la jonction et un courant intense circule dans le circuit externe.

La figure 11.25 représente la courbe caractéristique du courant en fonction de la tension pour une diode à jonction. On remarque qu'il s'agit d'un dispositif fortement non linéaire : il n'obéit pas à la loi d'Ohm. La diode a une résistance faible en polarisation directe et une résistance élevée en polarisation inverse. En somme, elle ne conduit le courant que dans un sens.



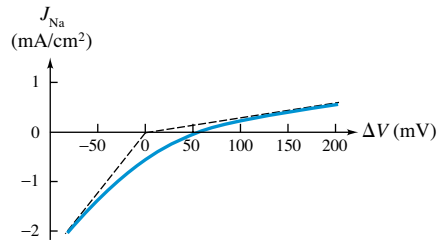
▲ Figure 11.25

La courbe caractéristique du courant en fonction de la tension appliquée aux bornes d'une diode à jonction. Le faible courant qui circule lorsque la diode est en polarisation inverse est créé par le mouvement des porteurs minoritaires thermiquement excités dans la jonction. La partie négative du graphique correspond à une inversion du sens du courant. Le plateau vers lequel tend la courbe du côté négatif correspond à la valeur de $I_{\text{dérive}}$. Notez que cette courbe est très différente de la droite prédite par la loi d'Ohm, valable dans un milieu ohmique comme les conducteurs ordinaires.

Les diodes ont des applications multiples dans l'électronique. Par exemple, elles sont utilisées pour fabriquer les redresseurs de courant qui convertissent le courant alternatif en courant continu ou encore pour protéger des circuits qui ne doivent être traversés par le courant que dans un sens.

À bien des égards, la membrane délimitant chaque cellule biologique se comporte aussi comme une diode, même si elle ne contient aucun matériau semi-conducteur. Considérons par exemple les ions Na^+ : dans toute cellule vivante, ces ions sont constamment pompés vers l'extérieur de la cellule, ce qui signifie que leur concentration interne est dix fois plus faible que leur concentration externe. Les canaux ioniques à Na^+, des passages conducteurs qui traversent

la membrane, ne peuvent donc pas être assimilés à un conducteur ordinaire. La figure 11.26 illustre la relation théorique entre le courant qui traverse ces canaux et la différence de potentiel appliquée de part et d'autre de la membrane. Pour les tensions élevées, la courbe tend vers une asymptote, c'est-à-dire une résistance constante. Cette résistance est nettement plus faible quand le courant électrique est dirigé vers l'intérieur de la cellule que vers l'extérieur. Physiquement, ce phénomène est dû au fait qu'en l'absence de tension, les ions Na^+ ont tendance à diffuser vers l'extérieur du simple fait de leur mouvement aléatoire. ●



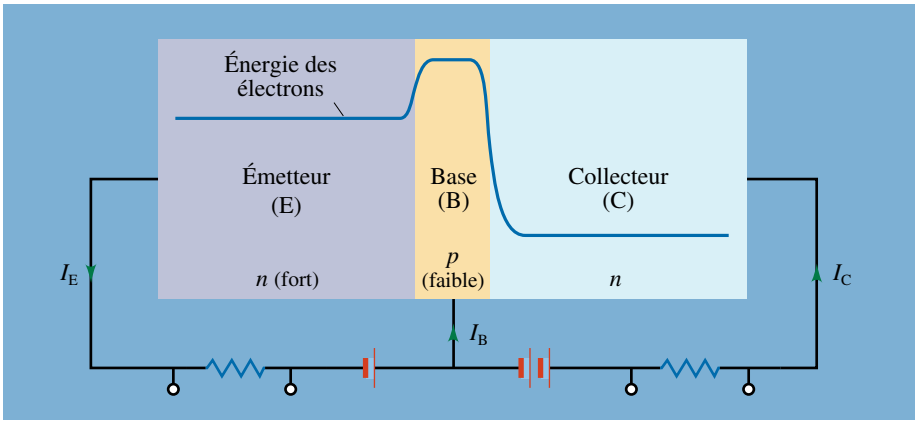
▲ Figure 11.26

Le courant électrique dû aux ions Na^+ traversant une membrane cellulaire par les canaux ioniques à Na^+. On constate que la relation courant-tension n'est pas linéaire.

Le transistor à jonction

Un *transistor* est un dispositif qui utilise une faible différence de potentiel pour laisser passer ou non un courant. Il peut être imaginé comme une sorte de fil muni d'une « porte » à ouverture variable. Bien qu'il trouve aujourd'hui des applications extrêmement nombreuses, le transistor a été conçu au départ pour servir d'amplificateur. Comme nous le verrons, toute variation de la tension contrôlant la « porte », même si elle est faible, entraîne en effet une variation quasi proportionnelle du courant, plus important, qui traverse le transistor.

Dans un *transistor à jonction npn* (figure 11.27), une région qui est faiblement de type *p*, appelée *base* (B), est prise en sandwich entre l'*émetteur* (E), qui est fortement de type *n*, et le *collecteur* (C), de type *n*. Ce dispositif ne se comporte *pas* comme deux diodes dos à dos en raison de l'épaisseur très faible de la base, qui permet à un grand nombre d'électrons de la traverser, même si ce sont les trous qui sont porteurs majoritaires dans ce milieu.



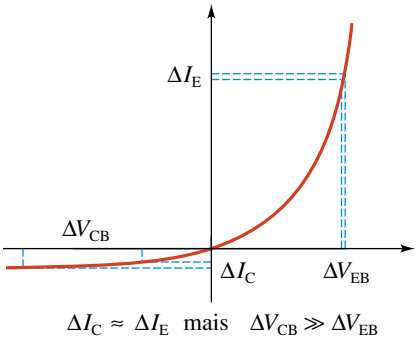
◀ Figure 11.27

Un transistor à jonction *npn* dans un circuit où il agit comme un amplificateur. La jonction émetteur-base est en polarisation directe (barrière de potentiel peu élevée), alors que la jonction base-collecteur est en polarisation inverse (barrière de potentiel élevée). Dans ce dernier cas, il s'agit d'une « barrière » du point de vue des électrons diffusant du collecteur vers la base, mais pas pour ceux qui franchissent cette jonction en sens inverse (après avoir diffusé à la jonction E-B et traversé la base), ce qui est la clé du fonctionnement du transistor.

Dans une utilisation typique, la jonction E-B a une polarisation directe assez faible, de l'ordre de 0,5 V, alors que la jonction B-C a une polarisation inverse plus forte, de l'ordre de 20 V. Si la base avait une épaisseur suffisante pour qu'on puisse considérer les deux jonctions comme des diodes indépendantes, la jonction E-B ferait diffuser un grand nombre d'électrons vers la base, où ils se recombineraient avec des trous (majoritaires dans cette région de type *p*). De façon indépendante, la jonction B-C en polarisation inverse ne laisserait passer que le faible courant de dérive (les rares électrons thermiques de la base de type *p* étant dirigés par hasard vers la jonction B-C et y subissant une chute d'énergie), comme c'était le cas à la figure 11.24*b*. En somme, les électrons ne pourraient circuler que très difficilement de l'émetteur vers le collecteur.

Toutefois, les électrons qui diffusent vers la base en provenance de la jonction E-B ont le temps de parcourir une certaine distance moyenne avant de se recombiner. Cette distance est d'autant plus importante que la base n'est que faiblement de type *p*. Or, l'épaisseur de la base (environ 20 µm) est choisie

inférieure à cette distance, ce qui laisse à la grande majorité des électrons issus de l'émetteur le temps de traverser *entièrement* la base sans rencontrer de trous avec lesquels se recombiner. Ces électrons atteignent alors la jonction B-C et y manifestent exactement le même comportement que les rares électrons thermiques normalement issus d'un milieu de type p : ils traversent la jonction en perdant de l'énergie et ne peuvent revenir en arrière. En somme, un fort courant circule de l'émetteur vers le collecteur. Comme ce courant qui traverse le dispositif dépend directement de celui qui franchit la jonction E-B, son intensité est donc *contrôlée essentiellement par la hauteur de la barrière de potentiel à la jonction E-B*.



▲ Figure 11.28

Le transistor peut servir d'amplificateur parce que la quasi-totalité du courant émetteur passe par le collecteur. La même variation de courant entraîne une variation de différence de potentiel plus importante aux bornes de la jonction base-collecteur. La partie négative du graphique correspond à une inversion du sens du courant.

Voyons maintenant comment ce contrôle permet d'utiliser le transistor comme amplificateur. La courbe de la figure 11.28 représente qualitativement le courant en fonction de la tension appliquée et est valable pour chacune des deux jonctions. Pour la jonction E-B en polarisation directe, c'est la partie droite de la courbe qui s'applique et une petite variation de courant correspond à une petite variation de différence de potentiel aux bornes de la jonction. Par contre, pour la jonction B-C en polarisation inverse, c'est la partie gauche de la courbe qui s'applique et une variation comparable de courant correspond à une très grande variation de différence de potentiel.

Comme le courant traversant la jonction E-B atteint presque entièrement le collecteur, on peut estimer qu'une légère variation ΔI_E du courant traversant la jonction E-B se répercute par une variation semblable ΔI_C du courant atteignant le collecteur. Les changements de tension, eux, ne seront toutefois pas comparables, comme le montre la figure 11.28.

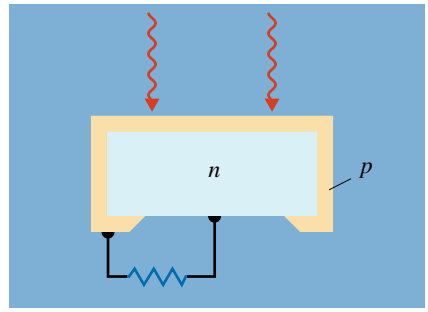
Supposons que le signal qu'on souhaite amplifier soit appliqué sous la forme d'une différence de potentiel (variable) en série avec la pile reliée à la jonction E-B. Le total de ces deux tensions, soit ΔV_{EB}, change donc dans le temps. Une petite variation de ΔV_{EB} entraîne une petite variation ΔI_E du courant traversant la jonction E-B, comme le prédit la pente élevée de la partie droite de la courbe de la figure 11.28. Bien qu'on puisse supposer que la variation ΔI_C du courant atteignant le collecteur est comparable à ΔI_E, la tension aux bornes de la jonction B-C, elle, variera de façon très importante. C'est en effet ce que prédit la pente extrêmement faible de la partie gauche de la courbe de la figure 11.28.

Typiquement, les *variations* de ΔV_{BC} sont plusieurs centaines de fois plus importantes que celles de ΔV_{EB}. En somme, le signal initial (en série avec la pile aux bornes de la jonction E-B) à l'origine des variations de ΔV_{EB} a été amplifié.

Bien que le transistor puisse être utilisé comme amplificateur, il trouve aujourd'hui de nombreuses autres applications, notamment en informatique et dans la conception de circuits numériques. Dans ces domaines, la tâche que doit accomplir un circuit (par exemple, une des opérations d'une calculatrice) est programmée de la même façon qu'un logiciel, c'est-à-dire en la décomposant en une série d'opérations logiques élémentaires portant sur des bits 0 ou 1. Dans un circuit, on peut considérer par convention que toute tension inférieure à 1 V représente un signal « 0 » et que toute tension comprise entre 2 V et 5 V représente un signal « 1 ». Un ou plusieurs transistors peuvent alors être utilisés pour produire, par exemple, l'échange d'un signal en l'autre signal (opération logique NON), la comparaison de deux signaux (opérations logiques ET ou OU), etc. Le processeur central d'un ordinateur de bureau ordinaire contient des milliards de transistors effectuant de telles opérations. Le sujet connexe à la fin du chapitre 7 du tome 2 aborde davantage le rôle des transistors dans ces opérations logiques.

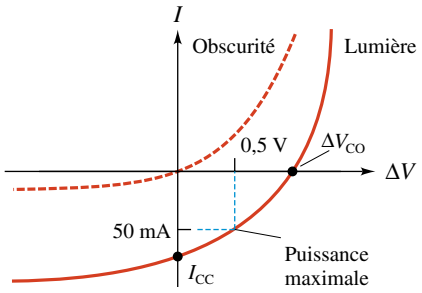
Les dispositifs photovoltaïques

Dans un *dispositif photovoltaïque*, l'énergie lumineuse sert à créer une f.é.m. Les dispositifs photovoltaïques servent de détecteur lumineux et on les utilise dans les *cellules solaires* pour produire la puissance électrique. Un dispositif photovoltaïque est composé d'une épaisse région de type n recouverte d'une mince couche de type p (figure 11.29). Les photons incidents ayant une énergie suffisante peuvent créer des paires électron-trou. Les trous en excès dans la région de type n et les électrons en excès dans la région de type p provoquent une forte augmentation du pourcentage de porteurs minoritaires dans les deux régions. Du fait de leur mouvement aléatoire, les porteurs minoritaires créés près de la jonction ont de bonnes chances d'atteindre la jonction, où ils subissent simplement une chute d'énergie. Pour renforcer cet effet, l'épaisseur de la région de type p ($\approx 10^{-5}$ m) doit être inférieure à la distance moyenne ($\approx$0,2 cm) que parcourent les porteurs minoritaires, trous ou électrons, avant de se recombiner. Lorsque le dispositif est éclairé, le courant de dérive dû aux porteurs minoritaires augmente, alors que le courant de diffusion (de sens opposé) dû aux porteurs majoritaires ne change pas. L'énergie fournie par les photons est donc utilisée pour faire circuler un courant.

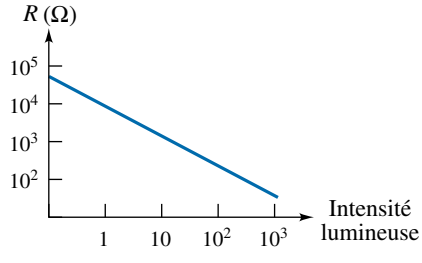


▲ **Figure 11.29**
Un dispositif photovoltaïque avec un semi-conducteur de type n recouvert d'un semi-conducteur de type p. Le fonctionnement du dispositif repose sur la formation de paires électron-trou près de la jonction.

La figure 11.30 représente la courbe caractéristique du courant I en fonction de la tension ΔV pour un dispositif photovoltaïque. La différence de potentiel ΔV est prise aux bornes de la résistance externe. Dans l'obscurité, on obtient la caractéristique habituelle de la diode à jonction (courbe en pointillé). Lorsque la jonction est éclairée, la courbe se déplace vers le bas (courbe continue) et l'ampleur du déplacement dépend de l'intensité lumineuse. La résistance du dispositif (inversement proportionnelle à la pente de la courbe à la figure 11.30) diminue au fur et à mesure que l'intensité lumineuse augmente (figure 11.31). Le courant de court-circuit I_{CC} (mesuré sans résistance externe) augmente avec l'intensité lumineuse. On mesure la différence de potentiel en circuit ouvert ΔV_{CO} pour $I = 0$. En un certain point du coude formé par la courbe, le produit de I par ΔV est maximal. Ce point correspond à la puissance maximale qui peut être obtenue. Les valeurs caractéristiques correspondantes sont de 50 mA pour le courant et de 0,5 V pour la tension, ce qui signifie que la puissance engendrée est alors de 25 mW. Pour une cellule au silicium, le rendement (puissance électrique produite/puissance optique consommée) est voisin de 12 %. Bien que les cellules solaires soient utilisées dans les satellites et les calculatrices électroniques, on ne fait que commencer à les utiliser pour l'alimentation en électricité des habitations.



▲ **Figure 11.30**
La courbe caractéristique I-ΔV d'un dispositif photovoltaïque. Lorsque l'intensité lumineuse augmente, la courbe se déplace vers le bas. I_{CC} est le courant en court-circuit et ΔV_{CO} est la tension en circuit ouvert. La partie négative du graphique correspond à une inversion du sens du courant.



▲ **Figure 11.31**
La résistance d'un dispositif photovoltaïque en fonction de l'intensité lumineuse.

La diode électroluminescente

Les *diodes électroluminescentes* (DEL) sont utilisées couramment dans la vie quotidienne : les voyants lumineux de presque tous les appareils électroniques en sont faits, de même que presque tous les feux de signalisation récents. En raison de leur consommation d'énergie plus faible, on s'en sert de plus en plus pour fabriquer des lampes de poche et même des appareils d'éclairage domestique. Elles fournissent aussi le rétroéclairage dans les écrans à cristaux liquides (ACL) des téléviseurs.

Dans une DEL, les régions de type n et de type p sont toutes deux fortement dopées. À cause de la forte polarisation directe appliquée, le champ externe est supérieur au champ interne. Les électrons du côté n se dirigent vers le côté p et se recombinent avec des trous, générant par le fait même des photons en nombre suffisant pour produire de la lumière visible à l'œil nu. La DEL émet donc de la lumière lorsqu'elle est traversée par un courant. Certains semi-conducteurs, par exemple au GaAs, émettent une lumière dans la région visible du spectre. En rendant parallèles les faces opposées du dispositif (par clivage le long des plans atomiques), il est même possible d'obtenir un effet laser.

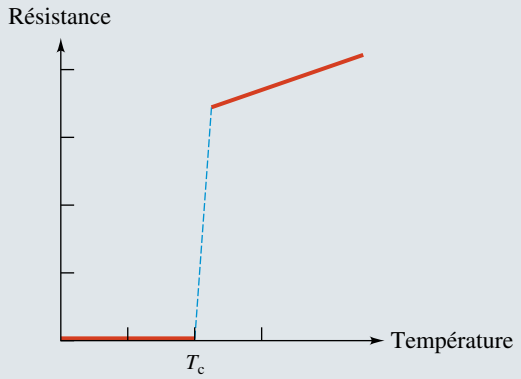
La diode à effet tunnel

Dans une *diode à effet tunnel*, les régions de type n et de type p sont toutes deux fortement dopées et la jonction est particulièrement étroite (10^{-8} m). Dans ces conditions, des électrons sont en mesure de traverser la barrière de potentiel par effet tunnel (voir la section 10.6) plutôt que par diffusion. En polarisation directe, quand la tension est petite, le courant qui traverse est surtout dû à cet effet. Quand la tension appliquée augmente, l'effet tunnel peut de moins en moins se produire. À une tension élevée, le courant n'est dû qu'à la diffusion comme dans une diode ordinaire. Entre les deux, on assiste donc à une diminution du courant malgré une hausse de la tension appliquée, ce qui correspond à une « résistance négative ». Cette spécificité de la diode à effet tunnel la rend particulièrement utile pour construire des interrupteurs capables de couper le courant dans un délai de moins de 10^{-9} s.

SUJET CONNEXE

La supraconductivité

La résistance électrique d'un métal est due aux interactions des électrons de conduction avec des impuretés, des défauts et avec les ions en vibration du réseau cristallin (voir le chapitre 6 du tome 2). Lorsqu'on baisse la température, les amplitudes des vibrations du réseau diminuent et on peut donc s'attendre à ce que la résistivité diminue elle aussi progressivement vers une valeur, petite mais non nulle, déterminée par les impuretés et les défauts. De nombreux matériaux manifestent ce comportement. Mais en 1911, Heike Kamerlingh Onnes (1853-1926) s'aperçut que, lorsqu'on baisse la température d'un échantillon de mercure, il se produit à 4,15 K un phénomène inattendu : sa résistance chute subitement jusqu'à une valeur extrêmement faible (figure 11.32). Cette brusque diminution de la résistance correspond à une transition du métal vers un nouvel état *supraconducteur*. La résistivité d'un supraconducteur étant au moins 10^{12} fois plus petite que celle d'un conducteur ordinaire, on peut la considérer comme égale à zéro. On a observé que, dans un supraconducteur, un courant électrique induit peut circuler durant plusieurs années en l'absence de différence de potentiel appliquée, à la condition que la température soit maintenue sous la *température critique* T_c. Ce sujet connexe portera d'abord sur diverses propriétés des supraconducteurs, puis sur une théorie expliquant la supraconductivité.



▲ Figure 11.32

La résistivité d'un supraconducteur devient nulle à la température critique T_c.

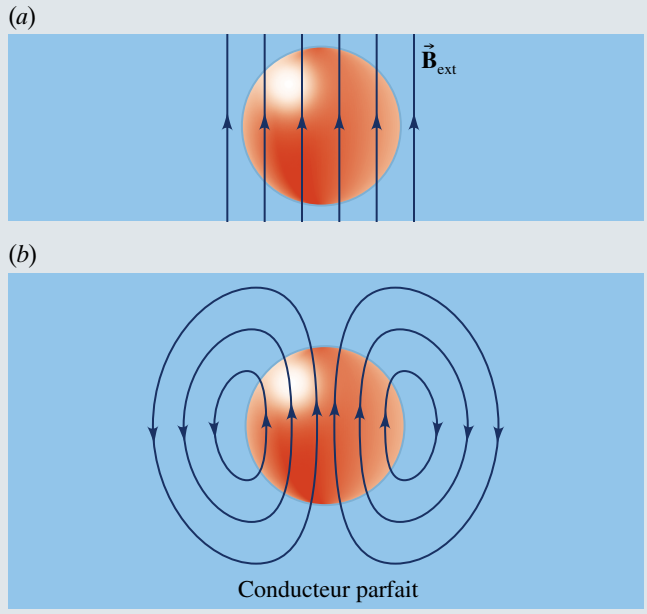
Plus de deux douzaines d'éléments et des milliers d'alliages et de composés peuvent devenir supraconducteurs. Les semi-conducteurs, comme le Ge et le Si, ne deviennent supraconducteurs que s'ils sont soumis à une pression très élevée. Notons que certains éléments qui sont parmi les meilleurs conducteurs, comme l'Ag, l'Au et le Cu, ne deviennent pas supraconducteurs. De même, les éléments qui ont des propriétés magnétiques, comme le Fe et le Co, ne sont pas supraconducteurs. L'élément qui a la température critique la plus élevée est le niobium, avec 9,26 K. Jusqu'en 1986, la plus haute température critique observée était celle du Nb_3Ge à 23,3 K.

Les supraconducteurs sont utilisés comme électro-aimants, mais ils ont aussi d'autres applications. Les pertes résistives dans les lignes de transport de l'électricité représentent à peu près 10 % de la puissance fournie. En utilisant des lignes supraconductrices, on pourrait éliminer ces pertes dues à l'effet Joule. Les courants persistants autour d'un trou dans un supraconducteur peuvent servir de dispositifs à mémoire. Et puisque la transition vers un état supraconducteur peut avoir lieu dans un intervalle de température très petit (10^{-3} K pour le Sn), un supraconducteur peut servir de détecteur de rayonnement. Un tel dispositif, appelé *bolomètre*, peut avoir une sensibilité de 10^{-12} W.

Effet Meissner-Ochsenfeld

Considérons un conducteur *parfait* placé dans un champ magnétique (figure 11.33*a*). Lorsqu'on supprime le champ externe, la loi de Faraday (voir le chapitre 10 du tome 2) prédit que des courants induits s'établissent afin de préserver la valeur initiale du flux traversant le conducteur (figure 11.33*b*). Autrement dit, dans un conducteur parfait, le flux est « gelé » ou « piégé ». En 1933, Walther Meissner (1882-1974) et Robert Ochsenfeld (1901-1993) placèrent un échantillon de plomb dans un champ magnétique faible (figure 11.34*a*), puis ils commencèrent à le refroidir. Ils observèrent l'exclusion du flux magnétique hors du matériau alors que celui-ci devenait supraconducteur (figure 11.34*b*). (L'exclusion du flux se produit dans le cas d'une sphère ou d'un long cylindre étroit, mais pas dans le cas d'une plaque.) Cette exclusion du flux magnétique hors d'un supraconducteur porte le nom d'*effet Meissner-Ochsenfeld*. On voit donc qu'un supraconducteur n'est pas seulement caractérisé par une conductivité parfaite ; il est aussi parfaitement diamagnétique (voir la section 9.6 du tome 2). On peut mettre en évidence l'effet Meissner-Ochsenfeld en observant la lévitation d'un petit aimant placé sur un échantillon de matériau : lorsque la température de l'échantillon devient inférieure à la température critique, on voit le petit aimant se soulever au-dessus de l'échantillon (figure 11.35).

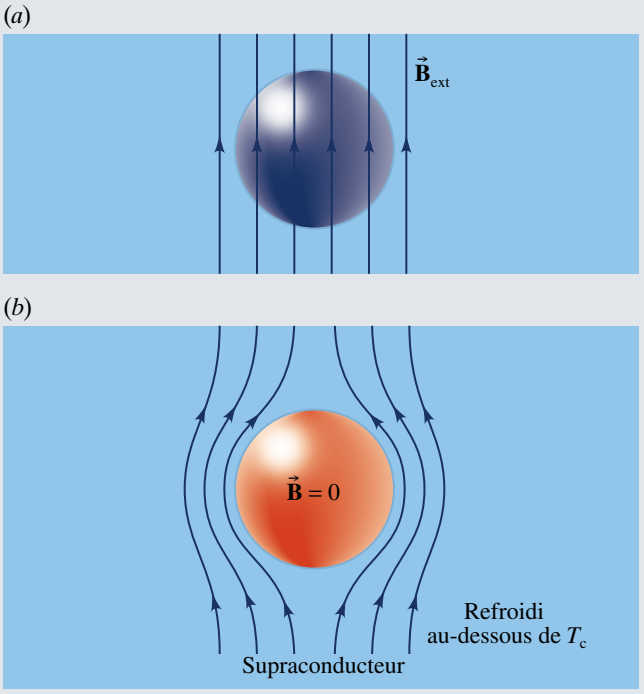
On se sert de l'exclusion du flux et des courants persistants pour fabriquer des solénoïdes supraconducteurs. Le rendement d'un électro-aimant ordinaire est pratiquement nul : une fois que le champ magnétique s'est établi, toute l'énergie électrique fournie est dissipée sous forme de chaleur dans les enroulements. Si l'on répète la procédure exposée ci-dessus avec un anneau supraconducteur, le flux est exclu du matériau supraconducteur, mais les courants induits persistants maintiennent le flux à l'intérieur du trou. On ne doit fournir de l'énergie que pour maintenir la température au-dessous du point critique.



▲ Figure 11.33

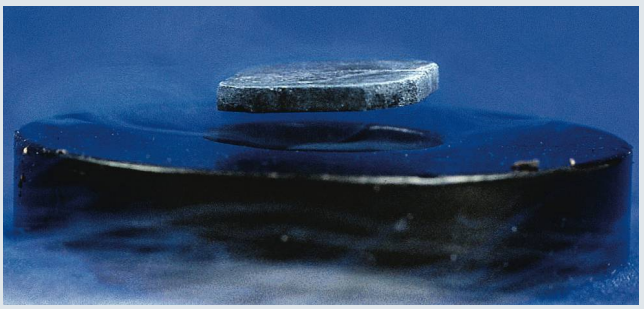
(*a*) Un conducteur parfait dans un champ magnétique. (*b*) Lorsqu'on réduit le champ externe jusqu'à le supprimer, la loi de Faraday prédit que des courants sont induits et qu'ils cherchent à empêcher la diminution du flux. Le conducteur étant parfait, ces courants sont suffisants pour maintenir entièrement le flux, qu'on dit donc « gelé » ou « piégé » à l'intérieur du conducteur parfait.

►►►



▲ Figure 11.34

(*a*) Un champ magnétique appliqué à un supraconducteur au-dessus de sa température de transition. (*b*) Lorsqu'on refroidit le matériau à une température inférieure à T_c, le flux magnétique est exclu hors du matériau supraconducteur.

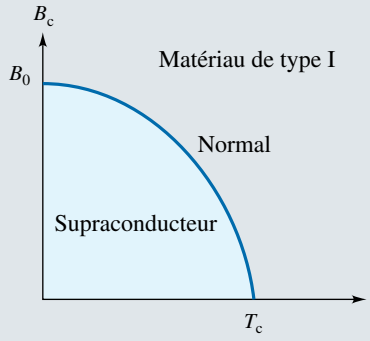


▲ Figure 11.35

L'exclusion du flux magnétique hors d'un matériau supraconducteur fait léviter le petit aimant au-dessus du supraconducteur à « haute » température.

Champ magnétique critique

Lorsque le module du champ magnétique appliqué à un supraconducteur dépasse la valeur du *champ critique*, B_c, le flux pénètre dans le matériau. La figure 11.36 donne la courbe représentative du champ critique en fonction de la température. Au-dessous du champ critique, un *supraconducteur de type I* se divise en deux zones : normale et supraconductrice. Lorsque la température s'élève, les zones supraconductrices se rapetissent et finissent par disparaître en T_c. De même, lorsqu'on augmente le champ, les zones supraconductrices disparaissent au champ critique, qui vaut en



▲ Figure 11.36

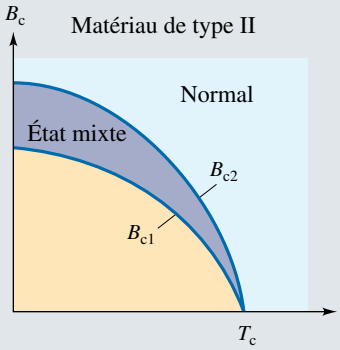
Le module du champ critique B_c (pour lequel la supraconductivité disparaît) en fonction de la température. La courbe correspond à un supraconducteur de type I.

général 0,04 T à 0 K. À 0 K, l'énergie magnétique nécessaire pour détruire l'état supraconducteur est à peu près de 10^{-7} eV/atome, alors que, pour un champ nul, l'énergie thermique nécessaire est à peu près de 5×10^{-4} eV/atome.

En 1962, on découvrit l'existence d'une autre catégorie de supraconducteurs, appelés *supraconducteurs de type II*. Ces matériaux sont caractérisés par deux champs critiques (figure 11.37). Au-dessus du premier champ critique, B_{c1}, le flux pénètre dans le supraconducteur sous forme de minces filaments appelés *fluxoïdes* ou *vortex* (figure 11.38). Le *cœur* de chaque filament a une conductivité *normale* : le flux traversant chaque filament est maintenu par des courants persistants circulant sur la circonférence. Chaque filament est traversé par un *quantum de flux* :

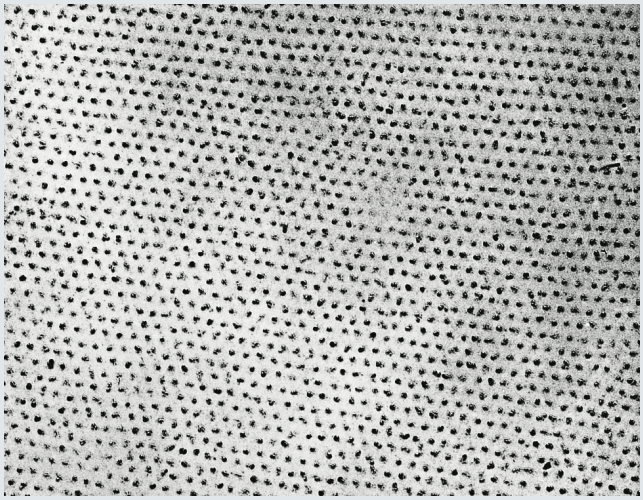
$$\phi_0 = \frac{h}{2e} = 2{,}07 \times 10^{-15} \text{ Wb}$$

Lorsque le champ externe varie, le nombre de fluxoïdes varie également. On dit alors que le matériau est dans un *état mixte* (sa résistivité est encore nulle). Quand le



▲ Figure 11.37

Un supraconducteur de type II a deux champs critiques. Lorsque le module du champ magnétique critique B_c est compris entre les valeurs B_{c1} et B_{c2}, le matériau est dans un état mixte.



▲ Figure 11.38

Un supraconducteur de type II à l'état mixte. Le flux pénètre sous forme de minces filaments (non supraconducteurs), mais la résistivité de l'échantillon reste nulle. Sur la photo, les filaments sont mis en évidence par la limaille de fer qui s'accumule à leurs extrémités.

champ atteint la deuxième valeur critique, B_{c2}, le flux pénètre complètement dans le matériau et l'échantillon retourne à l'état normal. Pour le Nb_3Sn (T_c = 18,1 K), on a B_{c1} = 0,02 T et B_{c2} = 22 T.

La supraconductivité disparaît également lorsque la densité de courant dépasse une valeur critique. Seuls les matériaux de type I conviennent à la fabrication de solénoïdes supraconducteurs. On a pu atteindre des densités de courant de 10^6 A/m^2 avec des matériaux de type II comme le NbTi ou le Nb_3Sn, qui sont utilisés pour fabriquer les aimants supraconducteurs dans les accélérateurs, les réacteurs à fusion, les instruments d'imagerie médicale et la lévitation magnétique.

Propriétés à haute fréquence

Bien que la résistance en courant continu d'un supraconducteur soit nulle, sa résistance en courant alternatif augmente avec la fréquence. Elle atteint sa valeur normale à 5×10^{11} Hz environ, dans la zone des micro-ondes. Dans la zone visible (autour de 10^{15} Hz), les propriétés électromagnétiques du supraconducteur sont les mêmes qu'à l'état normal. Par exemple, le matériau ne change pas d'aspect lorsqu'il passe à l'état supraconducteur. Par ailleurs, l'absorption des rayonnements augmente de façon marquée dans la zone des micro-ondes. Un tel comportement fait penser à la différence d'énergie entre les bandes des isolants et des semi-conducteurs. Rappelons que des photons ne peuvent être absorbés que si leur énergie est supérieure à la différence d'énergie entre les bandes.

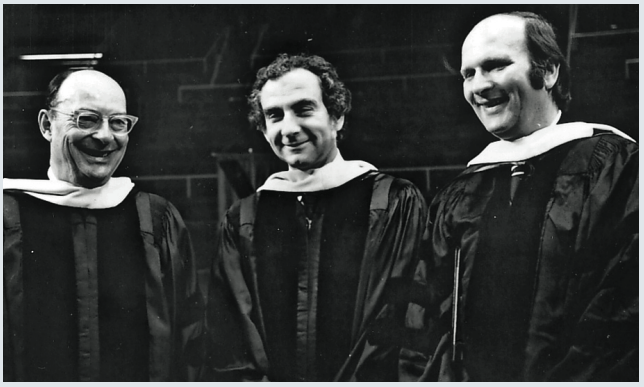
La théorie BCS de la supraconductivité

Alors qu'il existe plusieurs théories décrivant les propriétés électromagnétiques et thermodynamiques des supraconducteurs au niveau macroscopique, l'élaboration d'une théorie microscopique de la supraconductivité fut plus longue à venir. Un indice important pour cette théorie a été fourni par l'*effet isotope*. Lorsqu'on examine des isotopes différents d'un élément supraconducteur, on constate que la température critique dépend de la masse atomique M selon $T_c \propto 1/M^{1/2}$. Remarquons qu'il s'agit d'une dépendance du même type que celle de la fréquence des oscillations d'un système bloc-ressort (équation 1.9). Cette mesure suggérait donc que la supraconductivité était reliée à la vibration des atomes du réseau cristallin.

En 1950, Herbert Fröhlich (1905-1991) proposa un mécanisme de « couplage » entre les électrons de conduction et les ions positifs du réseau. À très basse température, les vibrations des ions ont une amplitude considérablement réduite par rapport aux amplitudes à température ambiante. Lorsqu'un électron passe entre les ions positifs, il les attire et provoque une déformation du réseau qui se propage sous la forme d'une onde sonore. Un autre électron situé un peu plus loin est attiré par la densité accrue de charge positive au passage de l'onde. Selon cette théorie, les deux électrons peuvent donc agir l'un sur l'autre (s'attirer) par l'intermédiaire des ondes sonores. Fröhlich suggéra que, si les électrons sont suffisamment éloignés, l'attraction qu'ils exercent l'un sur l'autre peut devenir supérieure à leur répulsion coulombienne, qui est fortement masquée par la présence des autres électrons.

Leon Neil Cooper (né en 1930) montra en 1956 que deux électrons de conduction à proximité du niveau de Fermi (voir la section 11.8) peuvent former un état lié (être *captifs* l'un de l'autre), même si leur interaction n'est qu'une très faible attraction. Ces électrons à l'état lié portent le nom de *paire de Cooper*. C'est à partir de l'idée de Cooper que fut élaborée la première théorie microscopique de la supraconductivité en 1957 par Cooper, John Bardeen (1908-1991) et John Robert Schrieffer (né en 1931) (figure 11.39). Ils montrèrent qu'à 0 K, en l'absence de champ externe et de courant circulant dans le matériau, *tous* les électrons forment des paires de Cooper constituées de deux électrons ayant des quantités de mouvement et des spins opposés. Autrement, en l'absence de ces conditions, certains électrons ne sont pas couplés. Dans une paire de Cooper, la distance entre les électrons est de 10^{-6} m, ce qui est près de 200 fois plus grand que la distance interatomique. Cela signifie que la fonction d'onde correspondant à chaque paire de Cooper s'étend sur un grand nombre de paires.

►►►



▲ Figure 11.39

J. Bardeen (à gauche), L. Cooper et J. Schrieffer (à droite) reçurent le prix Nobel de 1972 pour leur théorie de la supraconductivité. Bardeen avait reçu le prix Nobel en 1956 pour ses travaux sur le transistor.

Dans un conducteur normal, les électrons de conduction occupent tous les états jusqu'au niveau de Fermi. Lorsque deux électrons forment une paire de Cooper, l'énergie des électrons est inférieure d'une quantité égale à leur énergie de liaison, qui est voisine de 10^{-3} eV. Comme les électrons sont soit liés dans une paire, soit libres, il est prédit qu'un intervalle d'énergie leur est interdit. Il en résulte une *différence d'énergie* entre deux bandes près du niveau de Fermi. Cette différence est fonction de la température : à 0 K, elle vaut $E_d = 3{,}5kT_c$ et s'annule à T_c.

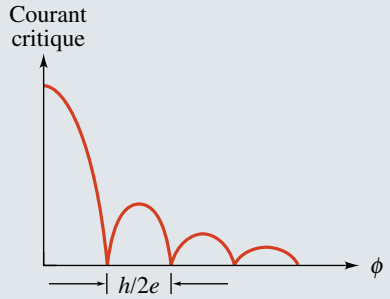
Lorsqu'un courant circule dans un conducteur normal, toute quantité de mouvement des électrons de conduction est transmise au réseau par collisions entre ions et électrons. Autrement dit, l'énergie fournie par le champ électrique est perdue dans les vibrations thermiques du réseau. La résistivité électrique d'un supraconducteur est nulle parce qu'une paire de Cooper ne cède pas d'énergie au réseau. Cette prédiction ne demeure valable que si l'énergie transmise par collisions avec les ions du réseau est insuffisante pour rompre les paires. Une telle rupture nécessiterait que l'apport d'énergie soit largement supérieur à la différence entre les bandes. On peut obtenir l'énergie nécessaire pour séparer les paires en augmentant le courant électrique ou la température.

On peut faire une analogie entre les électrons libres circulant dans un conducteur normal et des gens en train de danser sur une musique rock dans une salle comble. Comme ils se déplacent de façon aléatoire, les collisions sont nombreuses. Par contre, lorsqu'un courant circule dans un supraconducteur, toutes les paires de Cooper ont la même quantité de mouvement : les paires d'électrons se déplacent comme des danseurs suivant une chorégraphie bien réglée et n'entrent pas en collision.

Nous avons vu plus haut que la fonction d'onde d'une paire de Cooper s'étend sur une distance considérable. Imaginons un trajet fermé dans un anneau supraconducteur. Pour que la fonction d'onde ait une valeur unique, sa phase ne peut varier que de $2\pi n$, n étant un nombre entier. On peut donc montrer que, lorsqu'un anneau supraconducteur est placé dans un champ magnétique, le flux traversant la boucle doit être égal à un multiple entier du quantum de flux mentionné plus haut, c'est-à-dire que $\phi = n\phi_0 = nh/2e$.

Les jonctions de Josephson

Considérons maintenant deux supraconducteurs séparés par une mince couche d'isolant (1 nm). Brian Josephson (né en 1940) a suggéré en 1962 que les paires de Cooper peuvent traverser une telle couche d'isolant par effet tunnel. Puisque chaque paire porte une charge $-2e$, l'effet tunnel crée un *supracourant* en l'absence de différence de potentiel appliquée. Ce phénomène est l'*effet en courant continu de Josephson*. Le supracourant circule de manière à rendre égales les densités des paires de Cooper et leurs quantités de mouvement de chaque côté de la couche isolante. Dès que le supracourant dépasse une certaine valeur critique, une différence de potentiel apparaît aux bornes de la jonction. Si l'on applique un champ magnétique perpendiculairement au supracourant, la valeur de ce dernier s'annule chaque fois que le flux traversant la jonction est égal à un multiple entier du quantum de flux, c'est-à-dire pour $n\phi_0$ (figure 11.40).



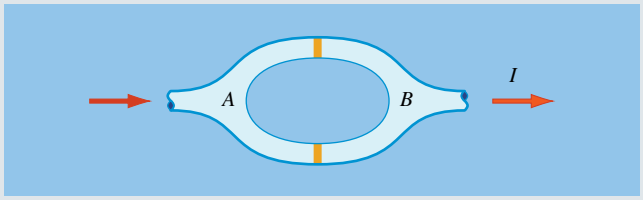
▲ Figure 11.40

Le courant critique circulant dans une jonction de Josephson est une fonction périodique du flux traversant la jonction.

Josephson avait également prédit qu'une différence de potentiel constante, ΔV, appliquée aux bornes de la jonction produirait un supracourant alternatif de fréquence $f = 2e\Delta V/h$. On remarque que $2e/h = 483{,}6$ MHz/μV. On utilise cet *effet en courant alternatif de Josephson* pour mesurer avec précision les différences de potentiel.

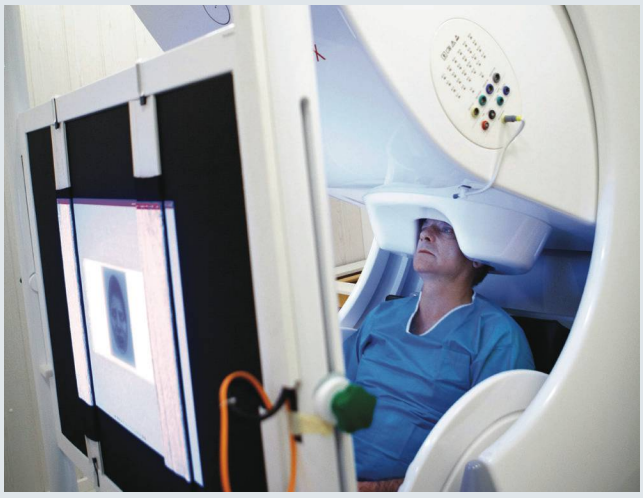
La figure 11.41 représente deux jonctions de Josephson reliées en parallèle. Le supracourant se sépare en deux au nœud A et le courant au nœud B est déterminé par

l'interférence entre les fonctions d'onde des paires venant des deux branches. Comme le déphasage dépend à la fois de la différence de marche et du flux magnétique à travers la boucle, le courant circulant dans la boucle varie périodiquement avec le champ externe. Un tel dispositif porte le nom de *squid* (*superconducting quantum interference device* : interféromètre quantique supraconducteur) ; on peut l'utiliser pour détecter des champs magnétiques extrêmement faibles, comme ceux créés par l'activité cérébrale (figure 11.42).



▲ Figure 11.41

Un *squid* est un dispositif supraconducteur à interférence. Les fonctions d'onde des paires de Cooper qui circulent dans les deux branches du dispositif sont déphasées lorsque les courants se rejoignent au point *B*. Le déphasage dépend du champ magnétique externe.



▲ Figure 11.42

Les squids servent à détecter des champs magnétiques très faibles. Ici, on se sert d'un appareil contenant 306 de ces détecteurs pour étudier les champs produits par le cerveau humain en réponse à des stimuli visuels. Les squids détectent tant les champs en surface du cerveau que ceux en profondeur.

Les supraconducteurs à haute température

Avant les années 1980, les recherches sur la supraconductivité faisaient intervenir pour la plupart des alliages métalliques et quelques composés organiques. En 1983, Karl Alexander Müller (né en 1927) et Johannes Georg Bednorz (né en 1950) décidèrent d'essayer les oxydes métalliques, ou céramiques. En décembre 1985, ils trouvèrent qu'un composé de Ba-La-Cu-O devenait supraconducteur à 35 K, soit à au moins 12 K de plus que la valeur précédente la plus élevée, observée en 1973. Leur résultat fut confirmé par Paul Chu (né en 1941), qui remplaça ensuite le La par de l'Y (yttrium). En 1987, il s'aperçut que la température de transition du composé $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ était supérieure à 90 K ! Non seulement il s'agissait d'une augmentation considérable de la température critique T_c, mais elle était en plus supérieure à la température de l'azote liquide (77 K). Avant cette découverte, il fallait refroidir à l'hélium liquide, ce qui était onéreux, alors que l'azote liquide est plus simple à utiliser et ne revient pas plus cher que le lait ou la bière. On s'aperçut bientôt que l'yttrium pouvait être remplacé par certains éléments de transition ou des terres rares. En janvier 1988, Paul Grant (né en 1935) découvrit que le composé à cinq éléments Tl-Ca-Ba-Cu-O a une résistivité nulle à 125 K.

Il est possible que la découverte de ces nouveaux supraconducteurs à haute température se révèle aussi révolutionnaire que celle du transistor. Mais ces céramiques sont trop fragiles pour qu'on puisse en faire des fils de transmission ou des électro-aimants ; par contre, elles peuvent être déposées en couches minces pour la fabrication d'éléments de petites dimensions, comme les composants électroniques. Leurs densités critiques de courant n'atteignent que 1 % de celles des matériaux de type II, bien que l'on ait enregistré 10^5 A/cm^2 dans certaines directions du cristal dans une pellicule mince. Le champ critique a une valeur caractéristique de 0,01 T. Ces céramiques semblent très prometteuses, mais un énorme travail de recherche et de développement reste à faire avant de pouvoir envisager leur application commerciale.

Il n'existe pas encore de théorie permettant d'expliquer la supraconductivité à haute température. Toutefois, la recherche se poursuit activement sur ce sujet. En 2008, les chercheurs du Los Alamos National Laboratory ont par exemple suggéré que des porteurs de courant autres que les électrons pourraient expliquer le phénomène.

Ce fil de matériau supraconducteur à haute température a été produit en mai 1990 par le Argonne National Laboratory. Sa densité maximale de courant est de 100 A/cm^2.

RÉSUMÉ

Lorsqu'on applique la version tridimensionnelle de l'équation d'onde de Schrödinger à l'atome d'hydrogène, les fonctions d'onde qui en sont les solutions peuvent être distinguées les unes des autres à l'aide de trois nombres quantiques. Premièrement, les niveaux d'énergie sont déterminés par le nombre quantique principal n, tel que

$$E_n = -\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2 n^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \quad (11.1)$$

Deuxièmement, le module du moment cinétique $\vec{\mathbf{L}}$ est donné par le nombre quantique orbital ℓ, tel que

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar \qquad \ell = 0, 1, 2, \ldots, (n-1) \quad (11.2)$$

Troisièmement, la composante de $\vec{\mathbf{L}}$ sur l'axe des z est donnée par le nombre quantique magnétique orbital m_ℓ, tel que

$$L_z = m_\ell \hbar \qquad m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm \ell \quad (11.3)$$

L'électron a un moment cinétique $\vec{\mathbf{S}}$ appelé *spin* dont le module est déterminé par le nombre quantique du spin, $s = \frac{1}{2}$:

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar \quad (11.8)$$

La composante en z de S peut prendre uniquement les valeurs

$$S_z = m_s \hbar \quad (11.9)$$

où $m_s = \pm\frac{1}{2}$ est le nombre quantique magnétique du spin.

Par définition, la densité de probabilité radiale $P(r)$ est telle que $P(r)\,\mathrm{d}r$ est la probabilité de trouver un électron dans une mince coquille sphérique comprise entre r et $r + \mathrm{d}r$. Elle est liée à la densité de probabilité ψ^2 par la relation $P(r) = 4\pi r^2 \psi^2$.

Selon le principe d'exclusion de Pauli, *deux électrons dans un atome ne peuvent avoir les quatre mêmes nombres quantiques*. On peut construire le tableau périodique de façon systématique à l'aide de ce principe, en classant les atomes (éléments) par ordre de numéro atomique Z. La configuration des électrons dans l'atome permet d'expliquer et de prédire les propriétés physiques et chimiques d'un élément.

Lorsque des atomes sont regroupés pour former un solide, les niveaux d'énergie deviennent des bandes d'énergie. On prédit la conductivité électrique d'un matériau en comparant ses bandes quand il est au zéro absolu. La bande *saturée* dont l'énergie est la plus élevée est appelée *bande de valence*, alors que la bande suivante est appelée *bande de conduction*. Dans un isolant, la bande de conduction est vide et la bande de valence en est séparée par une importante différence d'énergie. Dans un semi-conducteur, la différence d'énergie entre la bande de valence et la bande de conduction est faible par rapport à celle d'un isolant. Des électrons peuvent être excités thermiquement et passer de la bande de valence à la bande de conduction. Dans un métal, la bande de conduction est déjà partiellement remplie ; il y a donc de nombreux électrons qui sont énergétiquement très proches des états disponibles dans cette bande.

On peut fortement modifier la conductivité d'un semi-conducteur comme le Ge ou le Si avec quatre électrons de valence en le dopant avec des impuretés.

Lorsqu'on le dope avec des atomes donneurs qui ont cinq électrons de valence, on obtient un semi-conducteur de type *n*. Lorsqu'on le dope avec des atomes accepteurs qui ont trois électrons de valence, on obtient un semi-conducteur de type *p*. En combinant ces deux types de semi-conducteurs, on obtient des diodes, des transistors et des dispositifs photovoltaïques.

TERMES IMPORTANTS

atome accepteur (p. 503)
atome donneur (p. 502)
bande de conduction (p. 500)
bande d'énergie (p. 499)
bande de valence (p. 500)
conducteur (p. 501)
couche (p. 485)
densité de probabilité radiale (p. 487)
énergie de Fermi (p. 501)
isolant (p. 501)
nombre quantique magnétique du spin (p. 489)
nombre quantique magnétique orbital (p. 485)
nombre quantique orbital (p. 484)
nombre quantique principal (p. 484)
orbitale atomique (p. 487)
principe d'exclusion de Pauli (p. 494)
semi-conducteur (p. 501)
semi-conducteur de type *n* (p. 502)
semi-conducteur de type *p* (p. 503)
semi-conducteur extrinsèque (p. 502)
semi-conducteur intrinsèque (p. 502)
sous-couche (p. 485)
spin (p. 489)
théorie des bandes (p. 499)
trou (p. 502)

RÉVISION

R1. Associez chacun des nombres quantiques n, ℓ, m_ℓ et m_s à la grandeur physique qu'il décrit.

R2. Nommez les couches associées aux cinq premières valeurs du nombre quantique n.

R3. Nommez les sous-couches associées aux cinq premières valeurs du nombre quantique ℓ.

R4. Expliquez le lien entre le tableau périodique et le remplissage des couches et des sous-couches.

R5. Dites dans quel ordre les sous-couches d'un atome possédant 22 électrons se remplissent.

R6. Expliquez pourquoi la sous-couche 5*s* doit être remplie avant la sous-couche 4*d*.

R7. Expliquez la grande stabilité chimique des gaz rares.

R8. Expliquez la grande réactivité chimique des éléments alcalins.

QUESTIONS

Q1. Pourquoi la solution de l'équation de Schrödinger pour l'atome d'hydrogène fait-elle intervenir *trois* nombres quantiques ?

Q2. Pouvez-vous citer certaines conséquences qui découleraient de l'invalidité du principe d'exclusion ?

Q3. Donnez des exemples illustrant la relation entre la configuration électronique d'un atome et ses propriétés chimiques.

Q4. Pourquoi utilise-t-on un champ magnétique non uniforme dans l'expérience de Stern-Gerlach ?

Q5. Pourquoi l'existence d'un seuil de longueur d'onde dans le spectre des rayons X confirme-t-elle la validité du concept de photon ?

Q6. D'après le résultat de l'expérience de Stern-Gerlach, peut-on déterminer si le moment cinétique d'un atome provient des contributions orbitales ou du spin ?

Q7. Le modèle de Bohr est totalement inadéquat pour des électrons dans les états d'énergie les plus élevés d'un atome complexe. Pourquoi permet-il de prédire relativement bien les longueurs d'onde des raies K_α ?

Q8. Les raies spectrales émises par un gaz dans un tube à décharge s'élargissent lorsqu'on augmente la pression du gaz. Suggérez une raison expliquant ce phénomène.

Q9. On observe un décalage systématique des raies caractéristiques des rayons X en fonction du numéro atomique. Le spectre visible des éléments donne-t-il un décalage similaire ? Si oui, expliquez ses caractéristiques.

Q10. La résistivité d'un métal augmente avec la température, contrairement à la résistivité d'un semi-conducteur intrinsèque, qui décroît. Expliquez cette différence.

Q11. Les atomes d'hydrogène peuvent-ils produire des rayons X ? Et les ions d'hélium ? Justifiez vos réponses.

Q12. Quels aspects du modèle de Bohr retrouve-t-on dans la solution de l'équation de Schrödinger de l'atome d'hydrogène ? Quels aspects n'y retrouve-t-on pas ?

Q13. Comment peut-on déterminer si un atome donné a ou n'a pas de moment cinétique résultant ?

Q14. Pourquoi les terres rares ont-elles des propriétés chimiques semblables ? Comment peut-on déceler la présence d'une terre rare dans un échantillon ?

Q15. Quel rôle joue le principe d'exclusion de Pauli dans la conduction électrique des métaux ?

Q16. Existe-t-il une différence entre un électron « libre » et un électron « de conduction » ? Si oui, quelle est-elle ?

Q17. Pourquoi les niveaux d'énergie les plus bas dans un solide sont-ils moins larges que les niveaux élevés ?

Q18. Qu'est-ce qu'un trou ? Comment contribue-t-il à la conduction électrique dans un semi-conducteur ?

Q19. L'étude de l'absorption d'un rayonnement par un semi-conducteur peut-elle permettre de déterminer la différence d'énergie entre les bandes ? Si oui, comment ?

Q20. Qu'est-ce qu'un photoconducteur ? Expliquez son principe de fonctionnement.

EXERCICES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

11.1 à 11.3 Nombres quantiques, fonctions d'onde de l'atome d'hydrogène, spin

E1. (I) Quel est le module du moment cinétique orbital d'un électron dans : (a) l'état $3p$; (b) l'état $4f$?

E2. (I) Le module du moment cinétique orbital d'un électron est de $3{,}65 \times 10^{-34}$ J·s. Quel est son nombre quantique orbital ?

E3. (I) Dressez un tableau de tous les états correspondant à la sous-couche $4d$.

E4. (I) Quelles sont les valeurs possibles de L_z pour un électron dans une sous-couche p ?

E5. (I) L'électron dans un atome d'hydrogène est dans l'état $n = 2$. Quelles sont les valeurs possibles de : (a) L_z ; (b) l'angle θ entre $\vec{\mathbf{L}}$ et L_z ?

E6. (I) Énumérez toutes les valeurs possibles de m_ℓ pour l'état $n = 3$.

E7. (I) Dans un état donné, la valeur maximale possible du nombre quantique magnétique est $m_\ell = 4$. Que pouvez-vous dire de la valeur de : (a) ℓ ; (b) n ?

E8. (II) (a) Énumérez les valeurs possibles des nombres quantiques ℓ et m_ℓ pour l'électron de l'ion He^+ dans l'état $n = 3$. (b) Quelle est, en électronvolts, l'énergie de l'électron ?

E9. (I) (a) Quelle est, en électronvolts, l'énergie de l'électron de l'ion Li^{++} dans l'état $n = 2$? (b) Quelles sont les valeurs possibles des nombres quantiques ℓ et m_ℓ ?

E10. (I) Un électron est dans un état pour lequel $\ell = 4$. Quelle est la valeur minimale possible de l'angle entre le vecteur $\vec{\mathbf{L}}$ et L_z ?

E11. (I) Un électron a un moment cinétique orbital de module $2{,}583 \times 10^{-34}$ J·s. Quelle est la valeur maximale possible de la composante en z, L_z, de son moment cinétique orbital ?

E12. (II) Comptez le nombre d'états possibles pour chaque valeur de n entre $n = 1$ et $n = 5$. Pouvez-vous trouver une relation simple entre le nombre d'états et n ?

E13. (II) Est-il possible de déterminer L et L_z avec exactitude mais pas L_x ni L_y ? Montrez que les composantes en x et en y vérifient la condition

$$\sqrt{L_x^2 + L_y^2} = \sqrt{\ell(\ell+1) - m_\ell^2}\,\hbar$$

E14. (II) Une des versions du principe d'incertitude de Heisenberg établit une relation entre la composante en z du moment cinétique et la position angulaire ϕ de $\vec{\mathbf{L}}$ dans le plan xy : $\Delta L_z \Delta\phi \approx \hbar$. (a) Si L_z est parfaitement connu, que peut-on en déduire pour $\Delta\phi$? (b) Quelle implication a votre réponse à la question (a) en ce qui concerne les composantes L_x et L_y ?

E15. (I) L'électron d'un atome d'hydrogène est dans l'état fondamental ψ_{1s}. Calculez la densité de probabilité radiale $P_{1s}(r_0)$, r_0 étant le rayon de Bohr.

E16. (I) Pour le premier état excité de l'atome d'hydrogène, calculez la densité de probabilité radiale $P_{2s}(r_0)$, r_0 étant le rayon de Bohr.

E17. (I) L'électron d'un atome d'hydrogène est dans l'état fondamental ψ_{1s}. Calculez la densité de probabilité radiale $P_{1s}(r)$: (a) en $r_0/2$ et (b) en $2r_0$, r_0 étant le rayon de Bohr.

E18. (I) Si l'électron dans l'atome d'hydrogène est dans l'état $2s$, quelle est la densité de probabilité radiale $P_{2s}(r)$: (a) en $r_0/2$ et (b) en $2r_0$, r_0 étant le rayon de Bohr ?

E19. (II) Démontrez que la fonction d'onde ψ_{1s} de l'état fondamental est normalisée, c'est-à-dire que

$$\int_0^\infty \psi_{1s}^2 \, dV = 1$$

On rappelle que le volume d'une mince coquille sphérique de rayon r et d'épaisseur dr est $dV = 4\pi r^2 \, dr$. (Vous devez faire une intégration par parties.)

E20. (II) Montrez que la probabilité de trouver un électron dans l'état $1s$ à l'intérieur d'une sphère de rayon r_0 centrée sur le noyau $(1 - 5e^{-2}) \approx 0{,}32$.

11.5 Rayons X et travaux de Moseley

E21. (I) Dans un cabinet médical, les rayons X sont produits lorsque des électrons bombardent une cible métallique. Lors d'une mammographie, la plus courte longueur d'onde des rayons X émis est de 0,05 nm. Quelle est la différence de potentiel accélératrice ?

E22. (I) Des électrons accélérés par une différence de potentiel de 25 kV frappent une cible en métal dans un tube à rayons X. Quelle est la longueur d'onde minimale des rayons X émis ?

E23. (I) À l'aide de la figure 11.11 (p. 493), trouvez la constante a figurant dans la loi de Moseley (équation 11.11).

E24. (I) Montrez que la longueur d'onde minimale des rayons X émis lorsque des électrons accélérés par une différence de potentiel frappent une cible est donnée par

$$\lambda_0 = \frac{(1{,}24 \times 10^3 \text{ V·nm})}{\Delta V}$$

où λ_0 est en nanomètres et ΔV, en volts.

E25. (I) Pour le molybdène, la longueur d'onde de la raie K_α est de 0,71 nm et celle de la raie K_β est de 0,63 nm. Utilisez ces données pour trouver la longueur d'onde de la raie L_α.

E26. (I) La longueur d'onde de la raie K_α du molybdène ($Z = 42$) est de 0,71 nm. Utilisez cette donnée pour prédire la longueur d'onde de la raie K_α : (a) de l'argent ($Z = 47$) ; (b) du fer ($Z = 26$).

E27. (I) L'énergie de l'état $n = 2$ pour le molybdène est $E_2 = -2870$ eV. Sachant que les longueurs d'onde des raies K_α et K_β sont respectivement de 0,71 nm et de 0,63 nm, déterminez les énergies E_1 et E_3, en électronvolts.

11.6 Principe d'exclusion de Pauli et tableau périodique

E28. (I) La configuration électronique d'un atome est $[\text{Ar}]3d^3 4s^2$, [Ar] représentant la configuration de l'atome d'argon. Identifiez l'élément en question.

E29. (I) Énumérez les nombres quantiques d'un atome d'oxygène dans l'état fondamental.

E30. (II) En supposant que l'électron n'a pas de nombre quantique du spin, mais que le principe d'exclusion de Pauli reste valable, construisez le tableau périodique pour les 15 premiers éléments. Quels éléments classez-vous dans la catégorie des gaz rares ?

11.7 Moments magnétiques

E31. (I) Dans l'atome d'hydrogène, l'électron a un nombre quantique orbital $\ell = 3$. Quel est le module du moment magnétique orbital ?

E32. (I) L'atome d'argent a un moment cinétique orbital nul. (a) En présence d'un champ magnétique uniforme de 0,4 T parallèle à l'axe des z, quelles sont les énergies correspondant aux deux orientations possibles du spin ? (b) Quelle est la fréquence du photon qui permettrait une transition d'un niveau à un autre ?

E33. (I) Le sodium, qui a un seul électron dans l'état $3s$, émet un doublet de raies à 589,0 nm et à 589,6 nm lors d'une transition vers l'état fondamental (qui est constitué d'un seul niveau). (a) Quelle est, en électronvolts, la différence d'énergie entre les états excités ? (b) Quel est le module du champ magnétique résultant agissant sur l'électron ?

E34. (II) Un faisceau d'atomes d'argent neutres se propageant horizontalement à 400 m/s passe dans un champ vertical non uniforme tel que $dB/dz = 120$ T/m. La masse d'un atome est de $1{,}8 \times 10^{-25}$ kg. (a) Que vaut le module de l'accélération de chaque atome ? (b) Si le champ s'étend sur 20 cm dans la direction horizontale, quelle est l'amplitude de déviation du faisceau à sa sortie du champ ?

PROBLÈMES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

P1. (I) Montrez que la valeur la plus probable de r pour un électron dans l'état $2s$ de l'hydrogène est $r \approx 5{,}2r_0$.

P2. (I) La portion radiale de la fonction d'onde pour l'état $2p$ dans l'hydrogène est

$$\psi_{2p}(r) = Cre^{-r/2r_0}$$

où C est une constante. Montrez que la valeur la plus probable de r est $4r_0$.

P3. (I) Montrez que la probabilité que l'électron de l'état $1s$ dans l'hydrogène se trouve à l'intérieur d'une sphère de rayon $2r_0$ est $(1 - 13e^{-4}) \approx 0{,}76$.

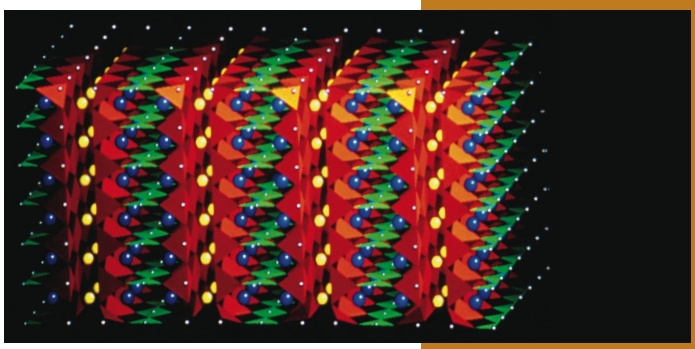
P4. (I) En mécanique quantique, la valeur moyenne de la coordonnée radiale (voir le problème P11 du chapitre 10) est donnée par

$$\langle r \rangle = \int_0^\infty r\psi^2 \, dV$$

Montrez que la valeur moyenne pour l'état $1s$ dans l'hydrogène est égale à $1{,}5r_0$. On rappelle que le volume d'une mince coquille sphérique de rayon r et d'épaisseur dr est $dV = 4\pi r^2 \, dr$.

P5. (II) Des électrons initialement au repos sont accélérés par une différence de potentiel de 40 kV et bombardent une cible métallique. Calculez la longueur d'onde de Broglie. (Vous devrez utiliser les expressions relativistes de l'énergie cinétique et de la quantité de mouvement.)

P6. (II) Tracez le graphe de la figure 11.3 (p. 487) en vous servant des équations 11.6 et 11.7.



CHAPITRE 12

LA PHYSIQUE NUCLÉAIRE

SOMMAIRE

12.1 La structure du noyau

12.2 La force nucléaire, l'énergie de liaison et la stabilité du noyau

12.3 La radioactivité

12.4 Le rythme de désintégration radioactive

12.5 Les dangers des émissions radioactives et la radioprotection

12.6 Les réactions nucléaires

12.7 La fission

12.8 La fusion

La grotte de Lascaux est l'un des tout premiers sites paléolithiques dont on a appris l'âge grâce à la méthode de datation au carbone 14. Cette méthode repose sur la désintégration radioactive, que nous décrirons dans ce chapitre.

La physique nucléaire a vu le jour en février 1896 avec la découverte de la radioactivité, laquelle avait été préparée par la découverte des rayons X par Röntgen en 1895. Röntgen avait en effet remarqué qu'en frappant les parois en verre d'un tube à décharge, les électrons le rendaient fluorescent et provoquaient l'émission d'un nouveau type de radiation. Pour établir si ces « rayons X » accompagnaient toujours la fluorescence, plusieurs scientifiques firent l'expérience de placer un matériau fluorescent sur une plaque photographique enveloppée de papier noir. Après avoir exposé le matériau à la lumière solaire pendant plusieurs heures de manière à produire la fluorescence, ils développaient la plaque. Mais rien n'apparaissait parce qu'aucun rayon X ne venait altérer la plaque photographique.

Henri Becquerel (1852-1908) fit cette expérience avec des cristaux de sulfate d'uranyle de potassium, un sel contenant des atomes d'uranium. Le soleil n'ayant brillé que par intermittence les 26 et 27 février, il déposa les cristaux sur les plaques et rangea le tout dans un tiroir. Le jour suivant, le soleil ne se montra toujours pas. Il décida donc de développer les plaques le 1er mars,

s'attendant à n'observer que de pâles images. Il fut surpris de constater que les contours des cristaux étaient nettement visibles. Il était évident qu'ils avaient continué d'agir dans l'obscurité. Puisque la fluorescence est de courte durée et que ces cristaux étaient restés longtemps dans l'obscurité, l'image obtenue était forcément due à une cause autre que les rayons X, que l'on croyait associés à la fluorescence. Il observa bientôt que ces nouveaux rayons invisibles étaient aussi émis par des sels d'uranium non fluorescents, ce qui semblait désigner l'uranium comme étant l'agent actif.

▲ **Figure 12.1**
Marie et Pierre Curie, dans leur laboratoire.

Marie Curie (1867-1934) (figure 12.1) nomma **radioactivité** le phénomène découvert par Becquerel, au cours duquel quelque chose (qui demeurait alors inconnu) est émis par un élément. Vers la fin de 1897, elle découvrit que le thorium était lui aussi radioactif. Avec son mari, Pierre Curie (1859-1906) (figure 12.1), elle réussit par des moyens chimiques à isoler deux nouveaux éléments radioactifs : le polonium (en juillet 1898) et le radium (en décembre 1898). Plusieurs autres éléments radioactifs furent découverts au cours des années qui suivirent.

La chaleur produite par un petit échantillon de radium placé dans un récipient en plomb (1 g de radium libère 0,4 J/h) fut estimée être 10^5 fois supérieure à l'énergie libérée lors de n'importe quelle réaction chimique impliquant un nombre identique d'atomes. Cette différence radicale montrait bien que la radioactivité n'avait rien à voir avec les réactions chimiques, même si elle avait elle aussi un lien avec les éléments chimiques en présence. De plus, en réalisant des expériences supplémentaires sur la radioactivité, on observa que des facteurs qui influencent plusieurs réactions chimiques, comme la température ou la pression, n'avaient aucun effet sur la radioactivité. Ensuite, des atomes d'un élément manifestaient la même radioactivité indépendamment de leur état chimique (la molécule à laquelle ils appartenaient). En somme, la radioactivité devait être due à un processus inconnu, se produisant forcément au sein des atomes, mais qui n'était pas lié aux *interactions* entre les atomes (état chimique, agitations thermiques, etc.). En 1911, lorsque Rutherford modifia le modèle atomique de façon à y introduire un noyau, la réponse était toute trouvée : l'état chimique et le mouvement des atomes ne pouvant avoir aucun effet sur le noyau, il supposa peu après *que ce noyau était la source de la radioactivité*. C'est ce qui donna son nom à la physique « nucléaire ».

Ce chapitre débute par deux sections qui décrivent le noyau. À la section 12.1, nous allons présenter des propriétés du noyau et donner une représentation de sa structure, puis, à la section 12.2, nous expliquerons comment les particules qui composent le noyau sont retenues ensemble. Un lecteur soucieux de suivre l'ordre historique peut commencer par les sections 12.3 et 12.4, qui traitent des différents types d'émissions radioactives et de leur décroissance exponentielle. La section 12.5 explique les raisons pour lesquelles la radioactivité est dangereuse pour les êtres vivants et la façon dont on mesure les doses auxquelles une personne est exposée. Ensuite, la section 12.6 décrit les réactions nucléaires produites quand un noyau est bombardé par des particules incidentes. La section 12.7 traite de fission nucléaire, un processus au cours duquel un noyau volumineux est séparé en deux noyaux plus petits. Enfin, la section 12.8 présente le processus inverse, la fusion nucléaire.

12.1 LA STRUCTURE DU NOYAU

L'idée voulant que les émissions radioactives proviennent du noyau implique forcément qu'il faille imaginer à ce dernier une structure interne. En 1919, Rutherford bombarda de l'azote avec des particules α et observa ensuite des traces d'hydrogène dans l'azote. Il en conclut que des noyaux d'hydrogène,

aujourd'hui appelés **protons**, avaient été expulsés des noyaux d'azote et que ceux-ci étaient donc *faits* de protons. Plus tard, on s'aperçut que les noyaux ne pouvaient être faits entièrement de protons, car la masse de ces derniers était insuffisante pour expliquer les masses atomiques qu'on mesurait. Les noyaux devaient donc contenir d'autres particules, électriquement neutres, en plus des protons. En 1932, James Chadwick (1891-1974) parvint à expulser ces **neutrons** de différents noyaux.

Aujourd'hui, on se représente donc le noyau d'un atome comme étant fait de protons et de neutrons. (Le noyau de l'hydrogène ordinaire est un cas particulier, car il ne comporte qu'un seul proton et aucun neutron.) Quand elles forment un noyau, on désigne toutes ces particules sous le nom de **nucléons**. La lettre N représente le nombre de neutrons dans un noyau et le **numéro atomique** Z, le nombre de protons.

Numéro atomique, *Z*

Comme nous l'avons vu aux sections 11.5 et 11.6, la valeur de Z est caractéristique de chaque élément. Les atomes d'un même élément ont donc tous Z protons, mais ils peuvent avoir différents nombres de neutrons.

Le **nombre de masse**, $A = N + Z$, est le nombre total de nucléons dans un noyau. Un type de noyau qui a un nombre donné de protons et de neutrons est un **nuclide**; on le désigne par le symbole

Nombre de masse, *A*

$$^{A}_{Z}\mathrm{X}$$

où X est le symbole chimique de l'élément correspondant. On peut omettre l'indice Z puisque l'élément est identifié de manière univoque par son symbole chimique, mais on le garde souvent pour des raisons pratiques, comme dans $^{16}_{8}\mathrm{O}$, $^{12}_{6}\mathrm{C}$ et $^{14}_{7}\mathrm{N}$. Notez que le symbole $^{A}_{Z}\mathrm{X}$ est utilisé en chimie pour désigner un *atome*, alors que nous l'utilisons pour désigner un *nuclide*, qu'il soit entouré d'électrons ou non.

Les **isotopes** d'un élément donné sont des atomes dont les noyaux ont le même nombre de protons, mais diffèrent par leur nombre de neutrons. Par exemple, le carbone présent dans la nature contient 98,9 % de $^{12}_{6}\mathrm{C}$, environ 1 % de $^{13}_{6}\mathrm{C}$, de même que des traces de $^{14}_{6}\mathrm{C}$ concentrées dans l'atmosphère. De plus, on a observé 12 autres isotopes du carbone, allant du $^{8}_{6}\mathrm{C}$ au $^{22}_{6}\mathrm{C}$, dont la majorité ne sont pas trouvés dans la nature. Puisque les propriétés chimiques d'un élément sont déterminées par le nombre de ses électrons, qui correspond à Z lorsque l'isotope est neutre, les isotopes d'un même élément sont chimiquement identiques bien que leurs noyaux aient des masses différentes. Une liste des isotopes les plus abondants est donnée à l'annexe E.

Isotopes

Exemple 12.1

Dénombrer toutes les particules qui composent un atome (neutre) de thorium 232.

Solution

D'après l'énoncé, on a $A = 232$. En consultant le tableau périodique (annexe D), on obtient que le thorium a le numéro atomique $Z = 90$. Ainsi, $N = A - Z = 142$. Le noyau est donc constitué de 90 protons et de 142 neutrons. L'atome neutre contient aussi 90 électrons.

Aujourd'hui, on connaît les propriétés de plus de 3000 nuclides, dont la grande majorité a été produite en laboratoire. On peut les catégoriser de deux façons: selon qu'ils sont stables ou non et selon qu'on les trouve directement dans la

nature ou non. Lorsqu'on a observé qu'un nuclide a une durée de vie limitée, on le qualifie de **nuclide instable**. Nous verrons à la section 12.3 que la vie d'un noyau instable arrive à son terme quand il subit une *désintégration* au cours de laquelle il produit une *émission radioactive* et se transforme en un noyau différent. Pour cette raison, les nuclides instables sont aussi appelés *nuclides radioactifs*. Leur durée de vie peut se mesurer grâce au concept de demi-vie que nous présenterons à la section 12.4 ; elle est très variable, la plus courte connue étant celle de ${}^{7}_{1}\mathrm{H}$ (demi-vie de $2{,}1 \times 10^{-23}$ *seconde*) et la plus longue connue, celle de ${}^{128}_{52}\mathrm{Te}$ (demi-vie de $2{,}2 \times 10^{24}$ *années*). Les **nuclides stables** sont tout simplement ceux pour lesquels on n'a jamais observé de désintégration spontanée ; il y en a 254. La majorité des noyaux présents dans la nature sont stables.

Les éléments qui possèdent au moins un nuclide qu'on trouve directement dans la nature sont appelés **éléments naturels**. On a longtemps considéré que les éléments naturels sont ceux dont les numéros atomiques vont de $Z = 1$ (hydrogène) à $Z = 92$ (uranium), à l'exception du technétium ($Z = 43$) et du prométhium ($Z = 61$). Les autres nuclides connus, dont le numéro atomique va jusqu'à $Z = 118$, ont tous été produits artificiellement. Néanmoins, on sait aujourd'hui qu'au moins un nuclide de *tous* les éléments jusqu'à $Z = 98$ apparaît dans la nature, au moins sous forme de traces. Par exemple, certains de ces nuclides sont des produits naturels de désintégration ou de fission spontanée, comme le prométhium, dont on estime la quantité totale dans la croûte terrestre à quelque 0,5 kg.

Notons que certains des éléments naturels sont présents abondamment dans la nature même si tous leurs isotopes sont instables. Un cas notable est l'uranium, qui constitue le 48^{e} élément le plus abondant sur Terre bien qu'il n'ait aucun isotope stable. Pour que cela soit possible, il suffit que la durée de vie des isotopes en question soit extrêmement longue. Par exemple, ${}^{238}\mathrm{U}$ a une demi-vie de 4,47 milliards d'années, le tiers de l'âge de l'Univers.

La masse atomique et la masse des noyaux

De façon *approximative*, on peut dire que la masse des atomes est presque un multiple entier de la masse de l'atome d'hydrogène. En effet, la masse de l'électron est très petite par rapport à celle du proton et la masse du neutron est pratiquement égale à celle du proton. Le nombre de masse A est donc pratiquement égal à la masse d'un atome exprimée sous la forme d'un multiple de la masse du proton. De façon *précise*, il est toutefois impossible de calculer la masse d'un atome en additionnant celle de N neutrons à celles de Z protons et électrons. Par un effet relativiste, la masse d'un noyau est *toujours* inférieure à celle de ses A constituants séparés (voir la section suivante).

Unité de masse atomique

La mesure précise de la masse d'un isotope s'exprime mal en kilogrammes ; on utilise plutôt l'**unité de masse atomique** (u), qui est plus commode. Par définition, la masse de l'atome neutre de l'isotope ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ du carbone est égale *exactement* à 12 u. On choisit l'atome neutre parce que sa masse est plus facile à mesurer et qu'il est simple de tenir compte des contributions des électrons. Donc,

$$1\ \mathrm{u} = 1{,}660\,54 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

En utilisant la relation masse-énergie $E = mc^2$ (voir l'exemple 12.2*b*), on peut aussi exprimer l'unité de masse atomique comme le rapport d'une énergie et du facteur c^2 :

$$1\ \mathrm{u} = 931{,}5\ \mathrm{MeV}/c^2$$

Cette identité est très utile en physique nucléaire. En effet, lorsqu'on calcule une énergie à partir de la relation masse-énergie $E = mc^2$, on peut obtenir

directement le résultat en mégaélectronvolts en indiquant la masse en unités de masse atomique et en multipliant par c^2 exprimé sous la forme

$$c^2 = 931{,}5 \text{ MeV/u}$$

Exemple 12.2

(a) Trouver la valeur de l'unité de masse atomique à partir du nombre d'Avogadro. (b) Exprimer l'unité de masse atomique en fonction de son équivalent en énergie. (c) Vérifier que les dimensions correspondent dans l'expression $c^2 = 931{,}5$ MeV/u.

Solution

(a) Par définition, chaque atome de ${}^{12}_{6}\text{C}$ a une masse de 12 u. Une mole de ${}^{12}_{6}\text{C}$ a une masse de 12 g et contient un nombre d'atomes égal au nombre d'Avogadro N_A. Par conséquent, 12 g correspondent à $(12N_A)$ u, ce qui signifie que

$$1 \text{ u} = \frac{1 \text{ g}}{N_A} = \frac{0{,}001 \text{ kg}}{6{,}022\,136 \times 10^{23}} = 1{,}660\,54 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

On remarque que le résultat est très proche de la masse d'un proton libre, $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg, mais n'y correspond pas parfaitement. ■

(b) D'après l'équation $E = mc^2$, l'énergie équivalente à 1 u est

$$E = (1{,}660\,54 \times 10^{-27} \text{ kg})(2{,}9979 \times 10^{8} \text{ m/s})^2 = 1{,}4924 \times 10^{-10} \text{ J} = 931{,}5 \text{ MeV}$$

Ainsi, 1 u = 931,5 MeV/c^2.

(c) On demande de vérifier que le rapport d'une énergie et d'une masse donne bel et bien une vitesse au carré. Cela ressort de façon évidente dans l'équation classique de l'énergie cinétique, $K = \frac{1}{2}mv^2$, où K/m a effectivement des unités de vitesse au carré. On peut le montrer de façon formelle en exprimant que l'énergie a des dimensions de ML^2T^{-2}. En divisant par une masse, on obtient des dimensions de L^2T^{-2}, c'est-à-dire $(L/T)^2$, tel qu'attendu.

Les masses du proton, du neutron et de l'électron sont respectivement

$$m_p = 1{,}672\,64 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1{,}007\,276 \text{ u} = 938{,}28 \text{ MeV}/c^2$$
$$m_n = 1{,}6750 \times 10^{-27} \text{ kg} = 1{,}008\,665 \text{ u} = 939{,}57 \text{ MeV}/c^2$$
$$m_e = 9{,}109 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0{,}000\,549 \text{ u} = 0{,}511 \text{ MeV}/c^2$$

Différence entre masses atomiques et masses d'isotopes donnés

Les **masses atomiques** qui apparaissent dans le tableau périodique (voir l'annexe D) ne correspondent pas à la masse d'un atome d'un isotope en particulier. Ce sont plutôt des moyennes pondérées qui tiennent compte de la *proportion des noyaux* de chaque isotope qu'on identifie dans un échantillon de provenance naturelle. Par exemple, le Cl a deux isotopes de masses 34,968 852 u et 36,965 902 u, dont les abondances naturelles sont respectivement 75,77 % et 24,23 % (voir l'annexe E). La masse atomique indiquée est donc 34,968 852(0,7577) + 36,965 902(0,2423) = 35,4527 u. Les autres isotopes du Cl n'apparaissant pas dans la nature, ils ne font pas partie de cette moyenne.

Lors d'un calcul donné, on doit déterminer s'il faut recourir à la masse atomique (tirée du tableau périodique) ou à la masse d'un isotope donné (tirée de l'annexe E). Les masses qui apparaissent à l'annexe E conviennent aux calculs qui concernent un isotope isolé, alors que celles qui apparaissent au tableau périodique conviennent aux calculs qui concernent un échantillon contenant un mélange de tous les isotopes naturels.

À l'annexe E, on vérifie encore une fois que la valeur numérique du nombre de masse A d'un isotope correspond approximativement à la masse atomique d'un isotope, exprimée en unités de masse atomique. Par exemple, l'uranium 235 a une masse de 235,043 924 u, alors que l'uranium 238 a une masse de 238,050 785 u.

Exemple 12.3

Dans un laboratoire de chimie, un étudiant manipule un échantillon de 30 g de KCl. En utilisant les données des annexes D et E, déterminer combien de noyaux radioactifs contient cet échantillon.

Solution

L'annexe E répertorie deux isotopes du chlore (Cl) et trois isotopes du potassium (K). Le seul de ces cinq isotopes qui est radioactif (instable) est le ^{40}K, qui représente 0,0117 % du potassium existant à l'état naturel. Notez que cette abondance est calculée selon le *nombre* de noyaux et non selon la masse.

Comme rien n'indique que l'échantillon ait été manipulé pour augmenter la proportion d'un isotope par rapport à un autre, les proportions correspondent donc aux abondances naturelles. La masse molaire du KCl à utiliser dans nos calculs doit donc être obtenue avec les masses moyennes indiquées au tableau périodique (annexe D). ■

Cette masse molaire étant

$$M = 39{,}10\ \text{g/mol} + 35{,}45\ \text{g/mol} = 74{,}55\ \text{g/mol}$$

le nombre de moles contenues dans l'échantillon est

$$n = m/M = (30\ \text{g})/(74{,}55\ \text{g/mol}) = 0{,}402\ \text{mol}$$

Chaque mole comportant N_A molécules, où N_A est le nombre d'Avogadro, l'échantillon contient

$$0{,}402(6{,}022 \times 10^{23}) = 2{,}423 \times 10^{23}\ \text{molécules}$$

Le nombre total d'atomes de potassium est le même puisque chaque molécule en compte un seul. Toutefois, seuls les atomes de ^{40}K, soit 0,0117 % d'entre eux, ont un noyau radioactif. Le nombre de noyaux radioactifs dans l'échantillon est donc

$$N = 0{,}000117(2{,}423 \times 10^{23}) = 2{,}835 \times 10^{19}$$

La taille du noyau atomique

Pour expliquer la diffusion des particules α par une cible d'or, Rutherford excluait que ces dernières puissent toucher le noyau, ce qui impliquait que ce dernier avait un rayon inférieur à 3×10^{-14} m (voir l'exemple 9.12). En projetant des particules α d'énergie de plus en plus grande, il finit par observer une diminution du nombre de particules diffusées. Interprétant que les particules avaient alors touché le noyau, il conclut que ce dernier devait avoir un rayon supérieur à $0{,}8 \times 10^{-14}$ m.

D'autres expériences ont été réalisées depuis en faisant diffuser des protons, des neutrons et des électrons. Ces expériences n'ont jamais contredit l'idée d'un noyau et ont permis de préciser la représentation que nous nous en faisons. Les électrons conviennent particulièrement bien à de telles expériences puisque la force nucléaire (voir la section suivante) n'a pas d'effet sur eux. Si leur énergie est supérieure à 200 MeV, leur longueur d'onde de Broglie (voir le chapitre 10) est inférieure à la taille d'un noyau et ils peuvent donc permettre de déceler les détails de la distribution de charges. Les résultats obtenus lors de telles expériences peuvent s'expliquer si l'on considère de nombreux noyaux comme étant à peu près sphériques et qu'il existe entre leur rayon R et le nombre de masse la relation approximative suivante :

Rayon d'un noyau

$$R \approx (1{,}2\ \text{fm})A^{1/3} \qquad (12.1)$$

où 1 fermi (ou femtomètre) = 1 fm = 10^{-15} m. Dans les exercices, nous prendrons cette équation comme si elle était exacte.

Comme le volume V d'une sphère est proportionnel à R^3, on voit d'après l'équation 12.1 que $V \propto A$, le nombre de nucléons. Il semble donc que les nucléons restent groupés ensemble comme les molécules dans une goutte de liquide. À la prochaine section, nous reviendrons sur cette représentation où le noyau est vu comme une goutte.

Exemple 12.4

Quelle est la masse volumique d'un noyau type, par exemple $^{16}_{8}\mathrm{O}$?

Solution

Le volume du noyau, que l'on assimile à une sphère, sera

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{3}(1{,}2A^{1/3} \times 10^{-15})^3$$

Puisque $A = 16$, on obtient

$$V = 1{,}16 \times 10^{-43}\ \mathrm{m}^3$$

La masse d'un noyau d'oxygène 16 est celle de l'atome d'oxygène 16 (15,994 915 u selon l'annexe E) moins celle de ses huit électrons. On peut donc estimer la masse du noyau à 16 u. La masse volumique est

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{(16\ \mathrm{u})(1{,}660\ 54 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg/u})}{(1{,}16 \times 10^{-43}\ \mathrm{m}^3)} = 2{,}29 \times 10^{17}\ \mathrm{kg/m}^3$$

Cette valeur est plus de 10^{14} fois supérieure à la masse volumique de l'eau ! Comme $m \propto A$ et $V \propto A$, la masse volumique $\rho = m/V$ ne dépend pas de A ; elle est à peu près la même pour tous les noyaux. De telles valeurs de masse volumique sont attribuées aux étoiles à neutrons. ■

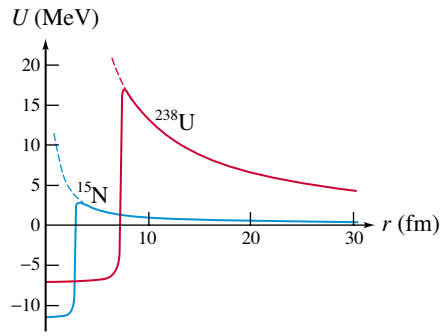
12.2 LA FORCE NUCLÉAIRE, L'ÉNERGIE DE LIAISON ET LA STABILITÉ DU NOYAU

Qu'un noyau soit stable ou instable, ses nucléons restent groupés. Physiquement, on doit donc admettre qu'ils forment un état lié, c'est-à-dire qu'ils demeurent captifs les uns des autres. Comme les protons sont soumis à une forte répulsion électrique, surtout à une si petite distance les uns des autres, il faut concevoir qu'ils sont aussi soumis à une force attractive, encore plus grande. Cette **force nucléaire** doit assurer la cohésion du noyau, que ce soit seulement pour une courte période de temps (noyau radioactif) ou de façon perpétuelle (noyau stable).

En 1934, le physicien japonais Hideki Yukawa (figure 12.2) formula une théorie expliquant l'origine de la force nucléaire. Dans le cadre de cette théorie, cette force est une interaction qui fait intervenir les nucléons deux par deux. Contrairement à la répulsion électrique, qui a une longue portée, la force nucléaire ne s'étend que jusqu'à 2 fm environ, soit moins que le rayon de la plupart des noyaux. Chaque nucléon ne peut donc interagir qu'avec ses plus proches voisins dans le noyau. La force nucléaire a la caractéristique importante d'être essentiellement la même pour tous les nucléons, quelle que soit leur charge. Elle agit donc aussi sur les neutrons, bien que ceux-ci ne subissent pas de répulsion électrique.

Si l'on approche des nucléons les uns des autres jusqu'à les joindre pour former un noyau, leur énergie potentielle commence par croître, en raison de la répulsion électrique entre les protons, puis diminue brusquement quand la distance entre les nucléons décroît en deçà de la portée de la force nucléaire. La figure 12.3 illustre l'énergie potentielle d'un proton qui s'approche de deux noyaux différents. Quand le proton s'approche suffisamment, il tombe dans le puits de potentiel associé à la force nucléaire attractive, se lie au noyau et libère de l'énergie un peu comme le ferait une bille qui s'écrase au fond d'un trou. En vertu de l'équivalence masse-énergie (voir la section 8.14), cette diminution d'énergie potentielle se traduit par une diminution de masse. Qu'il soit stable ou instable, le noyau a donc *toujours* une masse inférieure à la somme des masses de ses nucléons isolés. La différence est une quantité Δm, qu'on nomme **défaut de masse**. Si on veut séparer complètement les nucléons

▲ Figure 12.2
Hideki Yukawa (1907-1981).



▲ Figure 12.3
Énergie potentielle d'un proton à la distance r du centre d'un noyau de $^{15}\mathrm{N}$ et d'un noyau de $^{238}\mathrm{U}$. Les pointillés représentent la contribution coulombienne seule.

d'un noyau, il faut fournir au noyau une quantité minimale d'énergie, appelée **énergie de liaison** (E_ℓ). Il s'agit tout simplement de l'équivalent en énergie du défaut de masse ; par la relation masse-énergie (équation 8.21), on peut écrire

Énergie de liaison

$$E_\ell = \Delta m\, c^2 \qquad (12.2a)$$

L'énergie de liaison d'un nuclide ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ comprenant Z protons et N neutrons vaut donc

$$E_\ell = [(Zm_\mathrm{p} + Nm_\mathrm{n}) - m_{\text{noyau X}}]c^2 \qquad \text{(i)}$$

où $m_{\text{noyau X}}$ est la masse du noyau en question.

Les tableaux de masses comme celui qui se trouve à l'annexe E ne donnent pas la masse du noyau mais celle de l'*atome neutre*, c'est-à-dire la masse du noyau plus celle des Z électrons. Si on dénote par m_X la masse de l'atome neutre, l'équation (i) devient

$$E_\ell = [(Zm_\mathrm{p} + Nm_\mathrm{n}) - (m_\mathrm{X} - Zm_\mathrm{e})]c^2 \qquad \text{(ii)}$$

Pour raccourcir les calculs, on peut simplifier l'équation (ii). En effet, l'hydrogène ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ n'ayant pas de défaut de masse (son noyau possède un seul nucléon), la masse de l'atome neutre de ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ est $m_\mathrm{H} = m_\mathrm{p} + m_\mathrm{e}$. En regroupant les termes en m_p et en m_e dans l'équation (ii), on obtient

Énergie de liaison

$$E_\ell = (Zm_\mathrm{H} + Nm_\mathrm{n} - m_\mathrm{X})c^2 \qquad (12.2b)$$

Dans cette expression, les masses des électrons dans Zm_H et m_X s'annulent mutuellement.

Exemple 12.5

(a) Quelle est l'énergie de liaison moyenne par nucléon de l'atome ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$? (b) Calculer l'énergie de liaison moyenne par nucléon pour ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$.

Solution

(a) La masse de l'atome neutre d'hélium vaut 4,002 604 u. On a donc

$$\begin{aligned}\Delta m &= 2m_\mathrm{H} + 2m_\mathrm{n} - m_\mathrm{He}\\ &= (2 \times 1{,}007\,825) + (2 \times 1{,}008\,665) - 4{,}002\,604\\ &= 0{,}030\,376 \text{ u}\end{aligned}$$

Puisque 1 u = 931,5 MeV/c^2, l'énergie de liaison est

$$E_\ell = \Delta m c^2 = 28{,}3 \text{ MeV}$$

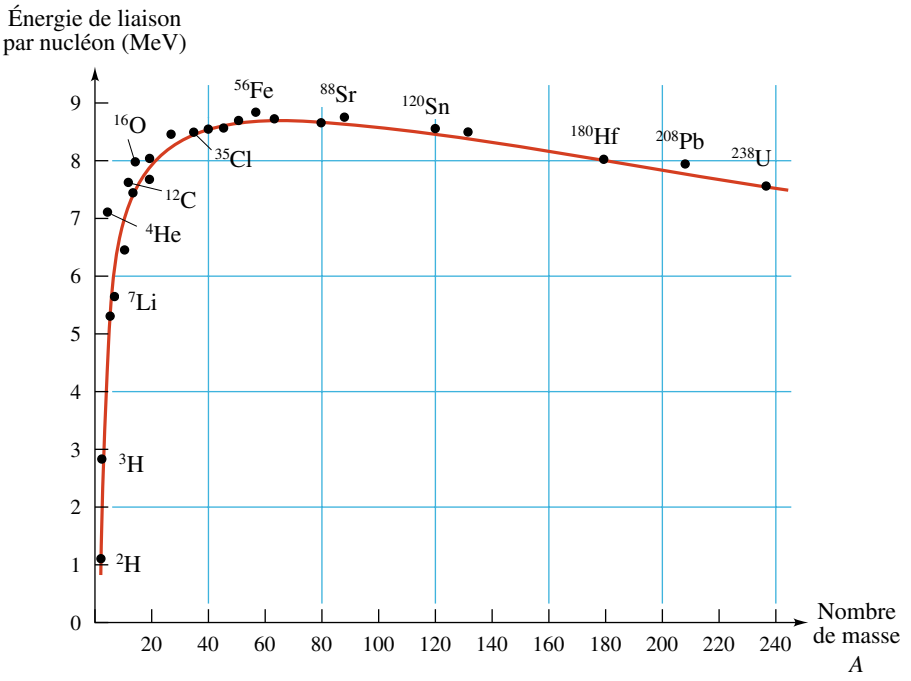
L'énergie de liaison moyenne par nucléon est donc E_ℓ/A = 28,3 MeV/4 = 7,1 MeV.

(b) On a

$$\begin{aligned}E_\ell &= [(6 \times 1{,}007\,825 \text{ u}) + (6 \times 1{,}008\,665 \text{ u}) - 12 \text{ u})]\\ &\quad \times (931{,}5 \text{ MeV/u})\\ &= 92{,}163 \text{ MeV}\end{aligned}$$

Ainsi, E_ℓ/A = 7,68 MeV.

Comme l'a illustré l'exemple précédent, il est commode, afin de comparer les énergies de liaison de différents noyaux, de calculer l'*énergie de liaison moyenne par nucléon*, qu'on obtient simplement en divisant l'énergie de liaison E_ℓ par le nombre de masse A du noyau. La figure 12.4 représente la courbe donnant cette énergie moyenne pour l'ensemble des noyaux. La courbe atteint un maximum de 8,75 MeV environ au voisinage du fer ${}^{56}_{26}\mathrm{Fe}$, puis décroît progressivement jusqu'à 7,6 MeV pour l'uranium ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$.



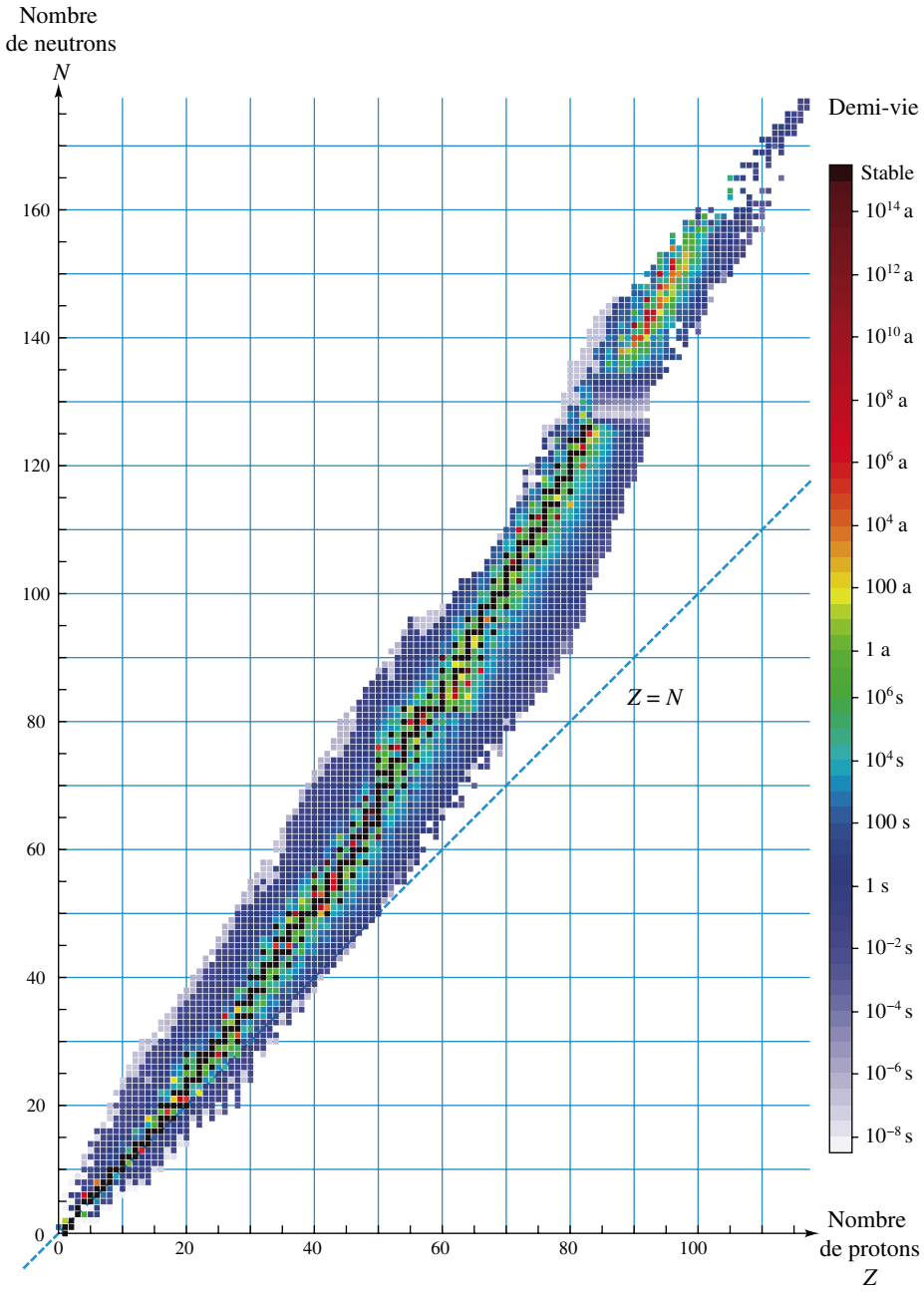
◀ Figure 12.4

L'énergie de liaison moyenne par nucléon en fonction du nombre de masse A. On remarque que les éléments $^{4}_{2}$He, $^{12}_{6}$C et $^{16}_{8}$O sont particulièrement liés, comparativement à leurs voisins immédiats. La valeur maximale correspond à $^{56}_{26}$Fe, ce qui fait de ce dernier le noyau le plus stable d'entre tous.

Cette courbe indique aussi que le fer est le plus lié de tous les noyaux atomiques. Cela nous donne de précieux indices sur la façon dont on pourrait tenter de transformer les noyaux pour en retirer de l'énergie. L'ajout de nucléons à un noyau plus petit que le fer de même que l'élimination de nucléons d'un noyau plus gros que le fer devraient donner un noyau plus lié que le noyau de départ et devraient donc, en principe, libérer de l'énergie. Plusieurs processus correspondant à ces deux idées sont présents dans la nature, et il en sera question dans les sections ultérieures.

La figure 12.4 montre aussi que l'hélium 4 a une énergie de liaison par nucléon particulièrement supérieure à celle de ses voisins immédiats. Nous verrons à la section suivante que cette grande stabilité explique que des particules α (identiques à un noyau d'hélium 4) puissent être émises par tant de noyaux radioactifs.

Il n'existe pas de lien simple entre l'énergie de liaison des nucléons et la stabilité des noyaux. En particulier, les 254 nuclides stables ont nécessairement une énergie de liaison par nucléon inférieure à celle du fer, mais ils ne se transforment pas spontanément en fer pour autant. Bien que l'identification des causes de leur stabilité soit un problème complexe qui nécessite la modélisation de la structure du noyau, une partie de sa solution tient au nombre de neutrons que possède un noyau. La figure 12.5 représente la valeur de N et celle de Z pour la majorité des nuclides connus. Les noyaux stables sont indiqués en noir, les noyaux instables, en couleurs. Pour les nombres de masse allant environ jusqu'à $A = 40$, on voit que $N \approx Z$. Pour les valeurs plus grandes de Z, la force nucléaire (de faible portée) ne parvient pas à maintenir la cohésion du noyau face à la répulsion électrique des protons (de longue portée), à moins que le nombre de neutrons soit supérieur au nombre de protons : la « courbe » reliant les points noirs, appelée **vallée de stabilité**, est incurvée vers le haut. Pour le plus gros nuclide stable connu, $^{208}_{82}$Pb, l'*excédent de neutrons* est aussi le plus élevé : $N - Z = 44$. Il n'existe pas de nuclide stable pour $Z > 82$. Les couleurs utilisées pour distinguer les nuclides instables entre eux indiquent leur demi-vie, un concept sur lequel nous reviendrons à la section 12.4.



▶ Figure 12.5

Nombre de neutrons N en fonction du numéro atomique Z pour les nuclides stables, en noir, et instables, en couleurs. La majorité des nuclides connus sont représentés, y compris ceux, produits en laboratoire, qui n'existent pas dans la nature. Plus A croît et plus les noyaux stables contiennent une grande proportion de neutrons. Le code de couleurs indique la demi-vie (voir la section 12.4) des nuclides instables.

Quelques modèles de la structure nucléaire

La forme relativement horizontale de la majorité de la courbe illustrée à la figure 12.4 nous permet de mieux nous représenter la façon dont les nucléons interagissent entre eux au sein d'un noyau donné : en effet, si chacun des A nucléons d'un noyau devait interagir avec la totalité des $(A - 1)$ nucléons restants, il y aurait $A(A - 1)/2$ interactions distinctes de nucléons deux à deux. L'énergie de liaison augmenterait à peu près selon A^2 et le rapport E_ℓ/A serait proportionnel à A. Toutefois, on voit à la figure 12.4 que l'énergie de liaison par nucléon, bien qu'elle soit effectivement environ proportionnelle à A pour les plus petits noyaux, reste ensuite pratiquement constante au-dessus de $A = 30$. Cela s'explique si l'on admet que chaque nucléon ne peut interagir qu'avec ses

voisins les plus proches, une explication qui concorde avec la faible portée de l'interaction nucléaire dans la théorie de Yukawa.

Ce comportement ressemble à plusieurs égards à celui des molécules dans une goutte d'eau, lesquelles n'interagissent aussi qu'avec leurs proches voisines. Cette analogie a inspiré la première représentation de la structure du noyau, le *modèle de la goutte de liquide*, formulé initialement par Bohr en 1936. À partir d'interactions deux à deux, le modèle de la goutte de liquide permet de prédire que les noyaux ont une forme sphérique et une densité uniforme. Ce modèle permet aussi de prédire E_ℓ, selon une équation mise au point par Carl von Weizsäcker (1912-2007). Cette équation dépasse le cadre de cet ouvrage, mais on peut en faire une description qualitative. Elle comporte cinq termes. Le premier est proportionnel à A et représente l'énergie qui serait obtenue si chaque nucléon interagissait avec le même nombre de voisins immédiats. Le second terme est soustractif et tient compte du fait que les nucléons à la surface du noyau ont moins de voisins. Le troisième terme soustrait l'énergie potentielle due à la répulsion entre les protons et dépend donc de Z. Les deux derniers termes soustraient les effets du principe d'exclusion de Pauli : deux protons ou deux neutrons ne pouvant occuper le même état quantique dans le noyau, certains nucléons sont forcés d'occuper un niveau plus énergétique, ce qui diminue la stabilité du noyau. Grâce à cette équation, le modèle de la goutte de liquide prédit approximativement l'énergie de liaison des différents noyaux et le fait que la courbe de la figure 12.4 atteint un léger maximum vers $A = 60$.

Modèle de la goutte de liquide

Le modèle de la goutte de liquide explique bien les propriétés qui varient de façon assez continue d'un noyau à l'autre, mais n'explique pas que certains noyaux ont une stabilité très importante comparativement à celles de leurs voisins immédiats, comme c'est notamment le cas pour $^4_2$He. Le *modèle en couches* rend mieux compte de cet aspect. Dans ce modèle, proposé en 1932 par Dmitri Ivanenko (1904-1994) et approfondi en 1949 grâce aux travaux de plusieurs physiciens, les nucléons ont des niveaux d'énergie regroupés en couches. Ce modèle se fonde sur le principe d'exclusion de Pauli et tient compte du fait que les nucléons possèdent un spin. Cette représentation est analogue à celle appliquée aux électrons dans un atome (voir le chapitre 11), sauf que les couches des protons et des neutrons sont indépendantes. Quand on remplit les couches successives, les nombres totaux de nucléons obtenus sont de 2, 8, 20, 28, 50, 82 et 126, et sont qualifiés de *nombres magiques*. Ce nom, sans doute peu judicieux, indique qu'un noyau qui comporte un nombre magique de protons ou de neutrons a une stabilité élevée comparativement à ses voisins. C'est le cas de $^4_2$He et de $^{16}_8$O, qui sont « doublement magiques » : tant leur nombre de protons que leur nombre de neutrons correspondent à un nombre magique et, de ce fait, leur stabilité est remarquable.

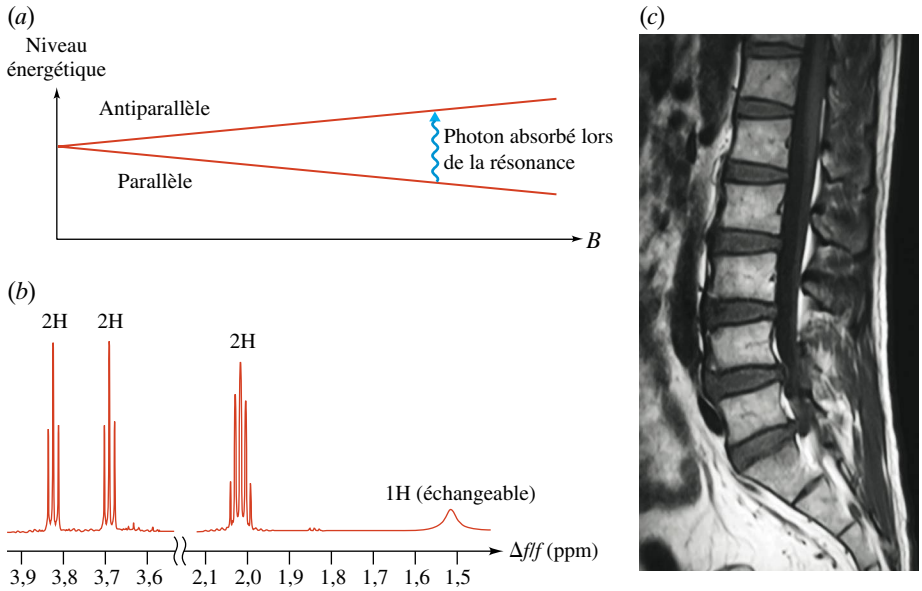
Modèle en couches

La présence du spin nucléaire rend possible la technique de la résonance magnétique nucléaire (RMN), dont il a déjà été question au chapitre 9 du tome 2, utilisée en spectroscopie biochimique et en imagerie médicale. Quand on place l'échantillon ou le patient dans un champ magnétique uniforme, le spin des noyaux d'hydrogène (protons) qu'il contient s'aligne de façon parallèle ou antiparallèle au champ magnétique extérieur. La différence d'énergie entre ces deux orientations est proportionnelle au champ magnétique (figure 12.6*a*). L'absorption d'un photon permet au spin d'un noyau de passer de l'orientation la moins énergétique à l'orientation inverse : c'est la *résonance nucléaire* (figure 12.6*a*). Le noyau revient peu après à son orientation initiale en émettant un photon.

Tout l'intérêt de la RMN est que le champ magnétique dans lequel baigne un noyau est perturbé de façon infime par celui que produisent les électrons et les autres noyaux d'hydrogène situés dans son environnement immédiat. Le champ magnétique étant modifié, la figure 12.6*a* montre que la *fréquence de résonance*, c'est-à-dire la fréquence du photon absorbé et réémis, est elle aussi modifiée. Les changements relatifs de fréquence sont très faibles ($\Delta f/f \approx 10^{-6}$), mais demeurent facilement mesurables. L'environnement immédiat du noyau modifie aussi le temps de relaxation, c'est-à-dire le délai requis pour que les spins des noyaux reviennent à leur orientation initiale.

La spectroscopie RMN est fondée sur la mesure de la fréquence de résonance. Par exemple, dans une molécule, les noyaux d'atomes d'hydrogène des groupements OH, NH, CH et autres résonnent tous à des fréquences légèrement différentes, selon que l'atome voisin de l'hydrogène en éloigne ou non les électrons. Le spectre de résonance d'une molécule inconnue permet donc de déterminer comment les atomes sont connectés dans la molécule (figure 12.6*b*).

L'imagerie médicale, elle, se fonde plutôt sur la mesure du temps de relaxation. Ce délai diffère sensiblement d'un tissu biologique à un autre. Dans un même tissu, il peut même changer dans le temps en raison d'une maladie. La mesure du temps de relaxation d'un groupe de noyaux d'hydrogène nous indique donc la nature et l'état du tissu biologique où se trouvent les molécules dont ces noyaux font partie. Bien sûr, cette information ne suffit pas : il faut aussi déterminer le lieu de provenance des photons afin de pouvoir reconstruire une image des tissus (figure 12.6*c*). Les techniques qui permettent de déterminer ce lieu seront abordées dans le sujet connexe de la section 12.6, dans lequel il sera aussi question des techniques d'imagerie en médecine nucléaire. ●



▲ Figure 12.6

(*a*) Les niveaux d'énergie associés à un spin nucléaire parallèle et antiparallèle au champ magnétique extérieur *B*. Dans un atome isolé, leur écart est directement proportionnel à *B*. L'absorption d'un photon permet le passage de l'orientation la moins énergétique à l'orientation la plus énergétique. (*b*) Le spectre RMN d'une molécule. Chaque groupe de pics correspond à un noyau d'hydrogène. Le dédoublement des pics permet de déterminer le nombre d'autres noyaux d'hydrogène situés à proximité ; la position horizontale des pics nous renseigne sur la densité d'électrons environnante. (*c*) L'imagerie par RMN permet de visualiser les tissus mous avec beaucoup de détails.

12.3 LA RADIOACTIVITÉ

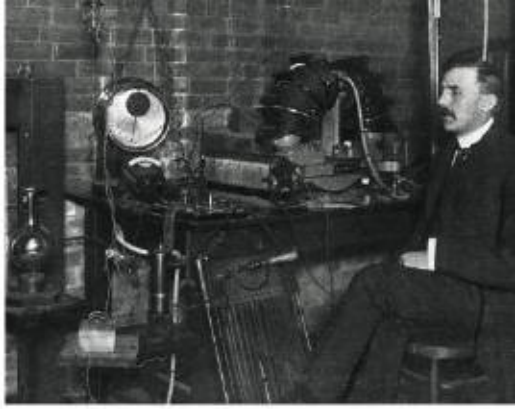
Deux ans après que Becquerel eut découvert la radioactivité, Rutherford accepta un poste de chercheur à l'Université McGill, à Montréal (figure 12.7), où il consacra neuf années à étudier les phénomènes radioactifs. En 1899, il utilisa comme source un mélange d'éléments et étudia la proportion des émissions radioactives qui étaient capables de traverser un obstacle d'aluminium dont il faisait graduellement augmenter l'épaisseur en ajoutant une à une des feuilles d'aluminium de 5 µm d'épaisseur (figure 12.8*a*). Si les émissions radioactives émises par les différents éléments avaient été toutes identiques, chaque épaisseur infinitésimale d'aluminium aurait dû absorber la même proportion de celles qu'elle recevait. La proportion des émissions radioactives capables de traverser aurait donc dû être une fonction exponentielle décroissante de l'épaisseur totale d'aluminium.

Au lieu de cela, Rutherford mesura que cette proportion commençait par décroître *très vite*, puis, au-delà d'une certaine épaisseur, *beaucoup plus lentement* (figure 12.8*b*). Comme le montre la figure 12.8*c*, ces résultats exigeaient que l'on conçoive qu'il y avait plusieurs types d'émissions radioactives, certaines étant plus pénétrantes que d'autres. Rutherford entreprit alors de les classer et montra qu'elles différaient non seulement par leur pouvoir de pénétration, mais aussi par leur charge électrique et par leur masse.

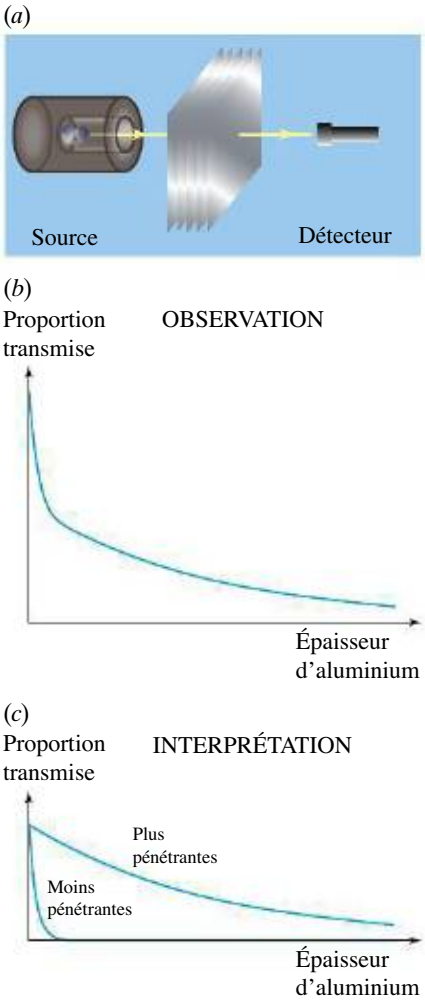
Les **particules α** sont positivement chargées et sont majoritairement arrêtées par une simple feuille de papier ou par une couche d'air de quelques centimètres. En 1908, Rutherford et Thomas Royds (1884-1955) identifièrent les particules α comme étant des atomes d'hélium doublement ionisés. À cette époque, ils visualisaient un atome de Thomson dépourvu de ses deux électrons mais, dans le modèle d'aujourd'hui, une particule α est un noyau d'hélium 4, ^4_2He (remarquez la notation*). Les **particules β**, elles, sont négativement chargées et peuvent parcourir plusieurs mètres dans l'air ; après que plusieurs expériences eurent permis de comparer le comportement des particules β à celui des rayons cathodiques, elles furent identifiées par Marie et Pierre Curie en 1900 comme étant des électrons. On observa en 1934 un autre type de radioactivité β faisant intervenir l'émission de particules chargées positivement, qu'on appelle *positons* ou antiélectrons. On distingue donc aujourd'hui la radioactivité β^- et la radioactivité β^+. La plupart des éléments radioactifs émettent soit des particules α, soit des particules β ; quelques-uns seulement émettent les deux.

Toujours en 1900, Paul Villard (1860-1934) observa un autre type d'émission radioactive, les **rayons γ**, capables de parcourir au travers de l'aluminium une distance 200 fois plus grande que les particules β. Les rayons γ furent identifiés par la suite comme étant des photons dont la longueur d'onde dans le vide est plus courte que celle des rayons X. Les neutrons, isolés expérimentalement par James Chadwick en 1932, peuvent traverser plusieurs décimètres de plomb et ne possèdent aucune charge.

Une des expériences cruciales permettant de distinguer les émissions radioactives par leur charge (et d'évaluer leur masse et leur énergie) serait la suivante,

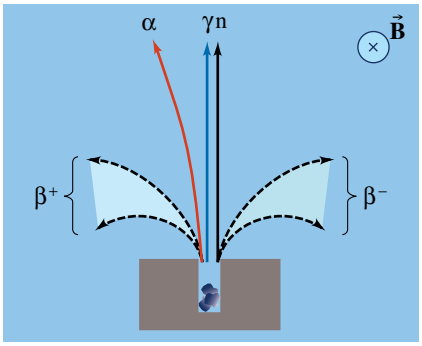


▲ Figure 12.7
Rutherford, à l'Université McGill.



▲ Figure 12.8
(*a*) Une source projette diverses émissions radioactives en direction d'un détecteur. On interpose une à une des feuilles d'aluminium pour étudier la proportion des émissions radioactives capables de traverser. (*b*) Les résultats obtenus par Rutherford montrent une décroissance initialement rapide, suivie d'une décroissance plus lente. (*c*) On interprète ces résultats comme la somme de deux décroissances exponentielles, l'une rapide et l'autre lente. À chacune correspond donc un type d'émissions radioactives différent.

* Comme nous l'avons déjà dit à la section 12.1, l'usage en physique nucléaire veut que le symbole ^4_2He désigne exclusivement le *noyau* de l'atome d'hélium, alors que le symbole habituel, notamment utilisé en chimie, serait $^4_2\text{He}^{++}$.



▲ Figure 12.9

Quatre types d'émissions radioactives. Les particules α sont des noyaux d'hélium, positifs, les particules β^- sont des électrons négatifs, les rayons γ sont des photons de haute énergie et les neutrons ne possèdent aucune charge. La variante β^+ de la radioactivité β, manifestée par moins de nuclides, correspond à l'émission de positons, chargés positivement.

illustrée à la figure 12.9 : imaginons que l'on place quelques échantillons radioactifs (au moins un pour chaque type d'émissions) dans un bloc de plomb et que les émissions soient soumises à un champ magnétique (voir le chapitre 8 du tome 2). On observe alors que les rayons γ et les neutrons ne sont pas déviés, que les particules α ne sont que légèrement déviées, mais que les particules β^+ et β^- sont fortement déviées, dans des sens opposés, en plus de subir un étalement dans l'espace. Si le sens de la déviation révèle le signe de la charge de la particule déviée (voir la section 8.2 ou 8.5 du tome 2), l'ampleur de la déviation est elle aussi importante : la déviation très faible des particules α implique qu'elles doivent être plus massives ou plus rapides, alors que les déviations très fortes des particules β^+ ou β^- implique qu'elles doivent être plus légères ou plus lentes. De plus, leur étalement dans l'espace montre que chacune des particules β est éjectée avec une vitesse différente, donc une énergie cinétique différente, même si elles proviennent de noyaux identiques. À l'inverse, l'énergie des particules α ne prend que des valeurs discrètes.

L'élaboration d'un modèle viable permettant d'expliquer le mécanisme de la radioactivité α constitua une étape importante en physique nucléaire. En 1900, pendant ses travaux à Montréal, Rutherford montra que le thorium ne faisait pas que projeter des émissions radioactives à haute énergie, mais qu'il produisait aussi une autre substance, qu'il appela une « émanation ». Il fit alors une hypothèse révolutionnaire : quand un élément instable projette une émission radioactive, il se transforme en un *autre élément*, l'émanation.

Cette hypothèse commandait la plus grande prudence, car elle semblait trop proche de l'alchimie ; elle était en contradiction avec l'idée que les atomes gardent toujours leur identité, idée sur laquelle s'appuyait la chimie depuis plus d'un siècle. Pour confirmer cette hypothèse, il fallait vérifier que l'émanation n'était pas le fruit d'une réaction chimique, mais bel et bien une transformation d'un atome en un autre. Rutherford s'allia donc l'aide d'un jeune chimiste, Frederick Soddy (1877-1956), avec qui il travailla pendant 18 mois. Ils parvinrent à isoler l'émanation du thorium et à montrer qu'elle correspondait à un élément distinct. En 1902, ils confirmèrent que la radioactivité fait intervenir la désintégration des atomes, c'est-à-dire la « transmutation » d'un élément en un autre.

Une fois traduit dans le modèle atomique d'aujourd'hui, l'explication de Rutherford et Soddy est qu'un noyau X, en subissant une désintégration radioactive α, devient un noyau *résultant* Y, tout en produisant une émission radioactive.

L'explication de Rutherford et Soddy s'applique aussi à la radioactivité β : un noyau X qui se désintègre de cette façon devient un nuclide Y différent. Néanmoins, il ne se produit aucune transmutation dans le cas des rayons γ : le noyau X qui émet un rayon γ ne change pas de nature. On comprend aujourd'hui que les noyaux peuvent avoir, comme les atomes, plusieurs niveaux d'énergie et que les rayons γ sont simplement des photons produits au cours des transitions entre ces divers niveaux d'énergie. Les rayons γ sont en général émis peu après une désintégration α ou β (par le noyau résultant) ou lorsqu'un noyau a été porté à un état excité à la suite d'une collision. On peut mesurer leurs énergies (allant de 1 keV à quelques MeV) par absorption, par diffraction sur des cristaux (jusqu'à 1 MeV) ou d'après l'énergie des électrons par la diffusion Compton. Puisqu'ils ont des énergies discrètes, les rayons γ permettent de déterminer les écarts entre les niveaux d'énergie des noyaux stables.

Nous allons maintenant considérer plus en détail le mécanisme des désintégrations α et β et voir comment prédire la nature du noyau résultant et l'énergie des émissions.

La désintégration alpha

Comme une particule α ($^4_2$He) contient deux protons et deux neutrons, un noyau X qui se désintègre en émettant une telle particule donne lieu à un noyau résultant Y dont la charge est inférieure de 2*e* et dont le nombre de masse est inférieur de quatre unités. Par exemple,

$$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^{4}_{2}\text{He}$$

L'énergie libérée au cours d'une désintégration quelconque est appelée **énergie de désintégration** et est désignée par la lettre Q.

Énergie de désintégration

$$Q = \Delta m c^2 \qquad (12.3)$$

Il ne faut pas confondre cette équation avec l'équation 12.2*a*. Ici, Δm désigne l'écart entre la masse d'un noyau et les produits de sa désintégration, alors que, dans l'équation 12.2*a*, le même symbole désignait le défaut de masse entre un noyau et ses nucléons séparés.

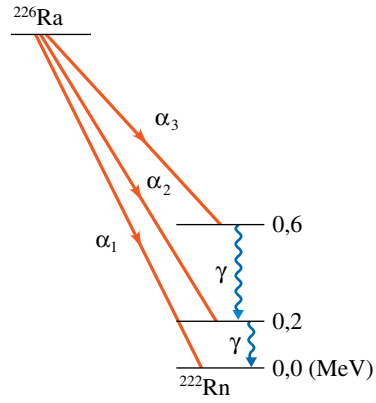
Pour une désintégration α, l'énergie de désintégration est donnée par

Énergie de désintégration pour une désintégration α

(désintégration α) $\qquad Q = (m_X - m_Y - m_{He})c^2$

où X est le noyau de départ et Y, le noyau résultant. Les masses peuvent être celles des noyaux ou celles des *atomes neutres* puisque les masses des électrons s'annulent mutuellement. Pour la désintégration α du radium 226, Q = 4,87 MeV. Cette énergie apparaît sous forme d'énergie cinétique de la particule α (4,78 MeV) et d'énergie cinétique de recul du noyau de radon (0,09 MeV). Comme il n'y a que deux produits à une désintégration α, la conservation de la quantité de mouvement (voir le chapitre 9 du tome 1) implique que ces deux produits se partagent toujours l'énergie Q dans les mêmes proportions.

Les mesures montrant que les particules α sont émises avec des valeurs discrètes d'énergie, elles confirment elles aussi que le noyau doit pouvoir posséder des énergies selon des niveaux discrets, un peu comme un atome. Ainsi, le noyau X peut émettre une particule α et passer à l'état fondamental du noyau Y, ou bien il peut d'abord atteindre un état excité de Y puis tomber à l'état fondamental en émettant un rayon γ. La différence entre les énergies des particules α est précisément égale à l'énergie du rayonnement γ, ce qui atteste la validité de cette explication. Le calcul de Q indiqué plus haut part de l'hypothèse que les deux noyaux sont à l'état fondamental, de sorte que seule une particule α est émise, sans photon γ. Les autres particules α émises par le radium, accompagnées de photons, ont des énergies de 4,6 MeV et de 4,2 MeV (figure 12.10).



▲ **Figure 12.10**

Les énergies des particules alpha sont bien définies et leurs valeurs varient selon que le noyau résultant est à l'état fondamental ou dans un état excité. Des rayons gamma sont émis par un noyau résultant lors de la transition d'un état excité vers un état inférieur.

Il peut paraître étrange qu'un noyau émette une particule α, c'est-à-dire un ensemble de quatre nucléons, plutôt que des neutrons ou des protons. Mais une particule ne peut être émise que si la masse totale des produits est inférieure à celle du noyau de départ. L'émission d'un neutron ou d'un proton est un phénomène très rare (voir la figure 12.13, p. 539) parce que la masse de Y + n ou de Y + p est presque toujours supérieure à la masse du noyau de départ X. La grande énergie de liaison (7,1 MeV par nucléon) du noyau $^4_2$He réduit la somme des masses des produits (Y + α) juste assez pour qu'une désintégration α soit possible (voir la section précédente, où nous avions déjà signalé cette grande énergie de liaison).

Exemple 12.6

Montrer que l'énergie de désintégration α du $^{226}_{88}\text{Ra}$ est de 4,87 MeV. Consulter l'annexe E.

Solution

La réaction de désintégration est

$$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^{4}_{2}\text{He}$$

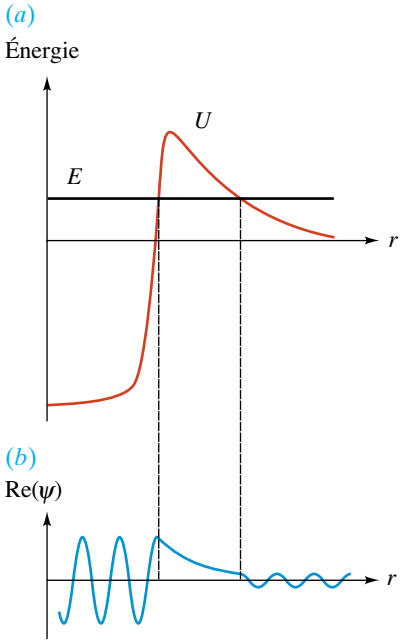
d'où, par l'équation 12.3,

$$\begin{aligned} Q &= \Delta m c^2 \\ &= (226{,}025\,402\ \text{u} - 222{,}017\,570\ \text{u} - 4{,}002\,603\ \text{u}) \\ &\quad \times (931{,}5\ \text{MeV/u}) \\ &= 4{,}87\ \text{MeV} \end{aligned}$$

Ici, nous avons utilisé les masses des atomes neutres et non celles des noyaux, car les masses des électrons s'annulent mutuellement. ■

L'effet tunnel pour les particules α

Au début du siècle, un paradoxe intriguait les physiciens : l'énergie de la particule α émise par un noyau ne semblait pas suffisante pour qu'elle soit en mesure de s'échapper de ce dernier. En effet, on pouvait mesurer l'énergie cinétique de la particule une fois qu'elle avait quitté le noyau. Or, si on avait projeté une particule α vers le noyau avec une énergie identique, elle aurait été *incapable de l'atteindre*.



▲ Figure 12.11

(*a*) La fonction énergie potentielle, en rouge, d'une particule α dans un noyau. Le puits rectangulaire provient de la force nucléaire attractive et de courte portée, alors que la barrière en 1/*r* provient de la répulsion coulombienne. La droite noire montre que l'énergie de la particule α est inférieure à la hauteur de la barrière. (*b*) La fonction d'onde de la particule α montre qu'elle est néanmoins capable de traverser la barrière par effet tunnel.

Pour le comprendre, considérons d'abord le cas où une particule α est incidente sur un noyau avec une énergie suffisante pour l'atteindre. La courbe en rouge à la figure 12.11*a* montre son énergie potentielle en fonction de la distance *r* qui la sépare du centre du noyau, comme à la figure 12.3 (p. 527). Rappelons qu'à l'extérieur du noyau, où *r* est élevé, c'est la forme en 1/*r* qui domine. Cette partie de la courbe d'énergie potentielle a été confirmée par les expériences de diffusion de Rutherford. À l'intérieur du noyau, où *r* est inférieur au rayon du noyau atomique, l'énergie potentielle est nettement inférieure à son niveau quand *r* est très grand. En effet, quand la particule α s'approche suffisamment du noyau pour que la force nucléaire de courte portée puisse agir sur elle, l'énergie potentielle chute brusquement.

Le pic de la fonction énergie potentielle, d'une hauteur de l'ordre de 30 MeV, représente une barrière à franchir. La particule α incidente sur le noyau doit posséder, pour atteindre celui-ci, une énergie au moins égale à la hauteur de la barrière (c'est-à-dire au moins 30 MeV).

Revenons maintenant au cas d'une particule α qui est émise par le noyau. Elle doit franchir la même barrière de 30 MeV qu'une particule incidente, mais en sens inverse. Selon la physique classique, une particule α devrait donc posséder au moins 30 MeV pour quitter un noyau. Si c'était le cas, son énergie cinétique finale, une fois loin du noyau, serait d'au moins 30 MeV. La physique classique est donc incapable d'expliquer toute émission d'une particule α avec une énergie inférieure. C'est pourtant ce qui est mesuré, les particules α étant typiquement émises avec une énergie comprise entre 4 MeV et 9 MeV. La droite horizontale noire sur la figure 12.11*a* représente une telle énergie.

La solution à ce paradoxe a été apportée par la mécanique quantique : on peut représenter le noyau radioactif, avant qu'il se désintègre, comme une particule α captive du puits de potentiel causé par les $(A - 4)$ autres nucléons. Selon la mécanique quantique, la particule α peut franchir la barrière de potentiel par effet tunnel (voir la section 10.6). En somme, elle est représentée par une fonction d'onde (figure 12.11*b*) dont l'amplitude est importante à l'intérieur du noyau et plus faible, mais *non nulle*, à l'extérieur : il y a donc une certaine probabilité que la particule α finisse par être détectée à l'extérieur du noyau, même si son

énergie est classiquement insuffisante. Cette explication, qui fut donnée en 1928, est l'un des premiers succès importants de la mécanique quantique.

Cette théorie permet aussi de répondre à une autre question : la durée de vie des nuclides qui manifestent des désintégrations α. Du point de vue classique, il est inexplicable que l'ensemble des désintégrations ne survienne pas de façon *immédiate*. Du point de vue quantique, toutefois, la probabilité que la particule α quitte le noyau au cours d'une certaine période de temps est très faible, et le moment précis où la désintégration surviendra *ne peut pas du tout être prédit*. Cela correspond d'ailleurs aux observations expérimentales, certains noyaux d'un échantillon se désintégrant immédiatement, alors que les autres, pourtant identiques, survivent beaucoup plus longtemps avant de le faire. Seule la *probabilité* que la désintégration survienne au cours d'un certain intervalle de temps peut être prédite, à partir de la hauteur et de la forme exactes de la barrière de potentiel pour un nuclide donné. Cette probabilité permet de prédire le taux de désintégration d'une façon qui correspond aux mesures expérimentales. Nous reviendrons sur le concept de taux de désintégration à la section 12.4.

La désintégration bêta

La désintégration β fait intervenir l'émission d'électrons (variante β^-) ou de positons (variante β^+). Un **positon** est une particule d'antimatière que nous allons traiter pour l'instant comme un électron positif. Nous reparlerons de l'antimatière au chapitre 13. Puisqu'il n'y a ni électron ni positon à l'intérieur du noyau, on doit admettre que les particules β sont *créées* au moment de leur émission. Lorsqu'un noyau émet une particule β, on mesure que la charge du noyau résultant vaut $(Z + 1)e$ ou $(Z - 1)e$, mais que le nombre de masse ne change pas. Par exemple,

$$^{14}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\mathrm{N} + \mathrm{e}^- + ?$$
$$^{13}_{7}\mathrm{N} \rightarrow {}^{13}_{6}\mathrm{C} + \mathrm{e}^+ + ?$$

Les points d'interrogation signalent une difficulté sur laquelle nous reviendrons dans un instant. Selon l'équation 12.3, les énergies de désintégration β^- et β^+ (voir le problème P6) sont

Énergie de désintégration pour une désintégration β

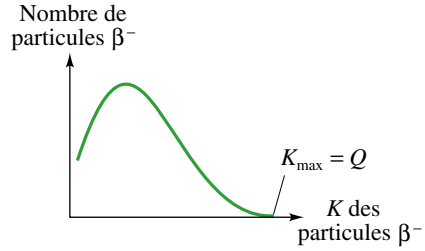
(désintégration β^-) $$Q = (m_X - m_Y)c^2$$

(désintégration β^+) $$Q = (m_X - m_Y - 2m_e)c^2$$

où les masses sont celles des atomes neutres. Par exemple, dans la désintégration β^- du $^{14}_{6}\mathrm{C}$, l'énergie de désintégration est

$$Q = (14{,}003\ 242\ \mathrm{u} - 14{,}003\ 074\ \mathrm{u})(931{,}5\ \mathrm{MeV/u}) = 156\ \mathrm{keV}$$

La difficulté signalée plus haut est la suivante : si la désintégration du $^{14}\mathrm{C}$ n'aboutissait qu'à deux produits, soit $^{14}\mathrm{N}$ et β^-, la conservation de la quantité de mouvement impliquerait que ces deux produits se partagent toujours l'énergie Q dans les mêmes proportions. La particule β devrait donc toujours avoir une énergie voisine de 156 keV. Pourtant, lorsqu'on mesure les énergies des particules β, on obtient la courbe représentée à la figure 12.12. Une petite fraction seulement des particules β ont des énergies proches de l'énergie cinétique maximale (= Q), les autres étant émises avec une énergie inférieure à Q. Cette distribution continue d'énergie donne lieu à l'étalement continu que nous avons déjà signalé à la figure 12.9 (p. 534). Dans les années 1920, faute de mieux, on était donc porté à croire que le principe de conservation de l'énergie ne s'appliquait pas à la désintégration β. Cette explication n'était toutefois pas acceptable : remettre en question un principe aussi fondamental aurait des conséquences sur tous les autres domaines de la physique. En 1930, une explication



▲ Figure 12.12

La distribution d'énergie des particules β^-. Cette distribution continue d'énergie donne lieu à l'étalement continu que nous avons déjà signalé à la figure 12.9 (p. 534).

plus solide fut proposée : Pauli suggéra l'existence d'une particule neutre de masse négligeable qui emporterait l'énergie manquante. Elle interagirait faiblement avec la matière et serait donc presque impossible à détecter. Enrico Fermi (1901-1954) lui donna le nom de **neutrino** (ν) et proposa une théorie de la désintégration β qui expliquait assez bien le spectre d'énergie des émissions β et d'autres aspects. Dans le cadre de cette théorie, Fermi proposa que l'interaction du neutrino fasse intervenir un nouveau type de force appelé **interaction faible**. Son interaction avec la matière ordinaire est si faible qu'un neutrino peut traverser la Terre entière sans une seule interaction. Le neutrino fut détecté en 1956 par Frederick Reines (1918-1998) et Clyde Cowan (1919-1974).

L'explication acceptée aujourd'hui est donc la suivante : au cours d'une désintégration β^-, un neutron du noyau se transforme en un proton, un électron et un antineutrino ($\overline{\nu}$) :

$$n \rightarrow p + e^- + \overline{\nu}$$

Cette transformation explique que le noyau résultant ait le même nombre de nucléons (même nombre de masse A) bien qu'il possède un proton de plus que le noyau initial. Notez aussi que ce processus conserve la charge électrique. La validité de cette explication est renforcée par le fait qu'on observe également ce processus pour les neutrons *libres*.

Quant au point d'interrogation figurant dans l'équation de la désintégration β^+, il ne correspond pas à un antineutrino mais plutôt à un neutrino ν, produit au cours d'un processus assez semblable :

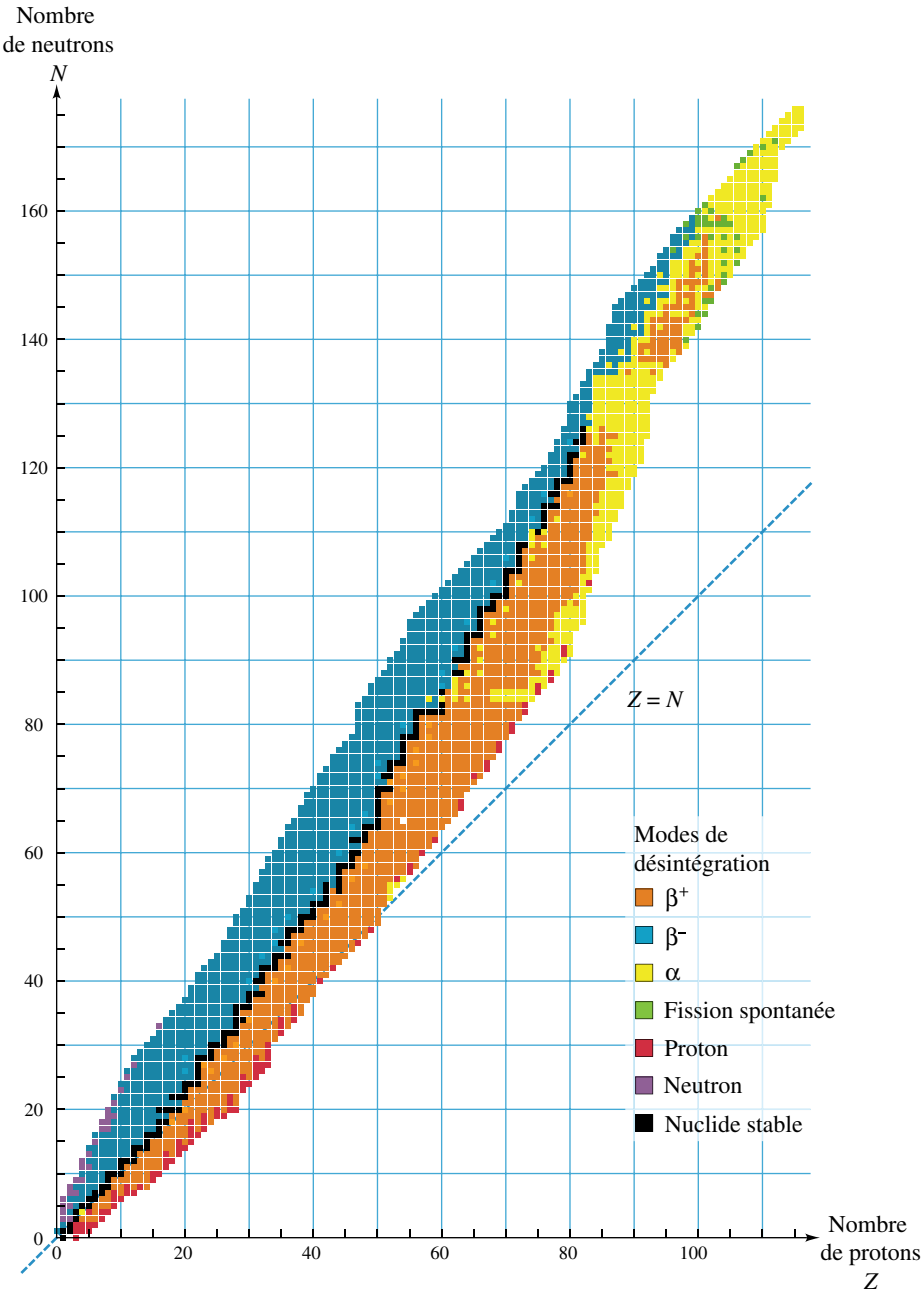
$$p \rightarrow n + e^+ + \nu$$

Vers la vallée de stabilité

Un noyau X est théoriquement instable par rapport à la désintégration α ou β si sa masse est supérieure à la somme des masses des produits Y + α ou Y + β. En effet, en vertu de l'équivalence masse-énergie, une masse plus faible (celle des produits potentiels) représente une énergie plus faible, vers laquelle le système tend. La figure 12.13, où chaque point correspond à un nuclide, montre comment se regroupent les nuclides qui subissent chaque type de désintégration. On voit apparaître une structure évidente : au centre, en noir, se trouve la vallée de stabilité, qui regroupe tous les éléments stables et dont il a déjà été question à la figure 12.5 (p. 530). À gauche de cette vallée se situe la quasi-totalité des éléments qui subissent des désintégrations β^- et, à sa droite, ceux qui subissent des désintégrations β^+. La plupart des désintégrations α se produisent avec les nuclides pour lesquels A est supérieur à 200, dans le coin supérieur droit de la figure.

On comprend maintenant que la zone qui regroupe les éléments stables porte bien son nom : chaque noyau X se désintègre selon un mode qui produit un noyau Y plus proche de la vallée de stabilité. Les nuclides évoluent donc en direction de la vallée de stabilité de façon analogue à des rochers qui dévaleraient les flancs d'une véritable vallée en direction du point le plus bas. Par exemple, une désintégration β^- augmente Z d'une unité et diminue N d'une unité, ce qui signifie que, à la figure 12.13, le noyau résultant Y est situé à la diagonale inférieure droite du noyau X. Cela explique que les noyaux se trouvant à gauche de la vallée de stabilité manifestent ce mode de désintégration, et non ceux situés à droite.

La radioactivité est utilisée abondamment en recherche dans les sciences pures ou appliquées. Par exemple, pour étudier l'usure d'une pièce de moteur en acier,



◀ Figure 12.13

Chaque élément instable manifeste un type de désintégration qui engendre un noyau résultant situé plus près de la *vallée de stabilité*.

on peut y incorporer du fer radioactif qui joue le rôle de *radiotraceur*. On utilise ensuite la pièce normalement, de façon prolongée. À mesure que cette pièce s'use, de la poussière métallique s'en détache et s'accumule dans l'huile du moteur. À la fin de la période d'essai, on détermine la quantité de métal arraché à la pièce en mesurant l'activité radioactive de l'huile. Le radiotraceur porte son nom, car il a permis de déterminer le parcours des particules de métal.

De façon semblable, la recherche biomédicale fait appel aux radiotraceurs. Un exemple historique de grande importance est celui d'une expérience ayant permis de mettre un terme à la controverse opposant les biologistes qui pensaient que le bagage génétique résidait dans l'ADN et ceux qui pensaient, à tort, que les protéines en étaient le siège. En 1952, Alfred Hershey (1908-1997) et Martha Chase (1927-2003) ont résolu la question en utilisant des virus capables d'infecter la bactérie *E. coli*. Ils marquèrent la moitié des virus avec du soufre radioactif ^{35}S, qui s'insère dans les protéines (l'ADN ne contient pas

d'atomes de soufre) et l'autre moitié avec du phosphore radioactif ^{32}P, qui s'insère dans l'ADN (les protéines contiennent rarement des atomes de phosphore, mais l'ADN en contient abondamment). On mesura ensuite que les bactéries infectées par les virus contenant du ^{32}P étaient devenues radioactives, mais pas celles infectées par les virus contenant du ^{35}S. Cela montra que les virus transmettent leur bagage génétique à l'hôte en injectant leur ADN et non leurs protéines. Des techniques semblables ont été utilisées pour étudier de nombreuses biomolécules.

Au début des années 2000, des biochimistes ont même mis au point une technique de traçage qui utilise des isotopes *stables*. Pour déterminer le nombre de molécules de chacune des protéines dans une cellule, il faut différencier les protéines entre elles et les compter, ce que ne permettrait pas de faire une simple mesure de la radioactivité. Pour y arriver, on cultive la moitié des cellules dans un médium nutritif normal et l'autre moitié, dans un médium où un des acides aminés est marqué avec des atomes plus lourds (par exemple, les six atomes ^{12}C de la leucine ont été remplacés par ^{13}C, mais les 19 autres acides aminés ne sont pas modifiés). Après quelques divisions cellulaires, toutes les (nouvelles) protéines des cellules de ce milieu ne contiennent que de la leucine modifiée. On utilise ensuite un spectromètre de masse (voir le chapitre 8 du tome 2) pour différencier toutes les protéines par leur masse. La comparaison du spectre obtenu pour les cellules normales et les cellules où la leucine a été remplacée permet d'identifier chaque protéine par la quantité de leucine qu'elle contient et par sa masse totale. L'intensité du signal dans le spectromètre révèle l'abondance de chaque protéine. Cette technique est régulièrement utilisée aujourd'hui. Elle a servi à des applications aussi diverses que de déterminer quelles protéines une cellule synthétise en quantité avant de se diviser ou quel effet un nouveau médicament a sur l'ensemble des protéines d'une cellule. ●

12.4 LE RYTHME DE DÉSINTÉGRATION RADIOACTIVE

En 1900, Rutherford a mesuré que les « émanations » du thorium ne demeuraient radioactives que quelques minutes. Il conçut donc un modèle qui permet de décrire cette décroissance de la radioactivité. Considérons un échantillon contenant N noyaux d'une espèce radioactive donnée, par exemple $^{220}_{86}$Rn. Il peut contenir d'autres nuclides, radioactifs ou non, mais N désigne seulement le nombre de noyaux $^{220}_{86}$Rn. Lorsqu'un de ces noyaux se désintègre, il est transformé en un autre nuclide, donc N diminue. Dans cette section, nous allons d'abord voir comment prédire la façon dont N diminue avec le temps dans le cas d'un échantillon où N est extrêmement grand. Nous verrons ensuite les fluctuations qui surviennent pour un échantillon où N est petit.

La mécanique quantique modélise la désintégration radioactive comme un phénomène *aléatoire* : chaque désintégration est un événement indépendant et on ne peut pas prévoir à quel moment un noyau instable donné va subir une désintégration. Bien que l'instant où cela se produit ne puisse être prédit, il est clair que chaque noyau identique a une probabilité égale de se désintégrer au cours de la prochaine seconde. Au cours d'un bref intervalle de temps Δt, le nombre *probable* de noyaux qui se désintégreront est donc proportionnel à Δt ainsi qu'au nombre de noyaux qui ne se sont pas encore désintégrés, c'est-à-dire N :

$$\text{nb probable de désintégrations} = \lambda N \Delta t \qquad (12.4a)$$

Dans cette équation, λ est une constante de proportionnalité qu'on appelle **constante de désintégration**. Cette constante se mesure en secondes à la

puissance moins un (s^{-1}) et peut s'interpréter physiquement comme la probabilité par unité de temps que chacun des noyaux se désintègre. Elle est une caractéristique du nuclide observé. L'équation 12.4*a* est valable dans la mesure où Δt est assez petit pour que N ne varie pas dans une proportion sensible au cours de cet intervalle de temps.

Condition de validité de l'équation 12.4*a*

Au cours d'un intervalle Δt, la diminution du nombre de noyaux dans l'échantillon correspond au nombre réel de désintégrations :

$$\Delta N = -(\text{nb réel de désintégrations}) \qquad (12.4b)$$

où le signe négatif reflète le fait que ΔN est une diminution.

Dans un premier temps, nous allons considérer le cas où le nombre probable de désintégrations est *quasi égal* au nombre réel de désintégrations. Nous verrons plus loin que cette condition est habituellement vérifiée dans un échantillon où N est très grand. Les équations 12.4*a* et 12.4*b* donnent alors

$$\Delta N = -\lambda N \Delta t \qquad (12.4c)$$

Dans la limite où Δt tend vers zéro, cette équation devient

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \qquad (12.5)$$

Loi de désintégration radioactive

En écrivant cette équation sous la forme $dN/N = -\lambda\, dt$ et en intégrant, on obtient

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$

d'où

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t$$

Le symbole N_0 désigne le nombre de noyaux que contient l'échantillon à $t = 0$, c'est-à-dire le nombre initial de noyaux. Notez que ce moment « initial » peut être choisi n'importe quand (en effet, il n'y a pas physiquement de « départ » puisque l'échantillon se désintègre toujours). Le nombre de noyaux restants à l'instant quelconque t est donc

Nombre de noyaux à l'instant *t*

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \qquad (12.6)$$

Cette fonction est représentée à la figure 12.14.

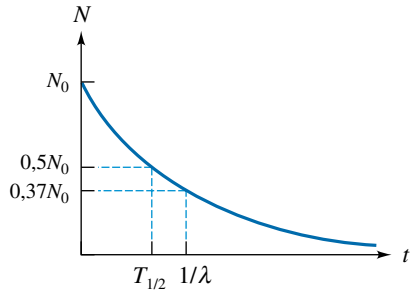
On appelle **demi-vie** le temps $T_{1/2}$ au bout duquel le nombre de noyaux a chuté à 50 % de sa valeur initiale. Ainsi, s'il y a N_0 noyaux à $t = 0$, il en reste $0{,}5N_0$ à $t = T_{1/2}$; en substituant ces données dans l'équation 12.6, on obtient

$$0{,}5N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Cette équation révèle que la demi-vie est reliée à la constante de désintégration : après simplification, elle devient $\lambda T_{1/2} = \ln 2 = 0{,}693$ ou

Demi-vie

$$T_{1/2} = \frac{0{,}693}{\lambda} \qquad (12.7)$$



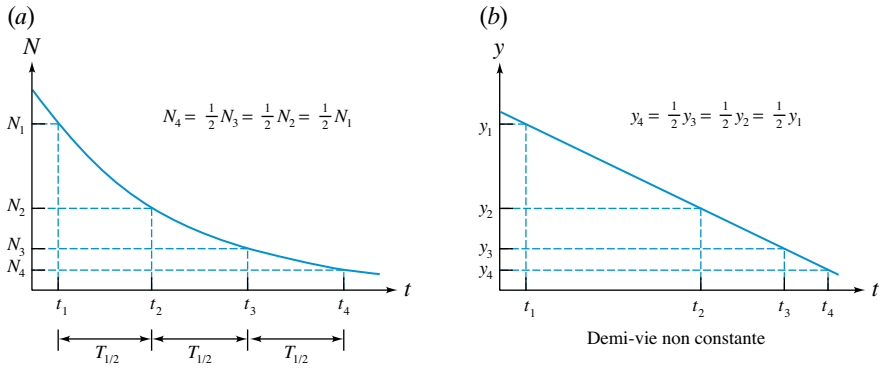
▲ **Figure 12.14**

Le nombre de noyaux radioactifs dans un échantillon en fonction du temps, dans l'hypothèse de fluctuations statistiques négligeables.

On constate que la demi-vie est indépendante de N_0. Cela signifie que l'instant $t = 0$ peut être choisi n'importe quand sans que cela change la demi-vie. Ce comportement est effectivement une particularité de la fonction exponentielle. Ainsi, comme le montre la figure 12.15*a*, il faut la même demi-vie pour que la moitié des noyaux de départ se désintègrent, et ce, *quelle que soit* la valeur de départ. Toute autre fonction décroissante n'a pas cette propriété (figure 12.15*b*).

▶ Figure 12.15

(*a*) Si on choisit un instant quelconque, il restera la moitié moins de noyaux une demi-vie identique plus tard, quel que soit l'instant initial. (*b*) Des fonctions décroissantes qui ne sont pas exponentielles (ici, une droite) ne partagent pas cette propriété. Si la désintégration radioactive suivait une telle loi, la demi-vie dépendrait du choix de l'instant initial.



Nous avons déjà signalé à la section 12.1 que les demi-vies peuvent avoir des valeurs très diverses selon les nuclides, allant de $2{,}1 \times 10^{-23}$ s ($^{7}_{1}\mathrm{H}$) à $2{,}2 \times 10^{24}$ a ($^{128}_{52}\mathrm{Te}$). La demi-vie pour la désintégration du neutron libre est de 10,2 min. La demi-vie de chaque nuclide est illustrée par un code de couleurs à la figure 12.5 (p. 530), mais quelques valeurs exactes sont données à l'annexe E.

Puisque le nombre d'atomes est difficilement mesurable, on mesure souvent plutôt le **taux de désintégration** (nombre de désintégrations par unité de temps). Pour que ce taux soit positif, on le définit comme l'inverse de $\mathrm{d}N/\mathrm{d}t$ qui est négatif :

Définition du taux de désintégration

$$R = -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} \qquad (12.8)$$

En substituant l'équation 12.6, on obtient $R = -(-\lambda N_0 e^{-\lambda t})$, d'où

Taux de désintégration à l'instant *t*

$$R = \lambda N = R_0 e^{-\lambda t} \qquad (12.9)$$

où $R_0 = \lambda N_0$ est le taux de désintégration initial. Le taux de désintégration est caractérisé par la même demi-vie donnée par l'équation 12.7 puisque le terme exponentiel dans l'équation 12.9 est identique à celui de l'équation 12.6. Il s'ensuit que R et N décroissent au même rythme et donc que l'équation $R = \lambda N$ n'est pas uniquement valable à $t = 0$ mais bel et bien *à chaque instant t*. L'unité du taux de désintégration dans le système SI est le becquerel (Bq), mais le curie (Ci) est souvent utilisé dans la pratique :

$$1\ \mathrm{Bq} = 1\ \text{désintégration/s} \qquad 1\ \mathrm{Ci} = 3{,}7 \times 10^{10}\ \mathrm{Bq}$$

Le curie avait été défini à l'origine comme le taux de désintégration du radon à l'équilibre avec 1 g de radium.

Exemple 12.7

Quel est le taux de désintégration initial de 1 g de radium 226 ? Sa demi-vie est de 1599 a et sa masse molaire M est de 226 g/mol.

Solution

Nous devons d'abord trouver le nombre initial d'atomes N_0 dans l'échantillon de masse m. Puisque le nombre de moles est $n = N_0/N_A$, N_A étant le nombre d'Avogadro, la masse de l'échantillon est $m = nM = (N_0/N_A)M$. Par conséquent,

$$N_0 = \frac{mN_A}{M} = \frac{(1\text{ g})(6{,}02 \times 10^{23}\text{ atomes/mol})}{(226\text{ g/mol})} = 2{,}66 \times 10^{21}\text{ atomes}$$

Puisque $T_{1/2} = 1599\text{ a} = 5{,}05 \times 10^{10}$ s, l'équation 12.7 donne $\lambda = 0{,}693/T_{1/2} = 1{,}37 \times 10^{-11}\text{ s}^{-1}$. D'après l'équation 12.9, le taux de désintégration initial est donc

$$R_0 = \lambda N_0 = (1{,}37 \times 10^{-11}\text{ s}^{-1})(2{,}66 \times 10^{21}) = 3{,}64 \times 10^{10}\text{ Bq} = 0{,}98\text{ Ci}$$

Les fluctuations dans les échantillons de petite taille

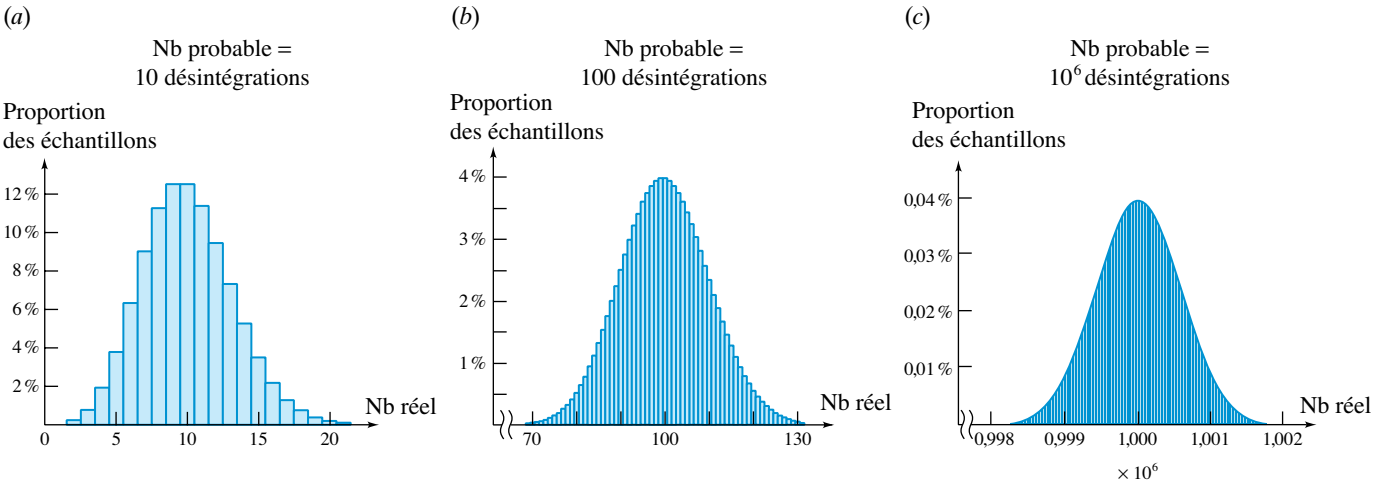
Théoriquement, l'équation 12.9 ne peut se vérifier expérimentalement de façon exacte que si l'on observe un échantillon où le nombre de noyaux N tend vers l'infini. Mais pour un petit échantillon, si on évalue R en mesurant le nombre de désintégrations au cours d'intervalles Δt successifs, les mesures fluctuent par rapport à la courbe de décroissance exponentielle prédite par l'équation 12.9. Ces *fluctuations statistiques* apparaissent en raison du caractère purement probabiliste de l'équation 12.4*a*, selon laquelle $\lambda N \Delta t$ est le nombre probable de désintégrations qui surviendront au cours de l'intervalle Δt.

Pour illustrer cette idée, considérons des milliers d'échantillons identiques comportant chacun 100 000 noyaux pour lesquels $\lambda = 10^{-4}\text{ s}^{-1}$. Si on observe simultanément chaque échantillon pendant $\Delta t = 1$ s, l'équation 12.4*a* prédit qu'on devrait observer un nombre *probable* de $\lambda N \Delta t = 10$ désintégrations dans chaque échantillon. Mais, en fait, on obtient exactement 10 désintégrations dans seulement 12,5 % des échantillons. Comme le montre la figure 12.16*a*, on observe de 7 à 13 désintégrations dans plus des deux tiers des échantillons, mais un nombre minoritaire d'échantillons ont un comportement extrême. Par exemple, dans 0,2 % des échantillons, on enregistre 20 désintégrations, soit le double de la valeur la plus probable.

Considérons à nouveau des milliers d'échantillons du même nuclide, mais comportant cette fois chacun 10^6 noyaux. Encore une fois, on observe chaque échantillon pendant $\Delta t = 1$ s, mais on s'attend cette fois à $\lambda N \Delta t = 100$ désintégrations dans chaque échantillon. La figure 12.16*b* montre la distribution obtenue. Si on recommence avec des échantillons de 10^{10} noyaux, on s'attend à $\lambda N \Delta t = 10^6$ désintégrations dans chaque échantillon et la figure 12.16*c* montre ce que l'on obtient.

Notons que les distributions obtenues à la figure 12.16 dépendent seulement de la valeur de $\lambda N \Delta t$. Ainsi, des échantillons comportant chacun 10^{25} noyaux pour lesquels $\lambda = 10^{-24}\text{ s}^{-1}$ aboutissent quand même à un nombre probable de $\lambda N \Delta t = 10$ désintégrations ; ils sont donc décrits par la figure 12.16*a*.

Comparons les distributions présentées. D'abord, on remarque qu'elles deviennent de plus en plus larges quand la valeur attendue, $\lambda N \Delta t$, augmente. À la figure 12.16*a*, la grande majorité des mesures est répartie sur un intervalle de 0 à 20 désintégrations, alors que cet intervalle est des centaines de fois plus large à la figure 12.16*c*. Une mesure standard de la « largeur » de la distribution est son *écart-type*. La définition précise de ce qu'est un écart-type n'est pas pertinente ici : on peut simplement estimer que, dans le cas des distributions illustrées, l'écart-type



▲ Figure 12.16

Le nombre réel de désintégrations observées dans un échantillon peut différer du nombre probable de désintégrations. (*a*) Proportion des échantillons où on observe un nombre réel de n désintégrations, en fonction de n. Ces valeurs sont obtenues quand le nombre probable de désintégrations est $\lambda N \Delta t = 10$. (*b*) Proportions obtenues quand $\lambda N \Delta t = 100$. (*c*) Proportions obtenues quand $\lambda N \Delta t = 10^6$.

correspond approximativement à la moitié de leur largeur, mesurée à mi-hauteur. En statistique, les distributions illustrées à la figure 12.16 sont appelées *distributions de Poisson* et on peut montrer que leur écart-type est donné par

$$\sigma = \sqrt{\lambda N \Delta t} \qquad (12.10)$$

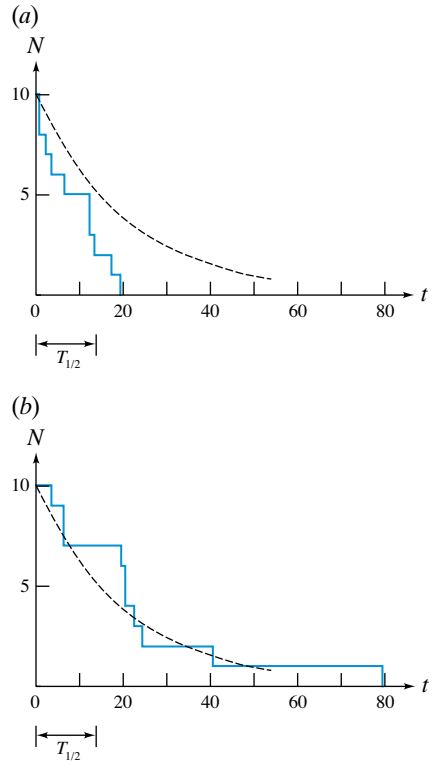
L'écart-type σ donne une bonne idée de l'indétermination statistique sur une mesure. Par exemple, supposons qu'on ne dispose que d'un échantillon et qu'on y mesure 100 désintégrations dans un intervalle Δt. En l'absence d'autres échantillons identiques, le mieux qu'on peut faire est de supposer que cette unique mesure correspond au résultat le plus probable, $\lambda N \Delta t$. Par l'équation 12.10, on en déduit donc que l'écart-type de la distribution, si on avait pu mesurer cette dernière, aurait été de 10 désintégrations. En d'autres termes, on peut exprimer que notre mesure est (100 ± 10) désintégrations : si on pouvait reprendre l'expérience avec d'autres échantillons identiques, on s'attendrait la plupart du temps à mesurer un résultat entre 90 et 110 désintégrations.

Si on s'attend à $\lambda N \Delta t = 100$ désintégrations et qu'on en mesure 150, cette différence de 50 désintégrations est beaucoup plus importante que si on s'attend à $\lambda N \Delta t = 10^6$ désintégrations et qu'on en obtient 50 de plus. Pour savoir si les fluctuations sont importantes ou non, il est donc plus pertinent d'examiner l'indétermination *relative*, $\sigma / \lambda N \Delta t$. En substituant l'équation 12.10, on voit que cette indétermination relative est $1/\sqrt{\lambda N \Delta t}$. Tel qu'attendu, elle décroît lorsque N augmente. On peut vérifier cette idée directement à partir de l'équation 12.10 : par exemple, pour $\lambda N \Delta t = 100$, l'écart-type correspond à 10, soit 10 % du résultat le plus probable, alors que, pour $\lambda N \Delta t = 10^6$, il correspond à 1000, c'est-à-dire 0,1 % du résultat le plus probable.

Si on souhaite que les fluctuations soient négligeables, c'est-à-dire qu'on puisse utiliser l'équation 12.9 de façon déterministe comme nous l'avons fait au début de la section, il faut choisir un seuil d'indétermination relative acceptable et choisir $\lambda N \Delta t$ assez grand pour que ce seuil ne soit pas atteint. Par exemple, si on veut obtenir trois chiffres significatifs valides, il faut que l'indétermination relative demeure inférieure à 0,001, donc que $\lambda N \Delta t$ reste supérieur à 10^6. On ne peut pas atteindre ce but en augmentant l'intervalle de mesures Δt puisque ce dernier doit demeurer assez petit pour que l'équation 12.4*a* reste valable (voir le commentaire sous cette équation). Il faut donc prendre des échantillons où N est très élevé, comme nous l'avons dit au début de la section. Plus la valeur de λ est faible, plus la valeur de N requise sera grande*.

* Une autre option consiste à observer plusieurs échantillons identiques et à faire la moyenne des graphiques obtenus. En fait, cela équivaut à jumeler les échantillons pour en obtenir un plus grand.

En pratique, il n'est pas toujours possible de choisir N et il faut alors tenir compte des fluctuations, une démarche qui dépasse le cadre de cet ouvrage. À titre d'exemple, la figure 12.17 montre l'évolution réelle de deux échantillons initialement identiques pour lesquels $\lambda = 0{,}05\ s^{-1}$ et $N_0 = 10$. On note que leurs comportements diffèrent radicalement. Les courbes pointillées représentent la prédiction des équations 12.6 et 12.9. Quand les fluctuations dominent, il faut interpréter la demi-vie comme le temps où le nombre *probable* de noyaux devient 50 % du nombre initial.



▲ Figure 12.17

Deux échantillons initialement identiques peuvent avoir une évolution radicalement différente où les fluctuations dominent. Les cas illustrés sont pour $N_0 = 10$ et $\lambda = 0{,}05\ s^{-1}$.

La datation radioactive

En 1949, on se rendit compte que la désintégration radioactive de l'isotope ^{14}C, qui a une demi-vie de 5730 a, pouvait devenir un outil inestimable pour les archéologues : tous les tissus vivants contenant du carbone, on peut déterminer l'âge d'échantillons archéologiques d'origine biologique en mesurant la quantité de ^{14}C qu'ils contiennent encore. En effet, l'abondance dans notre atmosphère de cet isotope par rapport à l'isotope ^{12}C, plus courant, est donnée par la proportion $^{14}C/^{12}C = 1{,}3 \times 10^{-12}$. (Notez qu'il s'agit d'une abondance calculée selon le *nombre* de noyaux et non selon la masse.) Les organismes vivants, comme les humains, les animaux ou les plantes, échangent du CO_2 avec l'environnement, de sorte que le rapport des isotopes dans les organismes vivants est le même que dans l'atmosphère. Lorsqu'il meurt, l'organisme cesse d'échanger avec l'environnement et la quantité relative de ^{14}C diminue par désintégration. En évaluant la quantité de carbone contenue dans un échantillon et en mesurant son activité radioactive, on peut déterminer à quel moment l'organisme en question est mort.

L'atmosphère est constamment réapprovisionnée en ^{14}C par le bombardement des rayons cosmiques selon la réaction $^{14}N + n \rightarrow {}^{14}C + p$. Ainsi, même si la concentration en ^{14}C varie sur de longues périodes, on peut considérer qu'elle est constante sur 40 000 a environ, ce qui rend la méthode de datation valable jusqu'à cet âge maximal. On a pu corroborer les résultats donnés par la datation au carbone à l'aide des anneaux de croissance observés sur des pins très anciens et de carottes de glace prélevées dans l'Antarctique. Pour les échelles de temps géologiques, on se sert de méthodes analogues basées sur la désintégration de noyaux ayant une demi-vie beaucoup plus longue, comme ^{238}U ou ^{40}K.

La datation au carbone 14 a énormément progressé depuis son invention en 1949, notamment grâce à la spectrométrie de masse, qui permet d'évaluer directement le nombre d'atomes de carbone 14 plutôt que de mesurer le rythme de désintégration.

En 1988, cette technique a permis de rejeter l'authenticité du « Saint-Suaire de Turin », un linceul jusqu'alors présenté par l'Église comme ayant servi à envelopper le corps de Jésus et portant une empreinte de son visage et de son corps qui y aurait été imprimée avant sa résurrection. Réalisée par trois laboratoires indépendants, l'analyse a permis d'établir que le lin ayant servi à tisser le linceul a été cultivé vers l'an 1325, à 65 années près. Bien que quelques individus aient critiqué le choix des échantillons, il est généralement accepté aujourd'hui que le suaire est plutôt l'œuvre d'un artiste (ou d'un faussaire) de l'époque médiévale.

Exemple 12.8

La demi-vie du ^{14}C est de 5730 a. Le rapport en nombre des isotopes de carbone dans l'atmosphère terrestre est $^{14}C/^{12}C = 1{,}3 \times 10^{-12}$, et on suppose qu'il est demeuré constant. (a) Quelle est la valeur la plus probable du

taux de désintégration de 1 g de carbone dans un organisme vivant ? (b) Au bout de combien de demi-vies le taux de désintégration attendu chute-t-il à 15 % de sa valeur initiale ? (c) Un échantillon de 10 g de carbone manifeste 30 désintégrations en une minute. Quel est son âge si on considère que cette mesure correspond au taux le plus probable ? (d) Dans quel intervalle est situé l'âge si on considère que la mesure du taux de désintégration peut augmenter ou diminuer d'un écart-type par rapport à la valeur donnée en (c) ?

Solution

(a) On cherche R_0. En effet, dans le cas d'une datation au carbone 14, l'instant initial est celui où l'organisme est vivant et l'instant t, celui où on fait une mesure sur ses restes. ■

Déterminons d'abord N_0 ; ensuite, nous utiliserons la relation $R_0 = \lambda N_0$. Comme l'échantillon contient un mélange de plusieurs isotopes de carbone, la masse indiquée au tableau périodique est la plus appropriée pour calculer le nombre d'atomes qu'il contient. En conséquence, le nombre d'atomes de carbone dans l'échantillon est

$$\frac{mN_A}{M} = \frac{(1\text{ g})(6{,}02 \times 10^{23}\text{ atomes/mol})}{(12{,}01\text{ g/mol})} = 5{,}01 \times 10^{22}\text{ atomes}$$

Pour calculer N_0, le nombre d'atomes de ^{14}C, il faut connaître l'abondance de cet isotope, c'est-à-dire la proportion d'atomes de carbone 14 par rapport au nombre d'atomes total. Comme l'énoncé donne la proportion $^{14}C/^{12}C$ et que l'annexe E indique que l'abondance du carbone 12 est de 98,9 %, l'abondance du carbone 14 est $(1{,}3 \times 10^{-12})(0{,}989) = 1{,}29 \times 10^{-12}$. Ainsi,

$$N_0 = (1{,}29 \times 10^{-12})(5{,}01 \times 10^{22}) = 6{,}45 \times 10^{10}$$

D'après l'équation 12.9 et sachant que la demie-vie est $T_{1/2} = 5730\text{ a} = 1{,}81 \times 10^{11}$ s, le taux initial de désintégration est

$$R_0 = \lambda N_0 = \left(\frac{0{,}693}{T_{1/2}}\right) N_0 = 0{,}247\text{ Bq} = 14{,}8\text{ désintégrations/min}$$

(b) Le taux de désintégration attendu au bout de n demi-vies est $R = R_0(0{,}5)^n$, où R_0 est la valeur initiale. On a $R/R_0 = 0{,}15 = (0{,}5)^n$. Donc,

$$n = \log(0{,}15)/\log(0{,}5) = 2{,}74\text{ demi-vies}$$

Dans le cas du $^{14}_{6}C$, cela donnerait $2{,}74 \times 5730\text{ a} = 15\,700\text{ a}$.

(c) Pour l'échantillon de 10 g, il y a 0,5 désintégration/s, ce qui donne $R = 0{,}05$ Bq pour chaque gramme. On sait d'après la question (a) que $R_0 = 0{,}247$ Bq pour chaque gramme. D'après l'équation 12.9,

$$\frac{R}{R_0} = e^{-\lambda t}$$

et on obtient (faites toutes les étapes du calcul)

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln(R_0/R) = T_{1/2}\frac{\ln(R_0/R)}{0{,}693}$$

où on a substitué l'équation 12.7. Avec $T_{1/2} = 5730$ a et $R_0/R = 0{,}247/0{,}05 = 4{,}94$, on trouve $t = 13\,200$ a.

(d) Puisque la mesure, prise en une minute, est $\lambda N \Delta t = 30$ désintégrations, l'équation 12.10 donne

$$\sigma = \sqrt{\lambda N \Delta t} = \sqrt{30} = 5{,}48\text{ désintégrations}$$

Si la mesure avait été (30 + 5,48) désintégrations/min, on aurait 0,0591 Bq par gramme. Le calcul réalisé en (c) aurait donné un âge de 11 800 a. Si la mesure avait été (30 – 5,48) désintégrations/min, on aurait 0,0409 Bq par gramme, d'où $t = 14\,900$ a. Au lieu d'affirmer que l'âge est de 13 200 a, il serait plus raisonnable de dire qu'il se situe dans l'intervalle de [11 800, 14 900] a.

En raison de la valeur extrêmement faible du taux de désintégration de l'échantillon, soit 0,5 Bq, les fluctuations sont très importantes. L'âge obtenu est donc entaché d'une incertitude de l'ordre de 10 %. En pratique, pour minimiser cette incertitude, on peut mesurer le taux de désintégration sur une période nettement plus longue qu'une minute. Une autre option, plus précise encore, est de recourir à un spectromètre de masse pour déterminer directement N plutôt que R : la valeur obtenue étant plus élevée, l'écart-type est plus faible. ■

12.5 LES DANGERS DES ÉMISSIONS RADIOACTIVES ET LA RADIOPROTECTION

Les pionniers de la radioactivité, dont Marie Curie, furent nombreux à mourir assez jeunes des suites d'un cancer. Il fallut un certain temps, après la découverte de la radioactivité, avant de prendre conscience de sa dangerosité.

Pourtant, dès 1901, Becquerel réalisa qu'un échantillon de radium gardé dans sa poche quelques heures avait causé une brûlure importante sur sa peau, mais les scientifiques n'étaient pas forcément conscients de l'importance du risque. Quant au public, il était trop impressionné par le nouveau phénomène pour s'en méfier. Au contraire, une certaine pseudomédecine se mit à vanter les bienfaits d'une exposition massive aux émissions radioactives. On produisit ainsi des couvertures radioactives pour traiter l'arthrite, des dentifrices radioactifs pour blanchir les dents et même des récipients qui rendaient l'eau radioactive, ce qui était censé en faire une boisson énergisante ou aphrodisiaque (figure 12.18). De nombreuses personnes moururent des conséquences de ces arnaques qui furent très populaires dans les années 1920 et 1930. Un procès célèbre, intenté par les ouvrières d'une usine où on utilisait de la peinture au radium, fit en sorte qu'une première norme de sécurité imposant une dose maximale annuelle d'exposition fut instaurée aux États-Unis en 1941.

▲ Figure 12.18

Après la découverte de la radioactivité, plusieurs croyaient qu'elle avait des vertus « purifiantes » ou « fortifiantes ». Il fallut plusieurs décennies avant qu'on réalise qu'en fait elle est nocive. Cette photo montre la publicité d'une gamme de produits de beauté contenant du radium, dans les années 1930.

Le danger des émissions radioactives vient du fait que chacune d'elles transporte assez d'énergie pour *ioniser* un ou plusieurs atomes quand elle rencontre de la matière. Par exemple, un photon γ peut expulser un des électrons d'un atome par effet Compton. Après avoir été diffusé, le photon conserve assez d'énergie pour produire plusieurs effets Compton supplémentaires. Il peut terminer son parcours en étant absorbé par effet photoélectrique, ce qui produit aussi une ionisation.

Les particules chargées que sont les protons, les électrons, les positons et les particules α interagissent avec les atomes par l'intermédiaire de l'interaction électromagnétique. Elles transfèrent assez d'énergie aux atomes avec lesquels elles entrent en collision pour que ceux-ci soient ionisés. Comme dans le cas des photons, une même particule peut ioniser successivement plusieurs atomes.

Même les neutrons énergétiques sont ionisants. En effet, quand un neutron rencontre un atome d'hydrogène, il peut entrer en collision élastique avec le noyau, qui est alors expulsé de la molécule dont l'atome H faisait partie. De plus, le proton éjecté devient lui aussi une particule ionisante.

En somme, quand une émission radioactive est absorbée par un tissu biologique, elle provoque de multiples ionisations, ce qui l'endommage. En effet, nous avons vu au chapitre 1 du tome 2 que la stabilité structurale des protéines qui composent la machinerie cellulaire repose en grande partie sur la force électrique entre les atomes qui constituent ces biomolécules. La formation d'ions supplémentaires dans une protéine en désorganise la structure et la rend dysfonctionnelle. Pire encore, l'ionisation peut rompre le lien covalent entre des atomes, produisant ainsi des *radicaux libres*. Ces espèces chimiques sont très réactives et endommagent ensuite les autres biomolécules. Dans ce dernier scénario, l'émission radioactive peut nuire même si elle n'a directement ionisé aucune biomolécule. Il suffit, par exemple, qu'elle produise des radicaux libres à partir de molécules d'eau.

Bien sûr, toute cellule est capable de se réparer quand elle subit des dommages, mais il y a des limites : pour se réparer, elle utilise des enzymes réparateurs, s'ils sont intacts, ou elle en produit de nouveaux à partir du code génétique enregistré dans son ADN, si celui-ci est intact. Mais si une proportion importante des protéines cessent simultanément de fonctionner, la cellule meurt. Un autre scénario inquiétant est celui où la cellule survit quand les deux brins d'ADN sont rompus. Alors que la rupture d'un seul brin permet habituellement une réparation parfaite par comparaison avec le second brin, la rupture des deux brins aboutit souvent à un raboutage inadéquat ou à l'élimination d'un segment complet d'ADN. La cellule mutante peut alors être le germe d'un cancer.

▲ **Figure 12.19**

Le *trèfle radioactif* (représenté dans le triangle) prévient de la présence d'une source de rayonnement ionisant. Il s'applique même en l'absence de radioactivité, comme sur cette photo où il est question de rayons X.

Le danger que nous venons de décrire ne se limite pas à la radioactivité : il faut se méfier de toute particule ou de tout photon qui transporte assez d'énergie pour ioniser les atomes des biomolécules. Cela inclut les rayons X et une partie du spectre des photons ultraviolets. Il n'y a pas de limite énergétique clairement définie à partir de laquelle les ultraviolets sont considérés comme ionisants puisque l'ionisation requiert une énergie différente selon la molécule ou l'atome ciblé. Néanmoins, le simple rayonnement solaire contient assez de photons ultraviolets énergétiques pour qu'une exposition prolongée au soleil ne soit pas recommandée sans protection. Le symbole international présenté à la figure 12.19 est utilisé pour signaler la présence d'une source importante de rayonnement ionisant, qu'il s'agisse ou non d'une source radioactive.

Alors que les rayonnements ionisants sont nuisibles quand ils sont absorbés par l'organisme en trop grande quantité, ils sont mis à profit pour détruire des cellules cancéreuses dans la *radiothérapie*. L'approche classique consiste à irradier la tumeur cancéreuse à l'aide d'un faisceau de rayons X ou de rayons γ. L'inconvénient principal de cette technique vient du fait que les cellules saines qui se trouvent sur le passage du faisceau se font elles aussi attaquer. Heureusement, les cellules cancéreuses sont plus sensibles aux radiations que les autres ; elles réparent moins facilement les dommages à l'ADN causés par les radiations. D'autres stratégies pour détruire les cellules cancéreuses à l'aide de rayonnements ionisants seront abordées dans le sujet connexe de la section 12.6.

La mesure de la dose de rayonnements ionisants

Quotidiennement, nous sommes exposés à du rayonnement ionisant. Le radon 222 présent dans l'atmosphère émet de 15 Bq à 40 Bq par mètre cube d'air. Le potassium 40 présent dans le sol et dans les aliments est aussi radioactif. Même les êtres vivants sont radioactifs puisqu'ils contiennent du carbone 14. L'exposition à des doses réduites de rayonnement ionisant ne pose aucun problème, car les cellules sont en mesure de se réparer lorsqu'elles subissent de légers dommages.

Par contre, les scientifiques ou le personnel médical qui manipulent des sources de rayonnement ionisant doivent veiller à ne pas s'exposer à une dose dangereuse. Il faut aussi évaluer les doses administrées lors d'examens médicaux comme l'imagerie aux rayons X, dont la tomodensitométrie, ou lors du traitement d'un cancer.

La première indication du niveau de danger est la *dose radiative*, D, qui correspond à l'énergie absorbée par unité de masse de tissu biologique irradié. On mesure la dose radiative en joules par kilogramme (J/kg), aussi appelé *grays* (Gy) : 1 Gy = 1 J/kg. La dose radiative donne cependant un portrait incomplet de la situation, et ce, pour deux raisons. Premièrement, elle ne tient pas compte du type de rayonnement. Par exemple, les photons sont très pénétrants, alors que les particules alpha s'arrêtent à la surface du tissu biologique. L'énergie déposée par les particules alpha est donc concentrée sur une zone très mince. Deuxièmement, la dose radiative ne tient pas compte du fait que certains organes sont plus fragiles que d'autres. Pour évaluer le risque biologique réel, on utilise une valeur pondérée appelée *dose efficace* E, donnée par

Dose efficace

$$E = \sum w_T w_R D \qquad (12.11)$$

La dose efficace a beau avoir les mêmes unités physiques que la dose radiative, soit les joules par kilogramme, pour éviter la confusion, on l'exprime en sieverts (Sv). En somme, 1 Sv = 1 J/kg. Le symbole E ne doit pas être confondu avec celui de l'énergie. Pour utiliser cette équation, on calcule séparément la dose D due à chaque type de rayonnement dans chaque organe, on multiplie chacune des doses radiatives par les facteurs de pondération w_R et w_T, puis on additionne les résultats obtenus. Les différents facteurs de pondération sont d'origine empirique. Le facteur w_R tient compte du type de rayonnement : il vaut 1 pour les photons et les électrons, 2 pour les protons et 20 pour les particules α. En raison de leur faible pénétration, les particules α sont toutes absorbées par les mêmes cellules, situées en surface, ce qui explique en bonne partie ce facteur w_R si élevé. Pour les neutrons, le facteur de pondération w_R dépend de l'énergie des particules, sa valeur étant maximale (20,5) pour des neutrons de 1 MeV. Le facteur de pondération w_T, lui, dépend du type de tissu biologique et varie de 0,01 pour la peau à 0,12 pour la moelle osseuse.

Au cours d'une année, un être humain moyen est exposé à quelque 2,4 mSv de radiations ionisantes provenant de sources naturelles. Un examen médical comme une radiographie dentaire entraîne l'absorption de 0,01 mSv en quelques secondes. En plus de la dose d'origine naturelle, on considère qu'une dose annuelle de 1 mSv pour les divers examens médicaux est acceptable pour le grand public, mais on permet que les travailleurs du nucléaire absorbent jusqu'à 50 mSv par an. Une dose efficace d'une dizaine de sieverts est mortelle pour un être humain. En milieu hospitalier, les doses administrées aux patients sont soigneusement évaluées et on travaille constamment à les optimiser à la baisse.

L'atténuation du rayonnement par un blindage

Pour protéger les êtres vivants des sources de rayonnement ionisant, on utilise des blindages. Des murs en plomb protègent les radiologues et les techniciens des rayons X diffusés en salle d'examen. Les réacteurs des centrales nucléaires sont placés sous un silo en béton pour protéger la population et l'environnement. Pendant une radiographie, on utilise un tablier plombé pour protéger autant que possible les organes du patient pour lesquels w_T est élevé, notamment les ovaires et les testicules.

Un blindage est simplement un matériau suffisamment dense pour que les rayonnements ionisants interagissent beaucoup avec lui. Par exemple, les atomes de plomb contiennent de nombreux électrons ($Z = 82$) qui peuvent diffuser les photons (rayons X et rayons γ) par effet Compton.

Si un blindage reçoit un flux monochromatique de photons ou de particules identiques, alors chaque petite épaisseur Δx du matériau a la même probabilité d'interaction avec le rayonnement. Si on néglige les effets des fluctuations statistiques, on peut dire que chaque épaisseur Δx interagit avec la même proportion du rayonnement incident. La diminution d'intensité ΔI est donc donnée par

$$\Delta I = -kI\Delta x$$

où k est le **coefficient d'extinction**, une constante de proportionnalité qui dépend de la nature du matériau et du rayonnement. Cette équation est analogue à l'équation 12.4*c*. Elle conduit donc à un résultat analogue à l'équation 12.6, soit

Extinction du rayonnement

$$I = I_0 e^{-kx} \qquad (12.12)$$

L'équation 12.12 donne l'intensité du rayonnement monochromatique en fonction de la distance x parcourue dans le blindage, I_0 étant l'intensité incidente. Si le rayonnement n'est pas monochromatique, on doit en toute rigueur considérer une somme de plusieurs exponentielles dont chacune est donnée par l'équation 12.12 (voir la figure 12.8*b*, p. 533). Une autre option consiste à obtenir une estimation raisonnable en ne considérant que le rayonnement le plus pénétrant, c'est-à-dire celui pour lequel k est le plus faible.

On définit la **couche de demi-atténuation**, $X_{1/2}$, comme l'épaisseur de matériau pour laquelle l'intensité de rayonnement incident est diminuée de moitié. Cette quantité est analogue à la demi-vie. Elle est reliée au coefficient d'extinction par une équation analogue à l'équation 12.7, soit

Couche de demi-atténuation

$$X_{1/2} = \frac{0{,}693}{k} \tag{12.13}$$

Exemple 12.9

Dans un laboratoire, un échantillon de 150 mCi produisant des photons de 0,001 nm est oublié sur une table. Un technicien travaille pendant deux heures dans ce laboratoire, sans protection, à une distance moyenne de 3 m de l'échantillon. Estimer la dose radiative qu'il absorbe au cours de cette période. Considérer que le technicien a une masse de 80 kg et qu'il absorbe la radiation sur 1,2 m^2.

Solution

Chaque photon émis a une énergie $hc/\lambda = 1{,}99 \times 10^{-13}$ J. On obtient la puissance émise par la source en multipliant l'énergie d'un photon par le nombre de photons émis par seconde, c'est-à-dire le taux de désintégration :

$$\begin{aligned} P_{\text{émise}} &= (0{,}150 \text{ Ci})(3{,}7 \times 10^{10} \text{ Bq/Ci})(1{,}99 \times 10^{-13} \text{ J}) \\ &= 1{,}10 \text{ J/s} \end{aligned}$$

On considère que la source émet avec la même intensité dans toutes les directions, de sorte qu'à 3 m de distance, cette intensité est

$$I = \frac{P_{\text{émise}}}{4\pi r^2} = \frac{1{,}10 \text{ J/s}}{4\pi(3 \text{ m})^2} = 9{,}73 \text{ mW/m}^2$$

Puisque le technicien absorbe sur une surface de 1,2 m^2, la dose absorbée en deux heures est

$$D = \frac{(9{,}73 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2)(1{,}2 \text{ m}^2)(7200 \text{ s})}{80 \text{ kg}} = 1{,}05 \text{ Gy}$$

12.6 LES RÉACTIONS NUCLÉAIRES

Comme nous l'avons dit à la section 12.3, Rutherford et Soddy montrèrent en 1902 que la radioactivité fait intervenir une transmutation spontanée des atomes, c'est-à-dire un élément se transformant en un autre. En 1919, Rutherford fit davantage : en bombardant de particules α une cible d'azote, il parvint à produire un isotope de l'oxygène selon le schéma suivant :

$$^4_2\alpha + {}^{14}_7\text{N} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + \text{p}$$

Ce fut la première transmutation *induite artificiellement*. D'une certaine façon, le rêve des alchimistes venait de se réaliser. Depuis, on a pu préciser de plus en plus le modèle représentant le noyau atomique en examinant ce qui se produit lorsqu'on bombarde des noyaux avec des particules comme des protons, des neutrons, des électrons ou des particules α. Une **réaction nucléaire**, dans laquelle une collision entre une particule a et un noyau X produit un noyau Y et une particule b, est représentée par l'équation

Équation d'une réaction nucléaire

$$a + X \rightarrow Y + b + Q \qquad (12.14)$$

où Q est l'énergie libérée. Cette réaction s'écrit parfois sous la forme abrégée

$$X(a, b)Y$$

Tout comme les réactions de désintégrations spontanées, ces réactions sont soumises aux restrictions imposées par la conservation de la charge, de l'énergie, de la quantité de mouvement et du moment cinétique. De plus, le nombre total de nucléons demeure constant. Il y a toutefois une différence importante : contrairement à ce qui se produit dans une réaction spontanée (voir l'équation 12.3), Q peut être négatif dans une réaction nucléaire.

Énergie de réaction

En effet, l'énergie de la réaction Q est déterminée par la différence de masse entre l'ensemble initial de particules et l'ensemble final :

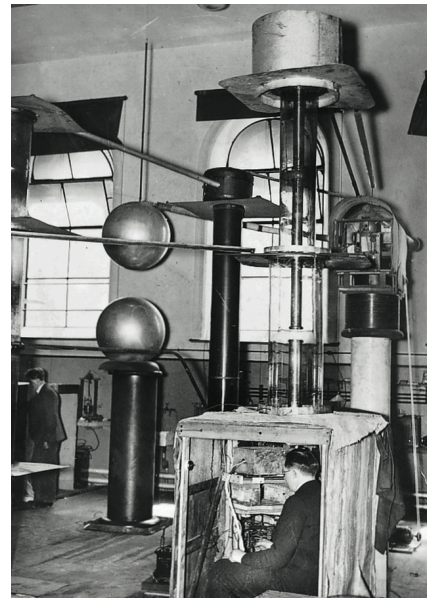
$$Q = \Delta mc^2 = (m_a + m_X - m_Y - m_b)c^2 \qquad (12.15)$$

où les masses sont celles des atomes neutres (pourquoi ?). Si $Q > 0$, la réaction est dite *exothermique*. L'énergie libérée se transforme généralement en énergie cinétique des produits et en rayons γ dus aux transitions entre les états excités de Y. Si $Q < 0$, la réaction est *endothermique*. Dans ce cas, la particule incidente doit avoir une énergie supérieure à une certaine valeur appelée *énergie de seuil*, au-dessous de laquelle la réaction ne peut pas avoir lieu (voir le problème P10). Le cas particulier où $Q = 0$ correspond à une diffusion élastique, que l'on note X(a, a)X. Même si a et X peuvent échanger de l'énergie, l'énergie cinétique totale ne varie pas.

Le premier « casseur d'atomes », réalisé en 1932 par John Cockcroft (1897-1967) et Ernest Walton (1903-1995), pouvait accélérer des protons jusqu'à 0,6 MeV (figure 12.20). Avec des protons de 0,125 MeV et une cible de lithium, ils observèrent la réaction

$$p + {}^{7}_{3}Li \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He$$

pour laquelle l'énergie de réaction est $Q = 17{,}3$ MeV. Ainsi, même si l'énergie des protons incidents ne dépassait pas 0,125 MeV, les deux particules α émises avaient une énergie totale supérieure à 17 MeV. Cette réaction constitua la première vérification expérimentale directe de la relation masse-énergie $E = \Delta mc^2$. L'expérience de Cockcroft-Walton marqua une étape importante de la physique nucléaire parce que les énergies des particules incidentes étaient contrôlées. Elle fut suivie peu de temps après par la mise au point du cyclotron et de l'accélérateur de Van de Graaff, que nous avons tous deux décrits au tome 2.



▲ Figure 12.20

L'équipement utilisé par J. Cockcroft et E. Walton pour la première réaction nucléaire produite par des protons d'énergie contrôlée. Il en a déjà été question à la section 8.7 du tome 2. Pour juger de l'échelle de grandeur, notez la personne assise sur la photo.

Avant 1934, tous les isotopes radioactifs connus étaient plus lourds que le plomb ($Z = 82$). En 1934, Frédéric Joliot (1900-1958) et Irène Joliot-Curie (1897-1956) bombardèrent une cible d'aluminium, initialement non radioactive, avec des particules α et observèrent que des positons étaient ensuite émis par la cible, même quelques minutes après la suppression de la source de particules α. Ces résultats ne peuvent s'expliquer que si l'on admet qu'un isotope radioactif a été *produit* à partir de l'aluminium non radioactif. En effet, l'isotope du phosphore produit au cours de la réaction

$${}^{27}_{13}Al + \alpha \rightarrow {}^{30}_{15}P + n$$

subit une désintégration β^+ :

$${}^{30}_{15}P \rightarrow {}^{30}_{14}Si + \beta^+ + \nu$$

Cette découverte de la *radioactivité artificielle* eut d'énormes conséquences pratiques. Elle a rendu possible l'invention des radiotraceurs dont nous avons déjà parlé et qui permettent d'analyser les séquences d'événements dans des réactions complexes. Autre exemple : on peut transformer des noyaux stables en noyaux radioactifs si on les bombarde avec des neutrons. Chaque noyau activé par des neutrons subit une désintégration β dont on peut se servir dans l'analyse d'échantillons trop petits pour être analysés par d'autres méthodes. Par ailleurs, la découverte de la fission fut une conséquence importante de l'étude de la radioactivité artificielle.

SUJET CONNEXE

La médecine nucléaire

L'utilisation de la radioactivité pour diverses stratégies de diagnostic et de traitement, pratiquée par des spécialistes en médecine nucléaire ou en radio-oncologie, fournit d'excellents exemples de collaboration interdisciplinaire entre physiciens, chimistes et médecins. Parfois, on se sert de fortes doses de radioactivité pour traiter un cancer, c'est-à-dire pour tuer des cellules. Mais plusieurs techniques d'imagerie médicale reposent aussi sur l'usage de la radioactivité, à doses bien plus faibles. Nous donnerons d'abord des exemples où la radioactivité est utilisée à titre de traitement, puis nous présenterons deux techniques d'imagerie médicale.

Les traitements de nature nucléaire visent le même objectif que la radiothérapie classique aux rayons X : exposer les cellules cancéreuses à une dose fatale de rayonnement ionisant. Cependant, la stratégie utilisée diffère beaucoup : en radiothérapie classique, la source de rayonnement est un appareil qu'on oriente vers une zone cible sur laquelle est projeté un faisceau étroit de rayons X, de rayons gamma ou, plus rarement, de particules ionisantes. La radiation provient donc de l'extérieur du corps du patient. Avec l'approche nucléaire, au contraire, la radiation provient de l'*intérieur* du corps du patient.

L'utilisation de la radioactivité à des fins thérapeutiques a commencé par la *curiethérapie*. En 1901, le physicien Pierre Curie suggéra à un dermatologue d'introduire une source radioactive dans une tumeur. On observa peu après que la taille de la tumeur avait diminué. Cette approche est encore utilisée aujourd'hui pour le traitement de certaines tumeurs, comme celles du cancer de la bouche, des poumons, du sein, de l'utérus ou de l'œsophage (figure 12.21*a*). Dans plusieurs cas, on profite de la présence d'une cavité corporelle pour insérer des sources radioactives à proximité de la tumeur. Selon leur taux de désintégration, ces implants peuvent être laissés en place quelques minutes, quelques heures, voire de façon permanente. Dans ce dernier cas, les sources radioactives cessent toute activité au bout de quelques semaines, mais on les laisse en place sans qu'elles nuisent (figure 12.21*b*).

Une stratégie de médecine nucléaire plus élaborée met à profit le métabolisme afin de diriger automatiquement les sources radioactives au bon endroit. Cette approche repose aussi sur les travaux de physiciens et de chimistes. En 1917, le chimiste Frederick Soddy, qui avait collaboré une décennie plus tôt avec Rutherford, montra qu'un même élément pouvait posséder plusieurs

(*a*)

(*b*)

▲ Figure 12.21

(*a*) La curiethérapie consiste à insérer des sources radioactives à proximité de la tumeur. (*b*) Quand on utilise des implants permanents en curiethérapie, ceux-ci ne mesurent que quelques millimètres.

isotopes. Dans les années 1930, Glenn Seaborg (1912-1999) découvrit une centaine de radio-isotopes dont plusieurs pouvaient remplacer des atomes stables normalement présents dans les organismes vivants.

Notamment, en 1938, Seaborg fabriqua de l'iode ^{131}I et on ne tarda pas à envisager ses applications médicales. Le médecin Samuel Seidlin (1895-1955) rapporta en 1946 avoir utilisé avec succès cet isotope pour traiter un cas problématique de cancer de la glande thyroïde. Son patient avait subi une chirurgie pour retirer la glande affectée, mais des cellules cancéreuses avaient déjà migré par voie sanguine et formé des métastases, c'est-à-dire d'autres foyers cancéreux de petite taille situés ailleurs dans l'organisme. Puisque la thyroïde normale synthétise des molécules contenant des atomes d'iode, ses cellules contiennent des pompes moléculaires qui y font entrer les ions I^-. Seidlin administra donc à son patient de l'iode radioactif ^{131}I par voie orale et supposa que les cellules cancéreuses de toutes les métastases comportaient toujours des pompes fonctionnelles. Il eut raison : la majorité de l'iode radioactif se concentra dans les cellules cancéreuses. La désintégration β^- des noyaux d'iode produisit des électrons énergétiques qui détruisirent les cellules cancéreuses sans affecter dans la même proportion les autres cellules de l'organisme. Des techniques de ce genre sont maintenant appelées *radiothérapie métabolique*. Elles servent surtout à traiter le cancer, mais pas seulement ; on peut s'en servir, par exemple, pour détruire partiellement une glande hyperactive.

Aujourd'hui encore, on utilise à des fins médicales l'isotope ^{131}I de même que des dizaines d'autres isotopes. Depuis son invention par Seidlin, la radiothérapie métabolique a beaucoup progressé : aux atomes radioactifs isolés se sont ajoutés des *radiopharmaceutiques*, c'est-à-dire des molécules plus ou moins complexes dans lesquelles un atome (ou un groupement) a été remplacé par un isotope radioactif. Cela permet de concevoir des molécules radioactives qui se lient spécifiquement à certaines cellules : certains radiopharmaceutiques imitent des neurotransmetteurs ou des hormones. On a même récemment produit des anticorps radioactifs.

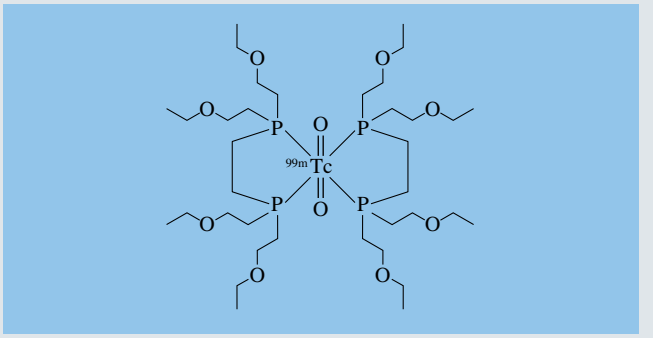
L'imagerie en médecine nucléaire

Un autre volet de la médecine nucléaire, qui représente aujourd'hui la majorité des consultations médicales dans cette discipline, est l'utilisation de la radioactivité aux fins d'*imagerie médicale*. L'imagerie ne sert pas à traiter une maladie mais plutôt à en localiser les manifestations. Les doses administrées sont beaucoup plus faibles, car on se sert des émissions radioactives des radiopharmaceutiques pour déterminer les endroits du corps du patient où ces molécules se sont accumulées.

La technique la plus utilisée en imagerie nucléaire est la *scintigraphie*, dans laquelle on se sert de radiopharmaceutiques qui émettent des photons γ. Un examen médical typique débute par l'administration d'un radiopharmaceutique approprié, qui joue le rôle d'un traceur radioactif. On attend ensuite une période suffisante pour que les cellules du tissu biologique visé aient le temps de fixer le radiopharmaceutique. Enfin, on détecte les photons γ émis lors de la désintégration du radiopharmaceutique, ce qui permet de déterminer où, dans le corps du patient, il s'est accumulé.

La scintigraphie ne sert pas que dans les cas de cancers. On a mis au point des radiopharmaceutiques pour de multiples usages : par exemple, certains se concentrent dans les cellules du muscle cardiaque et permettent de déterminer si une partie du cœur est privée d'apport sanguin. D'autres se fixent aux cellules des zones osseuses en reconstruction et permettent de dépister des microfractures dans le squelette. D'autres encore permettent de localiser les sites d'inflammation. Il existe même des radiopharmaceutiques volatils, introduits par la respiration et utilisés pour l'imagerie des poumons : la comparaison de l'image ainsi obtenue avec celle produite par un autre radiopharmaceutique, intraveineux, permet de détecter si des artères pulmonaires sont obstruées. La figure 12.22 présente un exemple de radiopharmaceutique utilisé pour l'imagerie. Le choix d'une molécule appropriée requiert une connaissance du tissu visé mais aussi des isotopes utilisés. La dose efficace doit aussi être évaluée avec soin par le médecin.

Malgré leur diversité, la grande majorité des radiopharmaceutiques qui produisent des rayons γ utilisent le même nuclide : ^{99m}Tc. Cet isotope, produit à partir du molybdène 99 par la réaction $^{99}_{42}\text{Mo} \rightarrow {}^{99m}_{43}\text{Tc} + e^- + \bar{\nu}$, est un état excité du ^{99}Tc. Contrairement à la plupart des noyaux excités, qui reviennent très vite à leur niveau fondamental en émettant un photon γ, le ^{99m}Tc



▲ Figure 12.22

Le radiopharmaceutique suivant, commercialisé sous le nom de *Myoview*, se fixe préférentiellement au muscle cardiaque ; on l'utilise pour produire des images où on compare le cœur au repos et le cœur quand il est fortement sollicité.

►►►

est *métastable*, ce qui signifie qu'il demeure à l'état excité particulièrement longtemps. Sa demi-vie de 6,01 h laisse tout juste assez de temps pour que le radiopharmaceutique ait le temps d'être absorbé par les tissus, avant que les images soient réalisées. La liste des autres isotopes parfois utilisés comprend le ^{67}Ga et le ^{201}Tl.

Comparativement aux particules α et β, les rayons γ sont difficiles à détecter avec précision. Par exemple, un compteur Geiger ne détecte que 1 % des photons γ incidents et ne permet pas de les différencier des autres rayonnements ionisants. Les techniques d'imagerie nucléaire se sont répandues à partir de la mise au point par Hal Anger (1920-2005), dans les années 1950, de la *caméra gamma*, un dispositif capable de détecter efficacement les photons γ et de déterminer leur énergie (figure 12.23). Quand un photon γ pénètre dans la caméra, il frappe d'abord une plaque faite d'un mince cristal de NaI dopé avec des atomes de thallium, ce qui produit une gerbe de photons visibles ou ultraviolets, beaucoup plus faciles à détecter qu'un photon gamma. Ce phénomène est appelé *scintillation*. Une grille de détecteurs, disposés en hexagones derrière la plaque, enregistre la gerbe de photons et permet de déduire le point d'impact du photon γ. Pour déterminer la direction de provenance du photon γ, on ajoute des collimateurs devant la plaque. Ils produisent un peu le même effet que si on plaçait un tube devant chacun de nos yeux : ils ne laissent passer que les photons incidents qui arrivent selon une direction assez précise (un cône de faible angle au sommet).

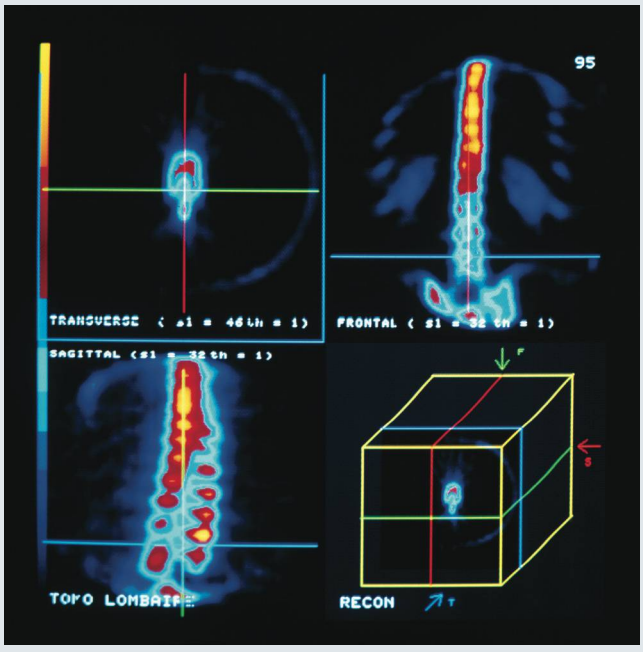
La principale limitation de la caméra gamma est sa piètre résolution. Les meilleures dont nous disposons aujourd'hui ne peuvent discerner deux sources ponctuelles que si elles sont séparées par environ 20° ! Il faut donc placer la caméra aussi près que possible du corps du patient. Malgré tout, on obtient nécessairement une image assez floue. En pratique, les images obtenues par scintigraphie sont utilisées en complémentarité avec celles obtenues par radiographie classique aux rayons X. Chacune présente en effet un avantage : la radiographie classique permet de mieux résoudre les détails, mais ne distingue pas les cellules fonctionnelles des cellules mortes. En revanche, la scintigraphie ne montre que les sites qui contiennent des cellules en activité.

Les caméras gamma d'aujourd'hui ne sont pas très différentes de celle inventée par Anger il y a un demi-siècle. Les principales avancées technologiques en matière de scintigraphie touchent plutôt la production de l'image. Dans la technique de la *tomographie d'émission monophotonique* (TEMP), un dispositif déplace la caméra gamma autour du corps du patient pour former un grand nombre d'images à intervalles angulaires constants (figure 12.23). Ensuite, un ordinateur fusionne les informations contenues par ces images pour produire une représentation tridimensionnelle de l'intérieur du corps du patient (figure 12.24).

Une autre technique d'imagerie nucléaire en trois dimensions, la *tomographie par émission de positons* (TEP), se répand depuis les années 1980. Contrairement aux techniques mentionnées jusqu'ici, la TEP fait appel à un radiopharmaceutique qui produit une désintégration β^+, le plus utilisé étant le glucose marqué avec

▲ Figure 12.23

Pour l'essentiel, le fonctionnement de base de la caméra gamma utilisée en médecine nucléaire n'a pas changé depuis sa mise au point par Hal Anger dans les années 1950.



▲ Figure 12.24

La TEMP permet de produire une représentation tridimensionnelle de l'activité du radiopharmaceutique à l'intérieur du corps du patient.

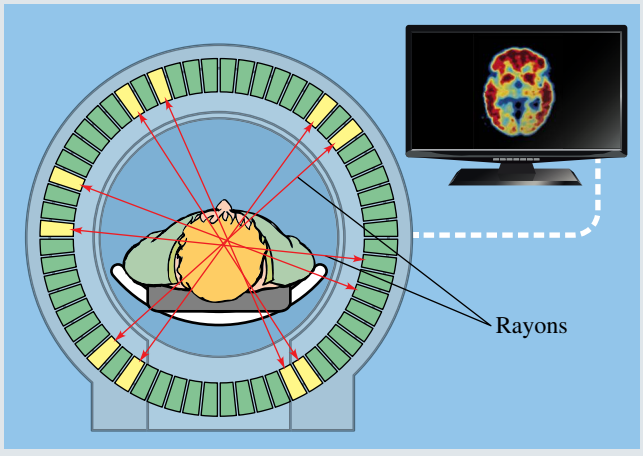
l'isotope ^{18}F. Le nom de la technique reflète ce choix puisque la particule produite lors de la désintégration β^+ est un positon (e^+).

Après sa production, le positon a une vie très courte : il subit quelques collisions dans la cellule où il a été émis et dans les cellules voisines, de sorte qu'il parcourt moins d'un millimètre avant de devenir captif d'un électron. Quand ces deux particules entrent en orbite autour de leur centre de masse commun, on dit qu'elles forment un *ion positronium*. Cet ion a une durée de vie très courte : quand l'électron et le positon finissent par entrer en contact, il se produit une *annihilation de paires* (voir la section 13.1), ce qui signifie que les deux particules *disparaissent*. Leur masse-énergie sert à créer des photons, habituellement en paires, selon la réaction suivante :

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$$

Puisque l'électron et le positon sont pratiquement au repos au moment de leur annihilation et qu'ils possèdent une énergie au repos de 511,7 keV chacun, le principe de conservation de l'énergie révèle que les deux photons ont une énergie qui totalise 1023 keV. D'après le principe de conservation de la quantité de mouvement, les deux photons doivent avoir une quantité de mouvement totale qui équivaut à celle, presque nulle, que possédait le système de deux particules avant l'annihilation. On en déduit donc que les deux photons *sont émis dans des directions diamétralement opposées* et qu'ils ont des quantités de mouvement de même module. (Les longueurs d'onde et les énergies sont donc elles aussi identiques.)

En somme, au lieu de produire un unique photon γ, la désintégration du radiopharmaceutique provoque plutôt l'émission d'une paire de photons γ synchronisés et émis le long d'une même droite. Comme le montre la figure 12.25, on capte ces photons avec un anneau détecteur placé autour du patient, plutôt qu'avec une simple caméra gamma. Quand l'appareil reçoit deux photons dans un intervalle de l'ordre de la nanoseconde, il interprète qu'ils ont été produits par le même processus d'annihilation et que celui-ci est survenu le long d'une droite qui relie les deux points d'arrivée sur l'anneau détecteur. Les photons qui sont captés sans faire partie d'une paire d'événements simultanés sont ignorés.

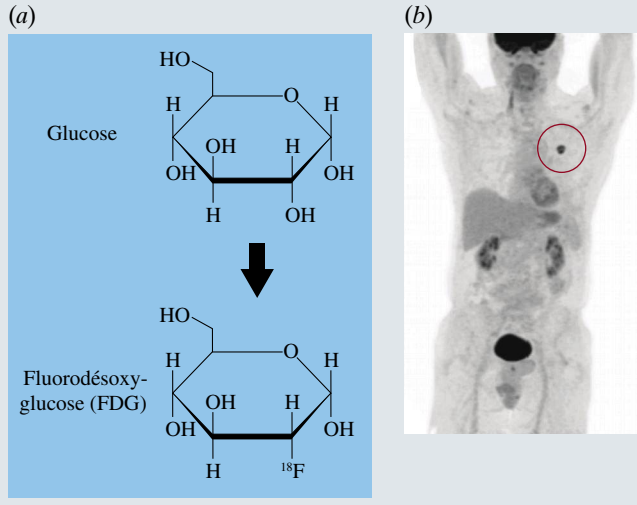


▲ Figure 12.25

La TEP nécessite la détection de *paires* de photons reçus presque simultanément. L'appareil interprète que leur point d'émission est situé sur la droite qui relie les deux points d'arrivée sur l'anneau.

Comme dans le cas de la TEMP, un ordinateur utilise ensuite les informations enregistrées par le détecteur pour produire une représentation tridimensionnelle de l'intérieur du corps du patient. La TEP présente cependant un avantage important comparativement à la TEMP : puisque les photons sont détectés par paires, l'utilisation de collimateurs n'est pas nécessaire pour déterminer leur direction de provenance. Théoriquement, la TEP est donc en mesure de détecter tous les photons qui sont incidents sur l'anneau détecteur, alors que la TEMP décèle seulement ceux qui arrivent perpendiculairement à la surface du cristal de la caméra gamma. Pour une même dose de radiopharmaceutique administrée au patient, on détecte donc de 10 à 100 fois plus de photons, ce qui donne des images plus nettes.

Malheureusement, la TEP demeure la plus coûteuse des techniques de médecine nucléaire. On l'utilise donc pour des applications bien précises. La plus commune de ces utilisations requiert l'administration de fluorodésoxyglucose (FDG), illustré à la figure 12.26*a*. Comme ce radiopharmaceutique imite le glucose, source d'énergie rapide pour les cellules, il se concentre



▲ Figure 12.26

(*a*) Le fluorodésoxyglucose (FDG) est le radiopharmaceutique le plus utilisé pour la TEP. (*b*) Il permet de localiser les zones qui utilisent beaucoup de glucose, comme le cerveau ou, sur cette photo, une petite tumeur cancéreuse au poumon gauche, encerclée en rouge. (On voit aussi le système rénal et la vessie, car le glucose est éliminé dans l'urine.)

►►►

dans les tissus qui consomment beaucoup d'énergie, comme les tumeurs cancéreuses (figure 12.26*b*). La TEP est donc souvent utilisée pour localiser des métastases. Comme la scintigraphie, elle est utilisée en conjugaison avec la radiographie aux rayons X : la TEP permet de localiser les sites actifs et la radiographie, de les visualiser avec une meilleure résolution.

La profession de physicien médical

Le développement de la médecine nucléaire et de la radio-oncologie a amené le personnel médical et des physiciens à collaborer étroitement, ce qui a donné naissance à une spécialisation de la physique appelée *physique médicale*.

De nos jours, tous les grands hôpitaux ont un service de médecine nucléaire. Cela nécessite la production constante d'une grande variété d'isotopes. Une partie de ceux-ci proviennent des déchets intermédiaires de centrales nucléaires et sont livrés quotidiennement dans les hôpitaux. C'est ainsi que la centrale nucléaire de Chalk River, en Ontario, produit le tiers des isotopes médicaux utilisés dans le monde. En particulier, le molybdène 99 y est obtenu comme produit de fission de l'uranium 235. On utilise aussi les neutrons libérés en grande quantité par la fission de l'uranium 235 pour bombarder des barres contenant divers éléments chimiques et produire, par des réactions nucléaires, les isotopes appropriés.

D'autres isotopes ne peuvent pas être produits dans un réacteur. C'est le cas du ^{18}F de la figure 12.26*a*, l'isotope le plus utilisé pour la TEP, qu'on produit en bombardant avec des protons de haute énergie une cible contenant des atomes d'oxygène ^{18}O. Ces protons énergétiques sont obtenus grâce à un cyclotron, comme ceux situés à Sherbrooke, au Québec, et à Edmonton, en Alberta. Diverses méthodes sont à l'essai pour tenter de produire le plus possible d'isotopes avec des cyclotrons plutôt qu'avec une centrale nucléaire. Cette approche présente l'avantage d'éviter les déchets nucléaires. De plus, l'installation de cyclotrons prévue dans plusieurs autres milieux hospitaliers en Amérique permettra de réduire les risques d'interruption de l'approvisionnement.

Tant les centrales nucléaires que les hôpitaux utilisant un cyclotron nécessitent la présence sur place de physiciens médicaux. Ces spécialistes travaillent aussi à l'inspection de l'équipement médical et à la conception de méthodes permettant de réduire la dose de radiation administrée au patient. Ils œuvrent, de concert avec les autres professionnels de la santé, à la conception de nouvelles méthodes de traitement comme la protonthérapie ou la neutronthérapie. Il s'agit d'une profession en plein essor.

12.7 LA FISSION

▲ Figure 12.27
Enrico Fermi (1901-1954).

Après la découverte du neutron, en 1932, Enrico Fermi (figure 12.27) anticipa que ces particules, n'ayant pas de charge, pourraient pénétrer le noyau et donc induire la radioactivité artificielle plus facilement que les protons ou les particules α. Il a aussi découvert empiriquement qu'un neutron lent avait une meilleure probabilité de demeurer lié au noyau. Au cours d'expériences où il bombardait de l'uranium ($Z = 92$) avec de tels neutrons, Fermi obtint un résultat inattendu : la première **fission nucléaire** artificielle, c'est-à-dire la rupture du noyau d'uranium en deux noyaux plus petits. Il en fit cependant une interprétation erronée (voir l'aperçu historique à la fin de cette section) et ce sont plutôt deux chimistes, Otto Hahn (figure 12.28) et Fritz Strassmann (1902-1980), qui aboutirent à l'interprétation correcte. Voyons comment.

En poursuivant les travaux de Fermi consistant à provoquer des collisions entre des neutrons et des noyaux d'uranium, Hahn et Strassmann réussirent en 1938 à produire et à isoler un élément radioactif qu'ils ne parvenaient pas à distinguer chimiquement du baryum ($Z = 56$). Ils n'envisagèrent pas tout de suite qu'ils pouvaient avoir *effectivement* produit un isotope du baryum. Puisque toutes les réactions nucléaires antérieures ne faisaient intervenir que de petites variations du nombre de masse, ils ne pouvaient pas imaginer qu'un noyau dont le nombre de masse est pratiquement la moitié de celui de l'uranium pouvait se trouver parmi les produits de la réaction. Ils crurent donc que leur produit était

un isotope du radium (Z = 88), un élément qui a des propriétés chimiques similaires à celles du baryum en raison de sa position dans la même colonne du tableau périodique.

Mais Irène Joliot-Curie et Paul Savitch, qui effectuaient des travaux semblables, affirmèrent que leur propre méthode chimique (différente) montrait qu'il se forme, dans l'uranium bombardé par des neutrons, un isotope du lanthane (Z = 57). Cet élément pouvait avoir été produit lors de la désintégration β^- du baryum. C'est seulement alors que Hahn et Strassmann confirmèrent que leur produit radioactif pouvait être distingué du radium mais pas du baryum.

Quelques semaines plus tard, Lise Meitner (figure 12.28), qui avait auparavant travaillé en collaboration avec Hahn et Strassmann, proposa avec son neveu Otto Frisch (1904-1979) une explication qui s'inspirait du modèle de la goutte de liquide dont il a été question à la section 12.2. Dans ce modèle, on suppose que les nucléons se déplacent librement et de façon aléatoire à l'intérieur du noyau et qu'ils n'interagissent qu'avec leurs voisins immédiats, tout comme les molécules dans une goutte de liquide. À la surface, les nucléons sont soumis à une force résultante orientée vers l'intérieur. Selon l'explication donnée par Meitner, lorsqu'un noyau sphérique d'uranium absorbe un neutron, il devient instable et effectue des oscillations. La « goutte » peut alors se déformer (figure 12.29*a*). S'il se forme un étranglement (figure 12.29*b*), la force nucléaire de courte portée entre les deux parties de l'haltère est fortement réduite. Par contre, la répulsion électrique (de longue portée) entre ces deux parties n'est que légèrement diminuée. Le noyau se sépare alors en deux fragments à peu près égaux (figure 12.29*c*), un processus que Frisch a appelé la fission nucléaire.

Lorsqu'un neutron est capturé par un noyau $^{235}_{92}\text{U}$, il crée un **noyau composé** $^{236}_{92}\text{U}^*$, de courte durée de vie ($\approx 10^{-14}$ s), dans un état excité (indiqué par l'astérisque) ; ce noyau subit ensuite une fission. Par exemple,

$$\text{n} + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{236}_{92}\text{U}^* \rightarrow {}^{140}_{54}\text{Xe} + {}^{94}_{38}\text{Sr} + 2\text{n} + Q$$

Les produits de fission primaires libèrent en moyenne 2,5 neutrons *instantanés*. D'autres neutrons, *retardés*, sont associés aux réactions de fission secondaires subséquentes. Les étapes finales sont constituées par plusieurs désintégrations β^- et γ donnant des produits stables. Par exemple,

$$\underset{16\text{ s}}{{}^{140}_{54}\text{Xe}} \rightarrow \underset{66\text{ s}}{{}^{140}_{55}\text{Cs}} \rightarrow \underset{300\text{ h}}{{}^{140}_{56}\text{Ba}} \rightarrow \underset{40\text{ h}}{{}^{140}_{57}\text{La}} \rightarrow {}^{140}_{58}\text{Ce (stable)}$$

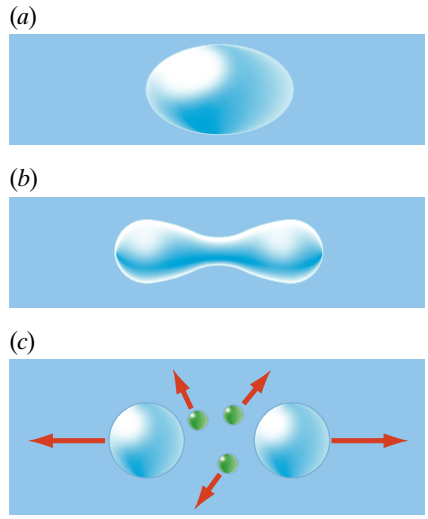
La demi-vie de chaque produit est également indiquée. Des noyaux identiques qui fissionnent ne produisent pas tous les mêmes produits, et la figure 12.30 représente la distribution des produits de fission du noyau $^{236}_{92}\text{U}$. Les pics (7 %) sont plus ou moins centrés sur A = 95 et A = 140. Il n'y a presque pas (0,01 %) de situations permettant d'obtenir deux produits ayant le même nombre de masse A = 118.

On peut évaluer l'énergie libérée au cours de chaque fission de la façon suivante. Selon la figure 12.4 (p. 529), l'énergie de liaison par nucléon d'uranium est d'environ 7,6 MeV, alors qu'elle est voisine de 8,5 MeV entre A = 90 et 150. L'énergie libérée au cours de la fission est donc pratiquement égale à 236(8,5 MeV − 7,6 MeV) ≈ 200 MeV, valeur supérieure de plusieurs ordres de grandeur à l'énergie libérée au cours des réactions chimiques. À peu près 170 MeV partent sous forme d'énergie cinétique des produits de fission, le reste étant partagé entre les neutrons émis par les produits de fission, les particules β, les rayons γ et les neutrinos.

Les neutrons libérés au cours d'une fission peuvent servir à induire des fissions dans d'autres noyaux. Comme on a découvert que la fission d'un noyau a plus

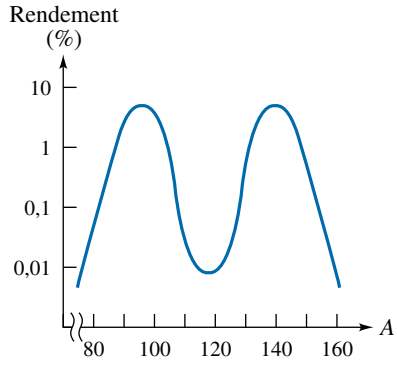
▲ Figure 12.28

Lise Meitner (1878-1968) et Otto Hahn (1879-1968), dans leur laboratoire à Berlin.



▲ Figure 12.29

Selon le modèle nucléaire de la goutte de liquide, lorsqu'un noyau sphérique $^{235}_{92}\text{U}$ absorbe un neutron, il entre en oscillation. Lorsqu'il se déforme pour prendre la forme d'un haltère, la répulsion électrique devient supérieure à la force nucléaire et il y a fission du noyau.



▲ Figure 12.30

La distribution des produits de fission primaires de la réaction $\text{n} + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow \text{X} + \text{Y}$. Seul un très faible pourcentage des produits ont une masse égale. Notez que l'échelle est logarithmique.

de chances de se produire quand le neutron incident arrive *lentement*, alors que les neutrons éjectés lors d'une fission sont rapides, l'efficacité de ces derniers à provoquer des fissions supplémentaires n'augmente que si l'on parvient à les ralentir au moyen de collisions répétées. Leur état final, prédit par la théorie cinétique (voir le chapitre 18 du tome 1), dépend de la température du réacteur et d'un équilibre associé à ces collisions. Les neutrons *thermiques* ainsi produits entraînent plus facilement la fission des noyaux d'uranium. Si les conditions sont favorables, le processus de désintégration peut se répéter et donner lieu à une **réaction en chaîne**. L'énergie libérée n'est pas contrôlée dans le cas d'une bombe atomique, mais elle l'est dans le cas d'un réacteur nucléaire. La première réaction de fission contrôlée fut réalisée à l'Université de Chicago le 2 décembre 1942 dans un réacteur mis au point par Fermi (figure 12.31).

▶ Figure 12.31

Le premier réacteur nucléaire conçu par E. Fermi qui fonctionna pour la première fois le 2 décembre 1942.

APERÇU HISTORIQUE

L'erreur concernant le prix Nobel de Fermi

Avant l'explication formulée par Meitner (voir la figure 12.29), on ne croyait pas que des neutrons puissent avoir assez d'énergie pour fractionner un noyau beaucoup plus massif qu'eux. Il était généralement accepté que le produit de toute réaction nucléaire devait avoir un nombre de masse comparable à celui du réactif.

C'est dans cette perspective que Fermi entreprit ses travaux portant sur le bombardement de l'uranium par des neutrons lents. Il savait qu'un neutron absorbé par un noyau de charge Ze le met dans un état excité à partir duquel il peut subir une désintégration β^- et donc produire un noyau de charge $(Z + 1)e$. Comme le numéro atomique augmente dans cette réaction, Fermi choisit comme cible l'uranium, dont le numéro atomique ($Z = 92$) était à l'époque le plus élevé connu. Il espérait ainsi pouvoir produire de nouveaux éléments « transuraniens », c'est-à-dire des éléments pour lesquels $Z > 92$.

En 1934, il prétendit avoir réussi : son analyse chimique le portait à croire qu'il avait créé un élément radioactif avec $Z = 93$ ou $Z = 94$. En 1938, le prix Nobel de physique lui fut même octroyé « pour sa démonstration de l'existence de nouveaux éléments radioactifs » produits grâce au bombardement de l'uranium par des neutrons.

Ce qui est cocasse, c'est qu'il n'avait jamais produit d'éléments transuraniens ! En 1938, quand on comprit que la fission nucléaire était possible, on réalisa que Fermi avait en fait produit un mélange de baryum, de krypton et d'autres éléments, des produits de fission. Mais il était trop tard : le prix Nobel lui avait été remis quelques mois plus tôt.

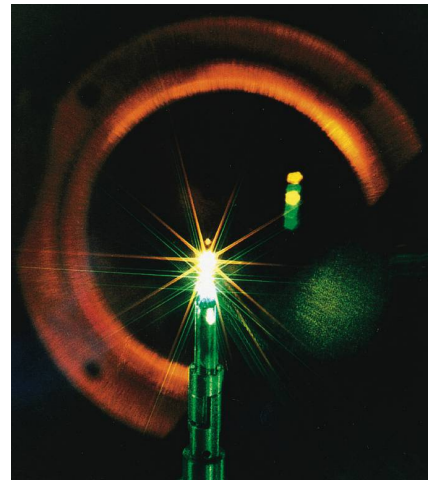
Le neptunium ($Z = 93$) et le plutonium ($Z = 94$) ont finalement été produits et isolés au début des années 1940 par l'équipe du Berkeley Radiation Laboratory.

12.8 LA FUSION

La figure 12.4 (p. 529) montre que l'énergie de liaison par nucléon des noyaux légers augmente avec le numéro atomique. Par conséquent, lorsque deux noyaux légers se combinent pour former un noyau plus lourd dans un processus appelé **fusion nucléaire**, il y a libération d'énergie (tant que les produits de fusion sont moins lourds que le fer 56). Par unité de masse, l'énergie libérée est plus grande dans une réaction de fusion que dans une réaction de fission. Pour fusionner, les noyaux doivent surmonter la forte barrière de potentiel créée par leur répulsion coulombienne. Considérons deux deutérons ($^2_1$H) séparés par une distance égale au double de leur rayon ($\approx 2 \times 10^{-15}$ m). Leur énergie potentielle électrique est

$$U_E = \frac{ke^2}{r} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ N·m}^2/\text{C}^2)(1{,}6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(4 \times 10^{-15} \text{ m})}$$
$$\approx 6 \times 10^{-14} \text{ J} \approx 400 \text{ keV}$$

Chaque deutéron a besoin d'une énergie cinétique de 200 keV pour s'approcher suffisamment de l'autre afin que la force nucléaire les fasse fusionner. Un des moyens de fournir autant d'énergie à des particules consiste à porter un gaz à des températures élevées. Si l'on pose $k_B T = 200$ keV, on trouve $T \approx 2 \times 10^9$ K. Dans cette expression, $k_B = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K est la constante de Boltzmann (voir le chapitre 16 du tome 1), l'indice « B » ayant été ajouté pour la distinguer de la constante de Coulomb.



Lumière émise quand la fusion nucléaire se produit dans une petite pastille de combustible, dans le système de confinement inertiel NOVA.

Les analyses spectrales montrant que les étoiles comme le Soleil sont presque exclusivement constituées d'hydrogène ordinaire, la phénoménale quantité d'énergie qu'elles irradient chaque seconde ne peut être expliquée que par des réactions de fusion de cet hydrogène (qui devient de l'hélium). Selon les modèles qui représentent la structure du Soleil, la gravité cause au cœur de ce dernier une pression suffisante pour que la température y soit voisine de $1{,}5 \times 10^7$ K. À cette température, $k_B T$ n'est qu'environ 1,3 keV, ce qui est nettement inférieur aux 200 keV mentionnés plus haut. Des réactions de fusion doivent pourtant s'y produire, ce qu'on peut expliquer de deux façons. Premièrement, il se trouve toujours quelques particules qui ont des énergies bien supérieures à la moyenne. Deuxièmement, les particules peuvent également traverser la barrière de potentiel coulombien par effet tunnel. Un ensemble de réactions appelé **chaîne proton-proton** ont lieu à l'intérieur du Soleil :

Chaîne proton-proton

$$\begin{aligned} &\text{p} + \text{p} \rightarrow {}^2\text{H} + \text{e}^+ + \nu && Q = 0{,}4 \text{ MeV} \\ &\text{p} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma && Q = 5{,}5 \text{ MeV} \\ &{}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \text{p} + \text{p} && Q = 12{,}9 \text{ MeV} \end{aligned} \qquad (12.16)$$

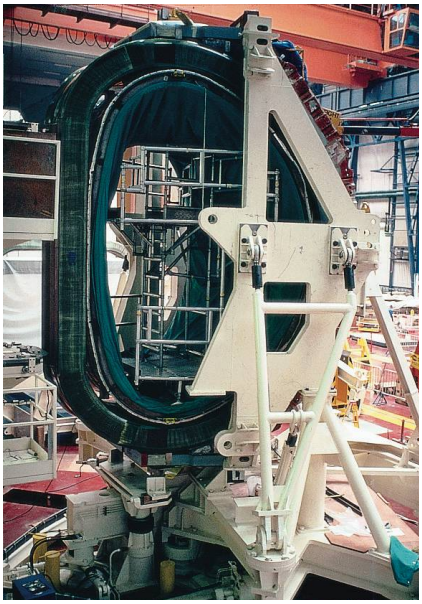
Les deux premières réactions doivent se produire deux fois pour que la troisième puisse avoir lieu une fois. L'énergie totale libérée (24,7 MeV) est répartie entre les produits de la réaction sous forme d'énergie cinétique. L'énergie libérée est plus grande lorsque le positon émis lors de la première des trois réactions rencontre un électron : ils se détruisent alors mutuellement en émettant deux rayons γ ayant une énergie supplémentaire de 1,02 MeV (ce qui correspond à l'énergie au repos des particules disparues). La probabilité de la première réaction (proton-proton) étant faible, la fusion est très lente. Cette première réaction a lieu quand même à l'intérieur du Soleil parce que la densité de particules y est très élevée. La relative lenteur de la réaction proton-proton est une nouvelle plutôt bonne : elle assure que la vie de notre étoile se poursuivra pendant encore plusieurs milliards d'années.

La fusion nucléaire peut aussi être produite de façon artificielle. En 1952 explosa la première bombe à hydrogène. Il s'agit d'un dispositif utilisant la grande quantité d'énergie libérée dans la fusion et faisant intervenir une réaction de fusion non contrôlée. L'énergie thermique nécessaire pour déclencher le processus de fusion est d'abord fournie par la détonation d'une bombe à fission.

Quant à l'utilisation pratique de la fusion *contrôlée*, elle est plus difficile à réaliser. Les recherches actuelles portent sur les réactions suivantes à partir du deutérium (D) ou du tritium (T) :

Réactions de fusion

$$\begin{aligned} &(\text{D} - \text{D}) && {}^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \text{n} && Q = 3{,}27\ \text{MeV} \\ &(\text{D} - \text{D}) && {}^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{H} + {}^1\text{H} && Q = 4{,}03\ \text{MeV} \\ &(\text{D} - \text{T}) && {}^2\text{H} + {}^3\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + \text{n} && Q = 17{,}6\ \text{MeV} \end{aligned} \qquad (12.17)$$



Une partie de la chambre torique utilisée pour confiner le plasma chaud dans le réacteur à fusion européen JET (pour *Joint European Torus*).

Pour produire de l'énergie à partir de la fusion, trois critères doivent être vérifiés :

1. *Hautes températures*. La température doit être supérieure à 10^8 K pour que suffisamment de particules aient une énergie cinétique permettant de surmonter leur répulsion électrique mutuelle afin qu'elles parviennent suffisamment proches les unes des autres pour pouvoir fusionner. À de telles températures, les atomes perdent leurs électrons et on obtient un gaz complètement ionisé appelé **plasma**.
2. *Haute densité de particules*. Cette condition est nécessaire pour augmenter le taux de collisions et donc le taux de réaction.
3. *Longue durée de confinement*. Une fois que les particules ont été rapprochées à haute température, elles doivent rester proches suffisamment longtemps pour que la réaction puisse avoir lieu.

En 1957, John D. Lawson (1923-2008) énonça une condition nécessaire, mais non suffisante, pour la libération nette d'énergie dans un réacteur à fusion. Si n est la densité de particules et τ est la durée de confinement, le **critère de Lawson** s'écrit, selon les réactions,

$$\text{D} - \text{D} : n\tau > 10^{22}\ \text{s/m}^3 \qquad \text{D} - \text{T} : n\tau > 10^{20}\ \text{s/m}^3 \qquad (12.18)$$

Si cette condition est vérifiée, l'énergie produite par le plasma est supérieure à l'énergie qui lui est fournie plus les pertes, notamment par rayons X. Dans le sujet connexe qui suit, on décrit deux approches utilisées pour l'exploitation de l'énergie libérée par la fusion.

SUJET CONNEXE

Les réacteurs nucléaires

Nous avons vu que la fission et la fusion de noyaux libèrent toutes deux de l'énergie. Nous allons examiner ici certains des principes de fonctionnement des réacteurs nucléaires qui sont conçus pour domestiquer cette énergie.

LES RÉACTEURS À FISSION

Le réacteur à fission fonctionne à partir de la fission de noyaux lourds. Lorsqu'un noyau comme celui de l'uranium ${}^{235}_{92}\text{U}$ subit une fission, il libère des neutrons qui peuvent servir à engendrer la fission d'autres

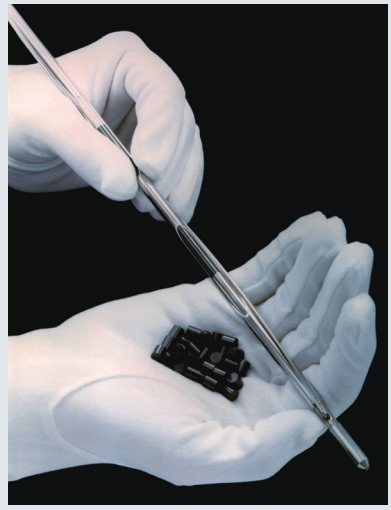
noyaux et ainsi à créer une réaction en chaîne. Dans une bombe atomique, la réaction en chaîne n'est pas contrôlée, contrairement à ce qui se passe dans un réacteur à fission.

Le modérateur

L'uranium présent dans la nature est composé de 0,7 % d'uranium $^{235}_{92}$U et de 99,3 % d'uranium $^{238}_{92}$U. Lorsqu'un noyau $^{238}_{92}$U absorbe un neutron, il a tendance à émettre un rayon γ plutôt que de subir une fission. Par contre, l'uranium $^{235}_{92}$U présente une probabilité élevée de fission pour les neutrons lents (1 eV ou moins). Les neutrons de haute énergie (≈2 MeV) produits dans la fission de l'uranium $^{235}_{92}$U doivent être ralentis avant de pouvoir induire d'autres fissions. Ce ralentissement est effectué dans un matériau appelé *modérateur*. Au passage dans le modérateur, les neutrons sont thermalisés (voir le chapitre 9) : leur énergie cinétique moyenne est donc réduite à la valeur moyenne $(3/2)kT$, caractéristique de la température du modérateur (≈0,04 eV à 300 K). On a vu au chapitre 9 du tome 1 que, dans une collision élastique, l'énergie cinétique transmise par une particule incidente à une particule cible est maximale lorsqu'elles ont la même masse. Pour ralentir les neutrons, il faut donc les exposer à des particules dont la masse est proche de la leur. L'utilisation des protons que contiennent les molécules d'eau constitue donc un moyen idéal d'atteindre cet objectif. En passant dans de l'eau, les neutrons sont thermalisés au bout d'environ 20 collisions survenant en 10^{-3} s. Les protons ont cependant tendance à se combiner avec les neutrons pour former des deutérons : l'eau « légère » ordinaire est alors convertie en *eau lourde*, D_2O. Si le combustible est de l'uranium naturel, on peut alors prendre du graphite ou de l'eau lourde comme modérateur. On peut aussi utiliser l'eau légère comme modérateur si l'uranium a été « enrichi » de manière à contenir 3 % ou 4 % de $^{235}_{92}$U au lieu de 0,7 %.

On ne peut pas se contenter de mélanger le combustible d'uranium avec le modérateur, car la probabilité que les neutrons situés dans la gamme d'énergie de 5 eV à 100 eV soient absorbés par les noyaux $^{238}_{92}$U (avec émission ultérieure de rayons γ) est élevée. Ils ne seraient alors plus disponibles pour la fission des noyaux $^{235}_{92}$U. L'uranium est donc disposé dans des « crayons » de zircaloy (figure 12.32*a*), qui sont installés selon un arrangement bien défini et immergés dans le modérateur. Cet arrangement est conçu de telle façon que les neutrons rapides qui sont ralentis se trouvent à l'extérieur des crayons de combustible lorsqu'ils traversent l'intervalle compris entre 5 eV et 100 eV (figure 12.32*b*). Une fois thermalisés, ils peuvent pénétrer dans d'autres crayons de combustible et engendrer la fission de noyaux $^{235}_{92}$U.

(*a*)



(*b*)

◀ Figure 12.32
(*a*) Un crayon de combustible fissile. (*b*) Dans un réacteur, les crayons sont arrangés en *grappes*. La distance entre les crayons est calculée pour que la thermalisation des neutrons se produise *entre* les crayons.

Taille critique et contrôle

Le *facteur de multiplication k* est un paramètre important dans une réaction en chaîne. C'est le rapport du nombre de neutrons d'une génération de la réaction en chaîne au nombre de la génération précédente. La production de neutrons est proportionnelle au volume du matériau fissile, alors que les pertes augmentent avec la superficie du matériau. Lorsque $k = 1$, le nombre de neutrons produits est égal au nombre de neutrons absorbés ou perdus. Dans ce cas, on dit que le système est *critique*. Si $k < 1$, le flux de neutrons va en diminuant et le système est dit sous-critique. À l'inverse, si $k > 1$, le nombre de neutrons va en augmentant et le contrôle de la réaction risque d'être perdu si aucune intervention n'est faite.

Dans une bombe atomique, deux masses sous-critiques d'uranium (enrichi à 50 % de $^{235}_{92}$U) sont mises ensemble pour former une masse supercritique qui explose en 10^{-8} s. Comme l'enrichissement du combustible dans un réacteur est très inférieur (au-dessous de 4 %), une explosion nucléaire ne peut pas avoir lieu. Toutefois, lorsque $k > 1$, l'énergie thermique produite par les fissions et la radioactivité des produits de fission peut rapidement faire fondre le cœur du réacteur, qui risque

►►►

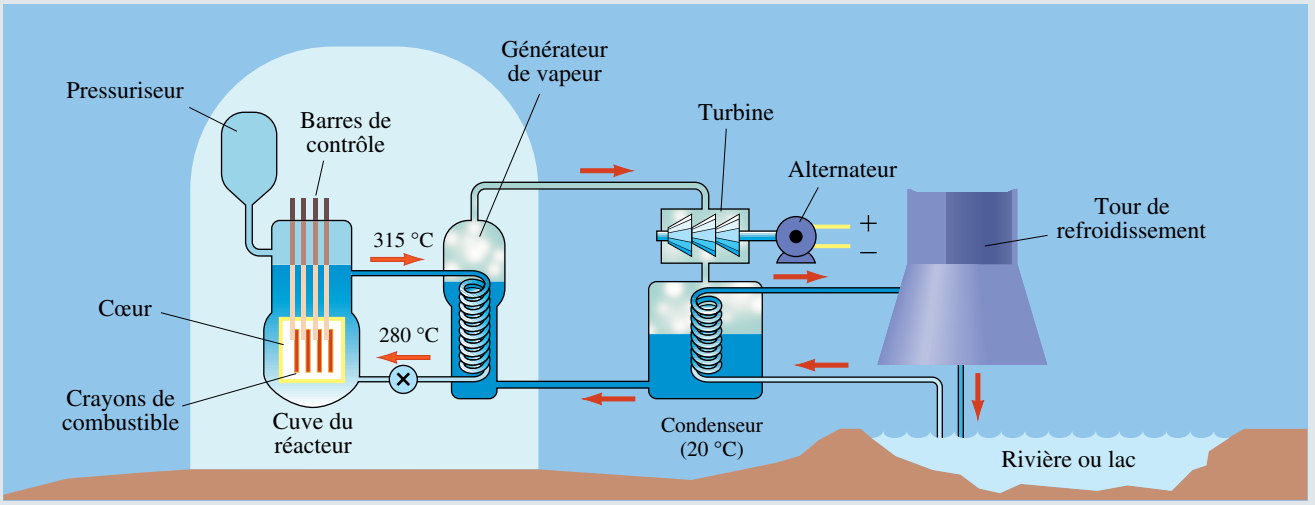
de faire fondre le béton sur lequel il repose. De plus, si l'eau du modérateur se vaporise, l'augmentation de pression peut causer une explosion, éparpillant ainsi les matériaux radioactifs.

Pour maintenir k proche de 1, on insère dans le cœur du réacteur des *barres de contrôle* en cadmium, qui a une grande section efficace d'absorption pour les neutrons thermiques. En faisant monter ces barres hors du cœur, on augmente k et on peut alors atteindre la condition de criticité. Si $k = 1{,}01$, la demi-vie d'augmentation du flux neutronique est seulement de 0,1 s, ce qui est trop rapide par rapport au temps de réaction humaine. La possibilité de contrôler un réacteur dépend essentiellement d'une petite caractéristique du processus de fission. Bien que presque tous les neutrons soient *instantanés* (ils sont émis en 10^{-8} s), près de 0,7 % des neutrons sont *retardés* d'un temps compris entre 0,2 s et 55 s. Le cœur du réacteur est conçu de telle sorte qu'il ne peut être critique qu'avec la contribution de ces neutrons retardés. De cette façon, le temps permis pour le contrôle du réacteur devient supérieur au temps de réaction humaine. En cas d'urgence, les barres de contrôle sont jetées dans le cœur, qui devient sous-critique. Toutefois, même après un arrêt d'urgence, la désintégration radioactive des produits de fission continue de produire de la chaleur. Dans un grand réacteur, la production de chaleur mettrait un jour pour diminuer à 1 %. Mais cette production de chaleur résiduelle peut représenter 20 MW, ce qui est encore beaucoup.

Dans le réacteur à eau pressurisée qui est représenté à la figure 12.33, le cœur du réacteur et l'eau du modérateur sont contenus dans la cuve du réacteur. L'eau du modérateur sert également de matériau de refroidissement dans le circuit de refroidissement primaire. Pour empêcher l'ébullition de l'eau malgré une température $T = 315$ °C, la pression doit être très élevée (15 MPa ou 150 atm). Les conduites dans le circuit primaire de refroidissement passent dans un générateur de vapeur où l'eau du circuit de refroidissement secondaire est convertie en vapeur à haute pression (265 °C, 0,5 MPa), puis acheminée vers une turbine qui est reliée à un alternateur. Les circuits de refroidissement primaire et secondaire sont fermés. Lorsque la vapeur est passée par la turbine, elle est refroidie dans le condenseur par l'eau d'un réservoir, qui peut être une rivière ou un lac. L'eau chauffée est d'abord refroidie par évaporation dans des tours avant d'être renvoyée dans le réservoir.

Le fonctionnement d'un réacteur nucléaire exige la mise en place de nombreux systèmes de sûreté. Par exemple, la cuve du réacteur et les générateurs de vapeur sont dans une enceinte d'acier, qui est elle-même contenue dans un bâtiment en béton armé. Néanmoins, les accidents qui se sont produits à Three Mile Island (États-Unis) et à Tchernobyl (ex-Union soviétique) montrent bien ce qui risque d'arriver lorsque les consignes ne sont pas respectées. L'accident de la centrale nucléaire de Fukushima (Japon), consécutif à un tremblement de terre et à un tsunami survenus en mars 2011, a aussi montré que les systèmes de sécurité ne sont pas à toute épreuve.

Les produits de fission sont eux-mêmes radioactifs. Par conséquent, même lorsque le combustible est épuisé, il faut encore résoudre le problème posé par ces déchets radioactifs. Une des possibilités envisagées est l'enfouissement des déchets dans des mines de sel en profondeur. À cause du bombardement neutronique intense auquel est soumise la structure à l'intérieur de la cuve du réacteur, de nombreux éléments chimiques présents



▲ Figure 12.33

Quelques composants d'un réacteur à eau pressurisée.

dans la composition de cette structure sont « activés par des neutrons », c'est-à-dire qu'ils deviennent radioactifs. Cela limite la vie utile d'un réacteur nucléaire à 30 ans environ.

LES RÉACTEURS À FUSION

Nous avons vu à la section 12.8 que, pour produire de l'énergie à partir de la fusion de noyaux, plusieurs conditions doivent être remplies. En particulier, la densité des particules et le temps de confinement doivent satisfaire au critère de Lawson (équation 12.18). Il existe deux approches fondamentales pour confiner un plasma conformément au critère de Lawson. Dans la technique de *confinement magnétique*, la faible densité des particules est compensée par une durée de confinement relativement longue (1 s). Dans la technique du *confinement inertiel*, la densité de particules est élevée, mais le temps de confinement est court (1 ns).

Le confinement magnétique

Le *tokamak* est un dispositif de confinement magnétique inventé en ex-Union soviétique. Un *champ magnétique toroïdal* intense $\vec{\mathbf{B}}_t$ est créé au moyen d'une vingtaine de bobines enroulées sur la périphérie d'un tore (figure 12.34). Un *champ poloïdal* secondaire, moins intense, $\vec{\mathbf{B}}_p$, est créé par un courant intense (10^6 A) qui est induit dans le plasma par un champ magnétique différent, variable dans le temps, produit par des bobines dans le même plan que le tore. (Ce champ, non indiqué sur la figure 12.34, traverserait le « trou » du tore verticalement. Il n'agit donc pas directement sur le plasma : son seul rôle est d'induire le courant qui, lui, cause le champ $\vec{\mathbf{B}}_p$.) Le champ magnétique résultant est hélicoïdal et sert à confiner le plasma : les particules chargées qui se déplacent dans ce champ subissent une force magnétique qui a tendance à les maintenir dans l'anneau. S'il entrait en contact avec les parois de l'enceinte de confinement, le plasma perdrait de l'énergie et se refroidirait. De plus, des impuretés seraient relâchées dans l'enceinte et gêneraient fortement le fonctionnement du réacteur.

Initialement, le plasma est chauffé par le courant induit mentionné plus haut. Ensuite, des faisceaux de particules neutres de haute énergie (accélérées sous forme d'ions puis neutralisées) sont injectés dans le plasma pour produire 20 MW environ, ce qui élève encore sa température. On se sert également de bobines de radiofréquences pour chauffer le plasma.

Les neutrons de 14,1 MeV provenant de la réaction D – T (équation 12.17) sont absorbés par une « couverture » de lithium fondu autour de l'enceinte de confinement. L'énergie thermique déposée dans cette couverture peut alors servir à produire de la vapeur pour un alternateur classique. Le tritium produit dans les réactions

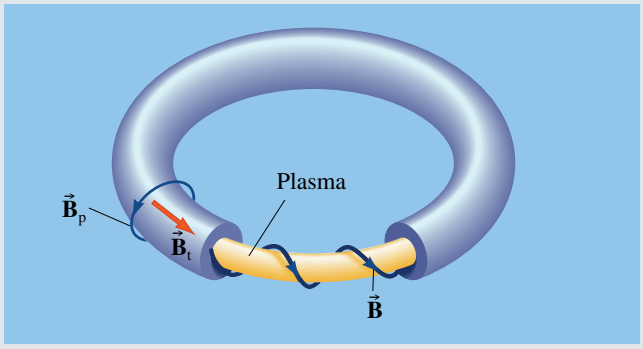
$$n + {}^7\text{Li} \rightarrow {}^3\text{H} + {}^4\text{He} + n$$

$$n + {}^6\text{Li} \rightarrow {}^3\text{H} + {}^4\text{He}$$

peut être extrait et réutilisé.

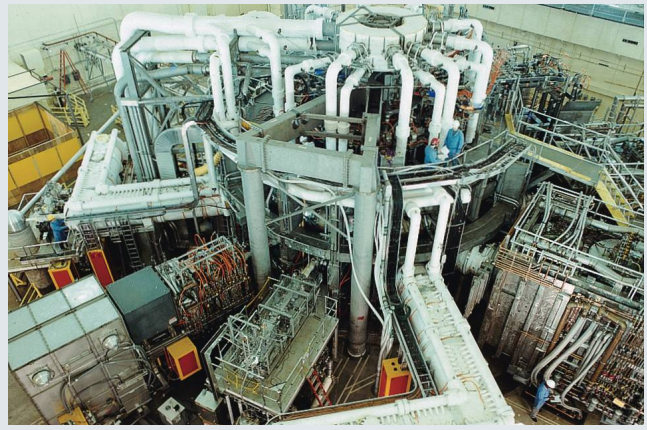
Le *réacteur à fusion expérimental tokamak* de Princeton (figure 12.35) a fonctionné avec une densité de particules $n = 3 \times 10^{19}$ m^{-3}, à une température telle que $kT = 1{,}5$ keV. Son temps de confinement était $\tau = 300$ ms. Le produit figurant dans le critère de Lawson est donc $n\tau \approx 10^{19}$ s/m^3. Pour qu'un tel réacteur produise une puissance électrique de 1000 MW, il faudrait que la température du plasma soit telle que $kT = 15$ keV et que le produit de Lawson soit $n\tau > 10^{20}$ s/m^3.

Dans une réaction de fusion *entretenue*, de l'énergie est fournie en permanence au plasma. Mais, dans une réaction D – T, 20 % de l'énergie cinétique est emportée par la particule α. Ces particules peuvent également servir à chauffer le plasma. Si le plasma atteint la température d'*ignition*, il devient auto-entretenu. Le mode d'ignition



▲ Figure 12.34

Dans un tokamak, le plasma est confiné par la combinaison de champs magnétiques. Le champ toroïdal $\vec{\mathbf{B}}_t$ et le champ poloïdal $\vec{\mathbf{B}}_p$ produisent un champ résultant $\vec{\mathbf{B}}$ dont les lignes sont hélicoïdales.



▲ Figure 12.35

Le réacteur à fusion expérimental tokamak de Princeton.

►►►

exige une valeur plus élevée de $n\tau$, que l'on pourra peut-être atteindre dans quelques décennies.

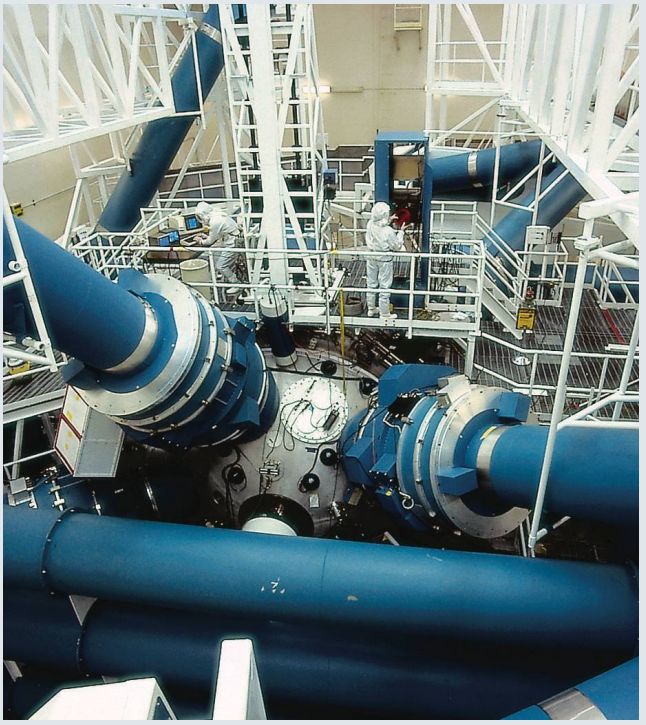
Le confinement inertiel

Dans la technique du *confinement inertiel*, le combustible est constitué de minuscules pastilles de diamètre inférieur à 1 mm qui contiennent un mélange de deutérium et de tritium (figure 12.36). Dans le système NOVA de Livermore, en Californie (figure 12.37), des impulsions de 0,1 ns produites par dix lasers dopés au néodyme (fonctionnant à 1,05 μm) fournissent près de 200 kJ en 1 ns à chaque pastille. (Cela correspond à une puissance de 2×10^{14} W, ce qui est 5000 fois supérieur, pendant ce très bref instant, à la capacité de production de toutes les centrales du Québec !) La surface des pastilles se vaporise et, en se dilatant, envoie une onde de choc vers l'intérieur, ce qui augmente la densité du cœur d'un facteur 10^3 et élève sa température à plus de 10^8 K. Cela se produit en 1,5 ns, avant que les particules aient le temps de se disperser. Elles sont donc confinées par leur propre inertie. Momentanément, la densité de la pastille atteint 10^3 g/cm^3 et sa pression, 10^{12} atm (10^{17} Pa), ce qui est supérieur à la pression à l'intérieur des étoiles. Ces pastilles sont en quelque sorte de minuscules bombes à hydrogène. On peut obtenir une source continue de puissance en faisant fondre de 20 à 50 pastilles par seconde. Des particules chargées, ions ou électrons, peuvent également être utilisées à la place des faisceaux laser.

La fusion présente plusieurs aspects intéressants. Premièrement, les matériaux sont plus facilement disponibles : le deutérium (D) est facile à extraire de l'eau de mer, où sa concentration est égale à 1/6500 de celle des atomes d'hydrogène ordinaire. Bien que le tritium (T) soit rare et coûteux (20 millions de dollars américains le kilogramme !), on peut le produire en bombardant du lithium (Li) avec des neutrons, comme nous l'avons vu plus haut. Deuxièmement, la fusion promet d'être plus sécuritaire que la fission : à cause de la faible quantité de combustible présent à un instant donné, l'« emballement » n'est *pas* possible. En cas de défectuosité des aimants ou d'autres systèmes, le plasma disparaît tout simplement. Troisièmement, les déchets radioactifs posent un problème moins sérieux que dans le cas des réacteurs à fission. Le tritium est certes toxique, mais il a une demi-vie relativement courte, de 12,3 a. Si les réacteurs à fusion deviennent viables, nous aurons réussi à exploiter la source d'énergie des étoiles !

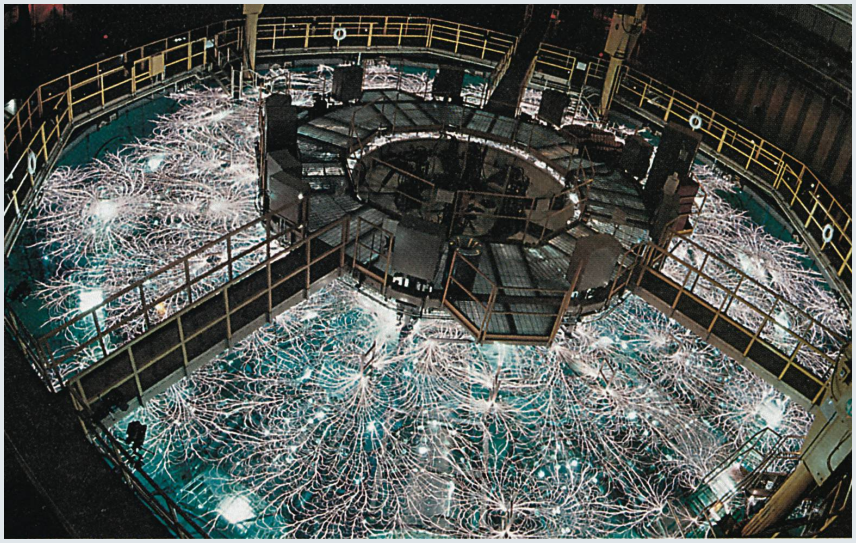
▲ Figure 12.36

Les petites pastilles utilisées dans la technique de confinement inertiel contiennent un mélange de deutérium et de tritium.



▲ Figure 12.37

Le réacteur à fusion laser NOVA au Lawrence Livermore National Laboratory, en Californie.



Les pastilles de combustible sont bombardées par des ions dans le *Particle Beam Fusion Accelerator* des Sandia National Laboratories. Les décharges électriques ont lieu au cours de l'émission de l'impulsion qui produit 10^{14} W.

RÉSUMÉ

Un noyau est désigné par le symbole ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$, A étant le nombre de masse et Z, le numéro atomique, c'est-à-dire le nombre de protons. Le nombre de masse est donné par $A = N + Z$, N étant le nombre de neutrons. Les isotopes sont des noyaux pour lesquels Z est identique, mais A est différent.

Les noyaux sont pratiquement sphériques et leur rayon est donné par

$$R \approx (1{,}2 \text{ fm})A^{1/3} \qquad (12.1)$$

où 1 fm = 10^{-15} m.

L'énergie de liaison (E_ℓ) d'un noyau est déterminée par la différence de masse entre le noyau et ses nucléons pris séparément. On peut la calculer à partir de l'équation

$$E_\ell = \Delta mc^2 = (Zm_{\mathrm{H}} + Nm_{\mathrm{n}} - m_{\mathrm{X}})c^2 \qquad (12.2)$$

où m_{n} est la masse du neutron et m_{H} et m_{X} sont les masses des atomes neutres (puisque les masses des électrons s'annulent mutuellement).

L'énergie de désintégration correspond à une perte de masse :

$$Q = \Delta mc^2 \qquad (12.3)$$

Il existe trois principaux types d'émissions radioactives : la désintégration α, la désintégration β et la désintégration γ. Les particules α sont des noyaux d'hélium (${}^{4}_{2}\mathrm{He}$), les particules β sont soit des électrons, soit des positons, et les rayons γ sont des photons de haute énergie. Plus rarement, un nuclide peut aussi émettre des protons ou des neutrons.

Si un échantillon contient N_0 noyaux radioactifs à $t = 0$, le nombre probable de noyaux restants à l'instant t est donné par

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \tag{12.6}$$

où λ est la constante de désintégration. Le taux de désintégration est

$$R = -\frac{dN}{dt} = \lambda N = R_0 e^{-\lambda t} \tag{12.8 et 12.9}$$

où $R_0 = \lambda N_0$ est le taux de désintégration à $t = 0$. Cette équation est strictement probabiliste, mais plus le nombre de noyaux est élevé, plus les fluctuations statistiques sont faibles. On peut utiliser l'équation 12.9 pour obtenir des mesures fiables à trois chiffres significatifs si chaque mesure de R comporte au moins 10^6 désintégrations.

La demi-vie $T_{1/2}$ correspond au temps nécessaire pour que le nombre probable de noyaux ou le taux de désintégration chute à 50 % de sa valeur à un instant initial *quelconque* (pas seulement à partir de $t = 0$) :

$$T_{1/2} = \frac{0{,}693}{\lambda} \tag{12.7}$$

La dose efficace mesure le risque lié à l'absorption de rayonnement ionisant :

$$E = \sum w_T w_R D \tag{12.11}$$

où D est la *dose radiative*, soit l'énergie absorbée par unité de masse de tissu biologique irradié, et les facteurs de pondération w_T et w_R tiennent compte respectivement du type de tissu et du type de rayonnement.

Un blindage réduit l'intensité d'un rayonnement ionisant monochromatique selon l'équation

$$I = I_0 e^{-kx} \tag{12.12}$$

où le coefficient d'extinction k est relié à la couche de demi-atténuation $X_{1/2}$ par

$$X_{1/2} = \frac{0{,}693}{k} \tag{12.13}$$

Une réaction nucléaire au cours de laquelle un noyau cible X est bombardé par une particule a et qui donne un noyau Y et une particule b s'écrit

$$a + X \rightarrow Y + b + Q \qquad \text{ou} \qquad X(a, b)Y \tag{12.14}$$

L'énergie de réaction est $Q = \Delta m c^2 = (m_a + m_X - m_Y - m_b)c^2$.

TERMES IMPORTANTS

chaîne proton-proton (p. 559)
coefficient d'extinction (p. 549)
constante de désintégration (p. 540)
couche de demi-atténuation (p. 550)
critère de Lawson (p. 560)
défaut de masse (p. 527)
demi-vie (p. 541)
élément naturel (p. 524)
énergie de désintégration (p. 535)
énergie de liaison (p. 528)
fission nucléaire (p. 556)
force nucléaire (p. 527)
fusion nucléaire (p. 559)
interaction faible (p. 538)
isotope (p. 523)
masse atomique (p. 525)
neutrino (p. 538)
neutron (p. 523)
nombre de masse (p. 523)
noyau composé (p. 557)
nucléon (p. 523)
nuclide (p. 523)

nuclide instable (p. 524)
nuclide stable (p. 524)
numéro atomique (p. 523)
particule α (p. 533)
particule β (p. 533)
plasma (p. 560)
positon (p. 537)
proton (p. 523)
radioactivité (p. 522)
rayons γ (p. 533)
réaction en chaîne (p. 558)
réaction nucléaire (p. 550)
taux de désintégration (p. 542)
unité de masse atomique (p. 524)
vallée de stabilité (p. 529)

RÉVISION

R1. Le nom que l'on donne à un noyau (le carbone par exemple) est-il déterminé par le nombre de neutrons, le nombre de protons ou le nombre de nucléons ?

R2. Faites une esquisse de la courbe de l'énergie de liaison par nucléon en fonction du nombre de masse pour les noyaux stables. Expliquez le statut particulier du noyau de fer à partir de la courbe.

R3. Faites une esquisse de la courbe du nombre de neutrons en fonction du nombre de protons pour les noyaux stables.

R4. Expliquez pourquoi les noyaux les plus lourds possèdent une proportion plus grande de neutrons que les plus légers.

R5. Vrai ou faux ? Lors d'une désintégration radioactive, la masse du noyau résultant est toujours plus petite que celle du noyau de départ.

QUESTIONS

Q1. En quoi les isotopes d'un élément donné sont-ils : (a) semblables ; (b) différents ?

Q2. Les nuclides situés sous la « limite de stabilité » de la figure 12.5 (p. 530) ont-ils tendance à émettre des électrons ou des positons ? Pourquoi ?

Q3. Quel indice prouve que les électrons émis au cours d'une désintégration β^- proviennent du noyau et non des électrons atomiques ?

Q4. Le nuclide $^{226}_{88}$Ra a une demi-vie de seulement 1599 a ; or, on le trouve dans des roches datant de plusieurs milliards d'années. Comment est-ce possible ?

Q5. (a) Un proton libre peut-il se désintégrer et donner un neutron ? (b) Un proton dans un noyau peut-il donner un neutron ? Dans chaque cas, justifiez votre réponse.

Q6. Pourquoi les radionuclides lourds émettent-ils des particules α au lieu d'émettre des protons et des neutrons séparés ?

Q7. Est-il possible qu'un électron et un proton pratiquement au repos se combinent pour former un neutron ?

Q8. (a) Pourquoi les masses des nuclides sont-elles numériquement proches de leurs nombres de masse ? (b) Pourquoi certaines masses atomiques du tableau périodique ne sont-elles pas proches de valeurs entières ?

Q9. Une catégorie d'ampoules a une durée de vie moyenne de 1500 h. (a) En quoi cette « vie moyenne » est-elle semblable à la vie moyenne dans une désintégration radioactive ? (b) En quoi s'en distingue-t-elle ?

Q10. Expliquez pourquoi, au cours d'une désintégration radioactive, les énergies des particules α sont discrètes, mais les énergies des particules β couvrent une plage continue de valeurs.

Q11. Comment peut-on mesurer la demi-vie d'un radioisotope si elle est supérieure à 10^9 a ?

Q12. Pourquoi choisit-on le carbone $^{12}_{6}$C plutôt que l'hydrogène $^{1}_{1}$H comme référence pour définir l'unité de masse atomique u ?

Q13. Peut-on faire la distinction entre les isotopes d'un élément donné en examinant les spectres électroniques optiques ? Peut-on utiliser les spectres de vibrations infrarouges des molécules diatomiques, si de telles molécules existent ?

Q14. Les noyaux ont à peu près la même masse volumique. Que pouvez-vous en déduire quant à la force nucléaire ?

Q15. Quel est l'effet de la chaleur sur l'activité d'un échantillon radioactif ?

Q16. Pourquoi les produits de fission ont-ils tendance à émettre des particules β^- plutôt que des particules β^+ ?

Q17. La réaction de fusion nécessite une température élevée. Cela est-il vrai pour la fission ?

Q18. (a) Suggérez quelques moyens pour mesurer la masse d'un proton. (b) Comment pourrait-on mesurer la masse d'un neutron ?

Q19. Pourquoi, dans un noyau, la force coulombienne devient-elle plus importante par rapport à la force nucléaire au fur et à mesure que le nombre de masse augmente ?

Q20. Quel est le nuclide manquant dans chacune des désintégrations suivantes : (a) $^{234}_{94}\text{Pu} \rightarrow ? + \alpha$; (b) $^{64}_{29}\text{Cu} \rightarrow ? + \beta^+$?

Q21. Pourquoi le plomb est-il un bon écran contre les rayons γ, mais ne peut pas servir de milieu pour thermaliser les neutrons ?

Q22. Puisque les neutrons thermiques n'ont pratiquement pas d'énergie cinétique, d'où vient l'énergie nécessaire à la fission ?

Q23. La température du plasma dans un réacteur à fusion est supérieure à la température au centre du Soleil. Pourquoi n'est-on pas encore parvenu à réaliser une réaction de fusion auto-entretenue ?

EXERCICES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

12.1 Structure du noyau

E1. (I) À l'aide de l'équation 12.1, calculez les rayons des nuclides suivants : (a) $^{16}_{8}\text{O}$; (b) $^{56}_{26}\text{Fe}$; (c) $^{238}_{92}\text{U}$.

E2. (I) Le rayon de la Terre est de 6400 km et sa masse volumique moyenne, de 5,5 g/cm^3. Quel rayon aura une sphère de matière nucléaire ayant la masse de la Terre sachant que la masse volumique de la matière nucléaire est de $2{,}3 \times 10^{17}$ kg/m^3 ?

E3. (I) Quelle est la masse volumique d'une étoile à neutrons ayant un rayon de 10 km et une masse égale à celle du Soleil ?

E4. (I) La masse de l'Univers est estimée à 10^{50} kg environ. Quel serait le rayon d'une sphère de même masse mais de masse volumique égale à celle de la matière nucléaire ($2{,}3 \times 10^{17}$ kg/m^3) ?

E5. (I) Par quel facteur doit-on multiplier le nombre de masse A pour doubler le rayon du noyau d'un atome ?

E6. (I) Quel serait le rayon du nuclide $^{235}_{92}\text{U}$ s'il avait la masse volumique moyenne de la Terre, qui est de 5,5 g/cm^3 ?

E7. (I) Le cuivre a deux isotopes stables, $^{63}_{29}\text{Cu}$ et $^{65}_{29}\text{Cu}$. Leurs masses respectives sont de 62,93 u et 64,93 u. Quelle est l'abondance relative de chaque isotope ? La masse atomique du cuivre dans le tableau périodique est de 63,55 u.

E8. (I) Le néon possède plusieurs isotopes. Parmi ceux-ci, les deux plus importants ont les abondances relatives suivantes : 91 % de $^{20}_{10}\text{Ne}$ et 9 % de $^{22}_{10}\text{Ne}$. Quelle masse atomique aurait le Ne s'il n'y avait que ces deux isotopes ? Vérifiez votre résultat en le comparant à la valeur figurant dans le tableau périodique.

E9. (II) (a) Quel est le rayon de l'isotope $^{197}_{79}\text{Au}$ de l'or ? (b) Si le rayon d'une particule α est de 1,8 fm, quelle doit être son énergie cinétique initiale, en électronvolts, pour qu'elle « effleure » la surface d'un noyau d'or vers lequel elle est projetée ? On suppose que le noyau d'or reste au repos.

E10. (II) En supposant qu'il est uniformément chargé, calculez la charge par unité de volume du nuclide $^{56}_{26}\text{Fe}$.

12.2 Énergie de liaison

E11. (I) Calculez, en électronvolts, l'énergie de liaison moyenne par nucléon des noyaux suivants : (a) $^{40}_{20}\text{Ca}$; (b) $^{197}_{79}\text{Au}$.

E12. (I) Calculez, en électronvolts, l'énergie de liaison moyenne par nucléon des noyaux suivants : (a) $^{6}_{3}\text{Li}$; (b) $^{133}_{55}\text{Cs}$.

E13. MonLab (I) Des *noyaux miroirs* sont des noyaux dont le nombre de protons et le nombre de neutrons sont intervertis. Trouvez, en électronvolts, les énergies de liaison des noyaux miroirs suivants : (a) $^{13}_{6}\text{C}$; (b) $^{13}_{7}\text{N}$.

E14. (I) Des *isobares* sont des nuclides qui ont le même nombre de nucléons. Quelles sont, en électronvolts, les énergies de liaison des isobares suivants : (a) $^{15}_{7}\text{N}$; (b) $^{15}_{8}\text{O}$? On donne $m[^{15}_{8}\text{O}] = 15{,}003\,066$ u.

E15. MonLab (II) (a) Quelle est, en électronvolts, l'énergie requise pour enlever un neutron au $^{7}_{3}\text{Li}$? (b) Comparez le résultat obtenu à la question (a) avec l'énergie de liaison moyenne par nucléon pour ce nuclide.

E16. (II) (a) Quelle est, en électronvolts, l'énergie requise pour enlever un proton au $^{12}_{6}\text{C}$? (b) Comparez le résultat obtenu à la question (a) avec l'énergie de liaison moyenne par nucléon pour ce nuclide.

12.3 et 12.4 Radioactivité, rythme de désintégration radioactive

E17. (I) On utilise l'isotope radioactif $^{60}_{27}\text{Co}$ dans le traitement des tumeurs. Il subit une désintégration β^- avec une demi-vie de 5,27 a. Quel est le taux de désintégration initial d'un échantillon de 0,01 g ?

E18. (I) Le nuclide $^{32}_{15}P$ subit une désintégration β^- avec une demi-vie de 14,3 jours. On l'utilise comme indicateur radioactif dans les analyses biochimiques. Quel est le taux de désintégration initial d'un échantillon de 1 mg ?

E19. (I) Le radon $^{222}_{86}Rn$ est un gaz ayant une demi-vie de 3,82 jours. Si on mesure $1{,}92 \times 10^5$ désintégrations en 10 min, combien reste-t-il de noyaux de radon 1 jour plus tard ?

E20. (I) Contrairement à d'autres nuclides légers, le $^{8}_{4}Be$ peut se désintégrer en émettant des particules α. On donne $m[^{8}_{4}Be] = 8{,}005\,305$ u. (a) Quelle est, en électronvolts, l'énergie libérée lorsque le $^{8}_{4}Be$ se divise en deux particules α ? (b) Est-il possible pour le $^{12}_{6}C$ de se désintégrer en émettant trois particules α ?

E21. (I) Si le $^{11}_{6}C$ émettait un positon, quel serait le nuclide restant ? Cette désintégration est-elle possible ? On donne $m[^{11}_{6}C] = 11{,}011\,434$ u.

E22. MonLab (II) Par suite d'un accident dans un réacteur nucléaire, l'isotope radioactif $^{90}_{38}Sr$ (demi-vie de 28,8 a) est relâché dans l'atmosphère. Si les retombées au voisinage du réacteur sont de 1 $\mu g/m^2$, au bout de combien de temps estime-t-on que le taux de désintégration par unité de surface va-t-il chuter à un niveau de 1 $\mu Ci/m^2$?

E23. (I) Le taux de désintégration d'un échantillon fraîchement préparé est de 150 μCi et chute à 90 μCi au bout de 2,5 h. (a) Trouvez la demi-vie du nuclide. (b) Combien d'atomes radioactifs étaient initialement présents ?

E24. (I) L'isotope radioactif $^{239}_{94}Pu$ a une demi-vie de $2{,}41 \times 10^4$ a. Quel est le taux de désintégration initial en curies d'un échantillon de 1 g ?

E25. MonLab (II) Un os ancien contient 80 g de carbone et son taux de désintégration est de 45 désintégrations/min. (a) Quel est son âge le plus probable ? On suppose que le rapport en nombre des isotopes dans l'atmosphère est $^{14}C/^{12}C = 1{,}3 \times 10^{-12}$ et qu'il est resté constant. La demi-vie du ^{14}C est de 5730 a. (b) Si la mesure du taux de désintégration augmentait ou diminuait d'un écart-type, quel serait l'intervalle correspondant pour l'âge de l'échantillon (voir l'exemple 12.8) ? (c) Comment suggérez-vous de réduire cet intervalle ?

E26. (I) Lors des premiers travaux sur la radioactivité, trois séries radioactives furent découvertes et l'on attribua des noms variés aux différents produits avant de les identifier correctement. Dans la série suivante de l'*uranium*, identifiez chaque élément :

$$^{238}_{92}U \xrightarrow{\alpha} UX_1 \xrightarrow{\beta^-} UX_2 \xrightarrow{\beta^-} UII \xrightarrow{\alpha} Io \rightarrow \ldots$$

(Le mode de désintégration est signalé par les lettres grecques sous les flèches.)

E27. (I) Dans la série radioactive de l'*actinium*, qui commence par l'uranium $^{235}_{92}U$, le produit de désintégration final (stable) est le $^{207}_{82}Pb$. Combien de particules α et d'électrons sont émis pour atteindre cet état final ?

E28. (I) Le taux de désintégration initial d'un échantillon de $^{131}_{53}I$ (demi-vie de 8,02 jours) est de 0,2 Ci. (a) Quelle est la masse initiale de l'échantillon ? (b) Quel est le nombre de noyaux présents au bout de 10 jours ?

E29. (I) Le compteur Geiger détecte les particules élémentaires, individuellement, par le déclenchement d'une avalanche électronique. Chaque avalanche provoque le déclenchement d'un *coup* clairement mesurable. Un échantillon de radionuclide produit initialement 500 coups/min dans un compteur Geiger. Deux heures plus tard, le taux chute à 320 coups/min. À combien estimez-vous la demi-vie du nuclide ?

E30. (I) Le tritium ($^{3}_{1}H$) est un isotope de l'hydrogène qui a une demi-vie de 12,3 a. Quel pourcentage d'un échantillon donné reste-t-il au bout de 10 a ?

E31. (I) Le rubidium subit la désintégration suivante : $^{87}_{37}Rb \rightarrow {}^{87}_{38}Sr + \beta^-$ avec une demi-vie de $4{,}88 \times 10^{10}$ a. On découvre un fossile dans une roche dans laquelle le rapport de Sr au Rb est de 1,2 %. En supposant qu'il n'y avait pas de Sr au moment de la formation de la roche, quel est l'âge du fossile ?

E32. MonLab (II) Quel est le taux de désintégration attendu du $^{14}_{6}C$ dans un gros objet vieux de 15 000 a ? Donnez votre réponse en fonction du nombre de désintégrations par minute et par gramme de ^{12}C. On suppose que le rapport en nombre des isotopes dans l'atmosphère est $^{14}C/^{12}C = 1{,}3 \times 10^{-12}$ et qu'il est resté constant. La demi-vie du ^{14}C est de 5730 a.

E33. (II) Les isotopes $^{235}_{92}U$ et $^{238}_{92}U$ sont radioactifs avec des demi-vies respectives de $7{,}04 \times 10^8$ a et de $4{,}46 \times 10^9$ a. L'abondance relative $^{235}_{92}U/^{238}_{92}U$ est d'environ 0,007 à l'heure actuelle. Quel était ce rapport il y a 10^9 a ?

E34. (I) L'isotope radioactif $^{40}_{19}K$, qui se désintègre en $^{40}_{18}Ar$ avec une demi-vie de $1{,}26 \times 10^9$ a, est utilisé pour dater les roches. Quel est le taux attendu de désintégration d'un échantillon de 1 μg ?

E35. (I) La *capture d'électron* est un processus qui se produit simultanément à la désintégration β^+ et par lequel un noyau capture un électron atomique. Quelle est, en électronvolts, l'énergie libérée dans la réaction de capture d'électron $e^- + {}^{7}_{4}Be \rightarrow {}^{7}_{3}Li + \bar{\nu}$.

E36. (I) Identifiez le noyau résultant et calculez l'énergie libérée, en électronvolts, lors d'une désintégration α du $^{210}_{84}Po$.

E37. (I) Combien de particules α et β^- interviennent dans la série radioactive qui débute par le thorium $^{232}_{90}$Th et se termine par le produit stable $^{208}_{82}$Pb ?

E38. (I) Quelle est, en électronvolts, l'énergie libérée dans la désintégration du neutron libre $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$? On suppose que l'antineutrino ($\bar{\nu}$) n'a aucune masse au repos.

E39. (I) Quelle est, en électronvolts, l'énergie libérée dans la désintégration β^- du $^{40}_{19}$K ?

E40. (I) L'isotope $^{218}_{84}$Po peut se désintégrer soit (a) en émettant une particule α, soit (b) en émettant une particule β^-. Trouvez, en électronvolts, l'énergie libérée dans chaque cas. On donne $m[^{218}_{84}\text{Po}] = 218{,}008\,965$ u, $m[^{214}_{82}\text{Pb}] = 213{,}999\,801$ u et $m[^{218}_{85}\text{At}] = 218{,}008\,680$ u.

12.6 Réactions nucléaires

E41. MonLab (I) Trouvez, en électronvolts, l'énergie de la réaction pour chacune des réactions suivantes : (a) la transmutation artificielle des noyaux découverte par Rutherford en 1919 :

$$^{14}_{7}\text{N}(\alpha, \text{p})^{17}_{8}\text{O}$$

(On traite de cette méthode abrégée de description d'une réaction nucléaire sous l'équation 12.14.)

(b) la première transmutation artificielle des noyaux par des protons accélérés, réalisée en 1932 par J. Cockcroft et E. Walton :

$$^{7}_{3}\text{Li}(\text{p}, \alpha)^{4}_{2}\text{He}$$

E42. (I) Calculez, en électronvolts, l'énergie de la réaction de chacune des réactions suivantes : (a) la production du neutron découverte par J. Chadwick en 1932 :

$$^{9}_{4}\text{Be}(\alpha, \text{n})^{12}_{6}\text{C}$$

(b) la radioactivité artificielle découverte par F. Joliot et I. Joliot-Curie en 1934 :

$$^{27}_{13}\text{Al}(\alpha, \text{n})^{30}_{15}\text{P}$$

E43. (I) Calculez, en électronvolts, l'énergie de la réaction pour la réaction suivante :

$$^{9}_{4}\text{Be}(\text{p}, \alpha)^{6}_{3}\text{Li}$$

E44. (I) Identifiez la particule ou le nuclide manquant dans chacune des réactions suivantes : (a) $^{10}_{5}\text{B}(\text{n}, ?)^{7}_{3}\text{Li}$; (b) $^{6}_{3}\text{Li}(\text{p}, \alpha)?$; (c) $^{18}_{8}\text{O}(\text{p}, ?)^{18}_{9}\text{F}$.

E45. (I) Identifiez la particule ou le nuclide manquant dans chacune des réactions suivantes : (a) $?(\text{n}, \text{p})^{32}_{15}\text{P}$; (b) $?(\text{p}, \alpha)^{16}_{8}\text{O}$; (c) $^{9}_{4}\text{Be}(\text{n}, \gamma)?$; (d) $^{14}_{7}\text{N}(?, \text{p})^{14}_{6}\text{C}$.

E46. (I) La réaction $^{14}_{7}\text{N}(\text{n}, \text{p})^{14}_{6}\text{C}$, qui a lieu dans la haute atmosphère à cause du bombardement des rayons cosmiques, assure le réapprovisionnement d'isotopes $^{14}_{6}$C dans l'atmosphère. Quelle est, en électronvolts, l'énergie de la réaction ?

E47. (I) Sachant que l'énergie de la réaction $Q = -2{,}45$ MeV dans la réaction $^{18}_{8}\text{O}(\text{p}, \text{n})^{18}_{9}\text{F}$, calculez la masse du $^{18}_{9}$F. La masse de l'isotope $^{18}_{8}$O est de 17,999 16 u.

12.7 Fission

E48. MonLab (I) (a) Si la fission d'un noyau $^{235}_{92}$U libère 190 MeV, quelle serait, en électronvolts, l'énergie libérée par la fission de 1 kg de ce nuclide ? (b) Pendant combien de temps cette énergie pourrait-elle alimenter une ville dont la consommation est de 500 MW, en supposant que le réacteur nucléaire opérant cette fission puisse récupérer et transformer 32 % de l'énergie ?

E49. (II) En supposant que toute l'énergie libérée par la fission de chaque noyau $^{235}_{92}$U (190 MeV) est absorbée par l'eau, combien d'atomes $^{235}_{92}$U doivent subir une fission pour élever de 1 °C la température de 1 g d'eau ?

E50. (I) L'isotope $^{235}_{92}$U peut subir une fission spontanée avec une demi-vie de 3×10^{17} a environ. À combien de fissions spontanées peut-on s'attendre par jour dans un 1 g d'échantillon ?

E51. (I) Calculez, en électronvolts, l'énergie libérée dans la réaction de fission suivante provoquée par un neutron thermique :

$$\text{n} + {}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{236}_{92}\text{U}^* \rightarrow {}^{144}_{56}\text{Ba} + {}^{89}_{36}\text{Kr} + 3\text{n}$$

On néglige l'énergie cinétique du neutron thermique. On donne $m[^{144}_{56}\text{Ba}] = 143{,}922\,94$ u.

E52. (I) Trouvez la variation de masse au repos dans l'explosion d'une bombe à fission équivalant à 20 kt de TNT. La combustion d'une tonne de TNT libère $4{,}18 \times 10^9$ J.

E53. (II) Un neutron instantané libéré dans une réaction de fission a une énergie cinétique de 1 MeV. Il traverse un modérateur qui réduit son énergie cinétique à 0,025 eV. Si le neutron perd 50 % de son énergie cinétique à chaque collision, combien de collisions subit un neutron dans ce modérateur ?

E54. (I) Quelle est la longueur d'onde de Broglie d'un neutron thermique dont l'énergie cinétique est de 0,04 eV ?

12.8 Fusion

E55. MonLab (I) Montrez que l'énergie libérée dans la réaction D – D représentée par $^2\text{H}(^2\text{H}, \text{n})^3\text{He}$ est de 3,27 MeV.

E56. (I) Montrez que l'énergie libérée dans la réaction D – T représentée par $^3\text{H}(^2\text{H}, \text{n})^4\text{He}$ est de 17,6 MeV.

E57. (I) Montrez que l'énergie libérée dans la réaction D – D représentée par $^2\text{H}(^2\text{H}, ^3\text{H})\text{p}$ est de 4,03 MeV.

E58. (I) Quel est le nombre de fusions par seconde nécessaires pour produire dans un réacteur à fusion une puissance de 40 MW en vertu de la réaction D – T de l'équation 12.17 ?

E59. (II) Une réaction de fusion D – D libère 4,03 MeV. Le rapport de concentration (en nombre) du deutérium à l'hydrogène est de 1/6500 dans l'eau de mer. Quelle est l'énergie de fusion disponible dans 1 kg d'eau de mer ?

EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

12.2 Énergie de liaison

E60. (I) Quelle est, en électronvolts, l'énergie de liaison du dernier neutron du ^{13}C ?

E61. (I) L'énergie de liaison moyenne par nucléon du ^{214}Po est de 7,7852 MeV. Quelle est sa masse atomique ?

12.3 et 12.4 Radioactivité, rythme de désintégration radioactive

E62. (I) L'énergie de désintégration β^+ du ^{12}N est de 16,316 MeV. Quelle est sa masse atomique ?

E63. (I) Le taux de désintégration initial d'un échantillon est de 790 µCi. Sa demi-vie est de 10 s. Combien de noyaux auront été désintégrés entre 20 s et 30 s après l'instant initial ?

E64. (II) Un fragment d'os vieux de 2500 ans contient 15 g de carbone. Trouvez : (a) le taux de désintégration initial du ^{14}C ; (b) son taux de désintégration actuel attendu. On suppose que le rapport en nombre des isotopes dans l'atmosphère est $^{14}C/^{12}C = 1{,}3 \times 10^{-12}$ et qu'il est resté constant. La demi-vie du ^{14}C est de 5730 a.

E65. (I) L'émission de positons à partir d'un radionuclide est la première étape du processus de fonctionnement d'un processus d'imagerie médicale appelé la tomographie par émission de positons (TEP). Considérons que le nuclide utilisé est ^{15}O. Sa demi-vie est de 122 s. (a) Identifiez les noyaux résultants. (b) Si le taux de désintégration initial d'un échantillon est de 20 µCi, combien y a-t-il de noyaux de ^{15}O présents ?

E66. (I) Un archéologue obtient pour un morceau de bois qu'il a exhumé du sol un taux de désintégration correspondant à 9,7 % de celui d'un morceau de bois fraîchement coupé. Quel est l'âge estimé de l'échantillon ? La demi-vie du ^{14}C est de 5730 a.

E67. (I) Un accident nucléaire contamine un pâturage avec du $^{131}_{53}I$, dont la demi-vie est de 8,02 jours. (a) Quelle est la masse de $^{131}_{53}I$ par litre de lait, si le taux de désintégration observé dans une citerne de lait est de 2000 Bq/L à la suite de l'accident ? (b) Combien de temps faudra-t-il pour que le taux de désintégration passe à 500 Bq/L ?

E68. (I) Le ^{13}N subit une désintégration β^+ et sa demi-vie est de 9,97 min. Quelle est, en électronvolts, l'énergie libérée durant chaque désintégration ?

E69. (I) La désintégration radioactive du ^{40}K en ^{40}Ar a une demi-vie de $1{,}26 \times 10^9$ a. Si 80 % du potassium radioactif d'une roche s'est désintégré en argon, quel est l'âge de la roche ?

E70. (I) Quelle est la masse de tritium (^3H ou T) nécessaire pour produire un taux de désintégration de 25 µCi (demi-vie de 12,3 a) ?

E71. (I) Le ^{22}Na subit une désintégration β^+ et sa demi-vie est de 2,61 a. (a) Quel est le noyau résultant ? (b) Quelle est l'énergie de la réaction, en électronvolts ?

E72. (I) (a) Quel est le nombre de désintégrations, par minute et par gramme de carbone, du ^{14}C dans la structure osseuse d'un être vivant ? (b) Un vieux fragment d'os contient 400 mg de carbone. En une heure, on mesure 81 désintégrations. Quel est l'âge de ce fragment ? On suppose que le rapport en nombre des isotopes dans l'atmosphère est $^{14}C/^{12}C = 1{,}3 \times 10^{-12}$ et qu'il est resté constant. La demi-vie du ^{14}C est de 5730 a. (c) Si la mesure du taux de désintégration augmentait ou diminuait d'un écart-type, quel serait l'intervalle correspondant pour l'âge de l'échantillon (voir l'exemple 12.8) ? (d) Comment suggérez-vous de réduire cet intervalle ?

E73. (I) Le radon gazeux ($^{222}_{86}Rn$), un émetteur de particules α, est détectable dans l'environnement et peut être nocif pour la santé. Sa demi-vie est de 3,82 jours. Le taux de désintégration initial d'un échantillon est de 65 Bq. (a) Quel est le nombre probable de noyaux initialement présents ? (b) Combien de temps est-il nécessaire pour que le taux de désintégration attendu passe à 5 Bq ?

E74. (I) La tomographie par émission de positons (TEP) utilise des nuclides qui se désintègrent en produisant un positon. Écrivez la réaction de désintégration appropriée pour les nuclides suivants : (a) ^{11}C ; (b) ^{13}N ; (c) ^{68}Ga ; (d) ^{82}Rb ; (e) ^{18}F.

12.5 Radioprotection

E75. (I) Un technicien en radio-oncologie de 70 kg reçoit 10^{13} photons de 0,01 nm. (a) Quelle est la dose efficace correspondante si la radiation est absorbée par

les différents tissus selon les proportions données dans le tableau suivant ? (b) Quelle aurait été la dose efficace si la même énergie avait été déposée par des particules α ?

w_T	0,01	0,08	0,12
Proportion	60 %	30 %	10 %

E76. (I) Au cours d'une expérience en milieu scolaire, un étudiant de 60 kg manipule pendant 2 h une source contenant 10^{11} noyaux d'un nuclide émettant des photons de 1,0 MeV avec une demi-vie de 5,0 a. Si 10 % des photons déposent leur énergie dans le corps de l'étudiant, quelle est la dose radiative reçue ? Est-elle dangereuse ?

E77. (II) Pour un examen médical, on fait avaler à une patiente de 60 kg une pilule d'iode ^{123}I ayant un taux de désintégration initial de 25 mCi. Ce nuclide se désintègre par capture d'électron (voir l'exercice E35) en ^{123}Te* avec une demi-vie de 13,2 h. Ensuite, pour revenir au niveau fondamental ^{123}Te, le ^{123}Te* émet dans 87 % des cas un photon de 159 keV et, dans les autres cas, un électron de 127 keV. Si on considère que 50 % de l'iode est excrétée avant de se désintégrer, quelle est la dose radiative maximale reçue par la patiente ? Que supposez-vous ?

E78. (I) Pour le rayonnement γ produit lors d'une scintigraphie, la couche de demi-atténuation du plomb est de 0,4 mm. (a) Quelle devrait être l'épaisseur de la couche de plomb pour que la fraction de l'intensité initiale parvenant à traverser le blindage soit de 0,5 % ? (b) L'infirmière de 70 kg responsable de l'injection du radiopharmaceutique blinde sa seringue avec 5 mm de plomb. Si le contenu de la seringue a une activité de 20 mCi et produit des photons de 0,2 MeV, quelle dose radiative son corps absorbe-t-il en cinq minutes ? Cette dose est-elle dangereuse ?

12.6 Réactions nucléaires

E79. (I) Quelle est, en électronvolts, l'énergie de la réaction pour ^{7}Li(p, n)^{7}Be ? Que pouvez-vous conclure de votre réponse ?

E80. (I) Quelle est, en électronvolts, l'énergie de la réaction des réactions suivantes : (a) ^{15}N(p, α)^{12}C ; (b) ^{13}C(p, γ)^{14}N ?

12.7 Fission

E81. (I) Trouvez le nuclide manquant dans la réaction de fission suivante : n + ^{233}U → ^{134}Te + ? + 2n.

E82. (I) L'énergie libérée pendant la fission d'un noyau ^{235}U est d'environ 200 MeV. (a) Combien de noyaux sont nécessaires pour produire une explosion équivalant à 20 kt de TNT ? L'énergie associée à l'explosion d'une tonne de TNT est de $4{,}18 \times 10^9$ J. (b) Quelle est la masse de ^{235}U nécessaire ?

PROBLÈMES

(Voir l'avant-propos pour la signification des icônes)

P1. (I) Le radio-isotope $^{90}_{38}$Sr a une demi-vie de 28,8 a. Un échantillon a un taux initial de désintégration de 24 μCi. Combien de noyaux se désintègrent lors de la première année ?

P2. (II) Un nuclide radioactif ayant une constante de désintégration λ donne un nuclide résultant stable. Il y a initialement N_{10} noyaux de départ et aucun noyau résultant. Montrez que le nombre N_2 de nuclides résultants s'exprime en fonction du temps par

$$N_2 = N_{10}(1 - e^{-\lambda t})$$

P3. (I) Un échantillon d'un nuclide radioactif donne un nuclide résultant qui est également radioactif. (a) Si les constantes de désintégration sont λ_1 et λ_2, donnez l'expression du taux d'accroissement du nombre N_2 des nuclides résultants. (b) Quelle est la condition pour que le nombre de nuclides résultants cesse d'augmenter ?

P4. (I) La durée de vie moyenne τ d'un nuclide radioactif est donnée par

$$\tau = \frac{\int_{N_0}^{0} t\, dN}{\int_{N_0}^{0} dN}$$

où $dN/dt = -\lambda N$. Montrez que $\tau = 1/\lambda$. (*Indice* : Convertissez en une intégrale sur le temps et faites une intégration par parties.)

P5. (II) (a) Utilisez la conservation de la quantité de mouvement pour montrer que, dans une désintégration α, l'énergie cinétique de la particule α est donnée par

$$K_\alpha = \frac{M_R Q}{(M_R + m_\alpha)}$$

où M_R est la masse du noyau résultant et Q est l'énergie de la réaction. (b) Calculez, en électronvolts, cette énergie cinétique pour la désintégration $^{226}_{88}$Ra → $^{222}_{86}$Rn + α.

P6. (I) (a) Montrez que, dans une désintégration avec émission de positons, l'énergie de la réaction est $Q = (m_D - m_R - 2m_e)c^2$, où m_D et m_R sont respectivement les masses atomiques des atomes de

départ et des atomes résultants. (b) Calculez, en électronvolts, cette énergie pour la désintégration $^{64}_{29}\text{Cu} \rightarrow {}^{64}_{28}\text{Ni} + \beta^+ + \nu$.

P7. (I) Le taux de désintégration d'un échantillon radioactif chute de 40 % en 3,5 h. Quelle est la demi-vie du nuclide ?

P8. (II) L'énergie potentielle électrique d'une sphère uniformément chargée de rayon R et de charge Q est $3kQ^2/5R$. Quelle est, en électronvolts, la variation de l'énergie potentielle électrique totale lors de la fission suivante ?

$$^{236}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{141}_{56}\text{Ba} + {}^{92}_{36}\text{Kr} + 3\text{n}$$

P9. (I) (a) Utilisez la conservation de la quantité de mouvement pour démontrer que l'énergie cinétique de la particule α dans la désintégration d'un noyau de nombre de masse A initialement au repos est

$$K_\alpha \approx \frac{(A-4)Q}{A}$$

où Q est l'énergie de la réaction. (b) Quelle est, en électronvolts, l'énergie de la particule α dans la désintégration $^{236}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{232}_{90}\text{Th} + \alpha$, en supposant que le noyau $^{236}_{92}\text{U}$ est initialement au repos ?

P10. (II) (a) Utilisez la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement pour démontrer que l'énergie de seuil d'une particule incidente nécessaire pour engendrer une réaction endothermique X(a, b)Y, mesurée dans le référentiel du laboratoire, est

$$E_s = \frac{-(M_X + m_a)Q}{M_X}$$

où m_a est la masse de la particule incidente et M_X est la masse du noyau initialement au repos. (b) Calculez, en électronvolts, cette énergie pour $^{14}\text{N}(\alpha, \text{p})^{17}\text{O}$. (*Indice* : Calculez l'énergie cinétique par rapport au centre de masse.)

P11. (I) Montrez que l'énergie de seuil du proton incident dans la réaction $^{13}\text{C}(\text{p}, \text{n})^{13}\text{N}$ est de 3,23 MeV. (Voir le problème précédent.)

P12. (I) On obtient le technétium $^{99\text{m}}\text{Tc}$ utilisé en imagerie médicale à partir de molybdène ^{99}Mo. Un appareil appelé *générateur* contient du ^{99}Mo et accumule le technétium à mesure qu'il apparaît. Quand la quantité de technétium atteint un maximum, on en retire l'entièreté et le processus recommence. (a) Quand le technétium s'accumule, montrez que son taux de désintégration est relié à celui du molybdène par

$$R_{Tc} = R_{Mo}\left(\frac{\lambda_{Mo}}{\lambda_{Mo} - \lambda_{Tc}}\right)(1 - e^{-(\lambda_{Tc} - \lambda_{Mo})t})$$

(b) Sachant que la demi-vie du ^{99}Mo est de 66,7 h et que celle du $^{99\text{m}}\text{Tc}$ est de 6,02 h, combien de temps faut-il attendre entre les prélèvements de technétium ? Supposez qu'on attend chaque fois que R_{Tc} redevienne maximal.

CHAPITRE 13

LES PARTICULES ÉLÉMENTAIRES*

SOMMAIRE

13.1 L'antimatière
13.2 Les forces d'échange
13.3 La classification des particules
13.4 La symétrie et les lois de conservation
13.5 Le groupe SU(3) et les quarks
13.6 La couleur
13.7 Les théories de jauge
13.8 L'interaction électrofaible
13.9 Les nouveaux quarks
13.10 La chromodynamique quantique
13.11 La grande théorie unifiée

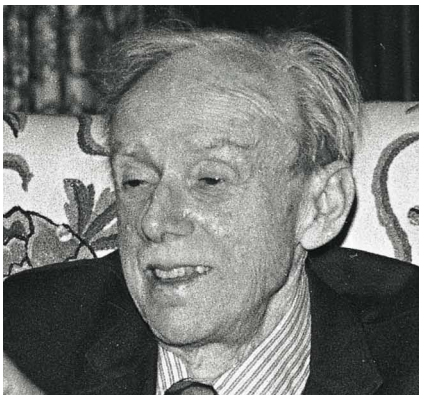
Le LHC (*Large Hadron Collider*, ou « grand collisionneur de hadrons ») est un accélérateur de particules de 27 km de circonférence dont la construction s'est terminée en 2008 à l'Organisation européenne pour la recherche nucléaire (aussi appelée le CERN). Son rôle est d'accélérer des particules jusqu'à une énergie de 7000 GeV, puis de détecter l'effet de leurs collisions en face à face. En 2012, cet accélérateur acheva de détecter les constituants du modèle standard de la physique des particules, que nous présenterons dans ce chapitre.

Depuis l'Antiquité grecque, il s'est toujours trouvé des philosophes et des scientifiques pour penser que la matière est ultimement composée de particules *élémentaires* sans structure interne. Le philosophe Démocrite (460-370 av. J.-C.) appelait ces particules indivisibles des *atomes*. En 1808, John Dalton (1766-1844) émit l'hypothèse qu'un élément donné est formé d'atomes identiques et indivisibles, puis utilisa ce modèle pour expliquer comment se combinent chimiquement les éléments pour former des corps composés. Un siècle plus tard, Thomson montra les limites de ce modèle lorsqu'il isola l'électron : si la matière contient des électrons et qu'elle est faite d'atomes, alors les atomes devraient avoir une structure interne et notamment contenir des électrons. Une décennie plus tard, Rutherford fit des observations sur la déviation des particules α et en conclut que les atomes devraient aussi contenir un petit noyau, les électrons étant situés autour de ce dernier. En 1932, on attribuait au noyau lui-même une structure interne, le représentant comme étant composé de

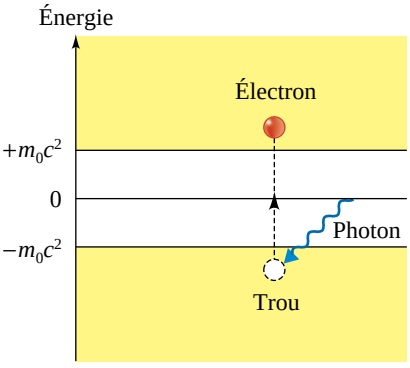
* Ce chapitre a été rédigé comme un sujet connexe. Il ne comporte donc aucun exemple ni exercice, et les rubriques habituelles, comme les points essentiels et le résumé, n'y figurent pas. Pour une bonne part, sa lecture représente un défi, mais elle pourra donner au lecteur une idée de la recherche actuelle en physique des particules.

protons et de neutrons. Comme nous l'avons déjà vu, on parvint à résoudre les problèmes posés par le principe de conservation de l'énergie dans la désintégration β en postulant l'existence du neutrino. Avec l'addition du photon, on comptait cinq particules élémentaires.

Comme nous le verrons dans ce chapitre, le nombre de particules élémentaires nécessaires pour expliquer les observations a augmenté davantage avec le temps. Aujourd'hui, le *modèle standard* de la physique des particules, développé au début des années 1970, a l'ambition d'expliquer toutes les interactions fondamentales (à l'exception de la gravitation), mais nécessite quelques dizaines de particules élémentaires : les quarks, les leptons et les bosons de jauge. Depuis, des expériences de très grande envergure ont été déployées pour vérifier les prédictions de ce modèle. Les dernières observations, en 2015, montrent toujours un bon accord avec la théorie, à quelques exceptions près. Nous verrons dans ce chapitre le cheminement qui a mené jusque-là.



▲ Figure 13.1
Paul Adrien Maurice Dirac (1902-1984).



▲ Figure 13.2
Un photon d'énergie suffisante peut exciter un électron d'énergie négative et le porter à un état d'énergie positive. Le « trou » ainsi créé dans les états d'énergie négative a le même comportement qu'une particule : c'est le positon. Avant l'arrivée du photon, l'électron faisait partie de la « mer uniforme » d'électrons à l'énergie négative et ne pouvait donc se manifester. En apparence, l'arrivée du photon a donc « créé » *deux* particules : l'électron dont l'énergie est maintenant positive, et le positon, c'est-à-dire le trou dans la mer uniforme. Le photon étant disparu, on peut dire qu'il s'est transformé en une paire de particules.

13.1 L'ANTIMATIÈRE

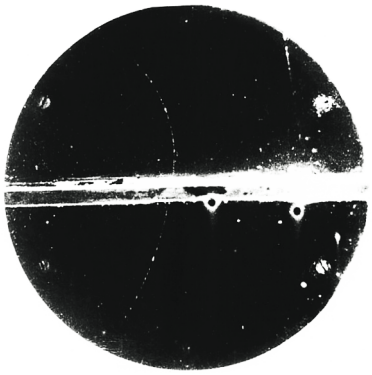
En 1928, Paul Adrien Maurice Dirac (figure 13.1) intégra la relativité à la mécanique quantique. Sa théorie semblait impliquer que les électrons libres peuvent avoir des énergies négatives aussi bien que positives, les niveaux étant séparés par la quantité $2m_0c^2$, où m_0 est la masse au repos de l'électron (figure 13.2). En effet, ses équations ne permettaient que de prédire la valeur du *carré* de cette énergie [en effet, selon l'équation 8.23, $E^2 = p^2c^2 + (m_0c^2)^2$]. Les valeurs $+E$ et $-E$ ayant le même carré, Dirac aurait pu rejeter tout simplement la valeur négative, mais il choisit plutôt de lui accorder un sens physique. Il suggéra donc que les états d'énergie négative n'étaient pas observés normalement parce qu'ils étaient déjà complètement *remplis* (comme si l'Univers entier était rempli d'une mer d'électrons d'énergie négative, répartis de façon suffisamment uniforme pour que leur effet ne puisse se faire sentir) et qu'ainsi le principe d'exclusion de Pauli empêche toute transition vers le bas à partir des niveaux d'énergie positive habituels. On nota pourtant qu'un photon d'énergie suffisante ($> 2m_0c^2 = 1{,}02$ MeV) devait pouvoir faire passer un électron d'énergie négative à un niveau positif et créer un « trou ». Ce trou devait avoir le comportement d'une particule, aujourd'hui appelée *positon* (ou positron), de masse égale à celle de l'électron mais de charge égale à $+e$. Le positon fut détecté en 1932 par Carl David Anderson (1905-1991) (figure 13.3). Nous avons déjà parlé du positon au chapitre précédent puisqu'un positon est émis lors de chaque désintégration β^+.

Le positon est un exemple d'*antimatière* ; c'est l'antiparticule de l'électron. Une particule et son antiparticule ont certains *nombres quantiques intrinsèques*, comme leurs charges, qui sont de même grandeur mais de signes opposés. Chaque particule possède une antiparticule, bien que certaines, comme le photon, soient leur propre antiparticule. Si l'on fournit une quantité d'énergie suffisante, à l'aide d'un photon par exemple, une paire particule-antiparticule peut être créée. Ce processus, appelé *création de paires* et illustré à la figure 13.4*a*, ne peut se produire que dans certaines conditions*. À l'inverse, lorsqu'une particule rencontre son antiparticule, elles disparaissent toutes deux lors d'un processus appelé *annihilation de paires* (figure 13.4*b*). Leur masse-énergie sert à créer *des photons*** ou d'autres particules. La création et l'annihilation sont

* En effet, même si son énergie est suffisante, un photon ne peut produire une paire de façon spontanée dans le vide. Pour que le principe de conservation de la quantité de mouvement soit respecté, le photon doit se transformer alors qu'il passe à proximité d'une masse lourde (par exemple un noyau) dont la vitesse pourra changer.

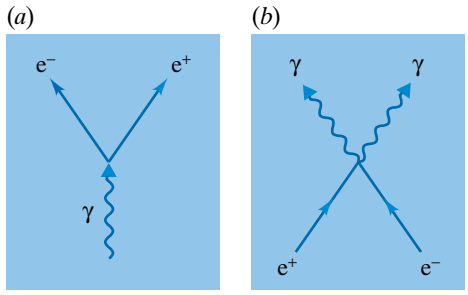
** Un seul photon ne pourrait être créé, car cela ne permettrait pas de respecter le principe de conservation de la quantité de mouvement.

les exemples les plus frappants de l'équivalence entre la masse et l'énergie (figure 13.5). Nous n'avons qu'une expérience très limitée de l'antimatière parce que l'Univers semble être constitué surtout de matière ordinaire. En effet, toute antimatière créée naturellement ou artificiellement a une existence extrêmement courte parce qu'elle est annihilée lorsqu'elle entre en contact avec la matière ordinaire.



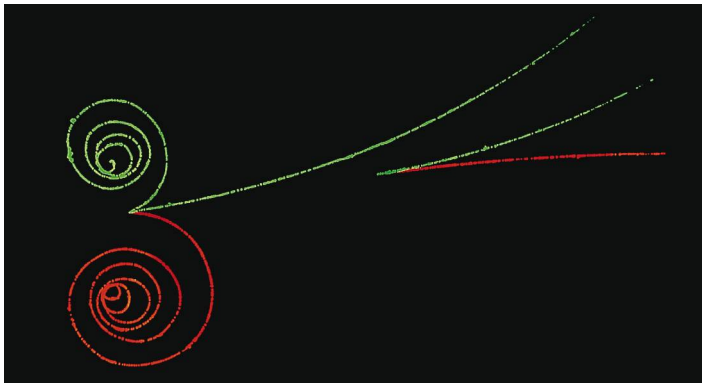
▲ Figure 13.3

La photographie prise par Anderson qui a permis d'identifier le positon. La particule se dirigeait vers le haut et sa trajectoire s'est incurvée vers la gauche sous l'effet d'un champ magnétique.



▲ Figure 13.4

(*a*) Un photon d'énergie suffisante peut créer une paire électron-positon. (*b*) Un électron et un positon s'annihilent mutuellement en produisant deux photons de rayons γ.

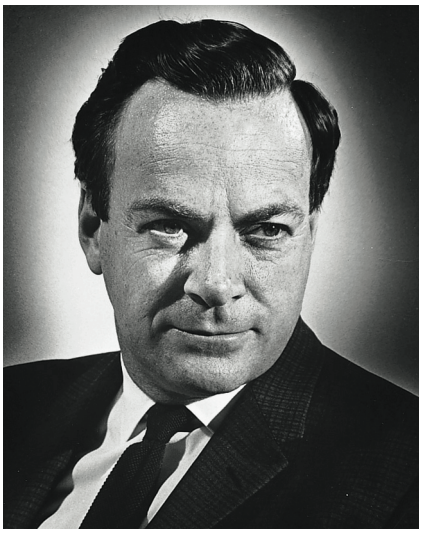


▲ Figure 13.5

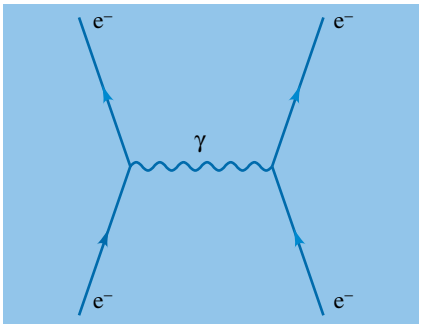
Cette photographie coloriée par ordinateur montre deux paires électron-positon créées par des photons γ. Ces photons, qui arrivaient depuis la gauche, ne sont pas visibles, car ils ne laissent pas de trace dans ce type de détecteur. Les traces vertes sont celles des électrons, alors que les traces rouges sont celles des positons. Le sens de la trajectoire en spirale de ces particules, causée par l'action d'un champ magnétique sur leur charge, permet de reconnaître le signe de cette dernière. Pour qu'une création de paire puisse se produire, le photon γ doit passer à proximité d'une masse lourde (comme un noyau), sinon la quantité de mouvement ne pourrait être conservée. Cela explique que les spirales rouges ont un rayon légèrement plus élevé : les positons, repoussés par le noyau lourd, sont toujours émis avec une vitesse légèrement plus grande. Cela explique aussi la trace laissée par un électron supplémentaire, beaucoup plus rapide, au centre de l'événement à gauche : il a été éjecté par effet Compton par un autre photon γ.

13.2 LES FORCES D'ÉCHANGE

La notion de champ fut inventée par Faraday et développée par Maxwell. Selon cette conception, deux particules chargées électriquement interagissent par l'intermédiaire du champ électromagnétique : chaque particule crée un champ qui agit sur l'autre particule. En physique classique, ce processus est continu.



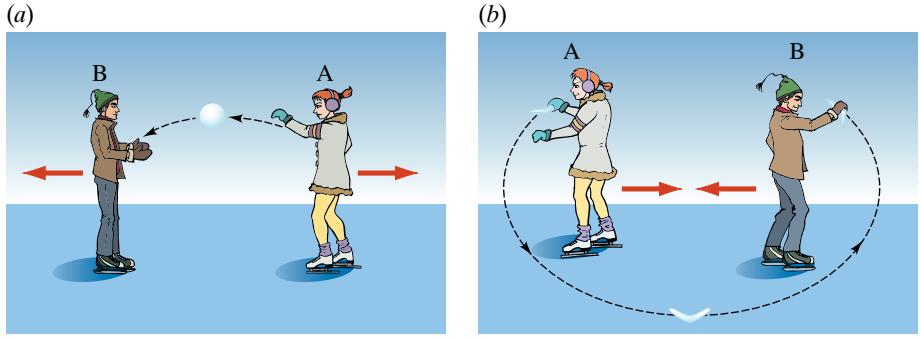
▲ Figure 13.6
Richard Feynman (1918-1988).



▲ Figure 13.7
Un diagramme de Feynman représentant la diffusion électron-électron.

Mais la quantification que la physique quantique a imposée aux ondes électromagnétiques ne pouvait rester sans conséquence sur le concept de champ lui-même. Ainsi, la *théorie quantique des champs* impliqua par la suite que l'énergie emmagasinée dans le champ est quantifiée. Deux particules chargées électriquement interagissent donc en échangeant des paquets d'énergie qu'elles émettent et absorbent. Ces paquets d'énergie, identiques aux photons, sont appelés *photons virtuels*, car ils ne peuvent être détectés (s'ils l'étaient, ils seraient alors considérés comme des photons ordinaires). Richard Feynman (figure 13.6) proposa un moyen simple de représenter de telles interactions entre deux particules. À la figure 13.7, qui représente un *diagramme de Feynman*, deux électrons s'approchent l'un de l'autre, échangent un photon virtuel, puis changent d'état. Pour qu'une force se maintienne entre les deux particules, elles doivent échanger une succession continuelle de photons virtuels.

Pour visualiser comment l'échange de particules donne lieu à des forces, imaginons une analogie classique et macroscopique, où deux patineurs A et B sont immobiles sur un lac gelé. La patineuse A lance une balle transparente en direction de B et ce geste la fait reculer (figure 13.8*a*). Lorsque le patineur B attrape la balle, il se déplace dans la même direction que la balle et ainsi s'éloigne de A. En transmettant de l'énergie et de la quantité de mouvement de A à B, la balle produit une force résultante de répulsion. On peut dire que A et B interagissent en s'échangeant des balles invisibles (virtuelles). S'ils s'échangent des boomerangs transparents comme sur la figure 13.8*b*, c'est plutôt une force résultante attractive que A et B produisent entre eux. Naturellement, ces illustrations sont fondées sur la physique classique et ne doivent donc pas être prises au pied de la lettre, la *force d'échange* étant exclusivement un effet de mécanique quantique. En particulier, le modèle de la force d'échange diffère de cette analogie classique par le fait qu'elle est quantifiée.



▲ Figure 13.8
Deux patineurs sur un lac gelé. (*a*) Ils peuvent produire une force de répulsion en s'échangeant des balles transparentes (virtuelles). (*b*) Ils peuvent produire une force d'attraction en s'échangeant des boomerangs transparents (virtuels) de la façon illustrée. Ces analogies ne doivent pas être prises au pied de la lettre, car elles sont classiques, macroscopiques et notamment ne sont sujettes à aucune quantification.

Comme les particules virtuelles véhiculent avec elles de l'énergie, leur émission peut paraître violer le principe de conservation de l'énergie. En mécanique quantique, ce problème ne se pose pas parce que l'énergie totale du système est indéterminée, conformément au principe d'incertitude de Heisenberg, $\Delta E \Delta t \geq h$. Pour illustrer cet apparent problème et comprendre sa solution, considérons le cas de deux électrons qui échangent un photon virtuel. Pendant l'intervalle entre l'émission et l'absorption du photon virtuel, celui-ci transporte une énergie qui semble provenir de nulle part. Une interprétation incorrecte (mais commune)

consiste à affirmer que le principe de conservation de l'énergie est momentanément violé. Il n'en est rien. En effet, la fonction d'onde d'une particule ne permet pas de déterminer son énergie avec précision, sauf si elle se trouve dans un état stationnaire. Or, l'énergie véhiculée par le photon virtuel ne dépasse jamais l'indétermination sur l'énergie des particules, de sorte que chaque mesure expérimentale permet de vérifier que le principe de conservation de l'énergie a été respecté. Ainsi, le principe d'incertitude impose une limite supérieure à la durée de vie des particules virtuelles : si la particule transporte l'énergie ΔE, alors l'intervalle de temps Δt pendant lequel elle existe doit être inférieur à $h/\Delta E$.

La durée de vie maximale d'une particule virtuelle détermine la *portée* d'une interaction. Par exemple, considérons deux électrons très éloignés l'un de l'autre. Il faudra alors un délai Δt considérable pour qu'un photon virtuel se rende de l'un à l'autre. L'indétermination $\Delta E > h/\Delta t$ sur l'énergie du système sera donc très faible, ce qui fixe une limite maximale à l'énergie que peut transporter le photon virtuel. Cela ne pose pas problème, car un photon virtuel n'ayant aucune masse au repos, il n'y a aucune limite inférieure à l'énergie qu'il peut transporter. Ainsi, même si les deux électrons sont extrêmement éloignés l'un de l'autre, le photon virtuel peut toujours avoir une énergie suffisamment petite pour être inférieure à l'indétermination ΔE de l'énergie du système*. Il en va tout autrement dans le cas des interactions autres qu'électromagnétiques (sur lesquelles nous reviendrons bientôt), pour lesquelles la particule virtuelle possède une masse au repos. Dans ce cas, la particule virtuelle doit *minimalement* véhiculer avec elle une énergie m_0c^2, où m_0 est sa masse au repos. En conséquence, l'indétermination sur l'énergie du système doit être $\Delta E > m_0c^2$ et l'intervalle Δt pendant lequel la particule virtuelle peut transiter doit être inférieur à h/m_0c^2. Même en admettant que cette particule virtuelle voyage à une vitesse proche de c, elle parcourrait pendant cet intervalle une distance maximale $c\Delta t$. Cette distance est la portée maximale P de l'interaction (très petite, par exemple, dans le cas de la force nucléaire). En substituant Δt, on voit qu'elle est donnée par

$$P \approx \frac{h}{m_0 c}$$

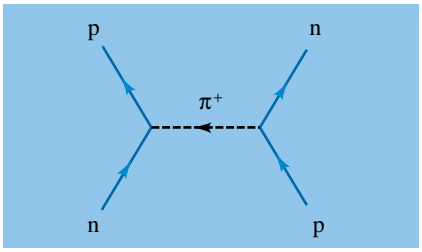
Pour que deux particules puissent échanger des particules virtuelles, il faut admettre que chacune d'elles en émet continuellement, que l'autre particule soit présente ou non. Un nucléon, par exemple, émet constamment des particules virtuelles qui « retombent » sur lui avant que l'intervalle Δt soit écoulé. Ces particules forment autour du nucléon une sorte de nuage localisé. Cette espèce de nuage est l'interprétation quantique de ce qu'est un champ. Seule la présence d'un autre nucléon à proximité permet aux particules virtuelles de passer d'un nucléon à l'autre.

Les quanta de champ

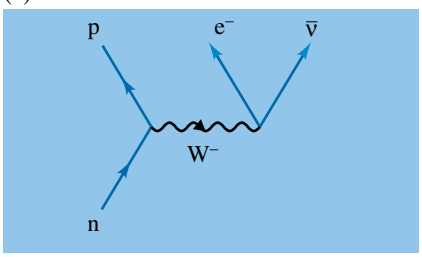
Dans le cadre de l'interprétation quantique d'un champ que nous venons d'évoquer, le photon virtuel est un exemple de *quantum de champ* qui sert d'intermédiaire dans l'interaction *électromagnétique*. Dans le cas de l'interaction *nucléaire*, qui lie les protons et les neutrons dans le noyau, c'est l'échange de *pions* (π^+, π^- et π^0) qui sert d'intermédiaire. Par exemple, un proton peut émettre un π^+ virtuel, qui est ensuite absorbé par un neutron. En fait, le proton

* Un photon transportant une si petite énergie n'exercerait qu'une force minuscule lorsqu'il serait absorbé, mais cela ne contredit pas l'expérience puisque la force électromagnétique diminue avec le carré de la distance.

(*a*)

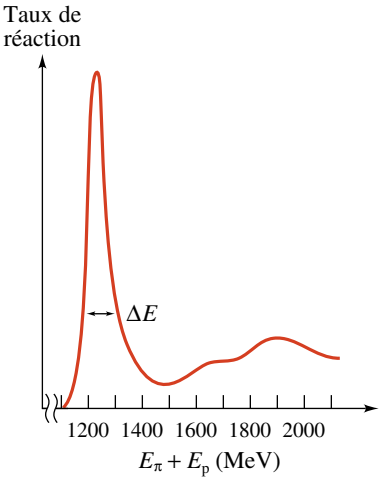


(*b*)



▲ Figure 13.9

(*a*) L'interaction nucléaire : un neutron et un proton interagissent en échangeant un pion positif. (*b*) L'interaction faible : un neutron émet une particule W^- et se transforme en un proton. La particule W^- se désintègre ensuite pour donner un électron et un antineutrino.



▲ Figure 13.10

La première particule de résonance fut détectée par Fermi en 1952 au cours de la diffusion des pions par des protons. Le pic très net de la courbe du taux de réaction en fonction de l'énergie disponible indique la formation d'une particule de courte durée de vie.

et le neutron échangent leur identité (figure 13.9*a*). Deux protons ou deux neutrons échangent des pions neutres. Dans le cas de l'interaction *faible*, qui est à l'origine de la désintégration β, ce sont les particules W^+, W^- et Z^0 qui servent d'intermédiaires. Ce processus est représenté à la figure 13.9*b*, où un neutron émet un W^-, puis est converti en un proton. Ensuite, le W^- se désintègre pour donner l'électron observé et un antineutrino. Enfin, dans le cas de l'interaction *gravitationnelle*, on postule que c'est le graviton qui sert d'intermédiaire. Les quanta de champ peuvent devenir *réels* (c'est-à-dire être détectés) si la quantité d'énergie fournie est suffisante, par exemple lors de collisions entre des particules. Tous ces quanta de champ ont été détectés par cette méthode, à l'exception du graviton. D'ailleurs, le graviton ne fait pas officiellement partie du modèle standard de la physique des particules : ce modèle vise à expliquer seulement les interactions non gravitationnelles.

L'intensité d'une interaction peut être caractérisée par la durée d'une réaction ou d'une désintégration. Une interaction forte produit des réactions rapides, alors qu'une interaction faible produit des réactions lentes. Une interaction électromagnétique typique dure entre 10^{-16} s et 10^{-20} s environ. L'échelle de temps correspondant à l'interaction nucléaire est de 10^{-23} s, alors qu'elle est voisine de 10^{-10} s pour l'interaction faible.

Les particules de résonance

Après la Deuxième Guerre mondiale, plusieurs nouvelles particules furent détectées dans des expériences menées à haute altitude. Ces particules étaient produites dans la haute atmosphère par le bombardement des rayons cosmiques provenant de l'espace. En même temps, un nouveau type de particules, les *particules de résonance*, de durée de vie très courte, apparurent dans les expériences réalisées dans les accélérateurs de particules. Pour comprendre comment elles sont détectées, nous allons considérer la diffusion des pions positifs par des protons. À faible énergie, un pion est diffusé de façon élastique par un proton. Au fur et à mesure que l'énergie cinétique du pion augmente, il peut traverser la barrière coulombienne du proton et interagir par l'intermédiaire de la force nucléaire. Pour une certaine énergie, le pion et le proton peuvent se combiner momentanément pour former une nouvelle particule qui se désintègre très rapidement. Le taux auquel sont détectés les produits de la désintégration reflète le taux de formation de la nouvelle particule. À des énergies encore plus élevées, le pion et le proton n'ont pas le temps de se combiner et le taux de réaction diminue. La variation du taux de réaction en fonction de la masse-énergie disponible prend la forme d'une courbe de résonance typique (voir la figure 1.22, p. 26), ce qui met en évidence une énergie « privilégiée » ou « propre » du système. C'est pourquoi de telles particules sont appelées particules de résonance. La figure 13.10 représente la première particule de résonance, qui fut détectée en 1952 par E. Fermi.

Les particules de résonance ont des durées de vie si courtes qu'elles ne laissent pas de traces dans les détecteurs. Leur existence est simplement déduite de la présence du pic de la courbe du taux de réaction en fonction de l'énergie. La largeur du pic ΔE peut servir à déterminer la durée de vie de la particule de résonance au moyen du principe d'incertitude de Heisenberg, $\Delta E \Delta t \approx h$. Par exemple, si la largeur mesurée de la résonance est $\Delta E = 100$ MeV, la particule a une durée de vie $\Delta t \approx h/\Delta E \approx 10^{-23}$ s.

Au début des années 1960, des centaines de résonances ont été observées en plus de plusieurs autres particules de durées de vie plus longues. La situation chaotique qui en résulta n'était pas sans rappeler ce qui s'était produit en chimie

au XIX^{e} siècle avant les travaux de Mendeleïev, alors qu'il n'existait pas de schéma de classement pour les soixante éléments connus à l'époque. Il semblait évident que la première étape pour mettre de l'ordre dans la multitude des données sur les particules élémentaires consistait à trouver un schéma de classification analogue au tableau périodique.

13.3 LA CLASSIFICATION DES PARTICULES

Les particules élémentaires sont classées selon plusieurs critères. Le tableau 13.1 donne une liste partielle des particules relativement stables dont les durées de vie sont supérieures à 10^{-20} s. Il indique également certains schémas de désintégration.

▼ Tableau 13.1
Quelques particules et leurs propriétés

		Symbole	Anti-particule	Énergie au repos (MeV)	L_e	L_μ	L_τ	B	$s(\hbar)$	S	Durée de vie moyenne (s)	Modes de désintégration caractéristiques
Leptons	Électron	e^-	e^+	0,511	1	0	0	0	1/2	0	stable	
	Muon	μ^-	μ^+	105,7	0	1	0	0	1/2	0	$2{,}2 \times 10^{-6}$	$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$
	Tau	τ^-	τ^+	1784	0	0	1	0	1/2	0	3×10^{-13}	$\tau^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_\tau$
	Neutrino	ν_e	$\bar{\nu}_e$	$< 10^{-6}$	1	0	0	0	1/2	0	stable	
		ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	$< 10^{-6}$	0	1	0	0	1/2	0	stable	
		ν_τ	$\bar{\nu}_\tau$	$< 10^{-6}$	0	0	1	0	1/2	0	stable	
Hadrons												
Mésons	Pion	π^+	π^-	139,6	0	0	0	0	0	0	$2{,}6 \times 10^{-8}$	$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$
		π^0	elle-même	135,0	0	0	0	0	0	0	$0{,}83 \times 10^{-16}$	$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$
	Kaon	K^+	K^-	493,7	0	0	0	0	0	1	$1{,}24 \times 10^{-8}$	$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$
		K^0_S	$\bar{K}^0_S$	497,7	0	0	0	0	0	1	$0{,}9 \times 10^{-10}$	$K^0_S \rightarrow \pi^0 + \pi^0$
		K^0_L	$\bar{K}^0_L$	497,7	0	0	0	0	0	1	$5{,}2 \times 10^{-8}$	$K^0_L \rightarrow \pi^0 + \pi^0 + \pi^0$
	Êta	η^0	elle-même	548,8	0	0	0	0	0	0	7×10^{-19}	$\eta^0 \rightarrow \gamma + \gamma$
Baryons	Proton	p	$\bar{p}$	938,3	0	0	0	1	1/2	0	stable	
	Neutron	n	$\bar{n}$	939,6	0	0	0	1	1/2	0	900	$n \rightarrow p + \bar{e} + \bar{\nu}_e$
	Lambda	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$	1115	0	0	0	1	1/2	−1	$2{,}6 \times 10^{-10}$	$\Lambda^0 \rightarrow p^+ + \pi^-$
	Sigma	Σ^+	$\bar{\Sigma}^-$	1189	0	0	0	1	1/2	−1	$0{,}8 \times 10^{-10}$	$\Sigma^+ \rightarrow n + \pi^+$
		Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$	1192	0	0	0	1	1/2	−1	6×10^{-20}	$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$
		Σ^-	$\bar{\Sigma}^+$	1197	0	0	0	1	1/2	−1	$1{,}5 \times 10^{-10}$	$\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$
	Xi	Ξ^0	$\bar{\Xi}^0$	1315	0	0	0	1	1/2	−2	$2{,}9 \times 10^{-10}$	$\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$
		Ξ^-	$\bar{\Xi}^+$	1321	0	0	0	1	1/2	−2	$1{,}6 \times 10^{-10}$	$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$
	Oméga	Ω^-	Ω^+	1675	0	0	0	1	3/2	−3	$0{,}8 \times 10^{-10}$	$\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-$

Interactions : les leptons et les hadrons

Les particules qui prennent part aux interactions faible et électromagnétique, mais pas à l'interaction nucléaire, sont appelées *leptons*. L'électron (e^-), le muon (μ^-) et le neutrino (ν) sont des exemples de leptons. Il existe aussi trois types de neutrinos : ν_e, associé à l'électron, ν_μ, associé au muon et ν_τ, associé à la particule τ. La famille des leptons comprend ces six membres plus leurs antiparticules.

C'est l'expérience qui suggère une « association » entre chaque lepton et un type de neutrino. En effet, l'observation montre que les réactions qui impliquent des leptons d'un des trois *doublets* (e, ν_e), (μ, ν_μ) ou (τ, ν_τ) ne font pas apparaître des leptons d'un autre des trois doublets, sauf s'ils sont accompagnés d'une antiparticule de ce même doublet. Ces observations peuvent s'exprimer sous la forme d'une loi de conservation de trois *nombres leptoniques** : $L_e = 1$ pour l'électron et son neutrino, et $L_e = 0$ pour toutes les autres particules ; $L_\mu = 1$ pour le muon et son neutrino, et $L_\mu = 0$ pour toutes les autres particules ; $L_\tau = 1$ pour la particule tau et son neutrino, et $L_\tau = 0$ pour toutes les autres particules. Un nombre leptonique est un exemple de nombre quantique intrinsèque d'une particule. Aux antiparticules on attribue le nombre $L = -1$. À titre d'exemple, considérons la désintégration du muon qui fait intervenir la conservation de deux nombres leptoniques :

$$\begin{array}{rccccccc} & \mu^- & \rightarrow & e^- & + & \bar{\nu}_e & + & \nu_\mu \\ L_e: & (0) & & (+1) & + & (-1) & + & (0) \\ L_\mu: & (1) & & (0) & + & (0) & + & (1) \end{array}$$

Le phénomène de l'oscillation du neutrino, au cours duquel un neutrino d'un des trois types peut être détecté plus tard comme un neutrino d'un autre type, viole toutefois cette règle de conservation. C'est une des limites du modèle standard de la physique des particules.

L'électron est une particule stable parce qu'il n'existe pas de particule plus légère en laquelle il peut se désintégrer tout en conservant une charge électrique. Aucune observation ne nécessite de modéliser l'un ou l'autre des leptons comme un système qui comporte une structure interne. Dans le modèle standard, les leptons sont donc considérés comme des particules *vraiment* élémentaires. Nous verrons à la section 13.5 que ce n'est pas le cas des autres particules du tableau 13.1.

Les particules qui prennent part à l'interaction nucléaire en plus des interactions faible et électromagnétique sont appelées *hadrons*. Les hadrons qui comprennent

Bien que le modèle standard de la physique des particules postule que les neutrinos ont une masse nulle, une expérience menée en 1998 montre qu'ils en ont une petite. Le détecteur ci-contre, que l'on voit pendant sa construction en 2007, vise à mesurer l'énergie de masse au repos des neutrinos avec une précision de 0,2 eV.

* Il ne faut pas confondre ce nombre avec $\vec{L}$, le moment cinétique orbital de l'électron.

des protons dans leurs produits de désintégration finale sont appelés *baryons*. Les hadrons qui se désintègrent en photons et en leptons sont appelés *mésons*. La loi de *conservation du nombre baryonique B* rend compte du fait que le proton ne se désintègre pas en particules plus légères. On attribue aux mésons et aux leptons le nombre $B = 0$ et aux baryons, tels que le neutron et le proton, le nombre $B = +1$, alors que leurs antiparticules ont un nombre $B = -1$. Ainsi, bien qu'une désintégration telle que $p \rightarrow K^+ + \pi^0$ soit possible sur le plan énergétique, elle est interdite par la loi de conservation du nombre baryonique puisqu'elle diminuerait ce nombre d'une unité.

Le spin : les fermions et les bosons

Les particules qui ont un spin demi-entier ($s = \frac{1}{2}\hbar, \frac{3}{2}\hbar, \frac{5}{2}\hbar, \ldots$) sont des *fermions* et obéissent au principe d'exclusion de Pauli (dans un système, deux fermions identiques ne peuvent pas avoir le même état). Les particules qui ont un spin entier ($s = 0, 1\hbar, 2\hbar, \ldots$) sont des *bosons*. Les bosons peuvent avoir des nombres quantiques identiques et ne sont pas soumis au principe d'exclusion de Pauli ; au contraire, ils ont tendance à se regrouper au même niveau énergétique. Les leptons et les baryons sont des fermions, alors que les mésons et tous les quanta de champ sont des bosons. Notons toutefois que, dans certaines circonstances, un système de deux fermions peut se comporter comme un boson. C'est le cas par exemple des paires de Cooper qui expliquent la supraconductivité à basse température (voir le sujet connexe du chapitre 11).

L'étrangeté

Vers 1950, on commença à découvrir un nouvel ensemble de hadrons ayant un comportement différent des autres particules alors connues. Ces hadrons comprenaient notamment les mésons K, ou *kaons*, de masses inférieures à celle du proton. Les particules de masses supérieures à celle du proton, telles que Λ, Σ et Ξ, étaient toutes appelées *hypérons* (terme qui n'est plus utilisé maintenant). Considérons par exemple la désintégration d'un kaon en deux pions : $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$. Puisque le kaon et le pion prennent part tous les deux à l'interaction nucléaire, on peut s'attendre à ce que la désintégration dure environ 10^{-23} s. Pourtant, on observe qu'elle dure mille milliards de fois plus longtemps ! Elle a lieu par l'intermédiaire de l'interaction faible en 10^{-10} s.

En 1952, Abraham Pais (1918-2000) suggéra que, pendant qu'il est produit par l'interaction nucléaire rapide, un hypéron est toujours accompagné d'un kaon. Pourtant, chaque particule ne peut se désintégrer que lentement par l'intermédiaire de l'interaction faible. Des expériences ultérieures confirmèrent cette hypothèse de *production associée* d'hypérons et de kaons. Voici deux exemples :

$$\begin{aligned} \pi^- + p &\rightarrow K^+ + \Sigma^- \\ K^- + p &\rightarrow K^0 + \Xi^0 \end{aligned}$$

Le phénomène de production associée et les durées de vie anormalement longues débouchèrent sur l'introduction d'un nouveau nombre quantique. Nous avons souligné plus haut que la stabilité du proton découle de la conservation du nombre baryonique. En 1953, Murray Gell-Mann (figure 13.11) et Kazuhiko Nishijima (1926-2009) proposèrent indépendamment d'expliquer la stabilité « étrange » (durée de vie anormalement longue) des nouveaux hadrons et le phénomène de production associée par une nouvelle loi de conservation, celle d'un *nombre quantique d'étrangeté* (*strangeness*), *S*. Ce nombre est conservé dans les interactions nucléaire et électromagnétique, mais il ne l'est pas dans l'interaction faible. Par conséquent, un hadron avec étrangeté ($S \neq 0$) ne peut

▲ Figure 13.11
Murray Gell-Mann (né en 1929).

pas se désintégrer en des particules sans étrangeté ($S = 0$) par l'intermédiaire de l'interaction forte ou de l'interaction électromagnétique ; la désintégration doit se faire par l'intermédiaire de l'interaction faible, beaucoup plus lente. La réaction qui suit montre comment l'étrangeté s'applique à la production associée :

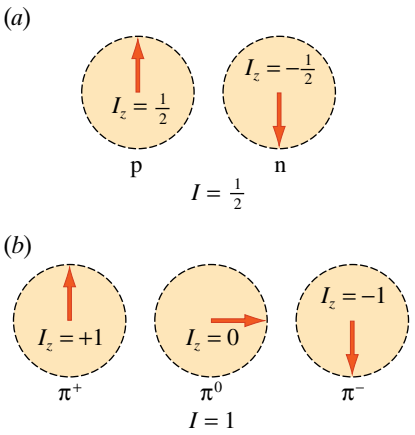
$$\begin{array}{rccccccc} & \pi^- & + & \mathrm{p} & \rightarrow & \mathrm{K}^0 & + & \Lambda^0 \\ S: & 0 & + & 0 & & (+1) & + & (-1) \end{array}$$

Même si elle n'est pas conservée dans une interaction faible, l'étrangeté ne peut varier que d'une unité à la fois ($\Delta S = \pm 1$). Par exemple, Ξ ($S = -2$) ne se désintègre pas directement en un proton ($S = 0$), mais se convertit d'abord en un Λ^0 ($S = -1$) :

$$\begin{aligned} \Xi^- &\rightarrow \Lambda^0 + \pi^- \qquad (\Delta S = +1) \\ &\quad\ \hookrightarrow \mathrm{p} + \pi^- \qquad (\Delta S = +1) \end{aligned}$$

L'isospin

Nous avons souligné au chapitre 12 que la force nucléaire est la même pour les neutrons et pour les protons. Comme ces particules ont à peu près la même masse, Heisenberg suggéra que, si l'interaction électromagnétique était « supprimée », le neutron et le proton pourraient être considérés comme des états différents d'une même entité, le *nucléon*. Par analogie avec le spin intrinsèque d'une particule, il attribua un *isospin* I à chaque particule. Une particule ayant un isospin I a $(2I + 1)$ valeurs possibles de la composante I_z sur l'axe des z dans l'espace abstrait d'isospin. Avec $I = \frac{1}{2}$ pour le nucléon, il y a $2I + 1 = 2$ valeurs possibles pour I_z. Comme l'indique la figure 13.12*a*, l'état d'isospin *up* (u) est attribué au proton ($I_z = \frac{1}{2}$) et l'état d'isospin *down* (d) ($I_z = -\frac{1}{2}$) est attribué au neutron. Le proton et le neutron forment un *doublet d'isospin*.



▲ Figure 13.12

(*a*) Un doublet d'isospin $I = \frac{1}{2}$. Les deux valeurs de la composante en z, I_z, représentent respectivement le proton et le neutron. (*b*) Un triplet d'isospin $I = 1$. Les trois valeurs de I_z représentent les trois pions.

Gell-Mann utilisa la notion d'isospin pour identifier d'autres familles de hadrons ayant des propriétés semblables. En général, une famille de hadrons, appelée *multiplet d'isospin*, peut dériver d'une seule particule de départ ayant une valeur appropriée d'isospin I. Chaque particule d'un multiplet est un état différent d'une même entité. Lorsque le vecteur isospin tourne dans l'espace d'isospin abstrait, il fait varier la charge des membres du multiplet, qui ne diffèrent que par la composante en z de ce vecteur. Par exemple, les trois pions (π^+, π^- et π^0) découlent d'un même pion d'isospin $I = 1$. Les pions forment un triplet d'isospin avec $I_z = 0, \pm 1$ (figure 13.12*b*). La classification des isospins a permis de prédire l'existence de plusieurs particules.

L'introduction et l'attribution des nouveaux nombres quantiques peuvent paraître arbitraires. Pourtant, le nombre d'isospin, le nombre d'étrangeté et le nombre baryonique sont liés à la charge d'une particule par une formule qui fut établie par Gell-Mann et Nishijima :

$$Q = I_z + \frac{B + S}{2} \qquad (13.1)$$

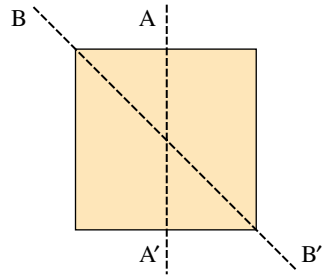
Cela laisse entrevoir qu'un principe plus simple se cache peut-être derrière toutes ces classifications. Pour passer à l'étape suivante, nous devons maintenant trouver des points communs aux particules élémentaires.

13.4 LA SYMÉTRIE ET LES LOIS DE CONSERVATION

Puisque les théories dynamiques des interactions faible et nucléaire sont complexes et difficiles à appliquer, les physiciens ont cherché d'autres moyens

d'obtenir des renseignements sur ces interactions. Le plus puissant de ces moyens a été la recherche de symétries. Par des arguments théoriques simples, on sait que la solution à un problème doit refléter la symétrie sous-jacente d'un système physique. Par exemple, dans le tome 2, nous avons utilisé des arguments fondés sur la symétrie spatiale des distributions de charges pour déterminer la distribution du champ électrique qu'elles produisent. De même, nous avons mentionné à quelques reprises dans les tomes 1 et 2 qu'à chaque symétrie des lois de la mécanique correspond un principe de conservation. Nous allons maintenant approfondir cet argument.

La symétrie géométrique est une notion qui nous est assez familière. Par exemple, si l'on fait tourner de 90° ou d'un multiple de 90° le carré représenté à la figure 13.13, il nous semblera toujours identique. De même, le carré est inchangé sous réflexion par rapport aux droites AA′ ou BB′. On dit que le carré est invariant par rapport à un ensemble de rotations et de réflexions. Un cercle est encore plus symétrique parce qu'il est invariant par rapport aux rotations d'angles quelconques. Le carré a une symétrie discrète, alors que le cercle a une symétrie continue. En général, *on dit qu'un système possède une symétrie s'il est invariant par rapport à un ensemble d'opérations*.



▲ Figure 13.13
Un carré admet une symétrie axiale par rapport aux droites AA′ et BB′, entre autres.

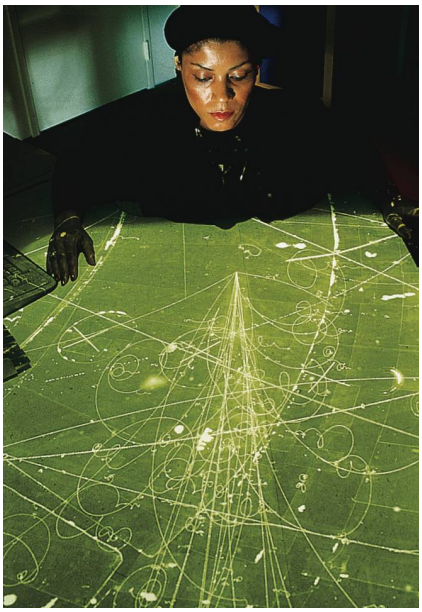
La symétrie ne se limite pas aux objets matériels. Une fonction mathématique peut en effet garder la même forme par rapport à un ensemble d'opérations mathématiques. Par exemple, si l'on remplace x par $-x$ (opération d'inversion), la fonction $y = x^2$ ne change pas. Si on remplace le temps t par $t + C$, où C est une constante, la deuxième loi de Newton $m\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2 = \sum F_x$ n'est pas modifiée : elle garde la même forme lors d'une opération de translation dans le temps. En vertu du premier postulat de la relativité restreinte, toutes les lois physiques sont invariantes dans la transformation de Lorentz des coordonnées. Les opérations sur le carré et la transformation de Lorentz font intervenir des opérations de symétrie dans l'espace physique et dans le temps. Les théories physiques peuvent contenir des symétries plus abstraites fondées sur des types différents d'opérations mathématiques.

En 1918, la mathématicienne Emmy Noether (1882-1935) montra que les principes de conservation sont une conséquence des symétries caractérisant les lois de la physique. Par exemple, les lois de la physique sont invariantes par rapport à la translation dans l'espace. Autrement dit, l'emplacement particulier où l'on réalise une expérience n'a pas d'effet sur le résultat, en supposant bien sûr que les conditions physiques soient identiques. Noether montra que cette invariance par rapport à la translation mène à la conservation de la quantité de mouvement. De même, le moment cinétique est conservé parce qu'il n'y a pas de direction privilégiée dans l'espace. Autrement dit, la conservation du moment cinétique est une conséquence de l'invariance des lois physiques par rapport à la rotation. Enfin, on pense que les lois de la physique sont les mêmes aujourd'hui qu'autrefois et qu'elles resteront les mêmes dans un avenir lointain. Cette invariance des lois physiques par rapport à la translation dans le temps mène à la conservation de l'énergie. Dans le tome 1, nous avions mentionné brièvement ces arguments pour faire valoir que les principes de conservation reposent sur une base théorique beaucoup plus solide que la simple observation expérimentale.

Noether généralisa le raisonnement illustré par les trois exemples que nous venons de mentionner en démontrant un théorème selon lequel *chaque* opération de symétrie qui laisse invariantes les lois de la physique *implique* la validité d'un principe de conservation. Par exemple, la force nucléaire ne varie pas lorsque neutrons et protons sont interchangés. En termes techniques, la force nucléaire est invariante par rapport aux rotations du vecteur isospin. En conséquence,

l'isospin est un nombre quantique conservé pour l'interaction nucléaire. Le fait de savoir que *tout principe de conservation est associé à une symétrie sous-jacente* s'est révélé extrêmement fructueux en physique. Nous allons voir maintenant comment la recherche des symétries a aidé à mettre de l'ordre dans la prolifération chaotique des *particules élémentaires*.

13.5 LE GROUPE SU(3) ET LES QUARKS



L'examen des trajectoires de particules produites dans la chambre à bulles du Fermilab.

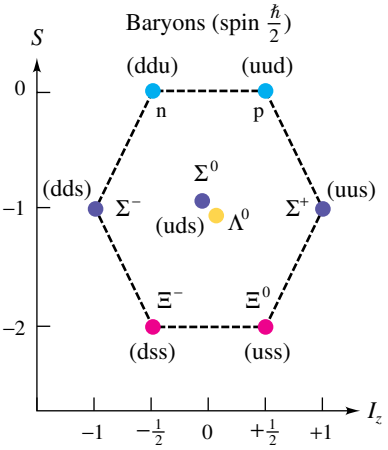
La classification des mésons et des baryons en doublets ou triplets d'isospin a montré que chaque particule dans un multiplet donné peut être engendrée par rotation du vecteur isospin. Une rotation du vecteur isospin est une opération de symétrie qui fait varier la charge portée par les hadrons mais qui laisse invariante la force nucléaire.

Il existe en mathématiques une branche, appelée *théorie des groupes*, qui étudie les opérations de symétrie laissant un système inchangé. Cette théorie est particulièrement utile lorsqu'on étudie des systèmes physiques, comme celui des cristaux, ou lorsqu'on analyse des théories qui ont une symétrie sous-jacente. Les opérations dans un groupe sont effectuées sur des vecteurs (ou sur des produits de vecteurs) dont les composantes indiquent les états possibles d'un système. Les opérations changent l'ordre des composantes. Par exemple, (a, b, c) peut devenir (b, a, c), (a, c, b), (c, a, b), et ainsi de suite. Voyons maintenant en quoi cela touche les particules élémentaires.

Le doublet neutron-proton peut être représenté comme les composantes *up* et *down* d'un vecteur isospin : $(+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$. Le groupe approprié pour un tel vecteur à deux composantes est appelé SU(2) et fait intervenir trois opérations de symétrie. Dans le contexte qui nous intéresse, ces opérations font tourner le vecteur isospin et font ainsi varier la charge portée par le nucléon, mais laissent la force nucléaire inchangée.

En 1961, M. Gell-Mann et Yuval Ne'eman (1925-2006) essayèrent chacun de leur côté d'étendre la notion des multiplets d'isospin. Considérons par exemple les multiplets des baryons les plus légers de spin $\frac{1}{2}$ ou de mésons de spin 0 :

baryons :	(n, p) ;	(Ξ^0, Ξ^-) ;	$(\Sigma^+, \Sigma^-, \Sigma^0)$;	Λ^0
mésons :	(K^+, K^0) ;	(K^0, K^-) ;	(π^+, π^-, π^0) ;	η^0



▲ Figure 13.14

L'octet des hadrons de spin $\hbar/2$. Les trois lettres indiquées entre parenthèses représentent les attributs des quarks dont il sera question plus loin.

Le graphe de la figure 13.14 représente les baryons en fonction de l'étrangeté S sur l'axe vertical et de I_z sur l'axe horizontal. Pourrait-on regrouper ces huit baryons (ou les mésons) en une seule famille élargie, qui serait un *supermultiplet* ? Les huit baryons seraient alors simplement des manifestations différentes d'un même baryon fondamental. Étant donné un membre d'un supermultiplet, une série d'opérations de symétrie nous permettrait d'engendrer tous les autres.

Gell-Mann et Ne'eman proposèrent un schéma à partir d'un groupe appelé SU(3), pour lequel le vecteur fondamental a trois composantes. Le groupe SU(3) fait intervenir huit opérations de symétrie qui échangent les valeurs de la charge Q, du nombre baryonique B, de l'étrangeté S et de l'isospin I à l'intérieur d'un supermultiplet donné. Le groupe SU(3) a l'avantage d'être assez restrictif : il autorise seulement un certain nombre de multiplets et des nombres déterminés de particules dans chaque multiplet. Le produit de deux vecteurs fondamentaux donne neuf combinaisons (*aa*, *ab*, *bc*, etc.) qui se répartissent selon leurs propriétés de symétrie en un octet et un singulet. Le produit de trois vecteurs donne 27 combinaisons (*abc*, *cab*, *abb*, etc.) qui se répartissent en multiplets de tailles 1, 8, 8 et 10. Le point intéressant est que l'octet peut encore être divisé en deux doublets, un triplet et un singulet, ce qui correspond exactement à la

structure d'octet des baryons et des mésons mentionnée plus haut (voir la figure 13.14). Ainsi, les structures d'octet du méson et du baryon découlent naturellement des mathématiques. Cela aurait pu être une simple coïncidence. En effet, le schéma n'avait fourni aucune nouvelle information à ce sujet. Le véritable triomphe du groupe SU(3) fut la prédiction de la particule Ω^-.

La particule Ω^-

Le décuplet (10 membres) de la théorie des groupes peut encore se diviser en un quadruplet, un triplet, un doublet et un singulet. Vers la fin de 1963, un ensemble de neuf particules de résonance de spin $\frac{3}{2}\hbar$ semblait entrer dans ce schéma. Il ne manquait plus qu'une particule ($Q = -1$, $S = -3$). On lui donna le nom de particule Ω^- (figure 13.15). Puisque la masse moyenne de chaque multiplet d'isospin était différente de 150 MeV environ par rapport à celle de ses voisins, on put prédire que la masse de la particule Ω^- était voisine de 1680 MeV. La figure 13.16 montre comment la particule Ω^- fut découverte en février 1964 à Brookhaven lors de l'analyse de la diffusion de mésons K^- par des protons, selon le schéma suivant :

$$K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^+ + K^0$$
$$\hookrightarrow \Xi^0 + \pi^-$$
$$\hookrightarrow \Lambda^0 + \pi^0$$
$$\hookrightarrow p + \pi^- \quad \hookrightarrow \gamma + \gamma$$
$$\hookrightarrow e^+ + e^- \quad \hookrightarrow e^+ + e^-$$

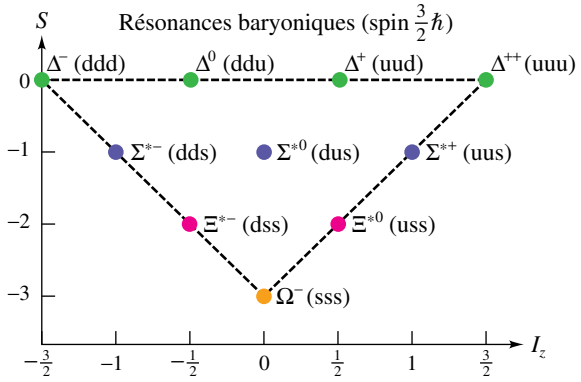


Figure 13.15

Le décuplet de particules de résonance baryonique de spin $\frac{3}{2}\hbar$. Les trois lettres indiquées entre parenthèses représentent les attributs des quarks dont il sera question plus loin.

(*a*) (*b*)

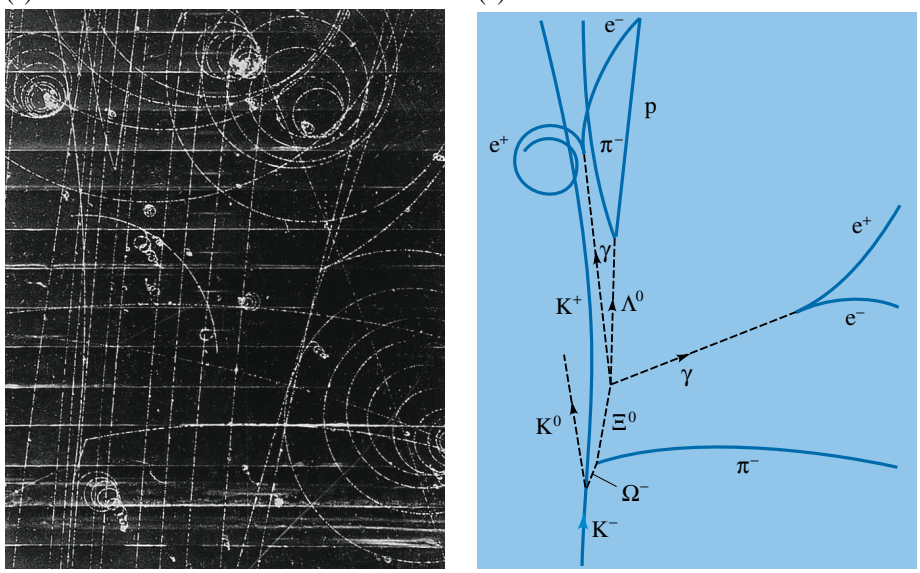


Figure 13.16

La photographie de chambre à bulles sur laquelle fut détectée la particule Ω^-, accompagnée de son analyse. Les traits bleus correspondent aux traces laissées par les particules chargées, alors que les traits pointillés correspondent aux trajectoires de particules sans charge. Ces dernières ne laissant pas de trace dans une chambre à bulles, leurs trajectoires sont absentes de la photo et doivent être déduites lors de l'interprétation de la photo.

Chose étonnante, non seulement on avait réussi à identifier la particule Ω^-, mais aussi les deux derniers rayons γ, car ils avaient produit tous les deux des paires électron-positon. Seules les particules chargées laissent une trace dans le type de détecteur utilisé, les photons seraient passés inaperçus sinon. La masse mesurée de la particule Ω^-, 1675 ± 3 MeV, coïncidait étroitement avec la valeur prédite de 1680 MeV.

Les quarks

La question était de savoir si le groupe SU(3) n'était qu'un schéma mathématique élégant et commode ou si la symétrie devait être attribuée physiquement aux particules. Dans ce dernier cas, il fallait cesser de les concevoir comme élémentaires. En effet, on avait remarqué que les particules correspondaient à des vecteurs de 8 ou 10 composantes, mais aucune ne correspondait au vecteur fondamental à trois composantes de SU(3). En 1964, Gell-Mann et George Zweig (né en 1937) suggérèrent chacun de leur côté que le vecteur fondamental représente bien trois particules, que Gell-Mann appela des *quarks*, à partir desquelles on peut construire toutes les autres : le quark *up* (u), le quark *down* (d) et le quark *strange* (s), dont les nombres quantiques et la charge sont indiqués à la figure 13.17. La relation de Gell-Mann–Nishijima (équation 13.1) aboutit à la conclusion imprévue selon laquelle les quarks portent des charges fractionnaires : $Q = -e/3$ et $+2e/3$, ce qui violait l'idée voulant que toute charge soit un multiple entier de e. Les mésons sont des combinaisons quark-antiquark ($q\bar{q}$), alors que les baryons sont des combinaisons de trois quarks (voir les figures 13.14 et 13.15, p. 586-587, où ces combinaisons sont inscrites). Dans le cadre de l'actuel modèle standard de la physique des particules, les particules de résonance sont considérées comme des états excités des combinaisons fondamentales de quarks.

	Q	I_z	S	B
u	$+2e/3$	$+\frac{1}{2}$	0	1/3
d	$-e/3$	$-\frac{1}{2}$	0	1/3
s	$-e/3$	0	-1	1/3

▲ Figure 13.17

Certains nombres quantiques pour les quarks u, d et s.

La prédiction et la découverte de la particule Ω^- renforçaient la validité des prédictions fondées sur le groupe SU(3) et soutenaient donc de façon convaincante le modèle des quarks. Malgré sa conformité avec l'expérience, ce modèle reçut un accueil très peu favorable en général, surtout à cause des charges fractionnaires. Des observations expérimentales directement attribuées aux quarks venant renforcer davantage ce modèle furent toutefois obtenues au SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) par la diffusion d'électrons de haute énergie sur des protons, lors d'une expérience semblable à la diffusion des particules α de Rutherford. Les électrons avaient une longueur d'onde de Broglie voisine de 5×10^{-17} m et pouvaient donc pénétrer profondément dans le proton. La distribution des électrons diffusés indiquait qu'ils interagissaient avec des concentrations quasi ponctuelles dont on pensa qu'il s'agissait des quarks. Il était surprenant que, malgré la haute énergie des électrons, aucun quark n'ait jamais été éjecté.

En fait, on n'a encore jamais pu détecter un quark isolé. On explique ce *confinement des quarks* par l'hypothèse que les forces qui les lient (sur lesquelles nous reviendrons à la section 13.10) *augmentent* avec la distance, contrairement aux autres interactions. Selon cette idée, quand on éloigne des quarks les uns des autres, l'énergie du système augmente rapidement. Avant qu'on ait pu observer des quarks isolés, l'énergie fournie a dépassé le seuil de création de paires particule-antiparticule, et de nouvelles particules, comportant chacune plusieurs quarks, sont créées. Notez aussi que le confinement des quarks a pour conséquence qu'il est impossible en pratique de mesurer une charge isolée qui n'est pas un multiple de e.

Même si le schéma à trois quarks donnait une représentation satisfaisante des particules et résonances connues, les expériences et les travaux théoriques

semblaient suggérer que plus de trois quarks étaient nécessaires pour que le modèle soit cohérent et puisse survivre. Nous y reviendrons à la section 13.9.

13.6 LA COULEUR

Malgré le succès du modèle des quarks, il se posait quelques problèmes lorsqu'il s'agissait d'attribuer des quarks aux baryons. Les structures de certains baryons contenaient deux ou trois quarks dans le même état. Par exemple, le baryon Δ^{++} de spin $\frac{3}{2}\hbar$ était identifié par la combinaison uuu de trois quarks. Les trois quarks sont tous identiques et ils apparaissent dans le même état de spin *up*. Mais les quarks ont un spin de $\frac{1}{2}\hbar$, ce qui signifie qu'il s'agit de fermions. Ils doivent obéir au principe d'exclusion de Pauli et ne peuvent donc pas avoir les mêmes nombres quantiques. Il fallait donc que leur état diffère d'une façon ou d'une autre, cette différence étant déterminée par un nombre quantique supplémentaire.

Pour distinguer les quarks, Oscar W. Greenberg (né en 1932) leur ajouta en 1965 un attribut supplémentaire appelé *couleur*. On attribue aux quarks les couleurs primaires, rouge, bleu, vert, et aux antiquarks les anticouleurs, antirouge, antibleu, antivert. Mais toutes ces couleurs ne peuvent pas se combiner de façon arbitraire. Le *nombre quantique de couleur* représente une nouvelle « charge de couleur » sur chaque particule et seules les particules « neutres » ou sans couleur (blanches) peuvent être détectées. Les mésons sont formés d'une couleur et de son anticouleur, alors que les baryons sont des combinaisons des trois couleurs primaires :

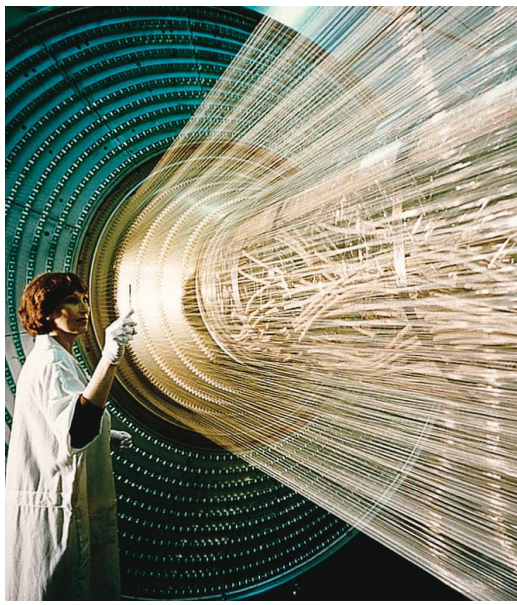
$$\text{mésons : } q_R\bar{q}_{\bar{R}} \text{ ou } q_B\bar{q}_{\bar{B}} \text{ ou } q_V\bar{q}_{\bar{V}}$$

$$\text{baryons : } q_Rq_Bq_V$$

Selon cette logique, des particules comportant plus de trois quarks sont aussi possibles, pourvu que la couleur résultante demeure nulle. En 1997, des pentaquarks, formés de quatre quarks et d'un antiquark, ont été prédits. Deux expériences indépendantes, en 2003, ont donné des observations interprétées comme étant une trace d'une particule de ce genre.

Évidemment, les « couleurs » des quarks ne doivent pas être considérées comme étant les couleurs de la vie quotidienne. Comme la masse, la charge ou le spin, il s'agit uniquement d'une propriété attribuée aux particules pour expliquer ce qu'on observe. La charge de couleur est tout simplement la propriété attribuée aux particules capables d'exercer une « force de couleur », à l'origine du confinement des quarks. Les physiciens commencent simplement à manquer d'imagination pour inventer des noms quand ils ajoutent une nouvelle propriété aux particules de leur modèle !

Les mésons neutres sont des superpositions linéaires de configurations de quark-antiquark dans lesquelles les trois couleurs sont représentées. Alors qu'elle s'appuyait sur le principe d'exclusion de Pauli, l'introduction de la charge de couleur avait une profonde signification pour l'interaction nucléaire.



Une chambre de dérivation au SLAC : elle contient des fils conducteurs baignant dans un gaz et sert à détecter des particules chargées. Les électrons résultant de l'ionisation causée par une particule chargée sont détectés par les fils. On peut reconstituer la trajectoire de la particule en mesurant le temps mis par les électrons pour dériver jusqu'aux fils.

13.7 LES THÉORIES DE JAUGE

Les théories de jauge constituent l'un des progrès les plus importants des dernières décennies. Dans une théorie de jauge, on se sert des notions de symétrie et d'invariance pour obtenir des renseignements sur les interactions entre particules.

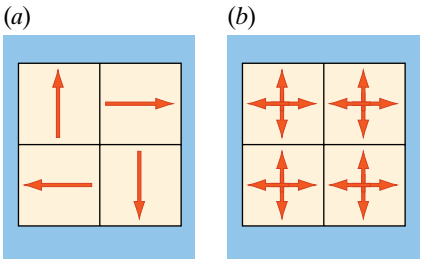
On sait que les équations de Maxwell sont invariantes dans la transformation de Lorentz. La théorie électromagnétique possède d'autres symétries. Par exemple, si toutes les charges positives et négatives d'un système sont interverties, les forces restent les mêmes. Pour donner un autre exemple, rappelons que le champ électrique créé par une distribution de charges peut être déduit à partir du potentiel. On peut fixer le potentiel zéro à n'importe quelle valeur commode sans modifier le champ. Le choix du niveau zéro est ce que l'on appelle un choix de jauge. Une jauge est une référence de mesure permettant d'étalonner l'échelle qui va servir à mesurer une quantité. (Le terme vient des tablettes de jauge utilisées comme étalons de longueur dans les ateliers d'usinage.)

L'invariance locale

Les propriétés d'invariance de la théorie électromagnétique dont nous avons parlé plus haut sont des exemples de *symétrie globale* : *toutes* les charges doivent être interverties et le niveau zéro du potentiel doit être le même en *tout* point de l'espace. En réalité, la théorie électromagnétique possède une symétrie beaucoup plus restrictive dans laquelle le zéro du potentiel peut être fixé arbitrairement en divers points de l'espace et du temps. C'est ce que l'on appelle l'*invariance locale*.

On sait que la forme d'un champ électrique peut être déduite de celle du potentiel électrique, laquelle dépend des positions des charges. De même, on peut déduire le champ magnétique d'un potentiel « magnétique » qui dépend du mouvement des charges. De plus, il existe une correspondance mutuelle entre un champ magnétique variable et un champ électrique. Il se trouve que, si l'on déplace le zéro du potentiel électrique en un point donné, la variation correspondante du potentiel magnétique ne modifie pas les équations de Maxwell. Les champs électrique et magnétique sont donc invariants par rapport au choix de la jauge pour les potentiels électrique et magnétique. La théorie électromagnétique possède la forme la plus simple de symétrie locale de jauge, U(1). *Une théorie ayant la propriété d'invariance locale est appelée théorie de jauge.*

On peut envisager le problème sous l'angle inverse en supposant que la théorie électromagnétique est inconnue et en se demandant quelle est la théorie qui satisfait à la condition d'invariance dans la transformation de Lorentz et à la condition de symétrie locale de jauge la plus simple, U(1). En postulant uniquement l'existence d'un potentiel, on peut montrer que son *seul comportement possible* (conforme à la symétrie voulue) est celui prévu dans la théorie électromagnétique. En d'autres termes, sans rien connaître des interactions entre les charges électriques, on peut tout déduire du comportement des champs électrique et magnétique par des raisonnements s'appuyant uniquement sur la symétrie ! Ainsi, au lieu de se pencher en détail sur les interactions, ce qui ne serait pas possible dans le cas des quarks, on peut plutôt étudier les symétries et en déduire les interactions et les lois de conservation. On peut montrer par exemple que la conservation de la charge électrique est une conséquence de l'invariance locale de jauge de la théorie électromagnétique.



▲ Figure 13.18

(*a*) Configuration à symétrie globale. Pour que la configuration reste la même, on doit faire tourner l'ensemble du réseau. (*b*) Configuration à symétrie locale. Chaque paire de flèches peut tourner de 90° ou de 180° indépendamment des autres.

Pour comprendre l'effet des symétries locales ou globales, considérons l'analogie suivante, où une feuille de caoutchouc porte les flèches représentées à la figure 13.18*a*. La disposition des flèches ne va pas changer si l'on fait tourner la feuille de 90° ou d'un multiple de 90°. Il s'agit là d'une symétrie globale : *toutes* les flèches doivent tourner de 90° dans le même sens, horaire par exemple. Dans la configuration à double flèche de la figure 13.18*b*, on peut faire tourner une seule double flèche de 90° et quand même maintenir la symétrie globale

de la configuration. Cette configuration a une invariance locale puisqu'on peut choisir des angles différents (90°, 180°, etc.) en des points et à des instants différents. La condition d'invariance locale introduit des restrictions sur les configurations possibles des flèches dans chaque carré. Mais il se produit quelque chose de plus important si on fait tourner une des doubles flèches sans faire tourner les autres : la feuille se déforme et des forces apparaissent alors entre les flèches. De manière analogue, la condition d'invariance locale donne lieu à des interactions.

En mécanique quantique, une fonction d'onde est attribuée à chaque particule. Il s'agit d'un *champ de matière* qui n'a rien à voir avec les charges électriques. Considérons la feuille comme étant analogue au champ de matière d'une collection de particules libres. L'opération équivalente à la rotation des flèches dans chaque carré est le choix de phase pour la fonction d'onde de chaque particule. Le champ de matière des particules libres a une symétrie globale : il est invariant quand la phase varie de la même quantité en tout point. La condition d'invariance locale de jauge pour la forme de l'équation qui décrit le champ de matière signifie que la phase de la fonction d'onde peut être choisie arbitrairement en chaque point de l'espace et du temps. L'analogie avec la feuille suggère que le prix à payer pour imposer l'invariance locale est l'apparition d'une interaction entre particules. Évidemment, cette interaction peut être décrite comme un champ. *Ce champ de jauge compense la variation de phase d'un point à l'autre et maintient la forme originelle de l'équation d'onde.*

Pour imposer l'invariance locale à la phase du champ électromagnétique, il faut introduire un *boson de jauge*, sans masse, de spin 1, qui n'est rien d'autre que le photon ! Le champ électromagnétique est donc un champ de jauge. La théorie quantique des champs est appelée *électrodynamique quantique*. La théorie de la relativité générale, qui porte sur la gravitation, est aussi une théorie de jauge, dont le boson de jauge est le graviton. On peut faire la même analyse des interactions nucléaires et des interactions faibles.

Si tous les neutrons et les protons d'un système sont interchangés, les forces nucléaires restent les mêmes. Autrement dit, l'interaction nucléaire a une invariance globale par rapport aux rotations du vecteur isospin. En 1954, Chen Ning Yang (né en 1922) et Robert Mills (1927-1999) élaborèrent une théorie de jauge en imposant l'invariance locale [à partir de la symétrie SU(2)] aux rotations du vecteur isospin. Leur théorie demandait de faire intervenir trois bosons de jauge, sans masse, de spin 1 : un neutre et deux chargés. La théorie comportait une faille, car on n'avait jamais envisagé un modèle comprenant des particules chargées sans masse. Malgré cette impasse apparente, certains théoriciens continuèrent de travailler sur la théorie de jauge pour ses qualités esthétiques.

L'interaction faible est à l'origine de la désintégration β du neutron, $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$, au cours de laquelle un neutron est transformé en un proton avec émission d'un électron et d'un antineutrino. Si l'on étend à l'interaction faible la notion d'isospin, on peut considérer que l'électron et son neutrino, ainsi que le muon et son neutrino, sont deux composantes d'un vecteur *isospin faible*. On peut imposer l'invariance locale [à partir de la symétrie SU(2)] aux rotations de ce vecteur, ce qui signifie que l'électron et son neutrino peuvent être intervertis en n'importe quel point sans que les interactions soient modifiées. En 1958, Steven Weinberg (né en 1933), d'une part, et Abdus Salam (1926-1996) et John Clive Ward (1924-2000), d'autre part, montrèrent qu'une telle théorie de jauge de l'interaction faible fait intervenir trois bosons de jauge sans masse, de spin 1 : un neutre et deux chargés. Mais le mieux restait à venir.

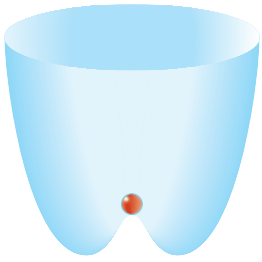
13.8 L'INTERACTION ÉLECTROFAIBLE

(*a*)

(*b*)

▲ Figure 13.19

(*a*) Steven Weinberg (né en 1933).
(*b*) Abdus Salam (1926-1996).



▲ Figure 13.20

Une particule en équilibre instable dans un puits de potentiel symétrique. Une petite perturbation va faire rouler la particule d'un côté ou de l'autre et l'état final du système ne reflétera pas la symétrie sous-jacente. C'est un exemple de symétrie cachée.

Les physiciens rêvent depuis longtemps de construire un modèle unique, dans le cadre duquel les quatre interactions fondamentales – la gravitation, l'électromagnétisme, l'interaction faible et l'interaction nucléaire – ne sont que des manifestations différentes d'une même interaction fondamentale. Une telle théorie serait certes très élégante. Weinberg et Salam (figure 13.19) étudièrent la possibilité d'unifier l'interaction électromagnétique et l'interaction faible en modélisant une unique *interaction électrofaible*. Ils avaient remarqué le fait suivant : bien que ces interactions soient très différentes sur le plan de l'intensité, de la portée et sur d'autres plans, toutes les particules de jauge (le photon, W^+, W^- et Z^0) sont des bosons de spin 1. Cela ne voulait-il pas dire qu'elles appartiennent toutes à la même famille ?

L'interaction électromagnétique a une symétrie de jauge U(1), qui permet de choisir le potentiel en un point quelconque. L'interaction faible a une symétrie SU(2), qui permet d'intervertir l'électron et son neutrino en un point quelconque. On désigne par SU(2) × U(1) la symétrie globale de jauge qui caractérise les deux interactions et pour laquelle il a fallu introduire quatre bosons de jauge de spin 1 pour imposer l'invariance locale à l'échange entre électrons et neutrinos. Ces quatre bosons furent identifiés comme étant le photon, W^+, W^- et Z^0.

Si l'interaction électromagnétique et l'interaction faible peuvent réellement être représentées comme des aspects différents d'une même interaction, leur intensité intrinsèque devrait être la même. On observe pourtant que l'interaction faible a une portée extrêmement courte (moins de 10^{-19} m) et qu'elle est beaucoup moins intense que l'interaction électromagnétique. On suppose alors qu'il s'agit d'un cas de symétrie cachée (nous reviendrons sur ce concept avant la fin de la section). On peut expliquer la faible intensité apparente et la portée extrêmement courte de l'interaction faible si les particules W et Z ont des masses importantes. Malheureusement, dans une théorie de type Yang-Mills, les bosons de jauge n'ont pas de masse. Il fallait donc trouver un moyen d'attribuer une masse aux particules W et Z sans détruire toute la théorie.

Rupture de la symétrie

Considérons la bille au milieu de la fonction énergie potentielle de la figure 13.20. La fonction ayant une symétrie de rotation par rapport à l'axe central, toutes les directions horizontales sont équivalentes. La bille est en équilibre instable parce qu'une légère perturbation l'écartant de sa position d'équilibre va la faire rouler d'un côté ou de l'autre. L'état final du système ne traduit pas la symétrie sous-jacente de la fonction énergie potentielle : on dit que la symétrie est *cachée*. C'est un exemple de *rupture de symétrie spontanée*.

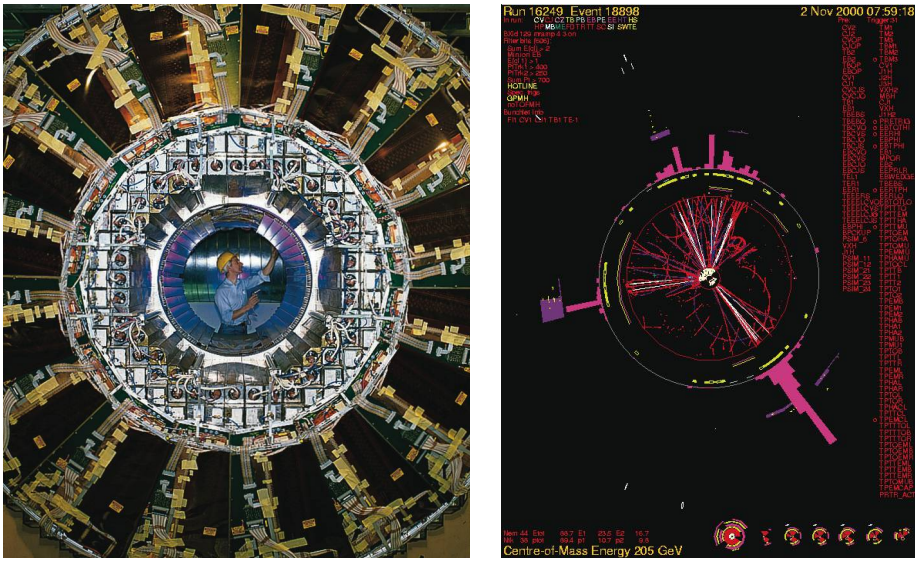
On retrouve la notion de symétrie cachée dans d'autres contextes. Par exemple, l'équation qui décrit l'interaction magnétique entre les atomes d'un cristal n'a pas de direction privilégiée. À haute température, cette symétrie se manifeste par l'orientation aléatoire des moments magnétiques des atomes. Mais, au-dessous du point de Curie, les moments magnétiques s'alignent et forment de vastes domaines magnétiques (voir la section 9.6 du tome 2). Une petite instabilité met le système dans un état d'équilibre ayant moins de symétrie que les équations. L'état symétrique devient instable et la symétrie sous-jacente est cachée. La formation de l'état supraconducteur au-dessous de la température de transition constitue un exemple analogue de rupture de symétrie.

En 1964, Peter Higgs (né en 1929) montra que l'introduction d'une autre particule de spin 0, appelée *boson de Higgs*, pouvait rompre la symétrie entre le photon et les autres bosons de jauge et permettre aux particules W^+, W^- et Z^0 d'avoir une masse.

L'interaction électromagnétique et l'interaction faible se comportent différemment à basse énergie et lorsque la distance entre les particules est grande. La symétrie qui existe entre elles est cachée. Toutefois, lorsque l'énergie disponible est supérieure à 100 GeV, le photon et les particules W^+, W^- et Z^0 peuvent être produits avec la même facilité. Aux énergies élevées et à des distances inférieures à 10^{-19} m environ, l'interaction électromagnétique et l'interaction faible ont la même intensité ; leur symétrie est restaurée.

Pour que cette explication tienne la route, il fallait observer le boson de Higgs. Cette particule, dernier constituant du modèle standard de la physique des particules à avoir été détecté, est longtemps restée insaisissable en raison des impressionnantes énergies requises sur le plan expérimental. Le détecteur OPAL, actif de 1989 à 2000 au CERN, a permis d'enregistrer l'effet de milliers de collisions de 170 GeV entre des électrons et des positons, dont quelques événements interprétés comme étant une manifestation du boson de Higgs, un nombre presque suffisant pour être considéré comme une découverte de cette particule (figure 13.21). Il fallut ensuite attendre le démantèlement du LEP (*Large Electron-Positron Collider*) et la construction, dans le même tunnel de 27 km, du nouveau LHC (*Large Hadron Collider*), mis en service en 2008. Ce nouvel accélérateur de particules permettant de produire des collisions entre protons, l'énergie impliquée dans chaque collision peut atteindre 7000 GeV. Le 4 juillet 2012, l'équipe du détecteur ATLAS (figure 13.22*a*) et celle du détecteur CMS annoncèrent conjointement avoir observé un nombre statistiquement significatif d'événements attribuables à une particule, d'une masse de 126 MeV, dont le comportement est cohérent avec celui du boson de Higgs tel que théorisé un demi-siècle plus tôt (figure 13.22*b*). Il s'agit d'un spectaculaire succès de la physique expérimentale. Peter Higgs fut récompensé par le prix Nobel de 2013.

(*a*) (*b*)



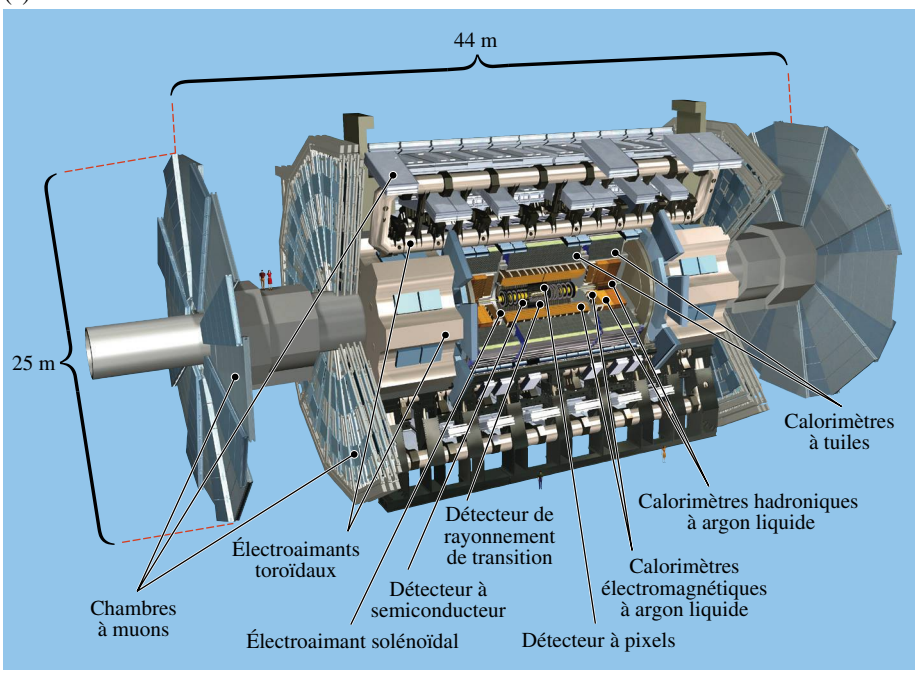
▲ Figure 13.21

(*a*) Le détecteur OPAL, pendant sa construction en 1989. (*b*) Le dernier événement enregistré par ce détecteur, en novembre 2000, avant le démantèlement du LEP. À cette date, OPAL avait enregistré quelques événements interprétés comme une manifestation du boson de Higgs.

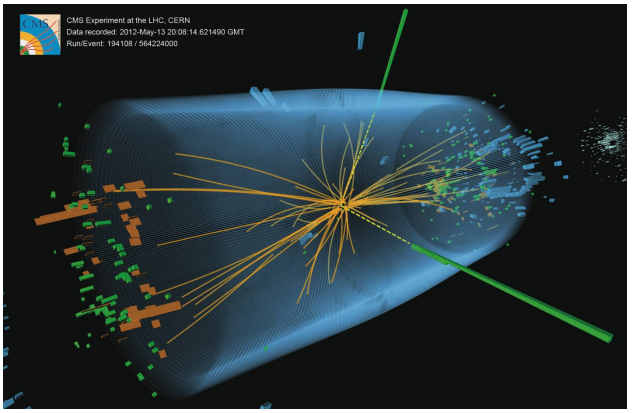
▶ Figure 13.22

(*a*) Le détecteur ATLAS, l'une des expériences du LHC qui a contribué à la découverte du boson de Higgs. Le détecteur a une hauteur équivalente à celle d'un édifice de sept étages. (*b*) Une gerbe de particules produite par une collision proton-proton, enregistrée par le détecteur CMS au LHC. Il s'agit d'une des nombreuses manifestations attribuées au boson de Higgs. Ici, on interprète que la particule de Higgs s'est désintégrée en deux photons dont les trajectoires sont illustrées par les pointillés jaunes. La détection des photons correspond aux deux pics verts.

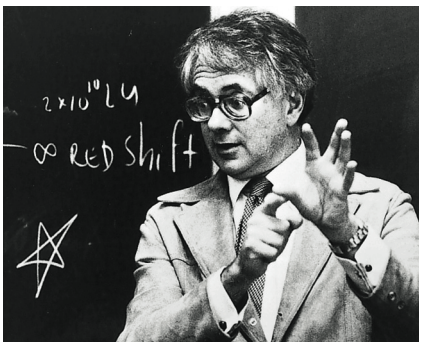
(*a*)



(*b*)



13.9 LES NOUVEAUX QUARKS



▲ Figure 13.23

Sheldon Lee Glashow (né en 1932).

En 1961, Sheldon Lee Glashow (figure 13.23), en se fondant sur le modèle alors considéré comme valable, réussit à prédire certaines désintégrations des mésons K, gouvernées par l'interaction faible dans laquelle l'étrangeté varie. Mais il ne parvint pas à les observer, ce qui imposait une remise en question du modèle. En 1970, Glashow, John Iliopoulos (né en 1940) et Luciano Maiani (né en 1941) développèrent donc la théorie de Weinberg-Salam pour éliminer cette difficulté.

Tous les indices dont ils disposaient indiquaient que les quarks et les leptons sont réellement des particules élémentaires. La théorie prévoyait à l'époque quatre leptons et trois quarks. Les leptons apparaissaient sous la forme de deux doublets (e, ν_e) et (μ, ν_μ), mais les quarks apparaissaient sous la forme d'un doublet (u, d) et d'un singulet (s). Glashow et ses collègues s'aperçurent que certaines anomalies troublantes (expressions ayant des valeurs infinies) dans la théorie de Weinberg-Salam ne s'annulent que si la somme des charges de tous les fermions est nulle. La somme des charges de l'électron et du muon est

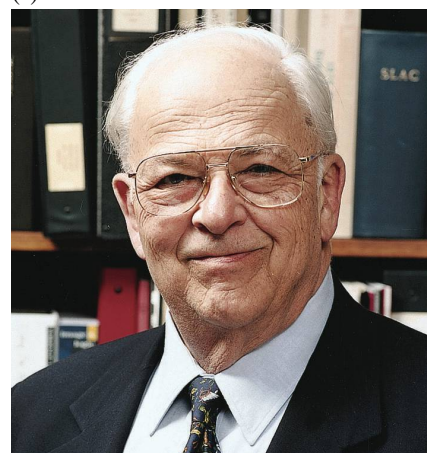
égale à $-2e$, mais la somme des charges des quarks *up*, *down* et *strange* est nulle. Ils aboutirent à une solution qui comportait deux innovations.

La première leur fut suggérée par la possibilité d'une structure parallèle des quarks et des leptons. Ils supposèrent qu'il existait un quatrième quark c, de charge $+2e/3$, qui formerait un doublet SU(2) avec le quark s : (c, s). La conservation d'un nouveau *nombre quantique de charme*, C, permettait de rendre compte de l'absence de désintégration K prédite par Glashow. Pour le quark *charm* (c), $C = +1$, $s = \frac{1}{2}$, $Q = +2e/3$, $S = 0$ et $I = 0$. Tout comme l'étrangeté, le nombre quantique de charme n'est pas conservé dans l'interaction faible. La seconde innovation était rattachée au fait que le problème concernant les anomalies pouvait être résolu si les quatre quarks apparaissaient sous trois variétés, qui sont tout simplement les trois couleurs !

Glashow, Iliopoulos et Maiani venaient de montrer que l'extension de la théorie de jauge aux interactions faibles des hadrons *requiert* l'introduction à la fois du nombre quantique de charme et de la couleur. La théorie établissait une profonde symétrie entre les quarks et les leptons : non seulement les quarks et les leptons apparaissent sous forme de doublets, mais il doit aussi y avoir le même nombre de doublets.

La validité de cette nouvelle théorie fut vite renforcée par d'autres observations. En novembre 1974, Burton Richter (figure 13.24*a*) au SLAC et Samuel Ting (figure 13.24*b*) à Brookhaven découvrirent chacun de leur côté une particule de résonance de durée de vie relativement longue (10^{-20} s), que l'on appelle maintenant J/Ψ. Les données recueillies par Richter (figure 13.25) avaient été obtenues en observant les hadrons produits lors des collisions électron-électron. Il s'agissait d'un méson de spin 1, de masse 3,1 GeV, de nombres quantiques $B = 0$, $I = 0$ et $S = 0$, qui n'avait pas sa place dans le schéma à trois quarks. Il fut bientôt évident que la structure de quark J/Ψ devait être $c\bar{c}$, ce qui signifie que $C = 0$ et que la nouvelle particule avait un charme « caché ». Par la suite, on trouva d'autres particules charmées ($C \neq 0$), comme les mésons D^0 ($c\bar{u}$), D^- ($\bar{c}d$) et D^+ ($c\bar{d}$). Les particules charmées sont toujours créées par paires, l'une avec un quark c et l'autre avec un antiquark $\bar{c}$.

(*a*)

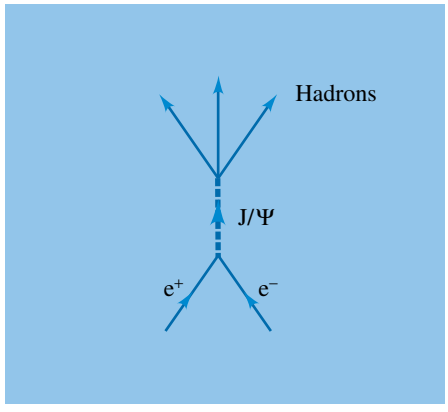


(*b*)

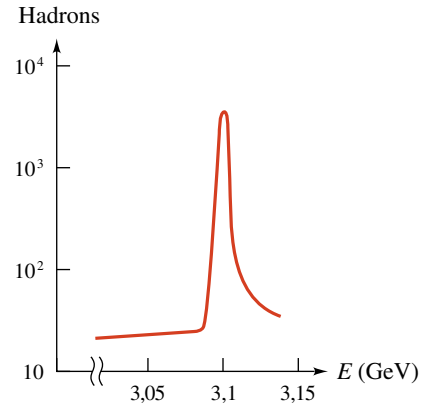
▲ Figure 13.24

La particule J/Ψ fut découverte indépendamment par (*a*) B. Richter (né en 1931) et (*b*) S. Ting (né en 1936).

(*a*)



(*b*)



◀ Figure 13.25

L'augmentation prononcée du nombre de hadrons produits lors des collisions électron-positon observées par Richter indique la formation de la particule de résonance J/Ψ.

Trois ans plus tard, en 1977, Leon Lederman (né en 1922) trouva au Fermilab une autre particule de résonance, de vie relativement longue, que l'on appelle maintenant la particule Υ (upsilon), et qui a une masse de 8,5 GeV. Il fallut pour cette particule introduire encore un quark, appelé *bottom* (b), et on la désigna par la combinaison $b\bar{b}$. Étant donné la symétrie, on supposa immédiatement qu'il devait y avoir un autre quark, nommé *top* (t), et deux leptons

	Q	C	B'	T
c	$+2e/3$	1	0	0
b	$+e/3$	0	1	0
t	$+2e/3$	0	0	1

▲ Figure 13.26

Nombres quantiques des quarks c, b et t. Ils ont tous $S = 0$.

supplémentaires, τ et ν_τ ! Le tableau des quarks était alors complet, les trois quarks représentés à la figure 13.26 complétant le tableau de la figure 13.17 (p. 588). Le lepton lourd τ et son neutrino ont été détectés rapidement, mais le quark *top* ne l'a été qu'en 1995.

Dans le cadre de l'actuel modèle standard de la physique des particules, la liste des particules élémentaires, initialement vertigineuse, est maintenant réduite aux quarks et aux leptons. Il existe six leptons (e, ν_e, μ, ν_μ, τ, ν_τ), alors que les quarks se répartissent en six *saveurs* (u, d, s, c, b, t) et trois *couleurs* (R, B, V).

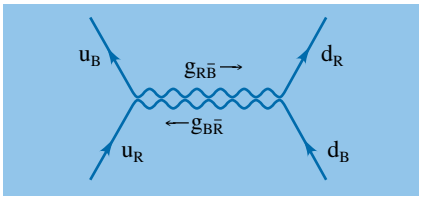
13.10 LA CHROMODYNAMIQUE QUANTIQUE

Sachant que les hadrons sont composés de deux ou trois quarks, par quoi ces quarks sont-ils maintenus ensemble ? En 1973, S. Weinberg et d'autres scientifiques émirent l'hypothèse que l'interaction entre les quarks est gouvernée par des champs de jauge associés à la charge de couleur ou au nombre quantique. L'« ancienne » symétrie SU(3) interchangeait les charges de saveur sur les quarks u, d et s. Mais il s'agissait d'une symétrie rompue parce que la force n'était pas invariante par rapport à toutes les opérations.

La *théorie de jauge de la couleur* comprend la nouvelle symétrie SU(3), considérée comme valable aujourd'hui, de la force de couleur qui fait intervenir l'échange de huit bosons vecteurs, sans masse, appelés *gluons*, entre les trois couleurs. Rappelons que, pour qu'un baryon apparaisse sans couleur, il faut que les trois couleurs soient représentées à un instant donné. Le fait de soumettre l'interaction de couleur à l'invariance locale signifie que chaque quark peut avoir n'importe quelle couleur. Ainsi, pour que le baryon reste sans couleur dans son ensemble, les gluons de jauge doivent eux aussi porter des charges de couleur. En fait, les gluons portent des combinaisons couleur-anticouleur, mais n'ont pas de saveur. Seuls les six premiers des gluons suivants produisent des changements de couleur :

$$g_{B\bar{R}};\ g_{B\bar{V}};\ g_{V\bar{R}};\ g_{V\bar{B}};\ g_{R\bar{V}};\ g_{R\bar{B}};\ g_{01};\ g_{02}$$

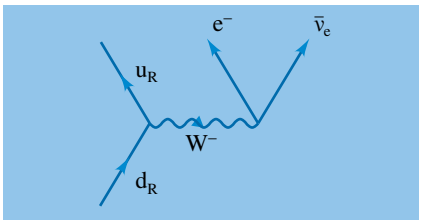
où g_{01} et g_{02} sont des combinaisons de $g_{R\bar{R}}$, $g_{V\bar{V}}$, $g_{B\bar{B}}$. La figure 13.27 montre comment les quarks colorés u_R et d_B interagissent en échangeant un gluon $g_{R\bar{B}}$ allant de gauche à droite ou un gluon $g_{B\bar{R}}$ allant de droite à gauche.



▲ Figure 13.27

Interaction entre des quarks par l'intermédiaire d'un gluon.

L'interaction due à la couleur, appelée *interaction forte*, ne tient pas compte de la saveur et couple les quarks avec les quarks. Les quarks échangent des couleurs, mais non des saveurs, par l'intermédiaire des gluons. L'interaction faible ne tient pas compte de la couleur et, de plus, elle couple les quarks avec les leptons. Elle modifie la saveur des quarks par l'intermédiaire des bosons W et Z. La particule W porte la charge de saveur et intervertit e et $\bar{\nu}_e$. Elle modifie également la saveur des quarks sans modifier leur couleur. Dans la désintégration β d'un neutron, $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$, un neutron donne un proton avec émission de e et $\bar{\nu}_e$. On peut maintenant décrire cette réaction en disant qu'un quark d se transforme en un quark u avec émission d'une particule W qui se désintègre ensuite en $e + \bar{\nu}_e$ (figure 13.28). La particule W, qui a une masse de 81 GeV, fut découverte par Carlo Rubbia (né en 1934) en 1982 et la particule Z^0, qui a une masse de 93 GeV, fut détectée quelques mois plus tard, en 1983 (figure 13.29).

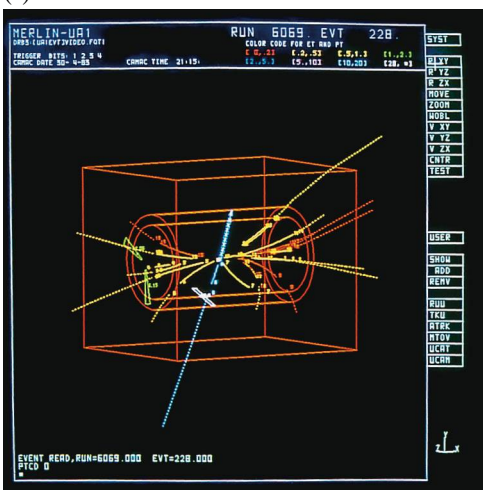


▲ Figure 13.28

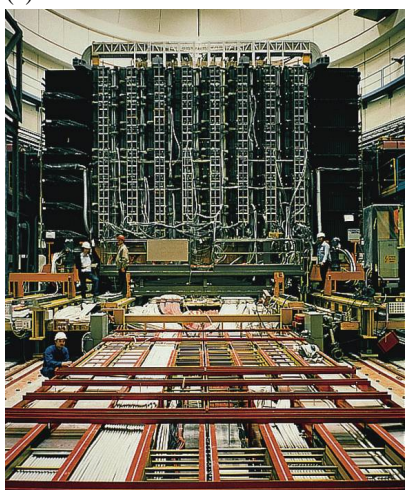
Désintégration β^- expliquée par la structure sous-jacente des quarks du neutron et du proton.

Il existe une différence importante entre le photon et les autres bosons de jauge. Le photon sert d'intermédiaire dans l'interaction entre charges électriques alors qu'il est neutre. Par ailleurs, le boson W porte la charge de saveur et les gluons portent la charge de couleur. Il y a donc interaction entre les gluons.

(*a*)



(*b*)



◀ Figure 13.29

(*a*) Désintégration d'une particule W en un électron (trace bleue dirigée vers le bas) et un neutrino (trace bleue plus épaisse dirigée vers le haut, qui a été reconstituée après l'événement). Les traces rouges et jaunes sont dues à d'autres particules. Les traits blancs indiquent l'endroit où l'électron a été enregistré par le calorimètre électromagnétique qui mesure les énergies des particules. La particule W a été créée lors d'une collision proton-antiproton. (*b*) Une paroi du détecteur géant UA1 du CERN ayant servi à détecter les particules W et Z^0.

La force nucléaire, dont nous avons parlé dans le chapitre précédent, est maintenant considérée comme un pâle résidu de l'interaction forte (force de couleur), attribuée aux gluons et agissant entre les quarks. On observe une situation semblable dans l'interaction électromagnétique : les forces de van der Waals entre deux molécules neutres proviennent de la polarisation induite des charges. Ce n'est qu'un effet résiduel, beaucoup plus faible que l'interaction entre les charges, donnée par la loi de Coulomb.

Les réactions du type [$e^+ + e^- \rightarrow$ hadrons] fournissent des mesures confirmant le modèle des quarks et des gluons. Aux énergies moyennes, les hadrons produits sont distribués sur plusieurs directions ; aux énergies élevées, ils forment parfois deux cônes étroits appelés *jets*, qui émergent dans des directions opposées. Ce phénomène peut être interprété comme étant dû à la production d'une paire quark-antiquark, dont chaque particule se désintègre par la suite. En 1979, trois jets furent observés à très haute énergie ; on pourrait les interpréter comme étant produits par une paire quark-antiquark et un gluon.

13.11 LA GRANDE THÉORIE UNIFIÉE

En 1974, Howard Georgi (né en 1947) et S. L. Glashow proposèrent une théorie pour unifier l'interaction électrofaible et l'interaction forte. Des travaux antérieurs ayant démontré la structure parallèle des quarks et des leptons, Georgi et Glashow allèrent un peu plus loin en décidant de mettre les quarks et les leptons sur un pied d'égalité, ce qui nécessitait une symétrie plus complexe englobant à la fois SU(3) de l'interaction de couleur et SU(2) × U(1) de l'interaction électrofaible. Dans le groupe de symétrie le plus simple, appelé SU(5), le vecteur fondamental a cinq composantes. Georgi et Glashow choisirent trois quarks et deux leptons : d_R, d_B, d_V, e^+ et ν. La théorie de jauge nécessitait l'introduction de 24 particules de jauge, réparties en deux groupes de 12. Douze de ces particules nous sont déjà familières : quatre pour l'interaction électrofaible (photon, W^+, W^- et Z) et huit gluons pour l'interaction de couleur. Quant aux 12 particules restantes, appelées particules X, elles échangent quarks et antiquarks, et surtout quarks et leptons. Si la symétrie SU(5) était valable, l'interaction électrofaible et l'interaction de couleur auraient la même intensité. Mais comme ce n'est pas le cas, on suppose que la symétrie est cachée.

Les masses des particules X sont estimées à près de 10^{15} GeV ! La portée des interactions entre quarks et leptons est donc étonnamment faible. Une particule X

virtuelle ne peut parcourir que 10^{-31} m environ. Cette énergie, ou distance, définit l'*échelle d'unification*. Au fur et à mesure que l'énergie augmente, l'interaction faible reste pratiquement constante et la force électromagnétique augmente, mais l'interaction forte diminue. Les trois interactions ne deviennent de forces égales qu'à ces énergies élevées, ou petites distances, puisque la différence de masse entre les bosons de jauge (les photons, les W et les X) n'est plus importante. Ils peuvent alors tous être produits avec la même aisance. Dans cette *grande théorie unifiée*, les quarks et les leptons sont équivalents et peuvent être librement interchangés à l'échelle d'unification.

La grande théorie unifiée a une conséquence intéressante : pour que les échanges associés aux opérations de symétrie soient en conformité avec la conservation de la charge, cette dernière doit être quantifiée en unités fondamentales de $e/3$. Nous avons mentionné plus haut que l'invariance de jauge des équations de Maxwell entraîne la conservation de la charge. Nous constatons maintenant que l'invariance de jauge de la grande théorie unifiée explique sa quantification !

À cause de leur masse énorme, il nous est impossible de détecter les particules X. Il existe pourtant un moyen de vérifier indirectement la grande théorie unifiée. Puisqu'une particule X transforme un quark en un lepton, cela signifie qu'un proton peut se désintégrer et donc que le nombre baryonique et le nombre leptonique ne sont pas conservés. La masse importante des X implique qu'un proton produit par l'entremise d'une désintégration du type $p \rightarrow e^+ + \gamma$ doit avoir une durée de vie voisine de 10^{32} a, ce qui est terriblement long, beaucoup plus que l'âge de l'Univers. Néanmoins, la limite expérimentale actuelle est de 10^{31} a, ce qui en est assez proche. Si l'on parvient à détecter la désintégration du proton, on aura la confirmation de l'unité essentielle de l'interaction électrofaible et de l'interaction de couleur.

Des progrès énormes ont été réalisés vers l'unification des interactions et vers la recherche des « vraies » particules élémentaires (celles auxquelles nous n'aurons pas à modéliser une structure interne). Nous venons de donner un aperçu de la puissance étonnante des théories de jauge ; ces travaux réalisés ces dernières années ont permis d'établir que « la symétrie gouverne le monde ». Il reste pourtant des questions importantes à résoudre. Par exemple, nous n'avons besoin que de deux quarks (u, d) et de deux leptons (e, ν_e) pour construire la matière ordinaire. Pour reformuler un commentaire fait par Isidor Isaac Rabi (1898-1988) dans un autre contexte : qui a passé la commande des autres quarks et leptons ? Et à quoi peuvent-ils servir ?

ANNEXE A

UNITÉS SI

Les *unités de base* du Système international sont les suivantes*.

Le **mètre (m)** : Le mètre est la distance parcourue dans le vide par la lumière pendant un intervalle de temps égal à 1/299 792 458 s. (1983)

Le **kilogramme (kg)** : Égal à la masse du kilogramme étalon international. (1889)

La **seconde (s)** : La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133. (1967)

L'**ampère (A)** : L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, passant dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable, et placés à un mètre l'un de l'autre dans le vide, produit entre ces conducteurs une force égale à 2×10^{-7} N par mètre de longueur. (1948)

Le **kelvin (K)** : Unité de température thermodynamique, le kelvin est la fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau. (1968)

Le **candela (cd)** : Le candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence 540×10^{12} Hz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est 1/683 W par stéradian. (1979)

La **mole (mol)** : La mole est la quantité de matière qui contient un nombre d'entités élémentaires identiques entre elles (atomes, molécules, ions, électrons, particules) égal au nombre d'atomes de carbone dans 0,012 kg de carbone 12. (1971)

Unités SI dérivées portant des noms particuliers

Grandeur	Unité dérivée	Nom
Activité	1 désintégration/s	becquerel (Bq)
Capacité	C/V	farad (F)
Charge	A·s	coulomb (C)
Potentiel électrique, f.é.m.	J/C	volt (V)
Énergie, travail	N·m	joule (J)
Force	$kg \cdot m/s^2$	newton (N)
Fréquence	1/s	hertz (Hz)
Inductance	V·s/A	henry (H)
Densité de flux magnétique	Wb/m^2	tesla (T)
Flux magnétique	V·s	weber (Wb)
Puissance	J/s	watt (W)
Pression	N/m^2	pascal (Pa)
Résistance	V/A	ohm (Ω)

* Nous indiquons entre parenthèses l'année où la définition est devenue officielle.

ANNEXE B

RAPPELS DE MATHÉMATIQUES

Algèbre

Exposants

$$x^m x^n = x^{m+n} \qquad x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$$

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \qquad (x^m)^n = x^{mn}$$

Équation du second degré

Les racines de l'équation du second degré

$$ax^2 + bx + c = 0$$

sont données par

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si $b^2 < 4ac$, les racines ne sont pas réelles.

Équation d'une droite

L'équation d'une droite est de la forme

$$y = mx + b$$

où b est l'*ordonnée à l'origine* et m est la *pente*, telle que

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Logarithmes

Si

$$x = a^y$$

alors

$$y = \log_a x$$

La quantité y est le logarithme en *base* a de x. Si $a = 10$, le logarithme est dit *décimal* ou à base 10 et s'écrit $\log_{10} x$ ou simplement $\log x$. Si $a = e = 2{,}718\,28\ldots$, le logarithme est dit *naturel* ou népérien et s'écrit $\log_e x$ ou $\ln x$ (noter que $\ln e = 1$).

$$\log(AB) = \log A + \log B \qquad \log(A/B) = \log A - \log B$$

$$\log(A^n) = n \log A$$

Géométrie

Triangle : Aire $= \frac{1}{2}$ base $\times$ hauteur, $A = \frac{1}{2}bh$

Cercle : Circonférence : $C = 2\pi r$

Aire : $A = \pi r^2$

Sphère : Aire de la surface : $A = 4\pi r^2$

Volume : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Un cercle de rayon r ayant son centre à l'origine a pour équation

(cercle) $$x^2 + y^2 = r^2$$

L'ellipse de la figure A a pour équation

(ellipse) $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

où $2a$ est la longueur du *grand* axe et $2b$, la longueur du *petit* axe.

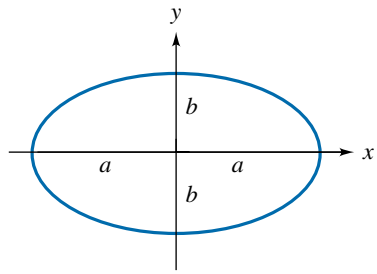


Figure A

Trigonométrie

Dans le triangle rectangle de la figure B, les fonctions trigonométriques fondamentales sont définies par :

$$\sin\theta = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{a}{c}; \qquad \operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{b}{c}; \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{a}{b}; \qquad \operatorname{cotan}\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

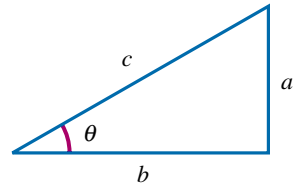


Figure B

Selon le théorème de Pythagore, $c^2 = a^2 + b^2$, donc $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$.

À partir du triangle quelconque de la figure C, on peut énoncer les deux relations suivantes :

(loi des cosinus) $$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\gamma$$

(loi des sinus) $$\frac{\sin\alpha}{A} = \frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin\gamma}{C}$$

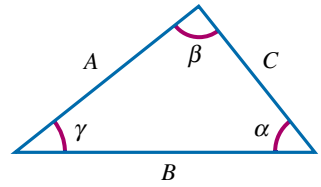


Figure C

Quelques identités trigonométriques

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta \qquad \cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta} \qquad \tan\theta = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta}}$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A\cos B \pm \cos A\sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$$

$$\sin A \pm \sin B = 2\sin\frac{(A \pm B)}{2}\cos\frac{(A \mp B)}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2\cos\frac{(A + B)}{2}\cos\frac{(A - B)}{2}$$

$$\cos A - \cos B = 2\sin\frac{(A + B)}{2}\sin\frac{(B - A)}{2}$$

$$\sin A\cos B = \frac{1}{2}[\sin(A - B) + \sin(A + B)]$$

$$\sin A\sin B = \frac{1}{2}[\cos(A - B) - \cos(A + B)]$$

$$\cos A\cos B = \frac{1}{2}[\cos(A - B) + \cos(A + B)]$$

Développements en série

$$(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1!}a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \ldots$$

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \ldots$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$$

$$\ln(1 \pm x) = \pm x - \frac{x^2}{2} \pm \frac{x^3}{3} - \ldots \qquad \text{pour } |x| < 1$$

$$\left.\begin{aligned} \sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots \\ \tan x &= x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \ldots \qquad \text{pour } |x| < \pi/2 \end{aligned}\right\} x \text{ en radians}$$

Approximation des petits angles

Les développements en série de sin x, de cos x et de tan x ci-dessus, quand ils sont utilisés avec une très petite valeur de x, conduisent aux approximations suivantes :

$$\left.\begin{aligned} &\sin x \approx x \\ &\cos x \approx 1 \\ &\tan x \approx x \end{aligned}\right\} \text{pour } x \ll 1$$

Par conséquent,

$$\sin x \approx \tan x \qquad \text{pour } x \ll 1$$

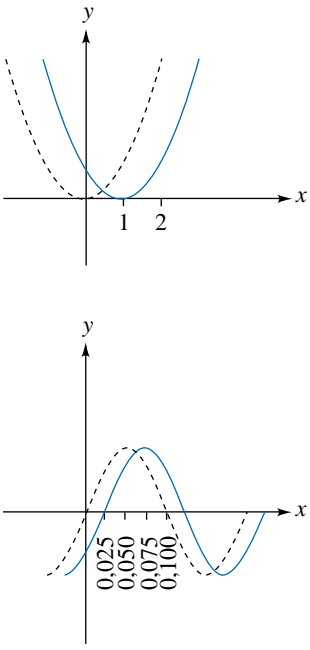


Figure D

Translations de fonctions

On peut faire subir à toute fonction $y(x)$ une translation d'une quelconque distance h le long de l'axe des x en remplaçant, dans cette fonction, « x » par « $x - h$ ». De même, on peut faire subir à toute fonction $y(x)$ une translation d'une quelconque distance k le long de l'axe des y en remplaçant, dans cette fonction, « y » par « $y - k$ ». La figure D illustre, en pointillés, les fonctions $y = x^2$ et $y = \sin(5\pi x)$ auxquelles est appliquée une translation vers la droite. Les courbes illustrées en lignes pleines sont $y = (x-1)^2$ et $y = \sin[5\pi(x - 0{,}025)]$.

Avec cette méthode, on déduit en particulier que

$$\sin(x + \pi/2) = \cos x$$
$$\sin(x - \pi/2) = -\cos x$$

ANNEXE C

RAPPELS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

Calcul différentiel

Dérivée d'un produit :

$$\frac{\mathrm{d}(uv)}{\mathrm{d}x} = u\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} + v\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$$

Dérivée d'un quotient :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} - u\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}}{v^2}$$

Règle de dérivation des fonctions composées :

Étant donné une fonction $f(u)$ où u est elle-même une fonction de x, on a

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}u} \cdot \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$$

Par exemple,

$$\frac{\mathrm{d}(\sin u)}{\mathrm{d}x} = \cos u \cdot \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}$$

Dérivées de quelques fonctions*

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(ax^n) = nax^{n-1}; \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(e^{ax}) = ae^{ax}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\sin ax) = a\cos ax; \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\cos ax) = -a\sin ax$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\tan ax) = a\sec^2 ax; \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\operatorname{cotan} ax) = -a\operatorname{cosec}^2 ax$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\sec x) = \tan x \sec x; \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\operatorname{cosec} x) = -\operatorname{cotan} x \operatorname{cosec} x$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\ln ax) = \frac{a}{x}$$

Calcul des intégrales

Intégration par parties :

$$\int u\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\right)\mathrm{d}x = uv - \int v\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}\right)\mathrm{d}x$$

* Pour les fonctions trigonométriques, x est en radians.

Quelques intégrales

(Une constante arbitraire peut être ajoutée à chaque intégrale*.)

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{(n+1)} \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x|$$

$$\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b}\ln|a+bx|$$

$$\int \frac{dx}{(a+bx)^2} = -\frac{1}{b(a+bx)}$$

$$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\arctan\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| \quad (x^2 > a^2)$$

$$\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| \quad (x^2 < a^2)$$

$$\int \frac{x\,dx}{a^2 \pm x^2} = \pm\frac{1}{2}\ln|a^2 \pm x^2|$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$= -\arccos\left(\frac{x}{a}\right) \quad (x^2 < a^2)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}|$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = -\sqrt{a^2-x^2}$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \sqrt{x^2 \pm a^2}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$\int x\sqrt{x^2 \pm a^2}\,dx = \frac{1}{3}(x^2 \pm a^2)^{3/2}$$

$$\int e^{ax}\,dx = \frac{1}{a}e^{ax}$$

$$\int xe^{ax}\,dx = (ax-1)\frac{e^{ax}}{a^2}$$

$$\int x^2e^{-ax}\,dx = -\frac{1}{a^3}(a^2x^2+2ax+2)e^{-ax}$$

$$\int \ln(ax)\,dx = x\ln|ax| - x$$

$$\int \sin(ax)\,dx = -\frac{1}{a}\cos(ax)$$

$$\int \cos(ax)\,dx = \frac{1}{a}\sin(ax)$$

$$\int \tan(ax)\,dx = \frac{1}{a}\ln|\sec(ax)|$$

$$\int \cotan(ax)\,dx = \frac{1}{a}\ln|\sin(ax)|$$

$$\int \sec(ax)\,dx = \frac{1}{a}\ln|\sec(ax)+\tan(ax)|$$

$$\int \operatorname{cosec}(ax)\,dx = \frac{1}{a}\ln|\operatorname{cosec}(ax)+\cotan(ax)|$$

$$\int \sin^2(ax)\,dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin(2ax)}{4a}$$

$$\int \cos^2 ax\,dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin(2ax)}{4a}$$

$$\int \frac{1}{\sin^2(ax)}\,dx = -\frac{1}{a}\cotan(ax)$$

$$\int \frac{1}{\cos^2(ax)}\,dx = \frac{1}{a}\tan(ax)$$

$$\int \tan^2(ax)\,dx = \frac{1}{a}\tan(ax) - x$$

$$\int \cotan^2(ax)\,dx = -\frac{1}{a}\cotan(ax) - x$$

* Pour les fonctions trigonométriques, x est en radians.

ANNEXE D

TABLEAU PÉRIODIQUE DES ÉLÉMENTS

Groupe I	Groupe II	Éléments de transition										Groupe III	Groupe IV	Groupe V	Groupe VI	Groupe VII	Groupe 0
H 1 1,01 $1s^1$																	**He** 2 4,00 $1s^2$
Li 3 6,94 $2s^1$	**Be** 4 9,01 $2s^1$	Symbole Masse atomique*						**C** 6 12,01 $2p^2$	Numéro atomique Configuration électronique			**B** 5 10,81 $2p^1$	**C** 6 12,01 $2p^2$	**N** 7 14,01 $2p^3$	**O** 8 16,00 $2p^4$	**F** 9 19,00 $2p^5$	**Ne** 10 20,18 $2p^6$
Na 11 22,99 $3s^1$	**Mg** 12 24,31 $3s^2$											**Al** 13 26,98 $3p^1$	**Si** 14 28,09 $3p^2$	**P** 15 30,97 $3p^3$	**S** 16 32,06 $3p^4$	**Cl** 17 35,45 $3p^5$	**Ar** 18 39,95 $3p^6$
K 19 39,10 $4s^1$	**Ca** 20 40,08 $4s^2$	**Sc** 21 44,96 $3d^14s^2$	**Ti** 22 47,90 $3d^24s^2$	**V** 23 50,94 $3d^34s^2$	**Cr** 24 52,00 $3d^54s^1$	**Mn** 25 54,938 $3d^54s^2$	**Fe** 26 55,85 $3d^64s^2$	**Co** 27 58,93 $3d^74s^2$	**Ni** 28 58,71 $3d^84s^2$	**Cu** 29 63,55 $3d^{10}4s^1$	**Zn** 30 65,38 $3d^{10}4s^2$	**Ga** 31 69,72 $4p^1$	**Ge** 32 72,59 $4p^2$	**As** 33 74,92 $4p^3$	**Se** 34 78,96 $4p^4$	**Br** 35 79,90 $4p^5$	**Kr** 36 83,80 $4p^6$
Rb 37 85,47 $5s^1$	**Sr** 38 87,62 $5s^2$	**Y** 39 88,91 $4d^15s^2$	**Zr** 40 91,22 $4d^25s^2$	**Nb** 41 92,91 $4d^45s^1$	**Mo** 42 95,94 $4d^55s^1$	**Tc** 43 98,9 $4d^55s^2$	**Ru** 44 101,07 $4d^75s^1$	**Rh** 45 102,91 $4d^85s^1$	**Pd** 46 106,4 $4d^{10}$	**Ag** 47 107,87 $4d^{10}5s^1$	**Cd** 48 112,41 $4d^{10}5s^2$	**In** 49 114,82 $5p^1$	**Sn** 50 118,69 $5p^2$	**Sb** 51 121,75 $5p^3$	**Te** 52 127,60 $5p^4$	**I** 53 126,90 $5p^5$	**Xe** 54 131,30 $5p^6$
Cs 55 132,91 $6s^1$	**Ba** 56 137,33 $6s^2$	57-71†	**Hf** 72 178,49 $5d^26s^2$	**Ta** 73 180,95 $5d^36s^2$	**W** 74 183,85 $5d^46s^2$	**Re** 75 186,21 $5d^56s^2$	**Os** 76 190,2 $5d^66s^2$	**Ir** 77 192,22 $5d^76s^2$	**Pt** 78 195,09 $5d^96s^1$	**Au** 79 196,97 $5d^{10}6s^1$	**Hg** 80 200,59 $5d^{10}6s^2$	**Tl** 81 204,37 $6p^1$	**Pb** 82 207,2 $6p^2$	**Bi** 83 208,98 $6p^3$	**Po** 84 (209) $6p^4$	**At** 85 (210) $6p^5$	**Rn** 86 (222) $6p^6$
Fr 87 (223) $7s^1$	**Ra** 88 226,03 $7s^2$	89-103‡	**Rf** 104 (261) $6d^27s^2$	**Ha** 105 (260) $6d^37s^2$	106 (263)	107 (262)	108 (265)	109 (266)									

† Lanthanides	**La** 57 139,91 $5d^16s^2$	**Ce** 58 140,12 $4f^26s^2$	**Pr** 59 140,91 $4f^36s^2$	**Nd** 60 144,24 $4f^46s^2$	**Pm** 61 (145) $4f^56s^2$	**Sm** 62 150,4 $4f^66s^2$	**Eu** 63 151,96 $4f^76s^2$	**Gd** 64 157,25 $5d^14f^76s^2$	**Tb** 65 158,93 $4f^96s^2$	**Dy** 66 162,50 $4f^{10}6s^2$	**Ho** 67 164,93 $4f^{11}6s^2$	**Er** 68 167,26 $4f^{12}6s^2$	**Tm** 69 168,93 $4f^{13}6s^2$	**Yb** 70 173,04 $4f^{14}6s^2$	**Lu** 71 174,97 $5d^14f^{14}6s^2$
‡ Actinides	**Ac** 89 (227) $6d^17s^2$	**Th** 90 232,04 $6d^27s^2$	**Pa** 91 231,04 $5f^26d^17s^2$	**U** 92 238,03 $5f^36d^17s^2$	**Np** 93 237,05 $5f^46d^17s^2$	**Pu** 94 (244) $5f^67s^2$	**Am** 95 (243) $5f^77s^2$	**Cm** 96 (247) $5f^76d^17s^2$	**Bk** 97 (247) $5f^86d^17s^2$	**Cf** 98 (251) $5f^{10}7s^2$	**Es** 99 (253) $5f^{11}7s^2$	**Fm** 100 (257) $5f^{12}7s^2$	**Md** 101 (258) $5f^{13}7s^2$	**No** 102 (259) $5f^{14}7s^2$	**Lw** 103 (260) $6d^17s^2$

* Valeur moyenne déterminée en fonction de l'abondance isotopique relative sur terre. L'annexe E indique le pourcentage d'abondance de certains isotopes. Pour les éléments instables, la masse de l'isotope le plus stable est indiquée entre parenthèses.

ANNEXE E

TABLE DES ISOTOPES LES PLUS ABONDANTS*

Chaque masse atomique est celle de l'atome neutre et comprend Z électrons.

La liste complète des isotopes, qu'ils soient d'origine naturelle ou qu'ils aient été produits artificiellement en laboratoire, compte plusieurs centaines d'éléments. Nous donnons ici la liste de ceux qui sont les plus abondants dans la nature. Lorsque plus de trois isotopes ont été répertoriés pour un même numéro atomique, nous indiquons les trois plus abondants (sauf exceptions). Lorsque aucun isotope stable n'existe pour un atome donné, nous décrivons un ou plusieurs des isotopes radioactifs ; dans certains cas, l'abondance ne peut être précisée. La dernière colonne de la table indique la demi-vie des isotopes radioactifs. Entre parenthèses, nous mentionnons le ou les modes de désintégration s'ils sont connus : α = désintégration alpha ; β = désintégration bêta ; C.E. = capture d'un électron orbital. Les chiffres entre parenthèses indiquent l'incertitude sur les derniers chiffres de la donnée expérimentale.

Numéro atomique (Z)	Élément	Symbole	Nombre de masse (A)	Masse atomique (u)	Abondance (%)	Demi-vie (mode de désintégration)
0	(neutron)	n	1	1,008 665	–	10,3 min (β^-)
1	hydrogène	H	1	1,007 825 035(12)	99,985(1)	
1	deutérium	D	2	2,014 101 779(24)	0,015(1)	
1	tritium	T	3	3,016 049 27(4)	–	12,32 a (β^-)
2	hélium	He	3	3,016 029 31(4)	0,000 137(3)	
2			4	4,002 603 24(5)	99,999 863(3)	
3	lithium	Li	6	6,015 121 4(7)	7,5(2)	
3			7	7,016 003 0(9)	92,5(2)	
4	béryllium	Be	7	7,016 929	–	53,28 jours (C.E.)
4			9	9,012 182 2(4)	100	
5	bore	B	10	10,012 936 9(3)	19,9(2)	
5			11	11,009 305 4(4)	80,1(2)	
6	carbone	C	12	12 (par définition)	98,90(3)	
6			13	13,003 354 826(17)	1,10(3)	
6			14	14,003 241 982(27)	trace**	5730 a (β^-)
7	azote	N	12	12,018 613	–	11,00 ms (β^+)
7			13	13,005 738 6	–	9,97 min (β^+)
7			14	14,003 074 002(26)	99,634(9)	
7			15	15,000 108 97(4)	0,366(9)	

* Données tirées de David R. Lide (dir.), *CRC Handbook of Chemistry and Physics*, Boca Raton, CRC Press, 1994. Reproduit avec l'autorisation de CRC Press LLC par l'entremise du Copyright Clearance Center.

** Dans l'atmosphère terrestre, la proportion du nombre d'atomes $^{14}C/^{12}C$ est de $1{,}3 \times 10^{-12}$.

Numéro atomique (Z)	Élément	Symbole	Nombre de masse (A)	Masse atomique (u)	Abondance (%)	Demi-vie (mode de désintégration)
8	oxygène	O	16	15,994 914 63(5)	99,762(15)	
8			17	16,999 131 2(4)	0,038(3)	
8			18	17,999 160 3(9)	0,200(12)	
9	fluor	F	19	18,998 403 22(15)	100	
10	néon	Ne	20	19,992 435 6(22)	90,48(3)	
10			22	21,991 383 1(18)	9,25(3)	
11	sodium	Na	22	21,994 437	–	2,605 a (β^+, C.E.)
11			23	22,989 767 7(10)	100	
12	magnésium	Mg	24	23,985 041 9	78,99(3)	
12			25	24,985 837 0	10,00(1)	
12			26	25,982 593 0	11,01(2)	
13	aluminium	Al	27	26,981 538 6(8)	100	
14	silicium	Si	28	27,976 927 1(7)	92,23(1)	
14			29	28,976 494 9(7)	4,67(1)	
14			30	29,973 770 7(7)	3,10(1)	
15	phosphore	P	30	29,978 314	–	2,50 min (β^+)
15			31	30,973 762 0(6)	100	
16	soufre	S	32	31,972 070 70(25)	95,02(9)	
16			33	32,971 458 54(23)	0,75(4)	
16			34	33,967 866 65(22)	4,21(8)	
17	chlore	Cl	35	34,968 852 721(69)	75,77(7)	
17			37	36,965 902 62(11)	24,23(7)	
18	argon	Ar	36	35,967 545 52(29)	0,337(3)	
18			38	37,962 732 5(9)	0,063(1)	
18			40	39,962 383 7(14)	99,600(3)	
19	potassium	K	39	38,963 707 4(12)	93,258 1(44)	
19			40	39,963 999 2(12)	0,011 7(1)	$1{,}26 \times 10^9$ a (β^-)
19			41	40,961 825 4(12)	6,730 2(44)	
20	calcium	Ca	40	39,962 590 6(13)	96,941(18)	
20			42	41,958 617 6(13)	0,647(9)	
20			44	43,955 480 6(14)	2,086(12)	
21	scandium	Sc	45	44,955 910 0(14)	100	
22	titane	Ti	46	45,952 629 4(14)	8,0(1)	
22			47	46,951 764 0(11)	7,3(1)	
22			48	47,947 947 3(11)	73,8(1)	
23	vanadium	V	50	49,947 160 9(17)	0,250(2)	$> 1{,}4 \times 10^{17}$ a (C.E.)
23			51	50,943 961 7(17)	99,750(2)	
24	chrome	Cr	50	49,946 046 4(17)	4,345(13)	
24			52	51,940 509 8(17)	83,789(18)	
24			53	52,940 651 3(17)	9,501(17)	
25	manganèse	Mn	55	54,938 047 1(16)	100	

Numéro atomique (*Z*)	Élément	Symbole	Nombre de masse (*A*)	Masse atomique (u)	Abondance (%)	Demi-vie (mode de désintégration)
26	fer	Fe	54	53,939 612 7(15)	5,8(1)	
26			56	55,934 939 3(16)	91,72(30)	
26			57	56,935 395 8(16)	2,1(1)	
27	cobalt	Co	59	58,933 197 6(16)	100	
27			60	59,933 817	–	5,271 a (β^-)
28	nickel	Ni	58	57,935 346 2(16)	68,077(9)	
28			60	59,930 788 4(16)	26,223(8)	
28			62	61,928 346 1(16)	3,634(2)	
28			64	63,927 969	0,926(1)	
29	cuivre	Cu	63	62,929 598 9(16)	69,17(3)	
29			64	63,929 768	–	12,701 h (β^-, β^+, C.E.)
29			65	64,927 792 9(20)	30,83(3)	
30	zinc	Zn	64	63,929 144 8(19)	48,6(3)	
30			66	65,926 034 7(17)	27,9(2)	
30			68	67,924 845 9(18)	18,8(4)	
31	gallium	Ga	69	68,925 580(3)	60,108(9)	
31			71	70,924 700 5(25)	39,892(9)	
32	germanium	Ge	70	69,924 249 7(16)	21,23(4)	
32			72	71,922 078 9(16)	27,66(3)	
32			74	73,921 177 4(15)	35,94(2)	
33	arsenic	As	75	74,921 594 2(17)	100	
34	sélénium	Se	76	75,919 212 0(16)	9,36(11)	
34			78	77,917 307 6(16)	23,78(9)	
34			80	79,916 519 6(19)	49,61(10)	
35	brome	Br	79	78,918 336 1(26)	50,69(7)	
35			81	80,916 289(6)	49,31(7)	
36	krypton	Kr	82	81,913 482(6)	11,6(1)	
36			84	83,911 507(4)	57,0(3)	
36			86	85,910 616(5)	17,3(2)	
36			89	88,917 64	–	3,15 min (β^-)
37	rubidium	Rb	85	84,911 794(3)	72,165(20)	
37			87	86,909 187(3)	27,835(20)	$4{,}88 \times 10^{10}$ a (β^-)
38	strontium	Sr	86	85,909 267 2(28)	9,86(1)	
38			87	86,908 884 1(28)	7,00(1)	
38			88	87,905 618 8(28)	82,58(1)	
39	yttrium	Y	89	88,905 849(3)	100	
40	zirconium	Zr	90	89,904 702 6(26)	51,45(3)	
40			92	91,905 038 6(26)	17,15(2)	
40			94	93,906 314 8(28)	17,38(4)	
41	niobium	Nb	93	92,906 377 2(27)	100	
42	molybdène	Mo	95	94,905 841 1(22)	15,92(5)	
42			96	95,904 678 5(22)	16,68(5)	
42			98	97,905 407 3(22)	24,13(7)	

Numéro atomique (*Z*)	Élément	Symbole	Nombre de masse (*A*)	Masse atomique (u)	Abondance (%)	Demi-vie (mode de désintégration)
43	technétium	Tc	98	97,907 215(4)	–	$4{,}2 \times 10^{6}$ a (β^-)
44	ruthénium	Ru	101	100,905 581 9(24)	17,0(1)	
44			102	101,904 348 5(25)	31,6(2)	
44			104	103,905 424(6)	18,7(2)	
45	rhodium	Rh	103	102,905 500(4)	100	
46	palladium	Pd	105	104,905 079(6)	22,33(8)	
46			106	105,903 478(6)	27,33(3)	
46			108	107,903 895(4)	26,46(9)	
47	argent	Ag	107	106,905 092(6)	51,839(7)	
47			109	108,904 757(4)	48,161(7)	
48	cadmium	Cd	111	110,904 182(3)	12,80(8)	
48			112	111,902 758(3)	24,13(14)	
48			114	113,903 357(3)	28,73(28)	
49	indium	In	113	112,904 061(4)	4,3(2)	
49			115	114,903 880(4)	95,7(2)	$4{,}4 \times 10^{14}$ a (β^-)
50	étain	Sn	116	115,901 747(3)	14,53(1)	
50			118	117,901 609(3)	24,23(11)	
50			120	119,902 199 1(29)	32,59(10)	
51	antimoine	Sb	121	120,903 821 2(29)	57,36(8)	
51			123	122,904 216 0(24)	42,64(8)	
52	tellure	Te	126	125,903 314(3)	18,95(1)	
52			128	127,904 463(4)	31,69(1)	
52			130	129,906 229(5)	33,80(1)	$2{,}5 \times 10^{21}$ a
53	iode	I	123	122,905 589(4)	–	13,22 h (C.E.)
53			127	126,904 473(5)	100	
53			131	130,906 124 6(12)	–	8,0197 j (β^-)
54	xénon	Xe	129	128,904 780 1(21)	26,4(6)	
54			131	130,905 072(5)	21,2(4)	
54			132	131,904 144(5)	26,9(5)	
55	césium	Cs	133	132,905 429(7)	100	
56	barium	Ba	136	135,904 553(7)	7,854(36)	
56			137	136,905 812(6)	11,23(4)	
56			138	137,905 232(6)	71,70(7)	
56			144	143,922 94	–	11,4 s (β^-)
57	lanthane	La	138	137,907 105(6)	0,090 2(2)	$1{,}06 \times 10^{11}$ a
57			139	138,906 347(5)	99,909 8(2)	
58	cérium	Ce	138	137,905 985(12)	0,25(1)	
58			140	139,905 433(4)	88,48(10)	
58			142	141,909 241(4)	11,08(10)	
59	praséodyme	Pr	141	140,907 647(4)	100	
60	néodyme	Nd	142	141,907 719(4)	27,13(12)	
60			144	143,910 083(4)	23,80(12)	$2{,}1 \times 10^{15}$ a
60			146	145,913 113(4)	17,19(9)	
61	prométhium	Pm	145	144,912 743(4)	–	17,7 a (C.E.)

Numéro atomique (*Z*)	Élément	Symbole	Nombre de masse (*A*)	Masse atomique (u)	Abondance (%)	Demi-vie (mode de désintégration)
62	samarium	Sm	147	146,914 895(4)	15,0(2)	$1{,}06 \times 10^{11}$ a (α)
62			152	151,919 729(4)	26,7(2)	
62			154	153,922 206(4)	22,7(2)	
63	europium	Eu	151	150,919 847(8)	47,8(15)	
63			153	152,921 225(4)	52,2(15)	
64	gadolinium	Gd	156	155,922 118(4)	20,47(4)	
64			158	157,924 019(4)	28,84(12)	
64			160	159,927 049(4)	21,86(4)	
65	terbium	Tb	159	158,925 342(4)	100	
66	dysprosium	Dy	162	161,926 795(4)	25,5(2)	
66			163	162,928 728(4)	24,9(2)	
66			164	163,929 171(4)	28,2(2)	
67	holmium	Ho	165	164,930 319(4)	100	
68	erbium	Er	166	165,930 290(4)	33,6(2)	
68			167	166,932 046(4)	22,95(15)	
68			168	167,932 368(4)	26,8(2)	
69	thulium	Tm	169	168,934 212(4)	100	
70	ytterbium	Yb	172	171,936 378(3)	21,9(3)	
70			173	172,938 208(3)	16,12(21)	
70			174	173,938 859(3)	31,8(4)	
71	lutécium	Lu	175	174,940 770(3)	97,41(2)	
71			176	175,942 679(3)	2,59(2)	$3{,}8 \times 10^{10}$ a (β^-)
72	hafnium	Hf	177	176,943 217(3)	18,606(4)	
72			178	177,943 696(3)	27,297(4)	
72			180	179,946 545 7(30)	35,100(7)	
73	tantale	Ta	180	179,947 462(4)	0,012(2)	$> 1{,}2 \times 10^{15}$ a
73			181	180,947 992(3)	99,988(2)	
74	tungstène	W	182	181,948 202(3)	26,3(2)	
74			184	183,950 928(3)	30,67(15)	
74			186	185,954 357(4)	28,6(2)	
75	rhénium	Re	185	184,952 951(3)	37,40(2)	
75			187	186,955 744(3)	62,60(2)	$4{,}2 \times 10^{10}$ a (β^-)
76	osmium	Os	189	188,958 137(4)	16,1(8)	
76			190	189,958 436(4)	26,4(12)	
76			192	191,961 467(4)	41,0(8)	
77	iridium	Ir	191	190,960 584(4)	37,3(5)	
77			193	192,962 917(4)	62,7(5)	
78	platine	Pt	194	193,962 655(4)	32,9(6)	
78			195	194,964 766(4)	33,8(6)	
78			196	195,964 926(4)	25,3(6)	
79	or	Au	197	196,966 543(4)	100	
80	mercure	Hg	199	198,968 254(4)	16,87(10)	
80			200	199,968 300(4)	23,10(16)	
80			202	201,970 617(4)	29,86(20)	

Numéro atomique (Z)	Élément	Symbole	Nombre de masse (A)	Masse atomique (u)	Abondance (%)	Demi-vie (mode de désintégration)
81	thallium	Tl	203	202,972 320(5)	29,524(14)	
81			205	204,974 401(5)	70,476(14)	
82	plomb	Pb	206	205,974 440(4)	24,1(1)	
82			207	206,975 872(4)	22,1(1)	
82			208	207,976 627(4)	52,4(1)	
83	bismuth	Bi	209	208,980 374(5)	100	
84	polonium	Po	209	208,982 404(5)	–	102 a (α)
84			210	209,982 857	–	138,38 jours (α)
85	astate	At	210	209,987 126(12)	–	8,1 h (α, C.E.)
86	radon	Rn	222	222,017 570(3)	–	3,8235 jours (α)
87	francium	Fr	223	223,019 733(4)	–	21,8 min (β^-)
88	radium	Ra	226	226,025 402(3)	–	1599 a (α)
89	actinium	Ac	227	227,027 750(3)	–	21,77 a (β^-, α)
90	thorium	Th	231	231,036 298	–	1,063 jour (β^-)
90			232	232,038 054(2)	100	$1{,}4 \times 10^{10}$ a (α)
90			234	234,043 593	–	24,10 jours (β^-)
91	protactinium	Pa	231	231,035 880(3)	–	$3{,}25 \times 10^{4}$ a (α)
92	uranium	U	234	234,040 946 8(24)	0,0055(5)	$2{,}45 \times 10^{5}$ a (α)
92			235	235,043 924 2(24)	0,7200(12)	$7{,}04 \times 10^{8}$ a (α)
92			236	236,045 561	–	$2{,}34 \times 10^{7}$ a (α)
92			238	238,050 784 7(23)	99,2745(60)	$4{,}46 \times 10^{9}$ a (α)
93	neptunium	Np	237	237,048 167 8(23)	–	$2{,}14 \times 10^{6}$ a (α)
94	plutonium	Pu	239	239,052 157(2)	–	$2{,}411 \times 10^{4}$ a (α)
94			244	244,064 199(5)	–	$8{,}2 \times 10^{7}$ a (α)
95	américium	Am	243	243,061 375	–	$7{,}37 \times 10^{3}$ a (α)
96	curium	Cm	245	245,065 483	–	$8{,}5 \times 10^{3}$ a (α)
97	berkélium	Bk	247	247,070 300	–	$1{,}4 \times 10^{3}$ a (α)
98	californium	Cf	249	249,074 844	–	351 a (α)
99	einsteinium	Es	254	254,088 019	–	276 jours (α)
100	fermium	Fm	253	253,085 173	–	3,0 jours (α, C.E.)
101	mendélévium	Md	255	255,091 081	–	27 min (α, C.E.)
102	nobélium	No	255	255,093 260	–	3,1 min (α, C.E.)
103	lawrencium	Lw	257	257,099 480	–	0,65 s (α, C.E.)
104	rutherfordium	Rf	261	261,108 690	–	1,1 min (α)
105	dubnium	Db	262	262,113 760	–	34 s (α)
106	seaborgium	Sg	266	266,122	–	21 s (α)
107	bohrium	Bh	264	264,125	–	0,44 s (α)
108	hassium	Hs	269	269,134	–	9 s (α)
109	meitnerium	Mt	268	268,1388	–	0,07 s (α)

Réponses aux exercices et aux problèmes

CHAPITRE 1

Exercices

E1. (b) et (c)

E2. (a) 0,0125 s ; (b) 0,0375 s ; (c) 0,0125 s

E3. (a) $3{,}68 \times 10^4$ N/m ; (b) 0,655 s

E4. (a) $-11{,}5$ m/s^2 ; (b) 0,201 s

E5. $t_1 = 0{,}285$ s, $t_2 = 0{,}866$ s, $t_3 = 1{,}16$ s, $t_4 = 1{,}74$ s

E6. (a) $x = \pm 0{,}866A$; $t_1 = T/12$, $t_2 = 5T/12$, $t_3 = 7T/12$, $t_4 = 11T/12$; (b) $x = \pm 0{,}500A$, $t_1 = T/6$, $t_2 = T/3$, $t_3 = 2T/3$, $t_4 = 5T/6$

E7. (a) $A = 0{,}206$ m, $\phi = 3{,}95$ rad ; (b) $0{,}206 \sin(10{,}0t + 3{,}95)$; (c) 0,414 s

E8. $0{,}0700 \sin(4{,}00t + 3{,}44)$

E9. (a) $0{,}0800 \sin(7{,}83t + \pi/2)$; (b) $|v_x| = 0{,}414$ m/s, $a_x = +3{,}68$ m/s^2

E10. $m = 64{,}3 \times 10^{-3}$ kg, $k = 3{,}66$ N/m

E11. (a) $v_x = \pm 0{,}773$ m/s, $a_x = +1{,}87$ m/s^2 ; (b) $v_x = \pm 0{,}661$ m/s, $a_x = -3{,}73$ m/s^2

E12. (a) $2\pi\sqrt{m/(k_1 + k_2)}$; (b) $2\pi\sqrt{m/(k_1 + k_2)}$; (c) $2\pi\sqrt{m(k_1 + k_2)/(k_1 k_2)}$

E14. (a) $K = 579$ mJ, $U = 61{,}1$ mJ ; (b) $K = 480$ mJ, $U = 160$ mJ ; (c) $(2n + 1) \times 31{,}0$ ms, où $n \in \mathbb{N}$

E15. $x = 9{,}80$ cm à $t_1 = 34{,}9$ ms et $t_2 = 79{,}8$ ms ; $x = -9{,}80$ cm à $t_3 = 150$ ms et $t_4 = 194$ ms

E16. (a) 314 m/s ; (b) $4{,}93 \times 10^{-22}$ J ; (c) $1{,}97 \times 10^{15}$ m/s^2 ; (d) 0,395 N/m

E17. (a) 0,750 kg ; (b) $E = 0{,}240$ J ; (c) 0,0461 s ; (d) $-2{,}95$ m/s^2

E18. (a) Aucun effet ; (b) Aucun effet ; (c) $T'/T = 0{,}816$; (d) Aucun effet

E19. (a) 0,245 m ; (b) 0,351 s

E20. (a) $-0{,}0400$ m ; (b) $\pm 0{,}436$ m/s ; (c) 2,44 m/s^2 ; (d) 9,35 mJ

E22. (a) $\phi = 0{,}611$ rad, $\theta_0 = 0{,}262$ rad ; (b) 10,7 mJ ; (c) 2,74 cm

E23. (a) 1,64 s ; (b) 1,94 s

E24. $2\pi\sqrt{3R/2g}$

E25. 20,1 Hz

E26. 0,181 s

E27. (a) 1,27 s ; (b) 0,691 m/s ; (c) 11,9 mJ

E28. 0,389 kg·m^2

E29. 0,636 s

E30. (a) 0,993 m ; (b) 4,90 s

E31. (a) 1,80 s ; (b) $0{,}524 \sin(3{,}50t + \pi/2)$; (c) 21,5 mJ ; (d) 1,27 m/s

E32. 0,333 s

E33. (a) 7,85 rad/s ; (b) 1,11 N ; (c) 0,942 m/s

E34. (a) 0,400 s ; (b) 0,250 m ; (c) $\pi/4$ rad ; (d) 3,93 m/s ; (e) 61,7 m/s^2

E35. (a) $-0{,}177$ m ; (b) $-2{,}78$ m/s ; (c) 43,7 m/s^2

E36. (a) $7{,}63 \times 10^{-2}$ m ; (b) 1,13 m/s ; (c) $-4{,}88$ m/s^2

E37. (a) 0,282 m ; (b) 0,531 m/s

E38. (a) $A = 0{,}174$ m, $\omega = 7{,}20$ rad/s ; (b) 0,907 m/s

E39. (a) $A = 12{,}0$ cm ; $\omega = 5{,}24$ rad/s ; (b) 0,628 m/s ; (c) 3,29 m/s^2

E40. (a) 1,05 s ; (b) 2,50 cm

E41. (a) 0,314 m/s ; (b) 98,7 m/s^2

E42. (a) 2,21 m/s ; (b) $6{,}11 \times 10^3$ m/s^2

E43. (a) $A = 0{,}113$ m, $\phi = 3\pi/2$ rad ; (b) $0{,}113 \sin(15{,}7t + 3\pi/2)$

E44. (a) 0,305 s ; (b) 1,22 s ; (c) 0,915 s

E45. (a) La période ne change pas ; (b) 3,54 s ; (c) 1,77 s

E46. 1,02 s

E47. 0,200 kg

E48. (a) 15,3 N/m ; (b) 2,02 m/s ; (c) 18,1 m/s^2

E49. 0,307 kg

E50. (a) 3,30 cm ; (b) 1,55 N/m ; (c) 18,5 cm/s

E51. (a) $0{,}100 \sin(6{,}00t + \pi/2)$; (b) 0,262 s

E52. $0{,}150 \sin(\pi t + \pi)$

E53. (a) 0,264 m ; (b) 0,606 rad

E54. (a) $0{,}340 \sin(5{,}00t + \pi/2)$; (b) 1,70 m/s ; (c) 0,943 s

E55. 0,190 m

E56. (a) 4,50 rad/s ; (b) 2,68 cm

E57. (a) $\pi/2$; (b) $3\pi/2$; (c) π ; (d) $\pi/6$; (e) $5\pi/6$

E58. (a) 4,90 cm ; (b) 0,257 s

E59. (a) 1,29 N/m ; (b) 0,0209 kg

E60. $0{,}0500 \sin(11{,}2t + 3\pi/2)$

E61. (a) $-1{,}97$ m/s^2 ; (b) $\pm 0{,}392$ m/s

E62. $0{,}150 \sin(6{,}00t + 3\pi/2)$

E63. (a) $0{,}150 \sin(4{,}33t)$; (b) 183 ms

E64. $\omega_{C=O} < \omega_{C=N} < \omega_{C=C}$
E65. (a) 20,0 N/m ; (b) 0,324 kg
E66. 4,79 cm
E67. (a) 10,0 cm ; (b) 1,83 m/s ; (c) 7,02 cm ; (d) 33,3 m/s^2
E68. (a) 15,8 mJ ; (b) 0,628 m/s ; (c) 0,544 m/s
E69. (a) ±2,71 m/s ; (b) ±0,205 m ; (c) 0,249 J
E70. (a) 0,210 m ; (b) 2,93 m/s ; (c) 2,58 m/s
E71. (a) 0,230 kg ; (b) 18,4 N/m ; (c) 1,42 Hz ; (d) ±1,08 m/s
E72. (a) 93,0 g ; (b) 2,18 m/s ; (c) 0,185 J ; (d) 0,153 J
E73. (a) 12,1 mJ ; (b) 6,95 cm ; (c) 63,4 cm/s
E74. (a) 13,7 rad/s ; (b) 0,192 kg ; (c) 46,1 mJ
E75. (a) 0,640 s ; (b) 23,1 mJ
E76. (a) 48,9 ms ; (b) 1,05 s
E77. (a) 0,0410 m ; (b) 20,2 mJ
E78. (a) ±17,3 cm ; (b) ±14,1 cm
E79. 9,80 m/s^2
E80. 0,993 m
E81. $2{,}26 \times 10^{-3}$ kg·m^2
E82. 0,800 m
E83. 2,03 s
E84. 1,25 s
E85. (a) 0,353 rad ; (b) 0,161 s
E86. 14,5 s
E87. 6,87 cm
E88. 1,15 s

Problèmes

P1. $x = 0{,}250 \sin(8{,}00t + \pi)$
P2. 1,58 Hz
P4. 0,136
P5. (b) $2\pi\sqrt{R/g}$
P6. (b) $2\pi\sqrt{\ell/2g}$
P7. $\omega_e^2 = \omega_0^2 - \gamma^2/2m^2$
P9. (b) $2\pi\sqrt{(M + m/3)/k}$
P10. (a) N·m/rad ; (b) $T \propto \sqrt{I/\kappa}$
P11. (a) 1,004 30 s ; (b) 1,017 38 s ; (c) 1,039 63 s ; (d) 1,071 29 s ; (e) 0,403 rad ; (f) 1,09 rad
P12. (a) $(1/2)mv_x^2 + (1/2)kx^2 - mgx$
P13. (b) ≈84,4 min
P14. (b) $2\pi\sqrt{M/3k}$
P15. (a) 0,751 s ; (b) 7,99 % ; (c) 0,105 g
P16. (a) 0,0747 kg/s ; (b) 4,47 rad/s

CHAPITRE 2

Exercices

E1. (a) De 188 m à 545 m ; (b) De 2,78 m à 3,41 m
E2. 436 Hz
E3. (a) 10,0 Hz ; (b) 3,93 rad ; (c) 0,0167 s ; (d) −1,26 m/s
E4. (a) $5{,}06 \times 10^{-5}$ m ; (b) $3{,}40 \times 10^{-2}$ m
E5. $1{,}44 \times 10^{6}$ m
E6. 13,3 N
E7. 0,563 kg
E8. 38,7 N
E9. (a) 1,41 ; (b) 1,41
E10. (b) 2,00 cm/s
E11. (b) −1,00 cm/s
E12. (c) Non infinie
E13. $(2 \times 10^{-3})/[4 - (x + 12t)^2]$
E14. $0{,}0200 \sin(83{,}8x - 3{,}35t + \pi/2)$
E15. (a) $kA \cos(kx - \omega t)$; (b) $(v_y)_{max} = v(\partial y/\partial x)_{max}$
E16. (a) 2,50 m/s ; (b) 0,105 m
E17. (a) 15,1 cm/s ; (b) 15,0 cm/s ; (c) 94,7 cm/s^2 ; (d) −11,1 cm/s^2
E18. (a) 1,91 Hz ; (b) 5,00 cm/s ; (c) 0,0300 cm ; (d) 0,272 cm/s ; (e) 4,32 cm/s^2
E19. (a), (b), (d), (e)
E20. (a) 2,51 rad ; (b) 4,72 rad
E21. (a) 15,7 cm ; (b) 0,800 rad ; (c) 0,126 s ; (d) 0,0200 cm ; (e) 125 cm/s ; (f) 0,483 cm/s
E22. (a) 31,4 m ; (b) 3,14 s ; (c) 10,0 m/s
E23. $0{,}0300 \sin(251x + 628t + 5{,}55)$
E24. $0{,}0500 \sin(0{,}100x + 5{,}00t + 5{,}46)$
E25. (a) $A \sin[(2\pi/\lambda)(x - vt)]$; (b) $A \sin[2\pi f(x/v - t)]$; (c) $A \sin[k(x - vt)]$; (d) $A \sin[2\pi(x/\lambda - ft)]$
E26. (a) f = 4,77 Hz, A = 2,00 cm, v = 60,0 cm/s ; (b) 101 cm/s
E27. (a) $0{,}0400 \sin(126x) \cos(50{,}3t)$; (b) 2,50 cm ; (c) 2,36 cm
E28. 109 N
E29. (a) 144 cm ; (b) 17,4 Hz
E30. (a) 120 Hz ; (b) 0,283 m
E31. (a) 2,30 cm ; (b) 6,89 cm
E32. $(2{,}00 \times 10^{-3}) \sin(26{,}2x) \cos[(1{,}85 \times 10^{3})t]$
E33. $f_2/f_1 = 1{,}41$
E34. $f_1/f_2 = 4{,}24$
E35. (a) λ = 20,9 cm, v = 83,3 cm/s ; (b) 31,4 cm ; (c) 0 cm, 10,5 cm, 20,9 cm, 31,4 cm
E36. 480 Hz
E37. (a) et (b), le cas (b) uniquement pour $B(x - vt) > 0$
E39. 15,0 W
E40. 0,0221 m
E41. (a) 6,63 mW ; (b) 50,4 N
E42. 3,96 N
E46. 6,00 cm
E47. (a) λ = 0,0400 m, T = 0,0500 s ; (b) 0,800 m/s ; (c) 2,51 mm/s

E48. $0{,}00600 \sin(209x + 251t + \pi/2)$
E49. (a) $3{,}20 \times 10^{-3}$ kg/m ; (b) 0,648 m/s
E50. (a) $\lambda = 4{,}00$ m, $v = 0{,}500$ m/s
E51. (a) $(5{,}00 \times 10^{-3}) \sin(30{,}0x) \cos(420t)$;
(b) $4{,}63 \times 10^{-3}$ m ; (c) 0,262 m
E52. (b) 713 m/s
E53. 118 N
E54. 60,0 m/s
E55. (a) 0,191 m ; (b) 3,77 rad
E56. (a) 1,50 mm ; (b) 40,5 kHz
E57. (a) $3\pi/2$; (b) $\pm\pi/2$; (c) 0
E58. 83,3 Hz
E59. $v/4f$
E60. (a) 25 cm ; (b) $\pi/4$; (c) 175 cm et $7\pi/4$
E61. (a) 15 mm ; (b) 2,94 rad
E62. (a) 1,40 ; (b) 0,510
E63. (a) 480 m/s ; (b) 0,911 g
E64. (a) $f = 1{,}05 \times 10^3$ Hz, $\lambda = 0{,}400$ m ;
(b) $(2{,}00 \times 10^{-3}) \sin(15{,}7x) \cos[(6{,}60 \times 10^3)t]$;
(c) $(1{,}00 \times 10^{-3}) \sin[15{,}7x \pm (6{,}60 \times 10^3)t]$
E65. 127 Hz
E66. (a) 132 m/s ; (b) 52,3 N
E67. 15,0 cm
E68. 16,0 Hz, 32,0 Hz, 48,0 Hz
E69. $1{,}61 \times 10^{-3}$ kg/m
E70. 287 N
E71. 59,3 Hz
E72. (a) 1,50 m ; (b) −0,145 m/s
E73. (a) $0{,}0600 \sin(6{,}28x) \cos(31{,}4t)$;
(b) 0,500 m, 1,00 m ; (c) 0,250 m, 0,750 m ;
(d) $4{,}24 \times 10^{-2}$ m
E74. $(3{,}00 \times 10^{-3}) \sin(17{,}0x \pm 262t)$
E75. 3,13
E76. 88,9 N
E77. 0,312 m, 0,686 m
E78. (a) $0{,}800f_1$; (b) $1{,}12f_1$; (c) $1{,}09f_1$; (d) $0{,}977f_1$
E79. (a) De 3,6 m/s à 14,4 m/s ; (b) 16
E80. 5,68 mW
E81. 8,06 mW
E82. 2,76 mm
E83. 14,4 mW

Problèmes

P1. 160 m/s
P2. (b) 394 Hz ; (c) +1,54 %
P3. $g/4\pi^2 f_1^2$
P4. 57,0 cm, 50,8 cm, 47,9 cm, 42,7 cm
P5. (b) $\frac{1}{2}\mu(\omega A)^2 v$
P8. $(2n - 1)v/4L$
P12. 3,12 mW
P16. (a) 1,50 m ; (b) 1,00 s
P17. $(7{,}04 \times 10^{-3}) \sin(12{,}6x + 314t + 2{,}70)$

CHAPITRE 3

Exercices

E1. 3,40 mm
E2. 9,71 mm
E3. 0,375 mm
E4. $1{,}41 \times 10^3$ m
E5. (a) 1,43 km/s ; (b) 1,43 m
E6. (a) 314 m/s ; (b) 972 m/s
E7. 5,06 km/s
E8. 0,218 s
E9. 3,04 km/s
E10. 4,16 km/s
E12. $2{,}00 \sin[5{,}30x \pm (1{,}80 \times 10^3)t]$
E13. 19,3 cm, 58,0 cm
E14. ≈340 m/s
E15. 28,1 N
E16. (a) 800 Hz ; (b) Non
E17. 8,50 Hz, 17,0 Hz, 25,5 Hz
E18. 983 Hz
E19. (a) 283 Hz ; (b) 51,5 cm
E20. (a) 3,40 m ; (b) 0,340 m
E21. 15,0 Hz
E22. (a) $1{,}32 \times 10^3$ Hz ; (b) $1{,}10 \times 10^3$ Hz
E23. (a) 78,8 cm ; (b) 91,3 cm
E24. 85,0 cm
E25. (a) $f' = 227$ Hz, $\lambda' = 1{,}50$ m ;
(b) $f' = 224$ Hz, $\lambda' = 1{,}70$ m ;
(c) $f' = 225$ Hz, $\lambda' = 1{,}60$ m
E26. $f'_{\text{min}} = 1{,}71 \times 10^3$ Hz, $f'_{\text{max}} = 1{,}90 \times 10^3$ Hz
E27. (a) −59,6 Hz ; (b) −131 Hz
E28. (a) 676 Hz ; (b) 676 Hz ; (c) 675 Hz
E29. 0 Hz, 24,5 Hz
E30. 0 Hz, 24,5 Hz
E31. 565 Hz
E32. 93,0 dB
E33. (a) $4{,}00 \times 10^{-5}$ W ; (b) $4{,}00 \times 10^{-17}$ W
E34. 201 W
E35. 86,2 dB
E36. (a) 57,0 dB ; (b) $3{,}16 \times 10^{-5}$ W/m^2
E37. (a) $1{,}99 \times 10^{-7}$ W/m^2 ; (b) $1{,}40 \times 10^{-2}$ W/m^2
E38. $P_s/P_b = 1{,}00 \times 10^8$
E39. 1,41
E40. (a) 30,0 dB ; (b) 31,6

E41. (a) 12,6 cm ; (b) 126 m
E42. $6{,}80 \times 10^{-3}\vec{\mathbf{i}}$ m/s, $-3{,}40 \times 10^{-3}\vec{\mathbf{i}}$ m/s
E43. (a) $1{,}04 \times 10^{-5}$ m ; (b) 0,169 W/m^2
E44. $1{,}81 \times 10^{-7}$ m
E45. 6,35 kHz
E46. (a) De 16,2 mm à 16,2 m ; (b) De 17,4 mm à 17,4 m
E47. (a) 60,7 Hz ; (b) 425 Hz
E48. (a) Fermé ; (b) 334 m/s
E49. 2,13 kHz
E50. 716 Hz
E51. $v_S = 35{,}0$ m/s, $v_O = 26{,}0$ m/s
E52. 7,78 m/s
E53. (a) 25,0 m/s ; (b) 440 Hz
E54. –71,6 Hz
E55. –310 Hz
E57. 0,178 L/min
E58. 589 N
E59. 7,00 m
E60. (a) $3{,}44 \times 10^{-2}$ N/m^2 ; (b) $2{,}18 \times 10^{-10}$ m
E61. 1,37 m
E62. 0,527 N/m^2
E63. (a) 340 m/s ; (b) $5{,}53 \times 10^{-2}$ Pa ; (c) 0,126 mm/s

Problèmes

P1. (a) 4,97 µW/m^2 ; (b) 67,0 dB ;
(c) $6{,}60 \times 10^{-2}$ N/m^2 ; (d) $9{,}99 \times 10^{-8}$ m
P2. (a) $9{,}07 \times 10^{-6}$ m ; (b) 96,6 dB
P3. (b) 414 Hz ; (c) $\Delta f/f = 3{,}51\ \%$
P4. (a) Fermé ; (b) 121 Hz
P5. 22,3 m
P6. (a) 9,17 mm ; (b) 453 Hz
P8. 0,443 Hz
P9. (a) 404 Hz ; (b) 346 N ; (c) 42,1 cm
P11. (a) 75,1 dB ; (b) 75,2 dB
P12. (b) Le son doit être parallèle au flux sanguin
P13. 1,01 kHz

CHAPITRE 4

Exercices

E6. (a) 1,50 ; (b) $2{,}00 \times 10^8$ m/s
E7. 100°
E8. 56,7°
E9. 2,62 m
E10. ≈1,32
E12. $2{,}10 \times 10^8$ m/s
E13. 2,28 m
E14. (a) $n_2 < n_1$; (b) $\theta = \theta_c$ et $n_2 = n_1/\sin\theta$
E16. 48,6° par rapport à la verticale
E17. $1{,}94 \times 10^8$ m/s
E18. 14,0°
E19. À inverser une image
E20. 0,0355
E21. (a) 1,41 ; (b) 1,88
E22. 53,1°
E23. 37,4°
E26. (a) $q = -60{,}0$ cm, $m = 4{,}00$;
(b) $q = 30{,}0$ cm, $m = -0{,}500$;
(c) $q = 8{,}57$ cm, $m = 0{,}571$;
(d) $q = 15{,}0$ cm, $m = 0{,}250$
E27. (a) $q = -8{,}57$ cm, $m = 0{,}571$;
(b) $q = -13{,}3$ cm, $m = 0{,}333$;
(c) $q = 60{,}0$ cm, $m = 4{,}00$;
(d) $q = -40{,}0$ cm, $m = -1{,}00$
E28. (a) Concave ; (b) –72,0 cm ; (c) 90,0 cm
E29. 34,3 cm
E30. (a) 18,0 cm ; (b) 42,0 cm ; (c) Non, car l'image ne serait jamais agrandie
E31. 45,0 cm
E32. 16,8 cm
E33. (a) 16,0 cm ; (b) –5,33 cm
E34. (a) –1,28 cm ; (b) –2,13 cm
E35. 11,7 cm, 70,0 cm
E36. (a) 45,0 cm ; (b) 66,7 cm ; (c) 270 cm
E37. (b) 15,2 cm
E38. (a) 1,28 s ; (b) 8,33 min
E39. (a) $9{,}46 \times 10^{15}$ m ; (b) $1{,}59 \times 10^{-5}$ a.l.
E40. $2{,}27 \times 10^8$ m/s
E41. 536 tr/s
E42. 104 tr/s
E44. (a) $\lambda = 1{,}26$ cm, $f = 23{,}9$ GHz ;
(b) $60{,}0 \sin(500x + 1{,}50 \times 10^{11}t)\vec{\mathbf{k}}$ V/m
E45. $-(E_0/c)\sin(ky + \omega t)\vec{\mathbf{i}}$
E46. 3,33 W/m^2
E47. $4{,}57 \times 10^{20}$ J
E48. (a) $E_0 = 1{,}55 \times 10^{-3}$ V/m, $B_0 = 5{,}17 \times 10^{-12}$ T ;
(b) $E_0 = 1{,}14 \times 10^{-6}$ V/m, $B_0 = 3{,}80 \times 10^{-15}$ T
E49. (a) $3{,}33 \times 10^{-8}$ T ; (b) 59,7 W
E50. 10,5°
E51. $2{,}30 \times 10^8$ m/s
E52. 66,1°
E53. 142°
E54. 5,42 cm
E55. 1,35
E56. 1,15
E57. 0,0285 cm
E58. 28,5°
E59. 19,3°
E60. 5 images

E62. p = 24,0 cm (objet réel)
E63. p = 48,0 cm ou p = –96,0 cm
E64. 24,0 cm
E65. q = –46,7 cm, m = 2,34, virtuelle
E66. 30,0 cm
E67. $7{,}26 \times 10^{-4}$ m
E68. (a) 30,0 cm ; (b) 2,00
E69. (a) nette, x = 0,8 m, y_I = –0,5 cm ;
(b) floue car située à x = 0, derrière les yeux ;
(c) nette, x = 2,29 m, y_I = +0,357 cm
E70. (a) nette, x = 0,4 m, y_I = –3,00 cm ;
(b) nette, x = 2,35 m, y_I = –0,882 cm ;
(c) nette, x = 3,52 m, y_I = –0,259 cm

Problèmes

P1. 7,51 cm
P2. 0,916 m
P4. (a) 0,471° ; (b) 0,190 mm
P8. (b) $\sin\theta = \sqrt{n^2 - 1}$
P12. (a) $2\pi + 2i - 6r$

CHAPITRE 5

Exercices

E1. (a) À 8,58 cm derrière la paroi ; (b) 2,28 cm ;
(c) À 26,5 cm derrière la paroi ; (d) 1,33
E2. À 66,5 cm sous la surface de l'eau
E3. À 29,2 cm sous le niveau de l'eau
E4. (a) À 6,00 cm du centre de la sphère ;
(b) À 8,57 cm du centre de la sphère
E5. (a) À 32,0 cm de la face plane, dans l'air ;
(b) À 1,60 cm de la face convexe, dans l'air
E6. (a) 24,0 cm ; (b) 24,0 cm
E7. (a) –24,0 cm ; (b) 7,50 cm
E8. (a) $|y_I|$ = 2,53 cm ; (b) $|y_I|$ = 10,5 cm
E9. (a) $|y_I|$ = 18,1 mm ; (b) $|y_I|$ = 18,6 mm
E10. (a) 0,400 m ; (b) 0,333 m
E11. (a) 4,00 cm ; (b) 5,33 cm
E12. (a) 18,0 cm ; (b) 4,50 cm
E13. f = 0,124 m
E14. (a) 0,0513 m ; (b) 0,0556 m
E15. 22,5 cm, 7,50 cm
E16. (a) 8,00 cm ; (b) 4,80 cm
E17. (a) 49,0 cm ; (b) 21,0 cm
E18. (a) 70,0 cm ; (b) –30,0 cm ; (c) Non
E19. q = 43,6 cm, m = –2,18
E20. q = –8,14 cm, m = 0,407
E21. (a) 80,0 cm ; (b) –6,67 cm
E22. q_2 = 30,0 cm
E23. q_2 = 13,8 cm
E24. q_2 = –60,0 cm, m = –1,50
E26. –35,0 cm
E27. (a) 4,39 ; (b) q = –114 cm
E28. (a) 11,0 mm ; (b) 6,87
E29. (b) 0,179 m
E30. (a) 7,14 cm ; (b) 7,00 mm ; (c) 10,0 cm
E31. 2,00 cm
E32. –156
E33. –250
E34. –12,0
E35. –36,0
E36. –4,50 cm
E37. (a) –50,0 ; (b) –62,5
E38. f_{oc} = 2,50 cm, f_{ob} = 62,5 cm
E39. 4,00
E40. –480
E41. –20,9
E42. (a) –139 cm de l'oculaire ; (b) 16,5 cm
E43. 83,3 cm
E44. (a) –40,0 cm ; (b) 24,0 cm
E45. (a) –0,250 D, 1,50 D ; (b) De 44,4 cm à l'infini ;
(c) De 25,0 cm à 57,2 cm
E46. (a) 1,06 D ; (b) –2,94 D
E47. 24,6 cm
E48. 3,00 D
E49. (a) 50,0 cm ; (b) 33,3 cm
E50. (a) –33,3 cm ; (b) 14,3 cm
E51. x = 27,6 cm et 72,4 cm
E52. (a) 4,00 cm ; (b) 20,0 cm
E53. 4,18 m
E54. q_2 = –21,4 cm, y_I = 2,06 cm
E55. (a) q_2 = –35,0 cm ; (b) 1,50
E56. q_2 = –5,00 cm, m = –0,833
E57. (a) 7,14 cm ; (b) 3,50
E58. 1,82 cm
E59. (a) 10,4° ; (b) 15,4°
E60. –1,33 D
E61. 2,75 D
E62. (a) p va de 4,286 cm à 4,667 cm,
donc Δp = 0,381 cm ;
(b) p va de 0 cm à 4,44 cm,
donc Δp = 4,44 cm

Problèmes

P1. (a) q_2 = 3,73 cm, m = –1,87 ;
(b) q_2 = –42,0 cm, m = –3,50
P2. q_2 = –3,33 cm, m = –0,333
P3. q_2 = 17,1 cm, m = –2,14
P4. (a) 40,6 cm ; (b) –0,711

P7. (a) 1,00 cm ; (b) −20,0
P8. À 5,00 cm de la lentille, entre l'objet initial et la lentille
P9. Au centre
P10. (a) $f_2 = 2{,}00f$, située à $3{,}00f$ de la première lentille ; (b) $f_2 = -0{,}500f$, située à $0{,}500f$ de la première lentille
P11. 0,556 cm
P12. (a) 0,510 ; (b) 0,490
P13. −27,6 cm
P16. (a) $m = -0{,}202$, distance de 96,8 cm ; (b) 0,963 cm
P17. $R - \sqrt{R^2 - D^2/4}$
P19. (a) $r/R = 0{,}7$; (b) hypermétrope ; (c) $47{,}3R$

CHAPITRE 6

Exercices

E1. 0,170 mm
E2. 1,70 mm
E3. (a) 0,141 mm ; (b) 0,281 mm
E4. 3,07 mm
E5. 583 nm
E6. (a) 0,221 mm ; (b) 5,34 mm
E7. 543 nm
E8. 589 nm
E9. 1,68 cm
E10. 0,816 mm
E11. 17,8 cm
E12. 0,714 mm
E13. 2,16 mm, vers le haut
E14. 2,74 m
E15. 1,36 m
E16. (a) 4,19 m ; (b) 1,79 m
E17. 1,68 m
E18. (a) 720 Hz ; (b) 360 Hz
E19. (a) $x = [d - (m + \frac{1}{2})\lambda]/2$; (b) $x = (d - m\lambda)/2$
E20. 1,70°
E21. (a) $d(\sin\theta - \sin\alpha)$; (b) $\theta = \alpha$; (c) $\arcsin(\lambda/2d)$
E23. 7 franges
E24. (a) 0,540 mm ; (b) Oui, car il n'y en a qu'à proximité du miroir ; (c) 8,00 mm
E26. 1,12 mm
E27. $0{,}0979I_0$
E28. $2I_0$
E29. 209 nm
E31. 417 nm, 509 nm, 655 nm
E32. (a) 3,96 rad ; (b) 2,88 rad ; (c) 2,26 rad
E33. (a) 200 nm ; (b) $1{,}00 \times 10^{-4}$ rad
E34. $8{,}62 \times 10^{-6}$ m
E35. (a) 207 nm ; (b) 103 nm
E36. (a) $1{,}34 \times 10^{-5}$ m ; (b) 4,51 m
E37. 1,20
E38. 667 nm
E39. 1,75
E40. (a) 200 nm ; (b) 327 rad
E41. 3,77 rad
E42. 4 franges
E43. 520 nm
E44. 0,690 mm
E45. 5,30 mm
E46. 1,95 m
E47. 11 franges
E48. (a) 27,1 rad ; (b) 19,4 rad
E49. (a) $6{,}98 \times 10^{-4}$ rad ; (b) $8{,}77 \times 10^{-4}$ rad
E50. (a) 17,9 rad ; (b) 0,806
E51. 0,215°
E52. 0,422 rad
E53. 1,13 m
E54. 625 nm
E55. (a) $x = \pm 1{,}50$ m, $\pm 4{,}50$ m ; (b) $x = 0, \pm 3{,}00$ m
E56. (a) 0,583 m ; (b) 1,50 m
E57. (a) 430 nm ; (b) 2 ; (c) 31,9 rad
E58. 7,25 franges/cm
E59. (a) 549 nm ; (b) 439 nm
E60. $\lambda_0 = 4e/(2m - 1)$
E61. 426 nm, 596 nm
E62. 232 nm
E63. 8,60 mm
E64. 0,00939°
E65. 8,50 mm
E66. (a) $\lambda_0 = 2en_p/m$; (b) $\lambda_0 = 2en_p/(m + \frac{1}{2})$
E67. 411 nm, 459 nm, 520 nm, 600 nm
E68. 869 nm
E69. 355 nm
E70. (a) 420 nm, 480 nm, 560 nm, 672 nm ; (b) 448 nm, 517 nm, 611 nm
E71. (a) 1,92 cm ; (b) 3,60 cm
E72. (a) 367 nm ; (b) 514 nm
E73. 19,5 franges

Problèmes

P1. (a) 630 nm ; (b) 448 nm, 576 nm
P2. (a) 567 nm ; (b) 454 nm
P3. De 1,60 cm, vers le haut
P4. (a) 761 nm ; (b) 457 nm, 609 nm
P5. (a) 450 nm, 540 nm, 675 nm ; (b) 415 nm, 491 nm, 600 nm
P6. 0,101 m

P7. 36 franges
P8. 488 nm
P9. (a) 6,88 m ; (b) 2,95 m
P10. (a) L'alternance des interférences constructives et destructives ; (b) 0,290 mm
P11. 13,0 µm
P12. (a) Des franges circulaires ; (b) $y_m = L\sqrt{1 - (m\lambda/d)^2}$
P13. 1,0003
P15. (a) 5,49 rad ; (b) 1,80 rad ; (c) 0,851 ; (d) 0,386

CHAPITRE 7

Exercices

E1. (a) 4,08 cm ; (b) 2,04 cm
E2. 2,22 cm
E3. $2{,}73 \times 10^{-4}$ m
E4. $4{,}48 \times 10^{-5}$ m
E5. (a) $1{,}79 \times 10^{3}$ Hz ; (b) 14,5°
E6. 7 franges
E7. (a) 62,5° ; (b) 15,9°
E8. $2{,}68 \times 10^{-4}$ m
E9. 1,46 cm
E10. 732 m
E11. (a) 51,5 km ; (b) 57,3 m
E12. 0,205 m
E13. 50,8 µm
E14. $4{,}47 \times 10^{4}$ m
E15. (a) $1{,}20 \times 10^{9}$ m ; (b) $8{,}40 \times 10^{12}$ m
E16. (a) 11,3 km ; (b) $6{,}36 \times 10^{6}$ m
E17. (a) 4,29° ; (b) 8,95° ; (c) Oui
E19. Cinq ordres
E20. 0,0426°
E21. 17,0°
E22. $1{,}07 \times 10^{4}$ traits
E23. (a) $2{,}73E_0$; (b) $2E_0$; (c) E_0 ; (d) Zéro
E24. $E_0 = 12{,}4$ V/m, $\phi = 5\pi/9$
E25. $2\pi/5$ rad
E26. $\arcsin(\alpha\lambda/2\pi d)$
E27. (a) 0,470° ; (b) $0{,}405I_0$
E28. $0{,}162I_0$
E30. 3,27 mm
E31. 0,0234 nm
E32. (a) $1{,}11 \times 10^{3}$; (b) 555 traits
E33. 12,6°
E34. (a) $1{,}45 \times 10^{-10}$ m ; (b) 31,2°
E35. 93,5 pm
E36. $4{,}16 \times 10^{-10}$ m
E37. $0{,}125I_0$
E38. $0{,}125I_0$
E40. 58,4°
E41. 36,9°
E42. 50,8°
E43. 50,3°
E44. 36,9°
E45. 32,0°
E46. 3,72 cm
E47. 45,1°
E48. 0,600 mm
E49. 2,32 cm
E50. 4 franges
E51. 0,488 m
E52. (a) $2{,}80 \times 10^{-7}$ rad ; (b) $1{,}32 \times 10^{14}$ m
E53. 37,6 m
E54. 0,61 µm
E55. (a) $5{,}23 \times 10^{3}$ traits ; (b) 28,4°
E56. 4,83°

Problèmes

P1. $d(\cos\alpha - \cos\theta) = m\lambda$
P2. (a) 3,24 mm ; (b) $y_1 = 1{,}62$ mm, $y_2 = 4{,}86$ mm ; (c) $y_1 = 1{,}08$ mm, $y_2 = 2{,}16$ mm
P3. (a) 20,3 mm ; (b) $y_1 = 5{,}06$ mm, $y_2 = 10{,}1$ mm
P5. (b) $9{,}38 \times 10^{-5}$ rad
P7. $0{,}281I_0$
P8. $\phi = 0{,}200$ rad
P9. (b) 8,99 rad
P10. 0,0415°

CHAPITRE 8

Exercices

E1. $0{,}600c$
E2. (c) $0{,}228c$
E3. 1,50 m
E4. $0{,}954c$
E5. (a) $v^2/2c^2$; (b) $-v^2/2c^2$
E6. (a) $1{,}59 \times 10^{5}$ s ; (b) $4{,}67 \times 10^{8}$ s
E7. 75,5 km/s
E8. $1{,}55 \times 10^{8}$ m/s
E9. (a) 8,33 µs ; (b) $2{,}00 \times 10^{3}$ m ; (c) $1{,}20 \times 10^{3}$ m
E10. $4{,}44 \times 10^{-10}$ s
E11. $0{,}866c$
E12. (a) 0,857 a ; (b) 4,29 a ; (c) 0,840 a.l.
E13. (a) 153 m ; (b) 2,50 µs ; (c) 2,55 µs
E14. $2{,}26 \times 10^{8}$ m/s

E15. (a) 1,78 µs ; (b) 2,22 µs
E16. (a) 1,50 km ; (b) 8,33 µs ; (c) 6,67 µs
E17. (a) 0,408 µs ; (b) 2,05 µs
E18. (a) $0{,}515c$; (b) $0{,}172c$; (c) 24,4 a
E19. (a) 8,17 ms ; (b) 490 km
E20. (a) $4{,}33 \times 10^{-8}$ s ; (b) 10,4 m ; (c) 6,24 m
E21. (a) 22,0 µs ; (b) 33,5 µs ; (c) 3,35 µs
E22. (a) $1{,}44 \times 10^{6}$ Hz ; (b) $3{,}60 \times 10^{5}$ Hz
E23. 2,00 kHz
E24. $0{,}324c$
E25. 490 nm
E26. $1{,}22 \times 10^{9}$ Hz
E27. (a) 4,00 kHz ; (b) 4,00 kHz
E28. $x = 2{,}75 \times 10^{6}$ m, $t = 1{,}35 \times 10^{-2}$ s
E29. $\Delta x = 600$ km, $\Delta t = 1{,}20$ ms
E30. 6,00 km
E31. $4{,}00 \times 10^{6}$ m
E32. (a) $5{,}33 \times 10^{-8}$ s ; (b) $t_{A'} = 2{,}67 \times 10^{-8}$ s, $t_{B'} = 10{,}7 \times 10^{-8}$ s
E33. 37,0 ms
E34. (a) $0{,}800c$;
(b) L'éclair vert arrive avant l'éclair rouge
E35. $\Delta t' = -7{,}96$ µs, $\Delta x' = 2{,}40$ km
E37. (a) $L/(c - v)$; (b) $\gamma L/c$
E38. $0{,}999c$
E39. $0{,}385c$
E40. (a) $0{,}748c$; (b) $0{,}645c$
E41. (a) Non ; (b) $0{,}385c$
E42. $0{,}268c$
E43. (a) $4{,}33 \times 10^{9}$ kg ; (b) $1{,}46 \times 10^{13}$ a
E44. $7{,}93 \times 10^{-18}$ kg·m/s
E45. (a) 0,195 ; (b) 0,999
E46. (a) 7,59 MeV ; (b) $4{,}31 \times 10^{-21}$ kg·m/s
E47. (a) 214 keV ; (b) 2,98 MeV
E48. (a) $0{,}866c$; (b) $0{,}997c$
E49. $4{,}38 \times 10^{8}$ N
E51. (a) $2{,}83m_0c$; (b) $0{,}943c$
E52. $1{,}11 \times 10^{4}$ kg
E53. $\Delta K/K = 4{,}03 \times 10^{-5}$
E54. $0{,}140c$
E55. $0{,}866c$
E56. 0,99995
E57. (a) 208 kV ; (b) $0{,}702c$
E58. $0{,}115c$
E59. (a) $0{,}9997c$; (b) $2{,}18 \times 10^{-17}$ kg·m/s
E60. (a) 0,164 m ; (b) $5{,}46 \times 10^{-10}$ s ; (c) 10,7 µs
E61. (a) 0,857 km ; (b) 4,08 µs ; (c) 5,71 µs
E62. $8{,}35 \times 10^{7}$ m/s
E63. 9,11 µs
E64. (a) 0,406 km ; (b) 0,602 µs
E65. (a) 41,3 µs ; (b) 24,4 µs
E66. 30,6 µs
E67. (a) 125 ; (b) 6,60
E68. (a) $2{,}88 \times 10^{8}$ m/s ; (b) 274 MeV
E69. (a) $4{,}53 \times 10^{19}$ J ; (b) 503 kg
E70. $0{,}707c$
E71. (a) 1,71 MeV ; (b) $2{,}86 \times 10^{8}$ m/s ;
(c) $8{,}72 \times 10^{-22}$ kg·m/s
E72. (a) $3{,}91 \times 10^{4}$; (b) $1{,}07 \times 10^{-17}$ kg·m/s

Problèmes

P5. (a) $5{,}16 \times 10^{6}$ m/s ; (b) $5{,}43 \times 10^{7}$ m/s
P6. (a) $6{,}67 \times 10^{-7}$ s ; (b) 6,67 µs ; (c) $1{,}99 \times 10^{3}$ m
P9. (a) 395 muons ; (b) 395 muons
P13. (a) 0,233 µs ; (b) 16,7 µs
P14. (a) $\Delta x = 880$ m, $\Delta t = 3{,}67$ µs ; (b) 0,734 µs
P15. (a) 4,44 µs ; (b) 5,56 µs

CHAPITRE 9

Exercices

E1. (a) 0,966 mm ; (b) 0,966 µm ; (c) 0,290 nm
E2. (a) $5{,}80 \times 10^{3}$ K ; (b) $8{,}28 \times 10^{3}$ K
E3. De $4{,}14 \times 10^{3}$ K à $7{,}25 \times 10^{3}$ K
E4. (a) 1,51 MW/m^2 ; (b) 140 W/m^2
E5. $8{,}39 \times 10^{27}$ W
E6. 2,28 kW
E7. 9,66 µm
E8. 0,211 eV
E9. $6{,}04 \times 10^{30}$ photons/s
E10. (b) De 1,77 eV à 3,10 eV
E11. (a) 0,855 eV ; (b) $6{,}04 \times 10^{7}$ électrons/(m^2·s)
E12. (a) $9{,}82 \times 10^{-18}$ W ; (b) 25,0 photons/s
E13. $5{,}41 \times 10^{5}$ m/s
E14. (a) 2,25 eV ; (b) $4{,}14 \times 10^{-7}$ eV ;
(c) $3{,}89 \times 10^{-9}$ eV ; (d) $1{,}75 \times 10^{4}$ eV
E15. (a) $2{,}66 \times 10^{15}$ Hz ; (b) 7,09 eV
E16. 443 nm
E17. $3{,}71 \times 10^{21}$ photons/(m^2·s)
E18. $3{,}18 \times 10^{15}$ photons/s
E19. (a) 0,800 eV ; (b) 428 nm
E20. (a) 1,70 eV ; (b) 1,70 V
E21. 3,05 V
E22. $1{,}35 \times 10^{14}$ Hz
E23. (a) $1{,}51 \times 10^{19}$ photons/s ; (b) 652 km
E24. $7{,}97 \times 10^{14}$ Hz
E25. (a) 300 kW ; (b) $3{,}21 \times 10^{21}$ W
E26. (a) $4{,}03 \times 10^{-15}$ V·s ; (b) $5{,}07 \times 10^{14}$ Hz

E27. (a) $2{,}47 \times 10^{20}$ Hz ; (b) $5{,}46 \times 10^{-22}$ kg·m/s
E28. (a) $4{,}22 \times 10^{-11}$ m ; (b) $9{,}88 \times 10^{-17}$ J
E29. 5,43 keV
E30. 6,20°
E31. 0,510 MeV
E32. (a) $4{,}89 \times 10^{-13}$ m ; (b) 29,6 keV
E33. 384 eV
E34. (a) $1{,}60 \times 10^{-12}$ m ; (b) 304 eV
E35. $1{,}18 \times 10^{19}$ Hz
E36. (a) $3{,}26 \times 10^{-13}$ m ; (b) $2{,}43 \times 10^{-12}$ m ; (c) $4{,}53 \times 10^{-12}$ m
E37. (a) 103 nm, 122 nm, 656 nm ; (b) Pas de raies d'émission
E38. (a) $1{,}89 \times 10^{-6}$ m, $1{,}28 \times 10^{-6}$ m, $1{,}10 \times 10^{-6}$ m ; (b) 821 nm
E39. 91,2 nm
E40. $6{,}56 \times 10^{15}$ Hz
E41. (a) −6,79 eV ; (b) 3,39 eV
E42. (a) $E_1 = -122$ eV, $E_2 = -30{,}6$ eV, $E_3 = -13{,}6$ eV, $E_4 = -7{,}65$ eV ; (b) $\lambda_{41} = 10{,}8$ nm, $\lambda_{31} = 11{,}4$ nm, $\lambda_{21} = 13{,}5$ nm
E43. $r_1 = 5{,}30 \times 10^{-11}$ m, $r_2 = 2{,}12 \times 10^{-10}$ m, $r_3 = 4{,}77 \times 10^{-10}$ m
E44. (a) $E_1 = -54{,}4$ eV, $E_2 = -13{,}6$ eV, $E_3 = -6{,}04$ eV ; (b) 54,4 eV
E45. (a) $2{,}19 \times 10^{6}$ m/s ; (b) $1{,}99 \times 10^{-24}$ kg·m/s ; (c) $9{,}05 \times 10^{22}$ m/s^2
E48. (a) 207 ; (b) $4{,}83 \times 10^{-3}$
E50. (a) 12,2 cm ; (b) $1{,}01 \times 10^{-5}$ eV
E51. 1,90 eV
E52. (a) 564 nm ; (b) 0,750 eV
E53. $5{,}15 \times 10^{14}$ Hz
E54. $8{,}42 \times 10^{5}$ m/s
E55. $5{,}89 \times 10^{5}$ m/s
E56. (a) 29,1 keV ; (b) c
E57. 39,1°
E58. (a) 150,349 pm ; (b) 31,2° ; (c) L'angle ϕ est élevé et le photon incident a une énergie faible pour un effet Compton.
E59. (a) 24,2 keV ; (b) $8{,}50 \times 10^{-22}$ kg·m/s ; (c) 38,9°
E60. De 71,9 keV à 100 keV
E61. (a) 365 nm ; (b) 91,4 nm
E62. 122 nm
E63. 872 nm
E64. $n_i = 1$, $n_f = 3$

Problèmes

P1. (a) $7{,}10 \times 10^{-12}$ m ; (b) 90,7° ; (c) 36,4°
P5. (a) $4{,}57 \times 10^{-48}$ kg·m^2 ; (b) $2{,}31 \times 10^{13} n$ rad/s ; (c) $3{,}67 \times 10^{12}$ Hz, infrarouge
P6. 4,17 m/s

CHAPITRE 10

Exercices

E3. 0,112 nm
E4. (a) 0,870 nm ; (b) 0,0203 nm
E5. (a) 0,397 nm ; (b) 0,397 pm
E6. 0,143 nm
E7. $7{,}59 \times 10^{-30}$ m, non
E8. $K_{photon} = 248$ eV, $K_{électron} = 6{,}05 \times 10^{-2}$ eV
E9. (a) 12,4 keV ; (b) 1,24 GeV
E10. 1,21 km/s
E11. 82,2 kV
E12. (a) 70,0° ; (b) $8{,}43 \times 10^{-11}$ m
E13. (a) 0,138 nm ; (b) 0,123 nm
E14. $7{,}26 \times 10^{6}$ m/s
E15. (a) $1{,}37 \times 10^{7}$ m/s ; (b) $v_{(a)}/v_{Bohr} \approx 2\pi$
E16. 0,324 nm
E17. 2,87 µm
E18. (a) $E_1 = 3{,}29 \times 10^{-13}$ J, $E_2 = 1{,}31 \times 10^{-12}$ J ; (b) $1{,}49 \times 10^{21}$ Hz, gamma
E19. (a) $E_1 = 37{,}7$ eV, $E_2 = 151$ eV ; (b) 11,0 nm
E20. 1,10 nm
E21. 75,6 eV, rayons X
E22. 3,64 m/s
E23. (a) 80,0 eV ; (b) 0,137 nm
E24. (a) 3,77 GeV ; (b) Impossible
E25. $\Delta p \geq 6{,}63 \times 10^{-24}$ kg·m/s
E26. $\Delta p \geq 3{,}31 \times 10^{-24}$ kg·m/s
E27. (a) $\Delta E \geq 6{,}63 \times 10^{-26}$ J ; (b) $\Delta f \geq 1{,}00 \times 10^{8}$ Hz
E28. (a) $\Delta p \geq 1{,}66 \times 10^{-20}$ kg·m/s ; (b) 0,516 MeV
E29. 0,128 pm
E30. 0,709 nm
E31. (a) 151 eV ; (b) 12,4 keV
E33. $6{,}21 \times 10^{-17}$ m
E34. 523 kV
E35. $4{,}98 \times 10^{-24}$ kg·m/s
E36. 13,6 eV
E37. 129 keV
E38. $f_{12} = 2{,}73 \times 10^{16}$ Hz, $f_{23} = 4{,}55 \times 10^{16}$ Hz, $f_{13} = 7{,}27 \times 10^{16}$ Hz
E39. $1{,}21 \times 10^{14}$ Hz, $2{,}02 \times 10^{14}$ Hz et $2{,}83 \times 10^{14}$ Hz ; ces fréquences sont proches du visible
E41. $\Delta p/p = 0{,}0731$ %
E42. (a) $5{,}43 \times 10^{14}$ Hz ; (b) $\Delta f \geq 7{,}69 \times 10^{6}$ Hz

Problèmes

P2. $6{,}21 \times 10^{-15}$ m
P3. (a) $1{,}99 \times 10^{-24}$ kg·m/s ; (b) $\Delta x \geq 0{,}165 \text{ nm} \approx \pi r_{Bohr}$
P5. 0,818

P7. $\sqrt{2/L}\,\cos(n\pi x/L)$, $n = 1, 2, 3$
P8. $7{,}18 \times 10^{-2}$
P10. (a) 3 ; (b) 3
P12. (b) $7{,}14 \times 10^{-4}$

CHAPITRE 11

Exercices

E1. (a) $\sqrt{2}\hbar$; (b) $\sqrt{12}\hbar$
E2. 3
E3. $n = 4$, $\ell = 2$, $m_\ell = 0, \pm1, \pm2$, $m_s = \pm1/2$
E4. $0, \pm\hbar$
E5. (a) $0, \pm\hbar$; (b) 45°, 90°, 135°
E6. $0, \pm1, \pm2$
E7. (a) 4 ; (b) 5
E8. (a) $\ell = 0, 1, 2$, $m_\ell = 0, \pm1, \pm2$; (b) −6,04 eV
E9. (a) −30,6 eV ; (b) $\ell = 0, 1$, $m_\ell = 0, \pm1$
E10. 26,6°
E11. $2\hbar$
E12. $2n^2$ états par niveau n
E14. (a) $\Delta\phi$ est complètement inconnu ;
(b) L_x et L_y sont inconnus
E15. $1{,}02 \times 10^{10}\ \text{m}^{-1}$
E16. $8{,}69 \times 10^{8}\ \text{m}^{-1}$
E17. (a) $6{,}96 \times 10^{9}\ \text{m}^{-1}$; (b) $5{,}54 \times 10^{9}\ \text{m}^{-1}$
E18. (a) $8{,}06 \times 10^{8}\ \text{m}^{-1}$; (b) 0
E21. 24,8 kV
E22. $4{,}96 \times 10^{-11}$ m
E23. $\approx 5 \times 10^{7}\ \text{Hz}^{1/2}$
E25. 5,59 nm
E26. (a) 0,564 nm ; (b) 1,91 nm
E27. $E_1 = -4{,}62$ keV, $E_3 = -2{,}65$ keV
E28. Vanadium
E29. (n, ℓ, m_ℓ, m_s) : (1, 0, 0, ±1/2), (2, 0, 0, ±1/2), (2, 1, 1, ±1/2), (2, 1, 0, ±1/2)
E30. Hydrogène, Bore, Silicium
E31. $3{,}21 \times 10^{-23}$ J/T
E32. (a) $\pm 3{,}71 \times 10^{-24}$ J ; (b) 11,2 GHz
E33. (a) 2,14 meV ; (b) 18,5 T
E34. (a) $6{,}18 \times 10^{3}\ \text{m/s}^2$; (b) 0,773 mm

Problèmes

P5. 6,02 pm

CHAPITRE 12

Exercices

E1. (a) 3,02 fm ; (b) 4,59 fm ; (c) 7,44 fm
E2. 184 m
E3. $4{,}75 \times 10^{17}\ \text{kg/m}^3$
E4. $4{,}70 \times 10^{10}$ m
E5. 8,00
E6. $2{,}57 \times 10^{-10}$ m
E7. 69,0 % de $^{63}_{29}$Cu, 31,0 % de $^{65}_{29}$Cu
E8. 20,2 u
E9. (a) 6,98 fm ; (b) 25,9 MeV
E10. $1{,}03 \times 10^{25}\ \text{C/m}^3$
E11. (a) 8,55 MeV ; (b) 7,92 MeV
E12. (a) 5,33 MeV ; (b) 8,41 MeV
E13. (a) 97,1 MeV ; (b) 94,1 MeV
E14. (a) 115 MeV ; (b) 112 MeV
E15. (a) 7,25 MeV ; (b) $E_{(a)}/E_{\text{liaison}} = 1{,}29$
E16. (a) 16,0 MeV ; (b) $E_{(a)}/E_{\text{liaison}} = 2{,}08$
E17. $4{,}18 \times 10^{11}$ Bq
E18. $1{,}06 \times 10^{13}$ Bq
E19. $1{,}27 \times 10^{8}$ noyaux
E20. (a) 92,2 keV ; (b) Non
E21. $^{11}_{5}$B, oui
E22. 205 a
E23. (a) $1{,}22 \times 10^{4}$ s ; (b) $9{,}78 \times 10^{9}$ atomes
E24. $6{,}21 \times 10^{-2}$ Ci
E25. (a) $2{,}71 \times 10^{4}$ a ;
(b) Entre $2{,}60 \times 10^{4}$ a et $2{,}85 \times 10^{4}$ a ;
(c) Évaluer R sur un Δt supérieur à 1 min ou mesurer N directement
E26. $^{234}_{90}$Th , $^{234}_{91}$Pa , $^{234}_{92}$U, $^{230}_{90}$Th
E27. 7 particules α et 4 électrons
E28. (a) 1,61 µg ; (b) $3{,}12 \times 10^{15}$ noyaux
E29. 3,11 h
E30. 56,9 %
E31. $8{,}50 \times 10^{8}$ a
E32. $2{,}44\ \text{min}^{-1}$
E33. 0,0160
E34. 0,262 Bq
E35. 0,863 MeV
E36. $^{206}_{82}$Pb, 5,42 MeV
E37. 6 particules α et 4 électrons
E38. 0,782 MeV
E39. 1,31 MeV
E40. $Q_\alpha = 6{,}11$ MeV, $Q_\beta = 0{,}265$ MeV
E41. (a) −1,19 MeV ; (b) 17,3 MeV
E42. (a) 5,70 MeV ; (b) −2,64 MeV
E43. 2,13 MeV
E44. (a) $^{4}_{2}$He ; (b) $^{3}_{2}$He ; (c) n
E45. (a) $^{32}_{16}$S ; (b) $^{19}_{9}$F ; (c) $^{10}_{4}$Be ; (d) n
E46. 0,627 MeV
E47. 18,000 95 u
E48. (a) $4{,}87 \times 10^{32}$ eV ; (b) 13,9 h

E49. $1{,}38 \times 10^{11}$ atomes
E50. 16,2 fissions/j
E51. 173 MeV
E52. 0,933 g
E53. 25,3 collisions
E54. 0,143 nm
E58. $1{,}42 \times 10^{19}$ fusions/s
E59. $3{,}32 \times 10^{9}$ J
E60. 4,95 MeV
E61. 213,9952 u
E62. 12,018 613 u
E63. $5{,}27 \times 10^{7}$ noyaux
E64. (a) 3,75 Bq ; (b) 2,77 Bq
E65. (a) $^{15}_{7}\mathrm{N}$; (b) $1{,}30 \times 10^{8}$ noyaux
E66. $1{,}93 \times 10^{4}$ a
E67. (a) $4{,}35 \times 10^{-16}$ kg ; (b) 16,0 jours
E68. 1,20 MeV
E69. $2{,}93 \times 10^{9}$ a
E70. $2{,}07 \times 10^{-13}$ kg
E71. (a) $^{22}_{10}\mathrm{Ne}$; (b) 1,82 MeV
E72. (a) 15,0 Bq/g ; (b) $1{,}23 \times 10^{4}$ a ;
(c) Entre $1{,}15 \times 10^{4}$ a et $1{,}33 \times 10^{4}$ a ;
(d) Évaluer R sur un Δt supérieur à 1 h ou mesurer N directement
E73. (a) $3{,}10 \times 10^{7}$ noyaux ; (b) $1{,}22 \times 10^{6}$ s
E74. (a) $^{11}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{11}_{5}\mathrm{B} + \mathrm{e}^{+} + \nu$;
(b) $^{13}_{7}\mathrm{N} \rightarrow {}^{13}_{6}\mathrm{C} + \mathrm{e}^{+} + \nu$;
(c) $^{68}_{31}\mathrm{Ga} \rightarrow {}^{68}_{30}\mathrm{Zn} + \mathrm{e}^{+} + \nu$;
(d) $^{82}_{37}\mathrm{Rb} \rightarrow {}^{82}_{36}\mathrm{Kr} + \mathrm{e}^{+} + \nu$;
(e) $^{18}_{9}\mathrm{F} \rightarrow {}^{18}_{8}\mathrm{O} + \mathrm{e}^{+} + \nu$
E75. (a) 0,119 mSv ; (b) 2,39 mSv
E76. $8{,}56 \times 10^{-10}$ Gy, sans danger
E77. 13,1 mGy ; on suppose que tous les photons sont absorbés avant d'atteindre l'extérieur de l'organisme, ce qui est improbable
E78. (a) 3,06 mm ; (b) $5{,}85 \times 10^{-11}$ Gy, sans danger
E79. –1,65 MeV
E80. (a) 4,97 MeV ; (b) 7,55 MeV
E81. $^{98}_{40}\mathrm{Zr}$
E82. (a) $2{,}61 \times 10^{24}$ noyaux ; (b) 1,02 kg

Problèmes

P1. $2{,}77 \times 10^{13}$ noyaux
P3. $\mathrm{d}N_2/\mathrm{d}t = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$, $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$
P5. (b) 4,78 MeV
P6. (b) 654 keV
P7. 4,75 h
P8. –346 MeV
P9. (b) 4,49 MeV
P10. (b) 1,53 MeV

Sources des photographies

Couverture

Ronald Sumners/Shutterstock.

Chapitre 1

Page 2: Mario Beauregard/CP Images. **Page 4**: Mathieu Lachance. **Page 21**: Paul Boyuton/University of Wisconsin. **Page 24**: Anne-Marie Palmer/Alamy. **Page 27**: AP Photo/CP Images. **Page 27**: AP Photo/CP Images. **Page 32**: NASA.

Chapitre 2

Page 42: © chalabala/Fotolia. **Page 59**: © Mikael Damkier/Fotolia. **Page 62**: © shannonstent/iStockphoto. **Page 68**: PSSC Physics, 2nd edition, ©1965 Education Development Center, Inc., and D.C. Heath & Company. **Page 69**: Mathieu Lachance. **Page 70 (en haut, les deux)**: Mathieu Lachance; **(en bas, les trois)**: Thomas D. Rossing. **Page 87**: © chalabala/Fotolia.com.

Chapitre 3

Page 98: Dr Gary Settles/Science Photo Library. **Page 90 (rangée du haut, à gauche)**: Howard Sochurek; **(au centre)**: NOAA; **(à droite)**: Siemens Corporation; **(rangée du bas, au centre)**: Gracieuseté de Sonoscan; **(à droite)**: Gracieuseté de Philips Healthcare. **Page 96**: © Tryfonov/Fotolia. **Page 100 (à gauche)**: CNRI/Science Photo Library; **(à droite)**: CNRI/Science Photo Library. **Page 101 (en haut)**: © sg2210/Fotolia; **(au centre)**: © peterjunaidy/Fotolia. **Page 108 (en haut)**: Mario Beauregard/CP Images; **(en bas)**: Annabella Bluesky/Science Photo Library.

Chapitre 4

Page 124: © Louie Psihoyos/Corbis. **Page 126**: Avec l'autorisation de AIP Emilio Segrè Visual Archives. **Page 136 (en haut)**: Doug Johnson/Science Photo Library; **(en bas)**: NASA/NOAA. **Page 140**: Illustration tirée du *Traité de la lumière,* de Christian Huygens, publié en 1678. **Page 145**: World History Archive/Newscom. **Page 146 (en haut, à droite)**: NASA; **(au centre, à gauche)**: Michael Freeman; **(au centre, à droite)**: Mikhail Basov/iStockphoto; **(en bas)**: Sylvain Bournival. **Page 151 (en bas, au centre)**: focal point/Shutterstock; **(en bas, à droite)**: Foto Forum. **Page 156 (en haut, les deux)**: Picture Collection, The Branch Libraries, The New York Public Library, Astor, Lenox and Tilden Foundations*;* **(en bas)**: © PAR/NYC. **Page 157**: Photographie de Dr Roy Bishop, Acadia University, gracieuseté de AIP Emilio Segrè Visual Archives. **Page 171**: Raytheon Optical Systems. **Page 174 (les deux)**: Mathieu Lachance. **Page 182**: © 1986 Richard Megna/Fundamental Photographs.

Chapitre 5

Page 190: Ria Novosti/Science Photo Library. **Page 194**: WavebreakmediaMicro/Fotolia. **Page 217**: Volodymyr Baleha/Shutterstock. **Page 218**: © World History Archive/Alamy. **Page 219 (en haut, à droite)**: Science Museum, Londres; **(au centre, à droite)**: Michael Holford. **Page 220**: Gracieuseté de Nikon. **Page 221**: Scala/Art Resource, NY. **Page 223**: © World History Archive/Alamy. **Page 224**: Roger Ressmeyer/Corbis. **Page 226**: NASA. **Page 227**: Lennart Nilsson/*Behold Man*/TT.

Chapitre 6

Page 246: MarcelC/Thinkstock. **Page 250**: Berenice Abbott/Science Photo Library. **Page 253**: The Royal Society, Londres. **Page 254**: M. Cagnet, M. Francon et J. Thierr, *Atlas of Optical Phenomena*, Berlin, Springer-Verlag. **Page 256**: M. Cagnet, M. Francon et J. Thierr, *Atlas of Optical Phenomena*, Berlin, Springer-Verlag. **Page 267**: © Tanya_R/Alamy. **Page 269 (les deux)**: Bausch & Lomb. **Page 270**: Bausch & Lomb. **Page 271**: Photo de Elmer Taylor, Argonne National Laboratory, avec l'autorisation de AIP Emilio Segrè Visual Archives. **Page 277**: Martin Rogers. **Page 278**: © Malcolm Schuyl/Alamy. **Page 285**: MarcelC/Thinkstock.

Chapitre 7

Page 286: Mathieu Lachance. **Page 289 (au centre)**: Andrew Lambert Photography/Science Photo Library; **(en bas)**: Smithsonian Institution, avec l'autorisation de AIP Emilio Segrè Visual Archives. **Page 290 (à droite)**: M. Cagnet, M. Francon et J. Thierr, *Atlas of Optical Phenomena*, Berlin, Springer-Verlag. **Page 294 (en haut, à gauche)**: M. Cagnet, M. Francon et J. Thierr, *Atlas of Optical Phenomena*, Berlin, Springer-Verlag. **Page 296**: M. Cagnet, M. Francon et J. Thierr, *Atlas of Optical Phenomena*, Berlin, Springer-Verlag. **Page 297**: Yoav Levy/Phototake. **Page 298**: Yoav Levy/Phototake. **Page 299 (en haut, à droite)**: Giphotostock/Science Photo Library. **Page 300 (en haut, les trois)**: M. Cagnet, M. Francon et J. Thierr, *Atlas of Optical Phenomena*, Berlin, Springer-Verlag; **(au centre)**: The Royal Society. **Page 301 (en haut, à droite)**: NASA Dryden Flight Research Center; **(au centre, à gauche)**: © YAY Media AS/Alamy; **(au centre, à droite)**: © neryx/Fotolia. **Page 304**: Avec l'aimable autorisation de Wabash Instrument Corporation. **Page 305 (à gauche)**: © Terry Oakley/The Picture Source; **(à droite)**: ©PAR/NYC. **Page 309 (en haut)**: Raytheon Co; **(en bas)**: Archives du Cape Cod Times. **Page 310**: National Radio Astronomy Observatory. **Page 315 (en haut, à droite)**: © Corbin17/Alamy; **(au centre)**: Science Source. **Page 318**: Peter Mlekuž/iStockphoto. **Page 321 (au centre, à gauche)**: ERPI; **(en bas, à droite)**: Robert Mark, Princeton University. **Page 325**: E. S. Barrekette, W. S. Kock, T. Ose et coll., *Applications of Holography*, Plenum Press. **Page 326 (les trois)**: Daniel Quat/Museum of Holography. **Page 328**: Maria Bibikova/iStockphoto. **Page 329 (en haut)**: M. Cagnet, M. Francon et J. Thierr, *Atlas of Optical Phenomena*, Berlin, Springer-Verlag. **Page 330**: Cornell University. **Page 335**: Mathieu Lachance.

Chapitre 8

Page 336: NASA/SDO. **Page 342**: J-L Charmet/Science Source. **Page 349**: JSC/NASA. **Page 357 (les quatre)**: ©1989 Hsiung. **Page 370**: Science Source. **Page 372**: © StockFolio®/Alamy.

Chapitre 9

Page 382: © Doug James/Alamy. **Page 386**: © juanrvelasco/Fotolia. **Page 387 (à gauche)**: © Voyagerix/Fotolia. **Page 387 (au centre)**: © Dario Sabljak/Fotolia. **Page 388**: Huriye Akinci/iStockphoto. **Page 393**: AIP Emilio Segrè Visual Archives, W. F. Meggers Gallery of Nobel Laureates. **Page 403**: © Melinda Nagy/Fotolia. **Page 406 (en haut)**: © weyo/Fotolia; **(au centre)**: © wsmahar/iStockphoto. **Page 409 (en haut, à gauche)**: Avec l'aimable autorisation de Wabash Instrument Corporation; **(en bas, à droite)**: akg-images.

Page 412: Photo de Mark Oliphant, avec l'autorisation de AIP Emilio Segrè Visual Archives, Margrethe Bohr Collection. **Page 415**: Ed Young/Corbis. **Page 420**: Rémy Sauvé, Université de Montréal. **Page 429**: Theodore Maiman. **Page 430 (à gauche)**: Sandia National Laboratories; **(à droite)**: Monkey Business Images/Shutterstock. **Page 439**: © Doug James/Alamy.

Chapitre 10

Page 440: © Andrey Armyagov/Fotolia. **Page 442**: AIP Emilio Segrè Visual Archives, Physics Today Collection. **Page 443**: © Cultura RM/Alamy. **Page 447 (à gauche et au centre)**: Film Studio/Education Development Center; **(à droite)**: C. G. Shull, Massachusetts Institute of Technology. **Page 448 (à gauche)**: Gustoimages/Science Photo Library; **(au centre)**: Rémy Sauvé, Université de Montréal; **(à droite)**: Science Photo Library. **Page 449**: mehinger/iStockphoto. **Page 452**: Photo de Francis Simon, avec l'autorisation de AIP Emilio Segrè Visual Archives. **Page 456 (les trois)**: Akira Tonomura/Hitachi. **Page 461 (les deux)**: Education Development Center. **Page 462 (en haut, à gauche)**: IBM Research/Science Photo Library; **(en haut, à droite)**: Patrick Dumas/Look At Sciences/Science Photo Library. **Page 465**: AIP Emilio Segrè Visual Archives, Bainbridge Collection. **Page 472**: © inga spence/Alamy. **Page 474 (à gauche)**: © Science Photo Library/Alamy; **(à droite)**: Professor Colin Humphreys, Department of Materials Science and Metallurgy, University of Cambridge. **Page 481**: © Andrey Armyagov/Fotolia.

Chapitre 11

Page 482: Chemical Design/Science Photo Library. **Page 492**: University of Oxford, Museum of the History of Science, avec l'autorisation de AIP Emilio Segrè Visual Archives. **Page 494**: Photo de Samuel Goudsmit, gracieuseté de AIP Emilio Segrè Visual Archives, Goudsmit Collection. **Page 498 (les deux)**: O. Stern et W. Gerlach, *Zeitschr. f. Physik*, 9, 349 (1922). **Page 499**: Cezar Serbanescu/iStockphoto. **Page 500**: Yoav Levy/Phototake. **Page 510**: Takeshi Takahara/Science Source. **Page 511**: © U. Essmann, Max-Planck-Institut für Metallforschung. **Page 512**: Département de physique, University of Illinois at Urbana-Champaign, gracieuseté de AIP Emilio Segrè Visual Archives. **Page 513 (à gauche)**: © BSIP SA/Alamy; **(à droite)**: Argonne National Laboratory. **Page 519**: Chemical Design Ltd./Science Photo Library.

Chapitre 12

Page 520: © Hemis/Alamy. **Page 522**: AIP Emilio Segrè Visual Archives, Physics Today Collection. **Page 527**: AIP Emilio Segrè Visual Archives. **Page 532**: windcatcher/Thinkstock. **Page 533**: Wellcome Library, Londres. **Page 547**: Musée Curie (coll. imprimés)/Cote 323.01. **Page 548**: Jim Varney/Science Photo Library. **Page 551**: Cavendish Laboratory/University of Cambridge, England. **Page 552 (au centre)**: Rovirosa-Casino A, Planas-Toledano I, Ferre-Jorge J, Oliva-Díez JM, Conill-Llobet C, Arenas-Prat M. Brachytherapy in lip cancer. Med Oral Patol Oral Cir Bucal 2006;11:E223-9. © Medicina Oral S. L. C.I.F. B 96689336 - ISSN 1698-6946; **(en bas)**: © Editorial Image, LLC/Alamy. **Page 554 (à gauche)**: © BSIP SA/Alamy; **(à droite)**: Ouelette & Theroux, Publiphoto Diffusion/ Science Photo Library. **Page 556**: Photo de Bortzells Esselte, gracieuseté de AIP Emilio Segrè Visual Archives, Weber Collection. **Page 557**: AIP Emilio Segrè Visual Archives. **Page 558**: University of Chicago, gracieuseté de AIP Emilio Segrè Visual Archives. **Page 559**: Lawrence Livermore National Laboratory/U.S. Dept. of Energy. **Page 560**: Science Photo Library/Science Source. **Page 561 (en haut)**: US Department of Energy/Science Photo Library; **(au centre)**: Mark Williamson/Science Photo Library. **Page 563**: Los Alamos Scientific Laboratory. **Page 564 (à gauche)**: Princeton Plasma Physics Laboratory; **(à droite)**: Lawrence Migdale/Science Photo Library. **Page 565**: Walter Dickenman/Sandia National Laboratories.

Chapitre 13

Page 574: © National Geographic Image Collection/Alamy. **Page 576**: Florida State University. **Page 577 (en haut, à gauche)**: Gracieuseté de Caltech; **(au centre)**: Lawrence Berkeley Laboratory/Science Photo Library. **Page 578**: AIP Emilio Segrè Visual Archives, Weber Collection, W. F. Meggers Gallery of Nobel Laureates. **Page 582**: Forschungszentrum Karlsruhe, Mitglied der Hermann von Helmholtz-Gemeinschaft Deutscher Forschungszentren. **Page 583**: AIP Emilio Segrè Visual Archives, W. F. Meggers Gallery of Nobel Laureates. **Page 586**: David Parker/Science Photo Library. **Page 587**: Avec l'autorisation de Brookhaven National Laboratory. **Page 589**: Stanford Linear Accelerator Center/Science Photo Library. **Page 592 (en haut)**: AIP Emilio Segrè Visual Archives, Weber Collection; **(au centre)**: AIP Emilio Segrè Visual Archives, Physics Today, Weber Collection et W. F. Meggers Gallery of Nobel Laureates. **Page 593 (à gauche)**: David Parker/Science Photo Library; **(à droite)**: © CERN. **Page 594 (en haut)**: Joao Pequenao/© 2008 CERN; **(au centre)**: Thomas McCauley et Lucas Taylor/(c) 2013 CERN, au profit de l'expérience CMS (licence CC-BY-SA-4.0); **(en bas)**: AIP Emilio Segrè Visual Archives, Physics Today Collection. **Page 595 (en haut)**: Avec l'autorisation du Stanford Linear Accelerator Center; **(en bas)**: Avec l'autorisation de Brookhaven National Laboratory. **Page 597 (à gauche)**: David Parker/Science Photo Library; **(à droite):** © 1981 CERN.

INDEX

Note : La lettre italique *f*, *m*, *p* ou *t* accolée à un numéro de page signale un renvoi à une figure (*f*), à une méthode de résolution (*m*), à une photo (*p*) ou à un tableau (*t*). Les numéros de page en italiques renvoient aux passages signalés par l'icône (sciences de la vie).

A

Aberration
  chromatique, 194, 223, 224
  de Bradley, 340
  de sphéricité, 167, 194, 199, 225
  microscope électronique, 473
Absorption
  de la lumière, 132
  de photon, 413
  onde électromagnétique, 129-130
Accélérateur, 511
  de particules, 345, 369, 575, 580
  de Van de Graaff, 551
Accélération
  d'une particule, 55
  mouvement harmonique simple, 7
  système bloc-ressort, 6, 9, 11*f*
Accommodation, 217
  de l'œil, *227-232*
Acides aminés, *540*
ADN, *137*, *539-540*, 547
  bases azotées, *462*
  brins, *462*, 547
  effet tunnel, *462*
  ionisation, *406*
  modèle à double hélice, *448*
Agent de contraste, *406*
Aigle, *301*
Aimant, 321, 471, 497, 509, 511
Air, 326
  contaminant, *386*
  indice de réfraction, 128*t*, 149
  propagation (onde sonore), 91
  vitesse du son, 93-94
Alcalin, 491, 496
Alchimie, 534, 550
Alcool, *406*
Alcootest, *386*
Aluminium, 428, 447*f*, 533, 551
Amidon, *319*
Ammoniaque, 428
Amortissement
  critique, 22-23
  régime stationnaire, 25
  sous-critique, 22
  surcritique, 22, 23*f*
Amplitude, 10, 129
  coefficients de Fourier, 115
  d'accommodation, *229*
  de déplacement, 113
  de l'onde (expérience de Young), 258
  de pression, 113
  intensité réfléchie, 261
  interférence, 62-64, 248
  oscillation
    amortie, 21, 23
    forcée, 25-26
    harmonique simple, 5, 7
  pendule composé, 20
Ampoule électrique, 134, 253, 303, 383, 384
Analyse
  de diffraction, *448*
  de Fourier, 115
  spectrale, 559
Anderson, Carl D., 576
Anger, Hal, *554*
Angle
  de déviation, 153
  de phase, 5
  de polarisation, 319
  de réflexion, 141, 145
  de réfraction, 141, 146, 320
  d'incidence, 141, 145-146, 319
  d'ouverture, 167
Anneaux de Newton, 269-270, 323
Annihilation de paires, *555*, 576
Antenne, 130, 253, 309
  dimension atomique, 131
  dipolaire, 316-317
  émettrice, 130
  longueur d'onde, 130
  micro-ondes, 135
  réceptrice, 130
  taille, 130
Antibiotique, *448*
Anticouleur, 589
Antiélectron, 533
Antimatière, 537, 576
Antineutrino, 538, 580
Antiparticule, 576, 581-583
Antiquark, 588, 589, 597
Apollo 10, 349*f*
Appareil
  d'éclairage, 508
  électronique, 508
Approximation
  de Wien, 392*f*, 393, 401, 427
  paraxiale, 167-168, 169, 194
Arago, François, 294
Arc-en-ciel, 146, 155, 157-159
Archimède, 145
Argent, 497
Argon, 491
Argonne National Laboratory, 513*p*
Aristote, 157, 159, 221
Arsenic, 502
Astronomie, *137*
Astrophysique, 137
Atome, 523, 575, *voir aussi* Électron, Photon, Proton
  accepteur, 503
  à plusieurs électrons, 490-491
  à un seul électron (modèle de Bohr), 412-420
  bandes d'énergie, 499
  collision, 429, *voir aussi* Électron, Photon
  comportement, 16
  configuration électronique, 495*t*-496
  d'impureté, 502-503
  donneur, 502
  énergie d'ionisation, 496*f*
  état métastable, 428
  lumière visible, 134-135, 272
  masse, 524
  modèle
    classique, 409-412
    de Bohr, 412-420
  neutre, 528, 535
  niveau d'énergie, 414-415, 418, 426
  noyau, 411, 522-526
  proximité, 482*p*
  rayons, 496*f*
  rayonnement ultraviolet, 137
  rayons gamma, 137
  rayons X, 137
  stabilité, 412
  structure, 44, 407
  taille, 414
Aurore boréale, 134
Avion, 43*p*
  onde sonore, 43
Axe
  de transmission (polariseur), 317
  optique, 163, 168, 169, 194, 322
Azote, 522
  liquide, 513

B

Bacon, Roger, 157, 218, 221
Bactériorhodopsine, *448f*
Baleine, *198*
Balle
  conservation de la quantité de mouvement, 369
  covariance, 341*f*
  de fusil (choc acoustique), 88*p*
  énergie cinétique, 398
Balmer, Johann J., 408
Bande(s)
  de conduction, 500-502
  d'énergie (théorie), 499-503
  de valence, 500-503

Bardeen, John, 511
Barre de contrôle (réaction en chaîne), 562
Barrière d'énergie potentielle
  dispositif semi-conducteur, 504
  traversée, 461-463
Bartholin, Erasmus, 321
Baryon, 581*t*, 583, 586, 596
  quarks, 588-589
Baryum, 556-558
Base (transistor à jonction), 505
Bâtonnet (œil), *226*, *420f*
Battements, 107-108, 450
  fréquence, 107
  ondes électromagnétiques, *108*
  test d'audition, *108*
Becquerel, 542
Becquerel, Henri, 521, 547
Bednorz, Johannes G., 513
Békésy, Georg von, *102*
Bell, Alexander G., *111*
Berkeley Radiation Laboratory, 558
Binnig, Gerd, 462*f*, 475
Biochimie, 448
  effet tunnel, *462*
  orbitale atomique, *491*
  technique de traçage, *540*
Biologie, *319*, *443*
  oscillation harmonique simple, *7*
Biomolécule, *540*, 547
Biréfringence, 319
  et polarisation, 321-322
Blindage, 549
Bohr, Niels, 384, 471
  modèle
    de la goutte de liquide, 531
    pour l'atome à un seul électron, 412-420
  principe
    de complémentarité, 471
    de correspondance, 425-426
Bolomètre, 509
Boltzmann, Ludwig, 389, 393
Bombe
  à fission, 560
  à hydrogène, 560, 564
  atomique, 561
Born, Max, 454
Boson, 583
  de Higgs, 593
  de jauge, 576, 591, 592, 596
Bottom (quark), 595
Boussole, 127
Bradley, James, 340
Bragg, William H., 314
Bragg, William L., 314
Bremsstrahlung, 137, 492
Brewster, David, 319
Broek, Antonius van den, 493
Broglie, Louis de, 442, 454
Brûleur Bunsen, 418
Bunsen, Robert, 153, 418
Buys Ballot, Christophorus, 103

C

Cadmium, 430, 562
Calcul rénal, *90*
Calculatrice électronique, 507
Calmar, *423*
Caméra gamma, *554*
Canal
  auditif, *101-102*
  ionique, *421*, *504*
Cancer, 546-548, *552-553*, *556*
  micro-ondes, *135*
  rayonnement ultraviolet, *136-137*
Carbone, 388, 403, 490, 523, 548
Carbone 14 (datation), 521, *545*
Cardiostimulateur, *25*
Casseur d'atomes, 551
Cataphote, 145
Catastrophe de l'ultraviolet, 393
Cavité rayonnante, 388, 392
  quantification de l'énergie, 393
Célérité, 51
Cellule
  biologique, *504*, *540*, 547
  photoélectrique, 397*f*
  solaire, 507
Centrale nucléaire, *556*, 562
Centre optique, 195
Centrifugation, *90*
Céramique, 513
Césium, 407
Chadwick, James, 523, 533
Chaîne proton-proton, 559
Chaîne stéréo, *111*
Chaleur (rayonnement infrarouge), 135
Chalk River, *556*
Champ
  de jauge, 591, 596
  de matière, 591
  de radiation, 130
  électrique, 6, 44, 126-127*f*, 130, 259, 316, 500
    diode à jonction, 504
  électromagnétique, 577, 591
    fonction d'onde, 454
  magnétique, 6, 44, 126-127*f*, 130, 316, 471, 485, 489
    critique, 510
    moment magnétique, 489, 497-498
    résonance magnétique nucléaire (RMN), *532*
    supraconducteur, 509-510*f*
    supracourant, 512
    toroïdal, 563
  notion, 577
  poloïdal, 563
  théorie quantique, 578
Charge
  d'un objet, 384
  du noyau, 493
  électrique, 6
Charm (quark), 595
Chase, Martha, 539
Chimie orbitale atomique, *491*
Chirurgie oculaire, 430*p*
Chlorofluorocarbones (CFC), *137*
Chlorure
  de calcium, 501
  de sodium, 192, 496, 501
Chromodynamique quantique, 596-597
Chu, Paul, 513
Cinéma, 161
Circuit
  électrique
    oscillation, 6
    résonance, 25
  LC (oscillations), 22
  numérique, 506
  RLC (oscillations), 22
Cisaillement, 46, 91
Cochlée, *101-102*
Cock, C., 219
Cockcroft, John, 551
Coefficient
  de Fourier, 115
  d'extinction, 549
Cœur (battements cardiaques), *7*
Cohérence, 272-274
  intensité sur un écran, 272-274
  lumière laser, 430
  spatiale/latérale, 272
Collecteur (transistor à jonction), 505
Collision, *voir* Atome, Photon
Combinaison (spectre), 408
Communications, 135
Complémentarité (principe), 471
Compressibilité (module), 93
Compression, 45-46, 91-92*f*, 95
Compteur Geiger, *554*
Compton, Arthur H., 403
Concave, 167, 169*f*, 170*f*-171, 174, 199, 201
Condenseur, 472
Condition de Bragg, 315, 325
Condron, T. L., 27
Conducteur, 501*f*
Conductivité des matériaux, 499, 501
Cône (œil), *226*, *420*, *422f*
Confinement
  des quarks, 588
  du plasma, 563
  inertiel, 564
  magnétique, 563-564
  particule, 560
Conjugaison (électrons), *131*, 459
Conservation
  de la quantité de mouvement, 369, *555*
  de l'énergie, 341, 398, 404, *555*
    système bloc-ressort, 15
  et symétrie, 585
Constante
  d'amortissement, 22
  de Balmer, 408
  de Boltzmann, 392, 415, 426, 559
  de Coulomb, 559
  de désintégration, 540
  de la loi de Coulomb, 415
  de phase, 5
  de Planck, 412, 467
  de proportionnalité, 540

de Rydberg, 408, 425
de Stefan-Boltzmann, 389
de torsion, 21
harmonique sphérique, 488
Contaminant (détection), *386*
Contraction des longueurs, 354-356, 362, 370
Convergence
image, 161-162
lentille, 193, 198
Convexe, 167, 169*f*, 171, 174, 199
Cooper, Leon N., 511
Coordonnée sphérique, 488*f*
Corde(s)
agitation, 45
déplacement de l'impulsion, 51
énergie, 46
propagation, 73
équation d'onde, 75-76
impulsion
réfléchie, 57
transversale, 47*f*
ondes stationnaires résonantes, 66-70
conditions aux limites, 69
ondulations, 44
propagation de l'onde, 138*f*
réflexion, 131-132
superposition d'ondes, 62
tension, 49, 69
vitesse des impulsions, 48-49, 51
vocales, *100-101*
Cornée, *226*, *227p*
Corps noir, 386, 392-395, 419, 429
Couche, 409, 485*t*, 494
de demi-atténuation, 550
modèle (noyau atomique), 531
Couleur, 103, 238, 247, 274, 287
et lumière, 155, 303, 384
indice de réfraction, 152, 156
intensité, 385
longueur d'onde, 134, 266
multicolore (phénomène), 153, 155
pellicule mince, 266
perception, *422-423*
pure, 152
quarks, 589, 596
séparation par un réseau, 303
spectre, 384
Couplage
spin-orbite, 489
supraconductivité, 511
Courant, 6
alternatif, 135-136
de dérive, 504, 505
de diffusion, 503
électrique (supraconducteur), 508
redresseur, 504
Courbe
gaussienne, 467
isosonique, *111*
normale, 467
Covariance, 341-343
Covariant, 342
Cowan, Clyde, 538
Création de paires, 576-577*f*
Crête, 60, 66-67, 92, 251
Creux, 60, 66-67, 251
Crick, Francis, *448*
Cristal (cristaux), *137*, 317, 321, 444, 502, 586
anisotropes, 322
diffraction des électrons, 447
liquides, *319*
piézoélectrique, 475
radioactivité, 521-522
Cristallin, *226-227p*
Critère(s)
de Fraunhofer, 292, 294, 311
de Lawson, 560
de Rayleigh, 299-301, 313*f*
Crookes, William, 314
CT scanner, *voir* Tomodensitomètre
Curie, 542
Curie, Marie, 522, 533, 546
Curie, Pierre, 522, 533, *552*
Curiethérapie, *552*
Cyclotron, 551, *556*
Cylindre (effet photoélectrique), 397*f*

D

Dalton, John, 409, 575
Datation radioactive, *545*
Dauphin, *198*
Davisson, Clinton J., 444-445
Déchets radioactifs, 562, 564
Décibel, *110-111*
Décuplet, 587*f*
Défaut de masse, 527
Demi-vie, 524, 541, 557
Démocrite, 409, 575
Denisyuk, Yuri, 325
Densité
atmosphérique (indice de réfraction), 149
d'énergie linéique, 74
de probabilité, 454, 457, 486, 488
radiale, 487
Déphasage, 5, 62, 248, 251, 264, *voir aussi* Différence de phase
Déplacement
de Compton, 405
spectral, 389
Descartes, René, 125, 146-147, 155, 158, 236, 274
Désexcitation
collisionnelle, 415
radiative, 415
Désintégration
alpha, 535
bêta, 537-538, 552, 580, 596
fluctuations statistiques, 543-545
noyau instable, 524
nucléaire, 370, 372
radioactive, 521, 534
phénomène aléatoire, 540
rythme, 540-545
Détecteur
ATLAS, 593-594*f*
CMS, 593
OPAL (CERN), 593*f*
Déterminisme, 456, 464
Deutérium, 560, 564
Deutéron, 559, 561
Deuxième loi de Newton, 369, 412, 426, 585
amortissement, 22
énergie cinétique relativiste, 371
équation d'onde, 72, 75
pendule
composé, 19
de torsion, 21
simple, 18
système bloc-ressort, 9
tension, 58
vitesse d'une onde, 49
Diagramme
de Feynman, 578*f*
de Fresnel, 306-309*f*, 311*f*
de polarisation, 316
Diamant, 128*t*
Diapason, 69*f*, 96, 107, 115-116
Différence
de potentiel, 6, 398, 472, 504, 507
de temps, 63
Différence de marche, 63*f*, 249, 251, 255, 261, 272
changement de phase, 264
réseau de diffraction, 302-303
maxima principaux, 303
Différence de phase, 62, 63*f*, 248-249, 261-265, 272
méthode de résolution, 264-265*m*
Diffraction, 138, 253, 275, 287
critère de Rayleigh, 299-302, 313*f*
définition, 288
de Fraunhofer, 292, 294
de Fresnel, 293
des électrons, 444-448
des rayons X, 313-315
et réfraction, 288
étude, 289
situation intermédiaire, 290-292
fente simple, 294-297, 310-312
fentes multiples, 305-309
figure, 290, 294, 302, 310-312
frange, 290, 294, 297, 424
par un orifice circulaire, 299-302
réseau, 302-304, 308
pouvoir de résolution, 312-313
Diffusion
de Compton, 403*f*-404, 534
de Rayleigh, 403*f*-404
effet Compton, 403
polarisation, 321
Dilatation du temps, 349-354, 370
équation, 351, 362
paradoxe des jumeaux, 358
Diode, 503
à effet tunnel, 461, 508
à jonction, 503*f*-505
polarisation directe, 504
polarisation inverse, 504
électroluminescente (DEL), 508
Dioptre, 198
Dioptre sphérique, 198
aberration de sphéricité, 199
concave, 199
convexe, 199, 201
formule, 199-201

grandissement transversal, 202
rayon de courbure, 199
Dioptrie, 198
Dirac, Paul, 489, 576
Dispersion, 138, 152-153
Dispositif
optique (dilatation du temps), 349
photovoltaïque, 507
semi-conducteur, 503-508
Distance focale, 168, 171
lentille, 196, 198, 471
microscope, 219
miroir sphérique, 172
Distance image
lentille, 194, 195
miroir, 163, 166
œil, 227
Distance maximale de vision nette (œil normal), 228
Distance minimale de vision nette, 214
œil normal, 228
Distance objet
lentille, 194, 195
miroir, 163, 166
Distribution de Poisson, 544
Divergence
image, 161-162
laser, 429
lentille, 193, 198
Domaine de vision nette, *229-230*
lunettes correctrices, 234
Doppler, Christian, 103
Dose (rayonnement ionisant), 548-549
efficace, 548
imagerie médicale, *553*
radiative, 548
Double réfraction, *voir* Biréfringence
Doublet, 595
isospin, 584*f*, 586
lepton, 582
neutron-proton, 586
Drogue (dépistage), *150*
Dualité onde-particule, 423-425, 441, 470-471
Durée de cohérence, 273, 430

E

Eau, 138
indice de réfraction, 128*t*
lourde, 561
rides concentriques, 46
vague océanique, 46, 48, 62*f*
Écart-type de la distribution des mesures, 466
Échange de particules (forces), 577-581
Échelle
des décibels, *110-111*
d'unification, 598
Échographie, *58-59*
fonctionnement, 142
ultrasons, *90*
Écoulement aérodynamique, 325
Écran à cristaux liquides, 318, 508
Effet Compton, 403-407, 469, 549
Effet Doppler, 103-106, 108, *386*, 429-430
longitudinal, 358
méthode de résolution, 105*m*
relativiste, 357-358
transversal, 358
Effet en courant alternatif de Josephson, 512
Effet en courant continu de Josephson, 512
Effet isotope, 511
Effet Joule, 509
Effet Meissner-Ochsenfeld, 509
Effet photoélectrique, 384, 395-401, 425, *voir aussi* Photoélectron
énergie, 396
fréquence lumineuse, 399
intensité lumineuse, 398
quanta de lumière, 400
Effet tunnel, 461-463, 512
particules α, 536-537
Effet Zeeman, 485, 497
Einstein, Albert, 337-338, 342-345, 366, 372, 400, 424, 426, 443, 454, 471
dualité onde-particule, 425
équation photoélectrique, 401
équivalence masse-énergie, 369-371
hypothèse quantique, 394-395
photon, 400
relativité restreinte (théorie), 343
Électricité
dispositif photovoltaïque, 507
ligne de transport, 509
Électro-aimant, 509, 513
Électrodynamique quantique, 591
Électromagnétisme, 592, *voir aussi* Modèle électromagnétique, Onde électromagnétique
covariance, 341-343
et relativité, 372-373
éther, 338-341
Électron, 44, 70, 126, *131*, 409, 538, 581*t*-582, 594, *voir aussi* Photon
anneaux, 411
antiparticule, 576
comportement ondulatoire, *443*
conductivité des matériaux, 501
couches, 409, 485*t*, 494, 531
de conduction, 503, 511
détection, 487
de valence, 496, 502
diffraction, 444-448
distribution dans l'espace, 487
éjection, 384, 395-401, 404, 409
énergie, 396, 484, 490, 492, 499, 501
états stationnaires, 412
excitation, 500
fonction d'onde, 470, 490, 494
ionisation, 415
lumière, 134-135
masse, 524-525
micro-ondes, 135
moment cinétique, 384, 414*f*-415
du spin, 489
orbital, 484-485
moment magnétique, 489, 497-498
nombres quantiques, 484-485, 494, 495*t*
orbites, 412, 414
position, 456, 469
rayons X, 137
sous-couches, 485*t*, 494
spin, 489
trajectoire, 487
trou, 502, 507, 576
Électronique, 504
Élément
classement, 491, 493-494, 496
de transition, 496
émanation, 534
naturel, 524
radioactif, 533
supraconducteur, 509
Elsasser, Walter, 444
Émanation, 534
Émetteur (transistor à jonction), 505
Émission
de la lumière, 132
de photon, 413
de télévision, 135
onde électromagnétique, 129-131
otoacoustique, 108*f*
radioactive, 524, 533, 546
Emmétrope (œil), *230*
Énantiomère, *319*
Enduit antireflet, 266-267
Énergie, 7
atomique, 137, 414-415, 490
au repos, 371-372
bandes (théorie), 499-503
conservation, 341, 367
de désintégration, 370, 535, 537
de Fermi, 501, 511
de liaison, 527-528
moyenne par nucléon, 528-529*f*
densité (cavité rayonnante), 392
de réaction, 551
de seuil, 551
d'ionisation, 396, 415, 426, 496*f*, 547
discrétisation, 453
du niveau fondamental, 457
effet photoélectrique, 396
équation photoélectrique, 401*f*
et masse, 337, 369-371
fusion, 560
intensité d'une onde, 109
moment cinétique de l'électron, 414-415, 484-485, 489
mouvement harmonique simple, 15-16
nombre quantique, 484
nucléaire, 137
onde, 46-47
réflexion, 58
oscillation amortie, 21
photon, 400
produite par le plasma, 560
propagation sur une corde, 73
quantification, 384, 393-394
rayons gamma, 137
réaction chimique, 370
relation d'incertitude de Heisenberg, 467
relativiste totale, 371-372
travail d'extraction, 396

Énergie cinétique
désintégration alpha, 535
effet Compton, 404
effet photoélectrique, 396, 398
équation relativiste, 369, 371-372
fusion, 559-560
maximale des photoélectrons, 398
modèle de Bohr, 413
mouvement harmonique simple, 15-16
proton, 413
rayonnement infrarouge, 135
Énergie mécanique
conservation, 398
de l'atome (modèle de Bohr), 413, 416
mouvement harmonique simple, 15
Énergie potentielle
mouvement harmonique simple, 15
puits de potentiel parabolique, 16
Enseigne au néon, 303, 384, 407
Entropie, 393, 400
Enzyme, *319*, *421*, *491*, 547
Équation
de la contraction des longueurs, 354
de la dilatation du temps, 351
d'une réaction nucléaire, 550-551
photoélectrique, 400-401*f*
Équation différentielle (oscillation harmonique simple), 6
Équation d'onde, 47
d'une corde, 75-76
linéaire, 71-72
onde sonore, 112
Équation d'onde de Schrödinger
atome à plusieurs électrons, 490
dépendante du temps, 458
indépendante du temps à une dimension, 394, 452-453, 454
discrétisation de l'énergie, 453
nombre quantique, 484
Équations
de la transformation de Lorentz, *voir* Transformation de Lorentz
de Maxwell, 72, 138, 342-344, 590
Équilibre
stable, 7
thermique, 426
corps noir, 388-389
thermodynamique, 426
Équivalence masse-énergie, 369-371, 524, 527, 538, 577
Espace, 337
Espace-temps, 362
Êta, 581*t*
État
de polarisation, 315
d'isospin, 584
métastable, 428
stationnaire (électron), 412
supraconducteur, *voir* Supraconductivité
symétrique, *voir* Symétrie
Éther, 125, 271, 274, 338-341
Étoile, 44, 304
énergie, 559
gaz de surface, 388
vitesse, *386*
Étrangeté, *voir* Nombre quantique
Euclide, 143
Événement, 346
dans l'espace-temps, 362
Examen médical, 548-549
Excitation, 418
collisionnelle, 415
radiative, 415
Exclusion (principe), 494, 500
Expérience
de Cockcroft-Walton, 551
de Davisson et Germer, 445*f*, 464
de Geiger et Marsden, 410*f*
de Michelson-Morley, 338-339, 345
de Stern-Gerlach, 497*f*-498
de Taylor, 424
Expérience des fentes de Young, 253-256, 258, 303, 423, 430, 470
amplitude de l'onde, 258
différence de marche, 255
frange d'interférence, 254
géométrie, 255-256
intensité lumineuse, 259
sources cohérentes, 257-258
Explosion nucléaire, 372
Extinction du rayonnement, 549

F

Facteur
de Boltzmann, 415, 426-427
de multiplication *k*, 561
Faraday, Michael, 126, 577
F.é.m.
dispositif photovoltaïque, 507
effet photoélectrique, 397
oscillations, 22, 25
Femtomètre, 526
Fenêtre ovale, *101-102*
Fente, *voir* Diffraction, Expérience des fentes de Young, Figure de diffraction
Fer, 447, 528-529, 539
Fermi, 526
Fermi, Enrico, 538, 556, 558, 580
Fermion, 583, 589, 594
Feu de signalisation, 508
Feynman, Richard, 578
Fibre optique, 151-*152*
Fick, Adolf E., 236
Figure de diffraction, 290, *voir aussi* Frange de diffraction
et principe de Huygens, 290-292
-interférence, 297
produite par des fentes multiples, 305-309
représentation de Fresnel, 306-308
produite par une fente simple, 294-297
effet de la largeur de la fente, 295
intensité, 310-312
position angulaire des minima, 295
produite par un réseau, 302
Figure d'interférence, 250, 272, 322, *voir aussi* Frange d'interférence
sources cohérentes, 257
Filtre polaroïd, 317-318, 320, 321
Fission, 552, 556-558, 559
nucléaire artificielle, 556
produits radioactifs, 562
réacteur, 560-563
Fitzgerald, George F., 340
Fizeau, Hippolyte, 177-178
Fluctuation statistique, 543
Fluide (propagation d'une onde sonore), 91, 93, 112
Fluorescence, 137, 313-314, 521-522
Fluorodésoxyglucose (FDG), *555*
Fluorure de magnésium, 267
Fluxoïde, 510
Fonction d'onde, 47, 115, 454-456
à l'état fondamental, 486
atome à plusieurs électrons, 490
et équation d'onde, 71, 452-453
et longueur d'onde, 465
harmonique sphérique, 488
modification par une mesure, 469
normalisée, 455
onde progressive, 51-52
particule, 579, 591
probabilité de présence, 454
représentation de l'électron, 470, 490, 494
scalaire, 47, 61
sinusoïdale, 53, 55-56
superposition linéaire, 59
vectorielle, 47, 61
Fonction périodique, 115
Fonction trigonométrique inverse, 10
Force, 126
centripète, 48
d'échange (particules), 577-581
de flottaison, 22
d'entraînement extérieure, 25
de van der Waals, 597
extérieure périodique, 24
mouvement harmonique simple, 22
nucléaire, 527, 585, 591, 597
onde mécanique, 44
oscillation forcée, 25
pendule simple, 18
système bloc-ressort, 9, 15
vitesse d'une onde, 48
Formule
de Balmer, 408
de Balmer-Rydberg, 412, 416
de Rydberg, 408, 417, 425
des dioptres sphériques, 199-201
des lentilles minces, 205, 208-210, 231
des miroirs, 173
des opticiens/du lunetier, 205
Four à micro-ondes, 135
Fourier, Joseph, 115
Foyer
image, 196
lentille, 195-196
miroir, 168
objet, 196
position, 171
réel, 168, 195
virtuel, 168, 196
Frange
de diffraction, 290, 294, 297, 424
d'interférence, 254-256, 297
hologramme, 322

Fraunhofer, Joseph von, 292, 303-304
Fréquence, 5, 425
de Broglie, 450
de résonance, 67-69, *532*
tuyau fermé, 97
tuyau ouvert, 98
des battements, 107
de seuil, 401
d'une onde, 54, 152
du premier harmonique, 67-68
du son, 90, 103
fondamentale, 67
lumineuse (effet photoélectrique), 399
mécanique, 426
onde électromagnétique, 130, 133
rayonnée, 426
supraconductivité, 511
Fréquence angulaire
amortie, 23
de résonance, 26
onde sinusoïdale progressive, 53
oscillation
d'un système bloc-ressort, 9
harmonique simple, 5
pendule
composé, 19
de torsion, 21
simple, 18
propre, 24
Fresnel, Augustin Jean, 140, 275, 289, 290, 293, 315, 395
Friedrich, Walter, 314
Frisch, David H., 353
Fritsch, Otto, 557
Fröhlich, H., 511
Front d'onde, 94-95, 138
diffraction, 289*f*, 294
effet Doppler, 103-106, 357
et interface, 142
hologramme, 323
intensité, 110
interférence, 250*f*
laser, 429
onde électromagnétique, 131-132
ondes de choc supersoniques, 106
par une source ponctuelle, 94
photons, 400
Frottement, 7
oscillation amortie, 21-22
système bloc-ressort, 9
Fukushima, 572
Fusée, 135
Fusion, 370
contrôlée, 560
entretenue, 563
nucléaire, 559-560
réacteur, 563-565

G

Gabor, Dennis, 322
Galilée, 4, 19, 51, 176, 218, 221, 224
Gallium, 503
Gaz
indice de réfraction, 271
ionisé, 560
rare, 491, 496
spectre de raies, 407
Geiger, Hans, 410
Gell-Mann, Murray, 583-584, 586, 588
Georgi, Howard, 597
Gerlach, Walther, 497
Germanium, 502
Germer, Lester, 444-445
Glashow, Sheldon L., 594-595, 597
Glucose, *555*
Gluon, 596-597
Goudsmit, Samuel A., 489
Goutte de liquide (modèle), 531, 557
GPS, 337
Grand collisionneur de hadrons, 575
Grandissement transversal
lentille, 202
lentille mince, 209
microscope, 219
miroir, 173
Grant, Paul, 513
Graphite, 561
Gravitation, 591, 592
Graviton, 580, 591
Gray (Gy), 548
Greenberg, Oscar W., 589
Grimaldi, Francesco Maria, 275
Grosseteste, Robert, 157
Grossissement angulaire
instrument optique, 213-214
loupe, 217
lunette astronomique, 222
microscope, 220
Groupes (théorie), 586

H

Hadley, John, 225
Hadron, 581*t*-583, 596-597
avec étrangeté, 583
charge (variation), 586
jets, 597
Hafele, Joseph C., 360
Hahn, Otto, 556
Hale, George E., 225
Hall, Chester M., 225
Hall, David B., 353
Halogène, 491, 496
Harmonique
amplitude, 115
et mode de vibration, 98
sphérique, 488
tuyau fermé, 97
tuyau ouvert, 98
Haut-parleur, 48, 91-92*f*, 96, 252, 258, 296, 326
Hauteur
de l'image, 165
de l'objet, 165
Heisenberg, Werner, 453, 584
principe d'incertitude, 464-468, 485, 578, 580
réduction du paquet d'ondes, 469
Hélium, 337, 407, 410, 429, 447, 513, 529, 533, 559
Hémoglobine, *386*
Herapath, William, 317
Héron d'Alexandrie, 145
Herschel, William, 135
Hershey, Alfred, 539
Hertz, 5
Hertz, Heinrich, 132, 395
Higgs, Peter, 593
Hologramme, 322-326
applications, 326
d'absorption, 324
de phase, 325
de 360°, 326
en lumière blanche, 325
méthode de décentrage, 324*f*
principe, 322
propriétés, 324
Holographie, 322
Hooke, Robert, 156-157, 218-219, 274-275
Horloge, 346
à pendule, 4, 20
dilatation du temps, 351
synchronisation, 346-347*f*
Hormone, *319*
Hubble, Edwin, 225
Humeur
aqueuse, *226*
vitrée, *226*
Huygens, Christiaan, 125, 137-140, 147, 177, 221, 274-275, 290-292, 321, 338, 339
Hydrogel, 237
Hydrogène, 337, 412, 447, 491, 522, 524, 528, 559-560
effet tunnel, *462*
électron, 409
énergie
d'ionisation, 426
d'un état, 494
équation d'onde de Schrödinger, 453
fonction d'onde, 486-488
modèle de Bohr, 412, 415
niveau d'énergie, 417*f*
nombres quantiques, 484-486
noyau, 522-523
orbitales atomiques, *491*
spectre, 384, 408, 418*t*
d'émission, 417
Hyperbole, 252
Hypermétropie, *230-231*
lunettes correctrices, 233
Hypéron, 583
Hypothèse de Broglie, 442, 444, 446, 471
Hypothèse quantique
d'Einstein, 394-395
de Planck, 393

I

Ibn al-Haytham (Alhazen), 145
Iliopoulos, John, 594-595
Image, 299, *voir aussi* Point image
dimension, 173
étendue, 164

formation, 159-165
hauteur, 165
hologramme, 324
localisation, 169, 199
méthode d'observation, 161
réelle, 161, 163*t*, 200
virtuelle, 161, 163*t*, 166, 200, 324
Imagerie
médicale, 511, *531-532*, *552-556*
par rayons X, *406-407*, 548
par résonance magnétique, *90*
Impulsion, 45-46, 112-113*f*, 370*f*
électromagnétique, 129, 131
forme/profil, 51
interférence, 248
réfléchie, 57
réflexions de l'onde sonore, 95-97
transmise, 57
Incertitude (principe), 465, 467, 485, 578, 580
Indice de réfraction, 128*t*, 147, 199, 322, *voir aussi* Réfraction
dans l'œil, 226
dans un gaz, 271
d'un échantillon, *150*
et altitude, 149
et longueur d'onde, 132, 152, 262
milieu dispersif, 128, 152
Indium, 407
Induction électromagnétique, 44
Influx nerveux, 72, *226*
Informatique, 506
Infrarouge, 14, 135, 192, 387, 388, *390*, 392, 417-418
Infrason, 90
Instrument à vent, 96
Instrument de musique, 95, 96*p*, *100-101*, 325-326
battements, 107
harmonique, 68, 116
Instrument «de vision nocturne», *135*
Instrument optique, 301, *voir aussi* Loupe, Microscope, Télescope
grossissement angulaire, 213-214
Instrumentation médicale (réflexion/transmission des ondes), *58*
Intensité
corps noir, 389
couleur, 385
définition, 109
due à une source ponctuelle, 109
et puissance, 113-114
figure de diffraction produite par une fente simple, 310-312
interaction, 580
laser, 429
lumineuse, 308, 398
expérience de Young, 258
transmise par un polariseur, 318
moyenne transmise
par une onde électromagnétique, 129
par une onde sonore, 110
perçue, *111*
réelle, *111*
réfléchie, 261
sonore, *111t*
sur un écran, 272-274, 302
Interaction
électrofaible, 592-593, 597
électromagnétique, 579-580, 581, 583-584, 592-593, 597
faible, 538, 580, 581, 584, 591, 592-593, 596
fondamentale, 592
forte, 580, 584, 596, 597
gravitationnelle, 580
intensité, 580
nucléaire, 579-580, 583, 591, 592
symétrie, 584-586
théorie
de jauge, 591, 597
unifiée, 597-598
Interface(s), 57, 142, *voir aussi* Lentille
image (formation), 159-165
lentille, 195, 198
rayon lumineux, 146, 160
successives, 161-162
Interférence, 60, 138, 247, 248-252, 425
amplitude résultante, 64
avec des pellicules minces, 260-266
calcul des distances, 270
conditions, 63-64, 257-260
constructive, 60, 248, 251
destructive, 60, 248, 251
en deux dimensions, 250-252
expérience de Young, 253-256, 303, 424
fentes multiples, 303*f*
figure, 250, 257, 272
frange, 254-256, 297
ondes sinusoïdales, 62-64
parfaitement constructive, 63, 248
parfaitement destructive, 64, 249
plutôt constructive, 64
plutôt destructive, 64
Interféromètre, 270
de Michelson, 270-271, 338-340*f*
quantique supraconducteur (*squid*), 513*f*
Interférométrie holographique, 325-326
Invariance locale, 590-591, 592
théorie de jauge, 590
Invariant, 341
Inversion de population, 428
Io (lune), 176
Iode, *406*, *553*
Ion positronium, *555*
Ionisation, 396, 406, 415, 547
Iris, 227
Isochronisme, 4, 6, 10
pendule simple, 19
Isolant, 501*f*
Isospin, 584, 585-586
doublet, 584, 586
faible, 591
Isotope, 511, 523
masse, 524-525
médecine nucléaire, *545*, 551, *553*, *556*
stable, *540*
Ivanenko, Dmitri, 531

J

Jauge(s), 590
théorie des, 589-591
Javan, Ali, 429
Jeans, James, 392
Jet, 597
de particules, 47
Joliot, Frédéric, 551
Joliot-Curie, Irène, 551, 557
Jonction(s)
de Josephson, 512-513
semi-conducteur, 503
superconductrice(s), 461
Josephson, Brian, 461, 512
Joules par kilogramme, 548
Jumelles, 151, 223
Jupiter, 176, 221

K

Kaon, 581*t*, 583
Keating, Richard E., 360
Kelvin, 93, 389
Kepler, Johannes, 150, 218, 221
Kirchhoff, Gustav, 153, 388
Klystron, 135
Knipping, Paul, 314
Knoll, Max, 471, 473
Krypton, 558

L

Lambda, 581*t*
Lampe
à sodium, 273
de poche, 508
Land, Edwin H., 317
Langevin, Paul, 358
Lanthane, 557
Larynx, *100*
Laser, 124*p*, 125, 134, 415*p*, 426-430*p*, 508, 564
à gaz hélium-néon (He-Ne), 273, 324, 429
à rubis, 428-429
au titane-saphir, 429
expérience de Young, 254, 258
propriétés de la lumière, 429-430
Latitude de mise au point, 236
Laue, Max von, 314
Lawson, John D., 560
Lederman, Leon, 595
Leith, Emmett, 324-325
Lenard, Philipp von, 397-399
Lentille, 144, 162, *voir aussi* Loupe, Lunettes
aberration
chromatique, 194, 223, 224
de sphéricité, 194, 225
acoustique, *198*
centre optique, 195
convergente, 193, 198, 207*f*, 226, 236
définition, 192
de Nimrud, 192
distance focale, 196, 198, 471
distance image/objet, 195
divergente, 193, 198, 236
électronique, 471

enduit antireflet, 266-267
épaisse, 192-193*f*, 203
forme, 193
magnétique, 471
méthode de résolution, 210*m*
mince, *voir* Lentille mince
optique, 192, *198*
orifice circulaire, 299
propriétés, 192-198
puissance, 197
surfaces, 192
utilisation, 193, 324
vergence, 197-198, 226
Lentille mince, 192, 204, 205, 206-213
formule, 205, 208-210, 231
grandissement transversal, 209
tracé des rayons principaux, 207-208
Lentilles cornéennes, *236-238*
fabrication, 237
LEP (*Large Electron-Positron Collider*), 593
Lepton, 576, 581*t*-583, 594
doublets, 582
et quarks, 595
Leucine, *540*
Lévitation magnétique, 511
Lewis, Gilbert N., 400
LHC (*Large Hadron Collider*), 575, 593
Lippershey, Hans, 221
Liquide (densité), *150*
Lithium, 551, 564
Loi
covariante, 342, 343
de Brewster, 320
de conservation
de trois nombres leptoniques, 582
du nombre baryonique, 583
de Coulomb, 411, 412, 415, 597
de désintégration radioactive, 541
de Faraday, 126, 128-129, 509
de Hooke, 8, 18
en fonction des composantes, 9
de la réflexion, 142, 143, 145
de la réfraction, 142, 143, 146, *198*
de Malus, 318
de Moseley, 493-494
de Planck, 394, 425, 427
de Rayleigh-Jeans, 392-393, 425
de Snell-Descartes, 147, 150, 320, 321, 322
de Stefan-Boltzmann, 389, 394
du déplacement spectral de Wien, 389, 394
du retour inverse de la lumière, 143
Lois
de Kirchhoff, 72
de la dynamique, 442
de la thermodynamique, 392
de Newton, 129, 341
système bloc-ressort, 8
vitesse d'une onde, 48
Longue-vue, 214
Longueur
contraction, 354-356
de cohérence, 273, 430
d'onde, *voir* Longueur d'onde
optique, 219
propre, 354
relativité de la simultanéité, 349
Longueur d'onde, 53, 130-*131*
couleur, 134, 266, 303
dans l'infrarouge, 392
de Broglie, 442, 450, 471, 473, 526
de Compton, 405
diffraction, 253
effet Compton, 403
émission de lumière visible, 272
et fonction d'onde, 465
et indice de réfraction, 132, 152
et période, 54
et quantification de l'énergie, 393
intensité réfléchie, 261
particule, 442
réfraction, 262
spectre, 303, 384
superposition d'ondes, 450
Lorentz, Hendrik A., 340
Los Alamos National Laboratory, 513
Loupe, 192-193, 214, 215-218, 219
Lumière, 43-44, 103, 125, *voir aussi* Longueur d'onde, Photon, Rayon, Rayonnement
absorption, 132, 137, 384, 413, 424
blanche, 134, 152, 156, 266*f*, 268, 325, 384, 388
changement de milieu, 131
comportement selon la région du spectre électromagnétique, 425
diffraction, 138, 287, 294, 302, 305, 308
dispersion, 138, 152
dispositif photovoltaïque, 507
dualité onde-particule, 423-425, 441
effet photoélectrique, 384, 395-401, 425
émission, 132, 137, 153, 253, 272, 384, 413, 424
par différentes sources, 303
et couleur, 155, 303, 384
hologramme, 324
image (formation), 159-165
intensité, 385, 398
moyenne, 308
interférence, 138
laser, 429-430
latéralisation, *v.* polarisation
modèle électromagnétique, 126, 383, *voir aussi* Onde électromagnétique
modèle quantique, 137
monochromatique, 429
nature, 125-126
noire, 137
non polarisée, 320
onde, 125, 128, 138, 247, 254, 275, 322, 338
amplitude, 259
cohérence, 272-274
intensité, 259
photon, 425
polarisation, 138, 315
propagation, 132, 137, 143-144, 152, 424
rayonnement du corps noir, 387
réflexion, 138, 143, 145, 261-262, 268, 270
réfraction, 138, 143, 146, 192, 261-262
solaire, 320
sources en phase, 253
spectre, 384
théories, 274
transmise par un polariseur, 318
vitesse, 128, 176-178, 322, 343
Lumière visible, 134-135, 387
émission, 130-131, 272
intensité, 110
longueur d'onde, 130
polarisation, 317
Luminosité
corps noir, 390
peau humaine, *390*
Lummer, Otto, 388
Lunette astronomique, 214, 221-222
grossissement angulaire, 222
Lunette de Galilée, 222-223
Lunettes, 192-193
à verres polariseurs, 320
correctrices (œil), 232-235
de soleil, 320, 321
de vision éloignée, 233
de vision rapprochée, 233
Lyman, Theodore, 418

M

Macromolécule biologique, *137*
manipulation, *16*
structure, *448*
Magnéton de Bohr, 497, 498
Maiani, Luciano, 594-595
Maiman, Theodore H., 428
Malus, Étienne Louis, 319
Mammifère marin, *198*
Marconi, Guglielmo, 132
Marsden, Ernest, 410
Maser, 428
Masse
atomique, 491, 524-525
et masse d'isotope donné, 525
au repos, 368
et énergie, 337, 369-371
pendule composé, 19
pendule simple, 18
relativiste, 368
et quantité de mouvement, 368-369
Matériau
conducteur, 499, 501
corps noir, 388
indice de réfraction, 128*t*, *150*
isolant, 501
onde (propagation), 44
pouvoir rotatoire, *319*
semi-conducteur, 501*f*-508
supraconducteur, 482*p*
transparence (lumière visible), 501
travail d'extraction, 396-397
traversé par un rayon, 149
Matière
modèle atomique, 409
onde, 46-47
Maxwell, James C., 126, 130, 132, 136, 247, 338, 342-343, 395, 400, 413, 426, 577
Mécanique quantique, 383, 394, 425, 441, 456, 471
applications, 456-464, 483
désintégration radioactive, 540

effet tunnel des particules α, 536
et relativité, 576
mesure, 469
moment cinétique, 485
principe d'exclusion de Pauli, 494, 576
Médecine
fibres optiques, *152*
nucléaire, *552-556*
Médicament, *319*
Mégaélectronvolt, 525
Meissner, Walther, 509
Meitner, Lise, 557, 558
Melon, *198*
Membrane basilaire, *102*
Mendeleïev, Dmitri, 491
Mercure, 508
Méson, 581*t*, 583, 586, 588-589, 594
Métal
onde électromagnétique, 132
résistance électrique, 508
Méthode d'observation des images, 161
Mètre étalon, 271
Michelson, Albert A., 178, 270-271*f*, 338-339
Micro-ondes, 130, 135, 253, 318, 325, 427-428, 511
Microscope, 214, 218, 219*p*, 299-301
composé, 218-220
grandissement transversal, 219
grossissement angulaire, 219-220
objectif, 219
oculaire, 219
Microscope électronique, 326, *443*, 462, 471-475
à balayage, 473-474
à effet tunnel, 461, 474-475
à transmission, 472-473
Microscopie acoustique, *90*
Milieu dispersif, 128, 152
Millenium Bridge, 29
Millikan, Robert A., 401
Mills, Robert, 591
Mirage, 149
Miroir, 132, 144-145, *voir aussi* Télescope à miroirs
concave, 167, 169*f*, 170*f*-171, 174*p*, 201
convexe, 167, 169*f*, 171, 174*p*
formule, 173
foyer, 168
grandissement transversal, 173
image (formation), 159
laser, 428
longueur de cohérence, 273*f*
molécule (pouvoir rotatoire), *319*
parabolique, 168
plan, 165-166, 174
réflexion totale interne, 151
sphérique, 167-174
distance focale, 172
rayon de courbure, 168
rayons principaux, 170
Mise au point, 236
Mitochondrie, *443*
Mode de vibration (et harmonique), 98
Modèle
atomique, 409
corpusculaire, 399
de la goutte de liquide, 531, 557
du corps noir, 388
du rayon lumineux, 143-144, 160
électromagnétique, 126-133, 383, 397, 403, 413
limites, 132, 399
propriétés d'invariance, 590
symétrie, 590
en couches, 531
Modèle de Bohr (atome à un seul électron), 412-420, 484, 487
deuxième postulat, 413
énergie mécanique de l'atome, 416
hypothèse de Broglie, 442
prédictions spectroscopiques, 416-418
premier postulat, 412
rayon de l'orbite de l'électron, 414
troisième postulat, 414
Modérateur, 561
Module du moment cinétique
du spin de l'électron, 489
orbital, 484
Moisseiff, Leon, 27
Molécule
chaîne conjuguée, 459
chirale, *319*
longueur d'onde, *131*
onde sonore dans un fluide, 91
pouvoir rotatoire, *319*
réaction chimique, *491*
Molybdène, *553*, *556*
Moment cinétique
conservation et symétrie, 585
de l'électron, 384, 414*f*, 484-485
spin, 489, 498
Moment magnétique (électron), 489, 497-498, 592
orbital, 497
spin, 498
Monocristal, 444*f*
Monoxyde de carbone (intoxication), *386*
Montage expérimental de von Lenard, 397-399
en attraction, 398*f*
en opposition, 398*f*
Morley, Edward W., 338-339
Moseley, Henry G. J., 492-493
Mouvement
conservation, 367, 369, 404
onde, 46
quantité et masse relativiste, 368-369, 372
Mouvement harmonique simple, 7, 15-16
onde sinusoïdale progressive, 53
Mouvement périodique (définition), 3
Mouvements sportifs, *7*
Müller, Karl A., 513
Mulliken, Robert S., 487
Multiplet d'isospin, 584, 586
Muon, 353-354, 355, 581*t*-582, 594
Muscle ciliaire, *227-228*
Musique, 133, *voir aussi* Instrument de musique
Myopie, *230-231f*
lunettes correctrices, 233-235

N

Nagaoka, Hantarô, 411
Ne'eman, Yuval, 586
Néodyme, 564
Néon, 429
Neptunium, 558
Nerf optique, *226*
Neurone, *420*
bipolaire, *422*
Neutrino, 538, 581*t*-582
détecteur, 582*p*
oscillation, 582
Neutron, 523, 533-534, 581*t*
demi-vie, 542
échange de pions, 579-580
état d'isospin, 584
excédent, 529-530*f*
fission, 560-562
instantané, 557, 562
interactions, 591
masse, 524-525
retardé, 557, 562
thermalisation, 561
thermique, 558
Neutronthérapie, *556*
Newton, Isaac, 125, 132, 134, 155-157, 158, 223, 224-225, 254, 274-275, 289, 321, 383
Newtons par mètre carré, 93
Nickel, 444
Niobium, 509
Nishijima, Kazuhiko, 583
Niveau
accepteur, 503
d'énergie (atome), 414-418, 457, 495*t*
excité, 415
fondamental, 415
Noether, Emmy, 585
Nœud
de déplacement, 97
onde stationnaire, 65
Nombre
atomique, 493
baryonique, 583
d'Avogadro, 409, 412, 414
de masse, 523, 524, 526
d'onde, 54
imaginaire, 23
leptonique, 582
magique, 531
Nombre quantique, 490, 494, *voir aussi* Isospin
de charme, 595
de couleur, 589, 595
d'étrangeté, 583
du spin, 489
intrinsèque, 576
magnétique
du spin, 489
orbital, 485
orbital, 484
par niveau d'énergie, 495*t*
principal, 484
NOVA (système de confinement inertiel), 559*p*, 564*f*

Noyau, 411, *voir aussi* Neutron, Nucléon, Proton
charge, 493
composé, 557
désintégration, 524, 540
nombre de noyaux à l'instant *t*, 541
fission nucléaire, 557
force nucléaire, 527
masse, 524
modèle de la goutte de liquide, 531, 557
modèle en couches, 531
neutron, 523
nucléon, 523, 526, 527
proton, 523
radioactif, 461, 527
radioactivité, 522
rayon, 526
stable, 527, 529
structure, 522-526, 530-531
taille, 526
vallée de stabilité, 529, 538-539
Nucléon, 523, 526, 527, 557, 579, 584
charge, 586
énergie de liaison, 527-529*f*
état lié, 527
force nucléaire, 527
niveaux d'énergie (couches), 531
spin, 531
Nuclide, 523-524, 538, 540
demi-vie, 541
durée de vie, 537
élément naturel, 524
énergie de liaison, 528
instable, 524
radioactif, 524
stable, 524, 529
Numéro atomique, 491-492
Z, 493-495, 523

O

Objectif (microscope), 219, 472
Objet, *voir aussi* Point objet
charge, 384
étendu, 164, 165, 169
hauteur, 165
image (formation), 159
mince, 165, 166
réel, 160, 162-163*t*
taille apparente, 213
tridimensionnel, 356-357*f*
virtuel, 162-163*t*, 166
Observateur, 346
Ochsenfeld, Robert, 509
Octave, 133
lumière visible, 134
rayonnement ultraviolet, 136
Oculaire (microscope), 219
Œil, *226-232*, *420-423*
accommodation, *227-232*
défauts biologiques, *229-232*
distance image, 227
distance maximale de vision nette, 228
distance minimale de vision nette, 228
domaine de vision nette, 229-230, 234
emmétrope, *230*
longueur d'onde détectable, 134
lunettes correctrices, 232
normal, *227-229*
pouvoir de résolution, *301*
punctum proximum (PP), *230*, *231t*
punctum remotum (PR), *229*, *231t*
rayons lumineux (parcours), 226-227
vergence, 230-231
vision nette, 227
Oméga, 581*t*
Onde(s), 43, *voir aussi* Lumière
acoustique, 48, *90*
caractéristiques, 45-47
changement de milieu, 57
cohérence temporelle, 273
continue, 45, 52
de Broglie, 442-444, 450
de choc
acoustique, 88*p*, *198*
supersonique, 106
définition, 44
de matière, 44, 442
de probabilité, 454
diffraction, 138, 139
diffusée, 321
dispersion, 138
électromagnétique, *voir* Onde électromagnétique
énergie, 46-47
fonctions, 47, 71
fréquence, 54, 152
impulsion, 45
intensité, 109
interface, 57
interférence, 60, 138
linéaire, 62, 71, 91
longitudinale, 45-48, 91, 93, 248
lumineuse, 6, *voir aussi* Lumière
matière, 46-47
mécanique, *voir* Onde mécanique
non linéaire, 62
non mécanique, 72
non polarisée, 317
périodique, 45, 52, 94
périodicités, 53-54
polarisation, 61, 138, 315
progressive, 50-52, *102*
propagation, 44-46, 57, 73, 138, 152, 338
puissance moyenne, 73
quantité de mouvement, 46
radio, 6, 130, 133, 135-136, 253, 258, 425
réflexion, 57, 138, 139, 141-143, 145
réfraction, 138, 139, 141-143, 146
secondaire, 139
sinusoïdale progressive, 52-56, 248, 262
interférence, 62-64
périodicités, 53-54
sinusoïdales, 457
superposition, 450
sismique, 44
sonore, *voir* Onde sonore
source(s), 44, 54
cohérentes, 258
stationnaire(s), 65-66
équation d'onde de Schrödinger, 452, 457
résonante sur une corde, 66-70, 95
superposition, 59-62, 72, 261
transmission, 57
transversale, 45-48, 55, 61, 128, 248, 339
vitesse, 48-49, 51, 54-56, 73, 338
Onde électromagnétique, 62, 126-133, 319, 338, 383
absorption, 129
antenne, 130
battements, *108*
caractéristiques, 128-129
émission, 129-130
équation d'onde, 72
et onde mécanique, 129
fonction d'onde, 47
fréquences, 130, 133-137
front d'onde, 95
intensité moyenne, 129
interférence, 253
onde transversale, 128
photon, 442
polarisation, 316
par diffusion, 321
propagation, 44, 127-129, 138
réflexion, 131-132, 262
transmission, 131-132
vitesse, 128
Onde mécanique, 44, 62, 103
changement de milieu, 131
définition, 45
équation d'onde, 72
et onde électromagnétique, 129
polarisation, 315
propagation, 44-48, 129, 138
vitesse, 49, 54
Onde sonore, 46, 47, 49, 61, 68, 89, *198*, *voir aussi* Effet Doppler, Front d'onde, Infrason, Son, Ultrason
amplitude, 113
battements, 107-108
diffraction, 288
équation d'onde, 112
figure d'interférence, 252
fréquences, 133
intensité, 113
moyenne, 110
interférence, 248, 252
linéaire, 91
nature, 90-95
ondes de choc supersoniques, 106
propagation dans l'air, 91, 338
propagation dans un fluide, 91, 112
puissance, 113
réflexion, 95-97
sources cohérentes, 258
stationnaire résonante, 95-98
supraconductivité, 511
vitesse dans un fluide, 112
Ondelette de Huygens, 139, 141, 290-292
Onnes, Heike K., 508
Opale, 315*p*
Opsine, *420*
Optique, 125
électronique, 471
géométrique, 143-149, 471
ondulatoire, 425
diffraction, 287
interférence, 247

Orbitale
antiliante, *491*
atomique, 487, *491*
liante, *491*
moléculaire, *491*
Orbite (électron), 412, 414
Ordinateur, 506
Ordre de la frange, 256
Oreille, *101-102*
émissions otoacoustiques, *108*
intensité sonore (perception), *111*
seuil d'audibilité, *110*
seuil de sensation douloureuse, *110*
Organisation européenne pour la recherche nucléaire (CERN), 575
Oscillateur, 393, *voir aussi* Oscillation
électronique, 69*f*
harmonique, 463-464
Oscillation, 3, 70*p*, *voir aussi* Pendule, Système bloc-ressort
amortie, 21-23
amplitude, 5, 7
cycle, 5
dans les circuits électriques, 6
définition, 3
d'un système bloc-ressort, *voir* Système bloc-ressort
équation différentielle, 6
forcée, 24-26
fréquence angulaire, 5
harmonique simple, 4-7
mécanique, 3, 4
non mécanique, 3
onde stationnaire, 68
période, 5
phase, 5
polarisation, 315
par réflexion, 319
propagation de l'onde, 138*f*
régime stationnaire, 25
Oscilloscope à rayons cathodiques, 471
Ouïe, *101-102*
test d'audition, *108*
Oxyde métallique, 513
Oxygène (dans le sang), *386*
Oxyhémoglobine, *386*
Ozone, 136-137

P

Paire(s)
annihilation de, *555*, 576-577*f*
création de, 576
de Cooper, 511-512, 583
électron-positon, 577*f*
particule-antiparticule, 576
quark-antiquark, 597
Pais, Abraham, 583
Paquet d'énergie, 578
Paquet d'ondes, 450-452, 454
propriété spectrale, 465
réduction, 468-470
vitesse, 450
Paradoxe
de la perche et de la grange, 366-367
des jumeaux, 358-360
Parole, *100-101*
Particle Beam Fusion Accelerator, 565*p*
Particule(s)
α, 410, 461, 533-534, 536
β, 533-534, 537
J/Ψ, 595
Ω^-, 587-588
W, 596
X, 597-598
Z^0, 596
champ de matière, 591
charmée, 595
comportement ondulatoire, 442
confinement (fusion), 560
densité (fusion), 560
déplacement, 51
de résonance, 580*f*-581, 588, 595
durée de vie, 580
effet tunnel, 461
élémentaires, *voir* Particules élémentaires
enfermée dans une boîte, 456-458
fonction d'onde, 579, 591
longueur d'onde, 442
moment cinétique, 414
onde sonore dans un fluide, 91
position, 454
vitesse, 338, 365, 383
Particules élémentaires, 44, 70, 575
classification, 581-584, 596
dilatation du temps, 353
forces d'échange, 577-581
interactions, 579-584
modèle standard, 576
spin, 583
Pas (réseau de diffraction), 302
Paschen, Friedrich, 417
Patron
de diffraction, *voir* Figure de diffraction
d'interférence, *voir* Figure d'interférence
Pauli, Wolfgang, 489, 538
principe d'exclusion, 494-496, 500, 531, 576, 583, 589
Peau humaine, 388
luminosité, *390*
régulation thermique, *390*
Pellicule
d'épaisseur variable, 268-269
perte de cohérence, 273
Pellicule mince, 260
couleur, 266
définition, 261
différence de phase (calcul), 261-265
réflexion, 262
Pendule, 18
Pendule composé, 19-20
amplitude, 20
fréquence angulaire, 19
période, 20
Pendule de torsion, 21*p*
fréquence angulaire, 21
période, 21
Pendule simple, 18-19
fréquence angulaire, 18
période, 18
Pentaquark, 589
Période
et longueur d'onde, 54
oscillation d'un système bloc-ressort, 9
pendule
composé, 20
de torsion, 21
simple, 18
Périodicité
onde périodique, 53-54
vitesse de l'onde, 54
Perrin, Jean, 409
Perte de cohérence, 273
Perturbations (théorie), 490, 494
Phase, *voir aussi* Déphasage, Différence de phase
initiale, 5
oscillation harmonique simple, 5
Phaseur de Fresnel, 306
Phone, *111*
Phosphore, 502, *540*, 551
Photoélectron, 396, 397-398
énergie cinétique maximale, 398
Photoémission, 400
fréquence de seuil, 401
Photographie, 54, 194, 261, 322, 385, *voir aussi* Hologramme
enduit antireflet, 266-267
Photon, 132, 400, 425, *voir aussi* Électron
absorption, 413, 417
altération, 407
collision, 404
création, 576
désexcitation, 415
dispositif photovoltaïque, 507
effet Compton, 403*f*-404, 469, 547
émission, 413, 492, 533, 547-548
spontanée, 415, 427
stimulée, 415, 427
équilibre thermodynamique, 426
et boson de jauge, 596
et fonction d'onde, 454
excitation, 415
de la rétine, *420-423*
niveau d'énergie de l'atome, 415, 418
onde électromagnétique, 442
paire électron-positon, 577*f*
paire particule-antiparticule, 576
photoémission, 400
radiographie, *406*
thermalisation, 419
virtuel, 578-579
durée de vie, 579
Photorécepteur, *420*
Photosynthèse, *134*
Physicien médical, *556*
Physique médicale, *556*
Physique nucléaire, 521
Physique quantique, 383, 441, 578
grandeurs quantifiées, 384
quantification de l'énergie (Planck), 394
Pigment visuel, *420*
Pinces optiques, *16*
Pion, 579, 581*t*, 583
diffusion, 580
triplet d'isospin, 584

Piston, 45
Pixel, 385
Plan d'incidence, 142
Planck, Max, 393, 395, 400, 403, 471
  hypothèse quantique, 393
Plaque de Gabor, 323
Plasma, 560
  confinement, 563-564
  luminescent, 370*p*
Plastique, 192, 321*p*
Plis vocaux, *voir* Cordes vocales
Plomb, 509, 533-534, 549
Plutonium, 558
Point de Curie, 592
Point image, 160-161
  d'une interface, 163
  lentille, 194
  miroir plan, 165
  miroir sphérique, 167
Point objet, 160, 230
  d'une interface, 163
  lentille, 194
  miroir plan, 165
  miroir sphérique, 167
Point sur l'écran (et position angulaire), 255
Poisson, Siméon Denis, 293-294
Polarisation, 61, 138, 315-322, 339
  antennes dipolaires, 316
  directe, 504-506, 508
  et biréfringence, 321-322
  inverse, 504-506
  par diffusion, 321
  par réflexion, 319
Polariseur(s), 317-318
  croisés, 318*f*
Polonium, 522
Polycristal, 444*f*
Polyméthylméthacrylate (PMMA), 237
Polynôme d'Hermite, 464
Pompage optique, 428
Pont de Tacoma Narrows, 24, 26-29
Position angulaire
  des minima pour une fente simple, 295
  et point sur l'écran, 255
Positon, 533, 537, *554*, 576-577*f*
Potassium, 491, 548
Potentiel d'arrêt, 397*f*-398
Pouvoir de résolution
  réseau, 312-313
  système optique, 299
Presbytie, *231-232*
  lunettes correctrices, 233
Pression, 96, 97
  atmosphérique, 91
  d'un fluide, 91, 112
Principe
  de combinaison (spectre), 408
  de complémentarité de Bohr, 471
  de correspondance de Bohr, 425-426
  de Huygens, 137-143
    et diffraction, 290-292, 294, 310
  de la constance de la vitesse de la lumière, 343
  de la relativité, 343
  d'exclusion de Pauli, 494-496, 500, 531, 576, 583, 589
  d'incertitude de Heisenberg, 464-468, 485, 578, 580
Pringsheim, Ernst, 388
Prisme, 153
  de Newton, 155-157, 158
  raies multicolores, 153
  spectre, 384
Probabilité de présence, 454
Projecteur, 472
Prométhium, 524
Protéine, *137*, *150*, *539-540*
  diffraction, *448f*
  émission radioactive, 547
  structure, *448*
Proton, 44, 412-413, 522-523, 538, 551, 561, 581*t*
  chaîne proton-proton, 559
  désintégration, 598
  diffusion de pions, 580
  échange de pions, 579-580
  énergie potentielle, 527*f*
  état d'isospin, 584
  force attractive, 527
  interactions, 591
  masse, 524-525
Protonthérapie, *556*
Ptolémée, 143, 146
Puissance
  et intensité, 113-114
  lentille, 197
  moyenne (onde), 73
Puits de potentiel
  force nucléaire attractive, 527
  infini, 457, 460-461, 484
Pulsation, 5, 53
Punctum proximum (PP), *230*, *231t*
Punctum remotum (PR), *229*, *231t*
Pupille, *227*, *301*

Q

Quanta de champ, 579-580, 583
  réels, 580
Quantification
  de l'énergie, 393-394
  spatiale, 485, 497
Quantité de mouvement
  conservation, 369, *555*
  et masse relativiste, 368-369, 372
  photon, 404
Quantum, 400
  de champ, 579
  de flux, 510
  grandeurs quantifiées, 384
Quark, 576, 588-589, 594-597
  confinement, 588
  couleur, 589, 596
  et lepton, 595
  interaction, 596
  spin, 589
Quartz, 192
Quatrième dimension, 362

R

Rabi, Isidor I., 598
Radar, 108*p*
  cohérent, 325
  Pave Paws, 309*f*
Radian(s), 5, 300
  par mètre, 54
  par seconde, 5, 53
Radiance spectrale, 385-386
  du corps noir, 388, 392
Radiation, 387
Radicaux libres, 547
Radioactivité, 521-522, 533-540
  artificielle, 552
  danger, 546-550
  décroissance, 540
Radiographie, *406*, 549
Radio-isotope, *553*
Radio-oncologie, *556*
Radiopharmaceutique, *553f*-*555*
  métastable, *554*
Radiotélescope, 135, 136*f*, 309-310*f*
Radiothérapie, *406*, 548, *552*
  métabolique, *553*
Radiotraceur, 539, 552
Radium, 522, 535, 542, 547, 557
Radon, 535, 542, 548
Raie, *voir* Spectre
Raréfaction, 45, 91, 96
Rayleigh (lord), 299-300, 392, 403
Rayon(s), 143
  caractéristiques, 159*t*
  de Bohr, 486
  de courbure
    dioptre sphérique, 199
    lentille, 205
    miroir sphérique, 168
  d'un noyau, 526
  émergent (intersection), *voir* Point image
  en fonction du numéro atomique, 496*f*
  gamma (γ), 133, 137
  image (formation), 161-163
  incident (intersection), *voir* Point objet
  lumineux (modèle), 143-144, 160
  orbite de l'électron (modèle de Bohr), 414
  paraxiaux, 169, 194, 226
  principaux
    lentille mince, 207
    miroir sphérique, 170
  réfléchi, 261*f*, 319-320
  réfracté, 319-320
  solaire, 321
  γ, 533-534
Rayonnement
  de freinage, 137, 492
  du corps noir, 392-395, 419
  d'un corps dense, 384
  infrarouge, *voir* Infrarouge
  ionisant, 547-548
    atténuation, 549-550
    dose, 548-549
  laser, 429
  micro-onde, *voir* Micro-ondes
  onde diffusée, 321
  solaire, *134*, 548

thermique, 387, 429
ultraviolet, *voir* Ultraviolet
Rayons X, 137, 313-315, 326, 425, 491, 521, *556*
danger, 548
diffraction, *448*
effet Compton, 403
expérience de Davisson et Germer, 445
imagerie, *406*
spectre d'émission, 492
Réacteur
à eau pressurisée, 562*f*
à fission, 560-563
à fusion, 511, 560*p*, 563-565*p*
expérimental tokamak (Princeton), 563*f*
sécurité, 564
nucléaire, 558*p*, 560-565*p*
système de sécurité, 562
Réaction
chimique, *491*
en chaîne, 558, 561
Réaction nucléaire, 550-552
endothermique, 551
énergie de réaction, 551
équation, 550-551
exothermique, 551
Récepteur cellulaire, *319*
Recombinaison (processus), 503
Référentiel, 341, 346*f*
d'inertie, 341, 343
propre, 346
Réflecteur, 145
Réflexion, 57, 274
changement de phase, 264
des ondes, 138, 139, 141-143
diffuse, 144
dure, 57-58, 95, 131, 262, 270
en optique géométrique, 144-149
image (formation), 159-165
interférence, 261
modèle du rayon lumineux, 143-144
molle, 57-58, 96, 131, 262, 270
onde électromagnétique, 131-132
onde sonore, 95-97, 98
polarisation, 319-320
spéculaire, 144, 145
totale interne, 149-152
frustrée, 461
Réfraction, 274, *voir aussi* Indice de réfraction
dans l'œil, 226
des ondes, 138, 139, 141-143
en optique géométrique, 144-149
et diffraction, 288
image (formation), 159-165
lentille optique, 192
longueur d'onde (changement), 262
modèle du rayon lumineux, 143-144
Réfractomètre, *150*
Reid, Alexander, 447
Reines, Frederick, 538
Relation
de Gell-Mann–Nishijima, 584, 588
d'incertitude de Heisenberg pour l'énergie et le temps, 467
masse-énergie $E = mc^2$, 524, 528, *voir aussi* Équivalence masse-énergie
Relativité
addition relativiste des vitesses, 365
de la simultanéité, 347-349
et électromagnétisme, 372-374
et mécanique quantique, 576
générale (théorie), 343, 591
restreinte (théorie), 343-345, 370, 585
méthodes de mesure, 345-347
théorie, 337, 339
Relevé géophysique, 135, 145
Représentation de Fresnel, 306-308
Répulsion électrique (et force nucléaire), 527
Réseau
de diffraction, 302-304, 308
pouvoir de résolution, 312
spectre, 305*p*, 384
téléphonique, 151
Résonance, 24-26, 66-70
électrons, *131*, 459
nucléaire, *531*
Résonance magnétique nucléaire (RMN), *531-532*
Respirateur artificiel, *25*
Ressort
constante de rappel, 54, 93-94
propagation de l'onde, 46
Rétinal, *420-421*
Rétine, *226-227*
excitation, *420-423*
photorécepteur, *420*
Rhodopsine, *420-422*
Ribosome, *448*
Richter, Burton, 595
Risque biologique (rayonnement ionisant), 548
Ritter, Johann W., 136
Ritz, Walther, 408
Rohrer, Heinrich, 462*f*, 475
Römer, Ole, 176-177
Röntgen, Wilhelm C., 137, 313-314, 521
Rossi, Bruno B., 353
Royds, Thomas, 533
Rubbia, Carlo, 596
Rubidium, 407
Rubis, 428
Ruska, Ernst, 471, 472
Rutherford, Ernest, 410-411, 522, 526, 533-534, 536, 540, 550, 575
modèle atomique, 411*f*
Rydberg, Johannes R., 408

S

Salam, Abdus, 591-592, 594
Sang
effet Compton, *406*
saturation en oxygène, *386*
Satellite, 135, *137*, 145, 146*f*, 507
Saturomètre, *386*
Savitch, Paul, 557
Schawlow, Arthur L., 428
Schrieffer, John R., 511
Schrödinger, Erwin, 394, 452-453, 471
Scintigraphie, *553-554*, *556*
Scintillation, *554*
Sclérose en plaques (dépistage), *7*
Seaborg, Glenn, *553*
Seidlin, Samuel, *553*
Semi-conducteur, 501*f*-503
de type *n*, 502
de type *p*, 503
dispositifs, 503-508
extrinsèque, 502
intrinsèque, 502
supraconducteur, 509
Série(s)
de Balmer, 408*f*, 418*t*
de Brackett, 418*t*
de Fourier, 115-116
de Humphreys, 418*t*
de Lyman, 418*t*
de Paschen, 418*t*
de Pfund, 418*t*
limite, 418
Serpent, *135*
Seuil
d'audibilité, *110*
de sensation douloureuse, *110*
Sievert, 549
Sigma, 581*t*
Silicium, 502, 507
Simultanéité (relativité), 347-349
SLAC (Stanford Linear Accelerator Center), 588
chambre de dérivation, 589*p*
Smith, James H., 353
Smith, Robert, 169
Snell van Royen, Willebrord, 146
Soddy, Frederick, 534, 550, *552*
Sodium, 489
bandes d'énergie, 500*f*
Soleil, 134, 304, 320, 321, 336*p*, 337, 548
énergie, 559
Solénoïde (champ magnétique), 126
Solide (théorie des bandes d'énergie), 499-503
Sommerfeld, Arnold, 441
Son, 44, 89, *voir aussi* Onde sonore
audible, 90
diffraction, 288
fréquence, 90, 103
hauteur, 103, *voir aussi* Effet Doppler
inaudible, *voir* Infrason
intensité, 109-*111*
modèle microscopique, 91-92
vitesse dans l'air, 93-94
Sonar, *90*
Source cohérente, 257, *voir aussi* Cohérence
Sous-couche, 485*t*, 494
Spectre
continu, 303, 384-385*f*, 387, 492
d'absorption, 384-385*f*
d'émission, 384-385*f*
modèle de Bohr, 416, 418*t*
rayons X, 492
de réseau, 305*p*, 384

discret/de raies, 303-304*f*, 384-385*f*, 407-409*p*
effet Zeeman, 485, 497
processus d'émission, 418
spin, 489
du rayonnement thermique, 387
électromagnétique, 126, 133-137
régions, 134*f*, 425
harmonique, 115
radiance spectrale, 385
solaire, 304
sonore, 116*f*, 133
Spectromètre, 385*f*, 387
de masse, *540*
Spectroscope à prisme, 153
Spectroscopie, 384-386, 418
infrarouge, *14*
RMN, *531-532*
Spin, 489, 531
moment cinétique, 489, 498
moment magnétique, 498
particules élémentaires, 583
quarks, 589
Squid, 513*f*
Stefan, Josef, 389
Stern, Otto, 497
Strassmann, Fritz, 556
Strutt, John W. (lord Rayleigh), 392, *voir aussi* Rayleigh (lord)
SU(2), 586, 592, 595, 597
SU(3), 586, 588, 596, 597
Sulfate d'uranyle de potassium, 521
Supermultiplet, 586
Superposition d'ondes, 59-62
et équation d'onde linéaire, 72
Superposition linéaire (principe), 59, 91
Supraconductivité, 508-513, 592
à haute fréquence, 511
à haute température, 513
champ magnétique critique, 510
de type I, 510
de type II, 510
effet Meissner-Ochsenfeld, 509
théorie BCS, 511-512
Supracourant, 512
Symétrie
cachée, 592-593
de jauge U(1), 592
fonction mathématique, 585
géométrique, 585
globale, 590
interactions, 584-586
locale, *voir* Invariance locale
rotation du vecteur isospin, 586
rupture, 592
SU(2), 592
théorie des groupes, 586
théorie électromagnétique, 590
théorie unifiée, 598
Système
sous-amorti, 22
sur-amorti, 22
Système bloc-ressort, 8-11
accélération, 6
énergie mécanique, 15
équation du mouvement (convention d'écriture), 11
fréquence angulaire de l'oscillation, 9
oscillateur harmonique, 463
oscillation, 511
forcée, 24
harmonique simple, 4
période de l'oscillation, 9
vitesse, 6
Système optique (pouvoir de résolution), 299

T

Tableau
de Snellen, 301*f*
périodique, 491
loi de Moseley, 493-494
principe d'exclusion de Pauli, 494-496
Tache de Poisson, 294*f*
Tait, Peter G., 49
Tau, 581*t*
Taux de désintégration, 542
à l'instant *t*, 542
Taylor, Geoffrey, 424
Tchernobyl, 562
Technétium, 524
Téléobjectif, 194
Téléphone cellulaire, 130, 135
Télescope, 153, 214, 221-226, 299-301
à miroirs, 190*p*, 191, 223
à miroirs multiples, 225
correction des aberrations, 224-225
du mont Hopkins, 225
du mont Mauna Kea, 226
du mont Palomar, 223, 224*f*, 225
du mont Wilson, 225
géant, 225
spatial Hubble, 171*p*, 301
spatial James Webb, 226*p*
Yerkes, 225
Température
corps noir, 388
d'ignition, 563
émission de lumière, 387
fusion, 560
peau humaine, *390*
supraconducteur, 508, 513
vitesse du son dans l'air, 93-94
Temps, 337, 344
dilatation, 349-354, 358
propre, 350
relation d'incertitude de Heisenberg, 467
relativité de la simultanéité, 348-349
Terme de perturbation (électron), 490
Terre
noyau, 44
orbite autour du Soleil, 338-339, 340
Terres rares, 496
Test d'audition, *108*
Thallium, *554*
Théodoric de Fribourg, 158
Théorème
d'Ampère, 126
d'Ampère-Maxwell, 127, 128-129
de Fourier, 115
de Pythagore, 255, 351
symétrie (Noether), 585
Théorie
de jauge, 589-591, 597
de la couleur, 596
de la relativité restreinte, 343
des bandes d'énergie (solides), 499-503
des groupes, 586
des perturbations, 490, 494
électromagnétique, *voir* Modèle électromagnétique
quantique, 383, 412, *voir aussi* Modèle de Bohr
des champs, 578, 591
Thermalisation, 419
Thermodynamique, 392
Thomson, George P., 447
Thomson, Joseph J., 396, 409, 575
Thorium, 407, 522, 534, 540
Three Mile Island, 562
Tige piézoélectrique, 475
Ting, Samuel, 595
Tokamak, 563*f*
Tomodensitomètre, *406f*
Tomodensitométrie, *406*, 548
Tomographie
d'émission monophotonique (TEMP), *554-555*
par émission de positons (TEP), *554-556*
Top (quark), 595-596
Tore, 563
Townes, Charles H., 427-428
Tracé des rayons principaux
lentille mince, 207-208
miroir sphérique, 169-171
Train d'ondes, 272-273
Transformation
de Galilée, 51, 342-344, 362, 368
de Lorentz, 345, 350, 361-362, 368, 585, 590
formulation, 364-365
Transistor, 502*p*, 505
amplificateur, 506
à jonction, 505-506
Translation, 585
Transmission, 57
onde électromagnétique, 131-132
Travail d'extraction, 396-397
Tremblement de terre, 44
Triplet d'isospin, 584, 586
Tritium, 560, 564
Troisième loi de Newton, 58
Trou (électron), 502, 507, 576
Tube
à décharge, 273, 314, 418-420, 429, 521
au néon, 134, 382*p*, 383
Tumeur, *90*
détection, *135*
Tungstène, 472, 475
Tuyau
fermé, 96-97
ondes sonores stationnaires résonantes, 95-98
ouvert, 96, 98
Tympan, *101*

U

Uhlenbeck, George, 489
Ultrason, 44, 90*p*
  applications médicales, *90*
Ultraviolet, 136-137, 391-393, 418, 548
Unité de masse atomique, 524
Université de Chicago, 558
Upatnieks, Juris, 324-325
Uranium, 521-522, 524, 525, 528, 558
  demi-vie, 524
  fission nucléaire, 556-557, 560-561
Urbain, George, 494
Urine (indice de réfraction), *150*

V

Vague, 44
Vallée de stabilité, 529, 538-539
Van Leeuwenhoek, A., 218, 219
Vecteur
  de Fresnel, 306-307*f*, 309
  isospin (rotation), 586
  moment cinétique (électron), 485
Ventre
  de déplacement, 98
  de pression, 97
  onde stationnaire, 65
Vergence (lentille), 197
Verre, 192
  dispersion de la lumière, 152
  indice de réfraction, 128*t*
Verres correcteurs, 205
Verrouillage de phase, *7*
Vibration, 325
  oreille, *101-102*
Vide
  propagation, 129
  vitesse de la lumière, 128, 176-178
Villard, Paul U., 137, 533
Vision, *voir* Œil
Vitamine D, *136*
Vitellion, 157
Vitesse
  addition relativiste, 365-366
  angulaire, 5, 18
  de phase, 51, 450
  limite, 369
  lumière, 128, 322, 343
  son dans l'air, 93-94
  système bloc-ressort, 6, 11*f*
Vitesse de l'onde, 48-49, 51, 54-56, 141, 338
  dans un fluide, 112
  de Broglie, 450
  électromagnétique, 128
  sonore, 112, 338
Vortex, 510
Vue, *134*, *voir aussi* Œil

W

Walton, Ernest, 551
Ward, John C., 591
Watson, James, *448*
Watts par mètre carré, 109, 389
  échelle des décibels, *110*
Watts par mètre carré par mètre, 386
Webb, James, 226
Weinberg, Steven, 591-592, 594, 596
Weizsäcker, Carl von, 531
Wien, Wilhelm, 389

X

Xi, 581*t*

Y

Yang, Chen Ning, 591
Young, Thomas, 159, 270, 275, 287-289, 315, 395, *voir aussi* Expérience des fentes de Young
Yttrium, 513
Yukawa, Hideki, 527, 531

Z

Zircaloy, 561
Zircon, 128*t*
Zweig, George, 588

Facteurs de conversion

Longueur

1 po = 2,54 cm (exactement)
1 m = 39,37 po = 3,281 pi
1 mille (mi) = 5280 pi = 1,609 km
1 km = 0,6215 mille
1 fermi (fm) = 1×10^{-15} m
1 ångström (Å) = 1×10^{-10} m
1 mille marin = 6076 pi = 1,151 mille
1 unité astronomique (UA) = $1{,}4960 \times 10^{11}$ m
1 année-lumière = $9{,}4607 \times 10^{15}$ m

Aire

1 $m^2 = 10^4$ $cm^2 = 10{,}76$ pi^2
1 $pi^2 = 0{,}0929$ m^2
1 $po^2 = 6{,}452$ cm^2
1 $mille^2 = 640$ acres
1 hectare (ha) = 10^4 $m^2 = 2{,}471$ acres
1 acre (ac) = 43 560 pi^2

Volume

1 $m^3 = 10^6$ $cm^3 = 6{,}102 \times 10^4$ po^3
1 $pi^3 = 1728$ $po^3 = 2{,}832 \times 10^{-2}$ m^3
1 L = 10^3 $cm^3 = 0{,}0353$ pi^3
= 1,0576 pinte (É.-U.)
1 $pi^3 = 28{,}32$ L = 7,481 gallons É.-U. = $2{,}832 \times 10^{-2}$ m^3
1 gallon (gal) É.-U. = 3,786 L = 231 po^3
1 gallon (gal) impérial = 1,201 gallon É.-U. = 277,42 po^3

Masse

1 unité de masse atomique (u) = $1{,}6605 \times 10^{-27}$ kg
1 tonne (t) = 10^3 kg
1 slug = 14,59 kg
1 tonne É.-U. = 907,2 kg

Temps

1 jour = 24 h = $1{,}44 \times 10^3$ min = $8{,}64 \times 10^4$ s
1 a = 365,24 jours = $3{,}156 \times 10^7$ s

Force

1 N = 10^5 dynes = 0,2248 lb
1 lb = 4,448 N
Le poids de 1 kg correspond à 2,205 lb.

Énergie

1 J = 10^7 ergs = 0,7376 pi·lb
1 eV = $1{,}602 \times 10^{-19}$ J
1 cal = 4,186 J ; 1 Cal = 4186 J (1 Cal = 1 kcal)
1 kWh = $3{,}600 \times 10^6$ J = 3412 Btu
1 Btu = 252,0 cal = 1055 J
1 u est équivalent à 931,5 MeV

Puissance

1 hp = 550 pi·lb/s = 745,7 W
1 cheval-vapeur métrique (ch) = 736 W
1 W = 1 J/s = 0,7376 pi·lb/s
1 Btu/h = 0,2931 W

Pression

1 Pa = 1 $N/m^2 = 1{,}450 \times 10^{-4}$ lb/po^2
1 atm = 760 mm Hg = $1{,}013 \times 10^5$ $N/m^2 = 14{,}70$ lb/po^2
1 bar = 10^5 Pa = 0,9870 atm
1 torr = 1 mm Hg = 133,3 Pa

L'alphabet grec

Alpha	A	α	Iota	I	ι	Rhô	P	ρ
Bêta	B	β	Kappa	K	κ	Sigma	Σ	σ
Gamma	Γ	γ	Lambda	Λ	λ	Tau	T	τ
Delta	Δ	δ	Mu	M	μ	Upsilon	Y	υ
Epsilon	E	ε	Nu	N	ν	Phi	Φ	ϕ ou φ
Zêta	Z	ζ	Xi	Ξ	ξ	Khi	X	χ
Êta	H	η	Omicron	O	o	Psi	Ψ	ψ
Thêta	Θ	θ	Pi	Π	π	Oméga	Ω	ω

Formules mathématiques*

Géométrie

Triangle de base b et de hauteur h	Aire $= \frac{1}{2}bh$	
Cercle de rayon r	Circonférence $= 2\pi r$	Aire $= \pi r^2$
Sphère de rayon r	Aire de la surface $= 4\pi r^2$	Volume $= \frac{4}{3}\pi r^3$
Cylindre de rayon r et de hauteur h	Aire de la surface courbe $= 2\pi rh$	Volume $= \pi r^2 h$

Algèbre

Si $ax^2 + bx + c = 0$, alors $\quad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Si $x = a^y$, alors $y = \log_a x$; $\quad \log(AB) = \log A + \log B$

Produits vectoriels

Produit scalaire : $\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} = AB\cos\theta$
$= A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$

Produit vectoriel :

$$\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = (A_x\vec{\mathbf{i}} + A_y\vec{\mathbf{j}} + A_z\vec{\mathbf{k}}) \times (B_x\vec{\mathbf{i}} + B_y\vec{\mathbf{j}} + B_z\vec{\mathbf{k}})$$
$$= (A_yB_z - A_zB_y)\vec{\mathbf{i}} + (A_zB_x - A_xB_z)\vec{\mathbf{j}} + (A_xB_y - A_yB_x)\vec{\mathbf{k}}$$

Trigonométrie

$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$; $\quad \cos(90° - \theta) = \sin\theta$

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$; $\quad \cos(-\theta) = \cos\theta$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$; $\quad \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

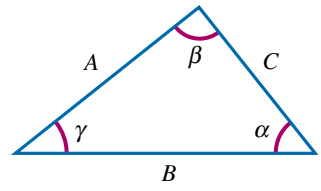
$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$

$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$

$$\sin A \pm \sin B = 2\sin\left(\frac{A \pm B}{2}\right)\cos\left(\frac{A \mp B}{2}\right)$$

Loi des cosinus $\quad C^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\gamma$

Loi des sinus $\quad \dfrac{\sin\alpha}{A} = \dfrac{\sin\beta}{B} = \dfrac{\sin\gamma}{C}$



Approximations du développement en série (pour $x \ll 1$)

$$\left.\begin{array}{ll} (1+x)^n \approx 1 + nx & \sin x \approx x - \dfrac{x^3}{3!} \\ e^x \approx 1 + x & \cos x \approx 1 - \dfrac{x^2}{2!} \\ \ln(1 \pm x) \approx \pm x & \tan x \approx x - \dfrac{x^3}{3} \end{array}\right] \quad (x \text{ en radians})$$

Approximations des petits angles (θ en radians)

$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$ $\qquad$ $\cos\theta \approx 1$

* Une liste plus complète est donnée à l'annexe B.